

# 华中科技大学

## 2007 年招收硕士研究生入学考试 试题答案

考试科目：材料成形原理

适用专业：材料加工工程、数字化材料成形、环境科学与工程

(本答案按“液态成形理论基础”、“连接成形理论基础”和“金属塑性成形力学”三个部分列出)

### (A 卷部分)

#### 三、简述题

##### 1. 影响液态金属界面张力的主要因素是什么？

影响液态金属界面张力的主要因素是：(1)金属的熔点，金属的熔点、沸点越高，则表面张力往往就越大；(2)温度，大多数金属和合金的表面张力随温度升高而降低，但对铸铁、碳钢、铜及其合金则相反。(3)溶质元素，表明活性元素降低界面张力，非表明活性元素增加表面张力、

##### 2. 简述纯金属晶体宏观长大方式。

晶体的宏观长大方式有平面生长方式和树枝晶生长方式。当固-液界面前方液体中的为正温度梯度时，界面前方液体的过冷区及过冷度很小，晶体生长时凝固潜热的析出方向同晶体生长方向相反，一旦某一晶体生长伸入液相区就会被重新熔化，导致晶体以平面方式生长。当固-液界面前方液体中的为负温度梯度时，界面前方液体的过冷区较大，界面上凸起的晶体将快速伸入过冷液体中，成为树枝晶生长方式。

##### 3. 影响铸件凝固方式的因素有哪些？

影响铸件凝固方式的因素有二，一是合金的化学成分；二是铸件断面上的温度梯度。纯金属和共晶成分的合金，凝固区 $T_L-T_S=0$ ，属层状凝固；当合金的液相线温度和固相线温度相差很大时，此时凝固范围很宽，则称为体积凝固方式或称糊状

试卷编号：410

共 14 页  
第 页

凝固方式。但是，若温度梯度较小时，铸件的凝固方式由层状变成糊状的凝固方式。

4. 成分过冷的判据是什么？

$$\text{成分过冷的判据是：} \frac{G_L}{v} \leq \frac{m_L C_0 (1 - k_0)}{D_L k_0}$$

其中： $G_L$ 为固液界面前方的温度梯度， $v$ 为生长速度， $m_L$ 为液相线斜率， $C_0$ 为溶质的原始浓度， $k_0$ 为溶质分配系数， $D_L$ 为溶质在液相中的扩散系数。

5. 何为反应性气孔，有何特征？

金属液和铸型之间或在金属液内部发生化学反应所产生的气孔，称为反应性气孔。

金属—铸型间反应性气孔，通常分布在铸件表面皮下 1~3mm，表面经过加工或清理后，就暴露出许多小气孔，所以通称皮下气孔，形状有球状、梨状。

另一类反应性气孔是金属内部化学成分之间或与非金属夹杂物发生化学反应产生的，呈梨形或团球形，均匀分布。

## B 卷(75 分)

### 液态成形理论基础

1. 答案要点：

(1) 立方体晶核的吉布斯自由能的变化：

$$\Delta G_{\text{均}} = -a_{\text{均}}^3 \Delta G_V + 6a_{\text{均}}^2 \sigma_{CL}$$

对上式求导：

$$\frac{d\Delta G_{\text{均}}}{da_{\text{均}}} = -3a_{\text{均}}^2 \Delta G_V + 12a_{\text{均}} \sigma_{CL}$$

令  $\frac{d\Delta G_{\text{均}}}{da_{\text{均}}} = 0$ ，可得临界晶核的边长  $a_{\text{均}}^*$

$$a_{\text{均}}^* = \frac{4\sigma_{CL}}{\Delta G_V}$$

又：

$$\Delta G_V = \frac{L\Delta T}{T_m}$$

所以：

$$a_{\text{均}}^* = \frac{4\sigma_{CL}}{\Delta G_V} = \frac{4\sigma_{CL}T_m}{L\Delta T}$$

$$\Delta G_{\text{均}}^* = \frac{32\sigma_{CL}^3T_m^2}{L^2\Delta T^2}$$

(2) 在过冷度  $\Delta T$  时，球形晶核的临界自由能变化为

$$\Delta G_{\text{均}}^{*'} = \frac{16\pi\sigma_{CL}^3T_m^2}{3L^2\Delta T^2}$$

因为  $\sigma_{CL}$ 、 $T_m$ 、 $L$ 、 $\Delta T$  相同， $\frac{16\pi}{3} < 32$

所以，球形晶核比立方晶核更容易形成。

2. 答案要点：

(1) 由题目给出的参数可计算出  $k_0$ 。

$$k_0 = \frac{C_{SM}}{C_E} = \frac{5.65\%}{33\%} = 0.17$$

凝固 10% 时， $f_s = 10\%$ ,  $f_L = 90\%$ ,  $C_0 = 1\%$

$$C_s^* = k_0 C_0 (1 - f_s)^{k_0 - 1} = 0.17 \times 1\% (1 - 10\%)^{0.17 - 1} = 0.19\%$$

$$C_L^* = C_0 f_L^{k_0 - 1} = 1\% \times 90\%^{0.17 - 1} = 1.09\%$$

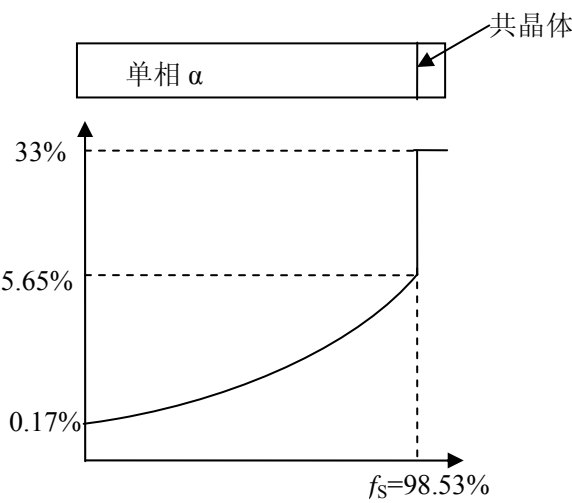
(2) 共晶体所占比例为  $C_s^*$  为  $C_{sm}$  时的  $f_L'$

$$C_{sm} = k_0 C_0 (1 - f_s')^{k_0 - 1} = k_0 C_0 f_L'^{k_0 - 1}$$

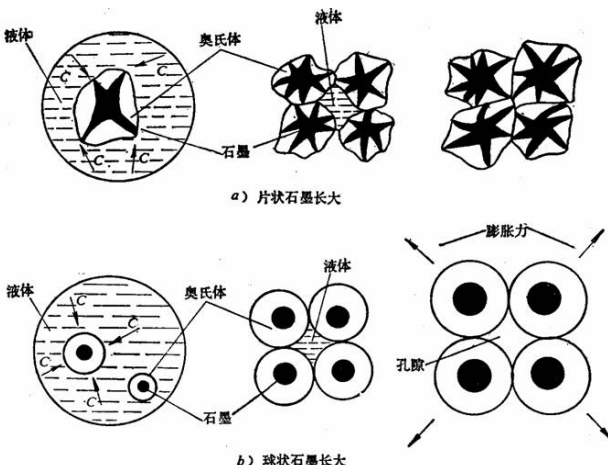
$$f_L' = \left( \frac{C_{sm}}{k_0 C_0} \right)^{\frac{1}{k_0 - 1}} = \left( \frac{5.65\%}{0.17 \times 1\%} \right)^{\frac{1}{0.17 - 1}} = 1.47\%$$

即凝固完毕时，共晶体所占比例为：1.47%

(3) 成分的分布如图：



3. 答案要点：



由于灰铸铁和球墨铸铁的共晶凝固方式和石墨长大的机理不同，产生缩孔和缩松的倾向性有很大差别。

灰铸铁共晶团中的片状石墨，与枝晶间的共晶液体直接接触，因此片状石墨长大时所产生的体积膨胀大部分作用在所接触的晶间液体上，迫使它们通过枝晶间通道去充填奥氏体枝晶间由于液态收缩和凝固收缩所产生的小孔洞，从而大大降低厂灰铸铁产生缩松的严重程度。这就是灰铸铁的所谓“自补缩能力”。

被共晶奥氏体包围的片状石墨，由于碳原子的扩散作用，在横向上也要长大，但是速度很慢。石墨片在横向上长大而产生的膨胀力作用在共晶奥氏体上，使共晶团

膨胀，并传到邻近的共晶团上或奥氏体枝晶骨架上，使铸件产生缩前膨胀。这种缩前膨胀会抵消一部分自补缩效果，但是，由于这种横向的膨胀作用很小而且是逐渐发生的，同时因灰铸铁在共晶凝固中期，在铸件表面已经形成硬壳，因此灰铸铁的缩前膨胀一般只有 0.1%~0.2%左右。所以，灰铸铁件产生缩松的倾向性较小。

球墨铸铁在凝固过程中，当石墨球长大到一定程度后，四周形成奥氏体外壳、碳原子是通过奥氏体外壳扩散到共晶团中使石墨球长大，当共晶团长大到相互接触后，石墨化膨胀所产生的膨胀力，只有一小部分作用在晶间液体上，而大部分作用在相邻的共晶团上或奥氏体枝晶上，趋向于把它们挤开。因此，球墨铸铁的缩前膨胀比灰铸铁大得多。由于按照体积凝固方式凝固，铸件表面在凝固后期没有形成坚固的外壳，如果铸型刚度不够，膨胀力将迫使型壁外移。随着石墨球的长大，共晶团之间的间隙逐步扩大，使得铸件普遍膨胀。共晶团之间的间隙就是球墨铸铁的显微缩松，并布满铸件整个断面，所以球墨铸铁铸件产生缩松的倾向性很大。如果铸件厚大，球墨铸铁铸件这种较大的缩前膨胀也会导致铸件产生缩孔。如果铸型刚度足够大，石墨化的膨胀力能够将缩松挤合。在这种情况下，球墨铸铁也可看作是具有“自补缩”能力。

#### 4. 答案要点

内部等轴晶区的形成是由于剩余熔体内部晶核自由生长的结果。关于等轴晶晶核来源及形成有四种理论

##### (1) 过冷熔体直接形核理论

随着柱状晶层向内推移和溶质再分配，在固-液界面前沿产生成分过冷，当成分过冷的过冷度大于非自发生核所需过冷度时，则产生晶核并长大，导致内部等轴晶的形成。

##### (2) 激冷晶游离理论

浇注期间和凝固初期的激冷晶游离随着液流漂移到铸件心部，通过增殖，长大形成内部等轴晶。

##### (3) 型壁晶粒脱落和枝晶熔断、游离理论

型壁晶体或柱状枝晶在凝固界面前方的熔断、游离和增殖——理论基点为溶质再分配。

##### (4) “结晶雨”游离理论

根据这一理论，凝固初期在液面处的过冷熔体中产生过冷并形成晶核及生长成小晶体，这些小晶体或顶部凝固层脱落的分枝由于密度比液态金属大而像雨滴似地降落，形成游离晶体。这些小晶体在生长的柱状晶前面的液态金属中长大形成内部等轴晶。

## (A 卷部分)

二、**判断题：**(判断下列论述是否正确。答错不扣分，答对每小题 1.5 分)

- (1) 速度快，焊缝中柱状晶成长的最大速度有时可能超过焊接速度。(错)
- (2) 低合金高强钢焊接时，通常的焊接工艺为：采取预热、后热处理，大的线能量。(错)
- (3) 当电弧电压增加时，熔池的最大深度增大；焊接电流增加，熔池的最大宽度增大。(错)
- (4) 电弧电压增加，焊缝含氮量增加；焊接电流增加，焊缝含氮量减少。(对)
- (5) 药皮熔点高于熔渣熔点，而且药皮熔点越高，则熔渣的熔点越高。(对)
- (6) 酸性渣一般称为长渣，碱性渣为短渣。前者不适宜于仰焊，后者可适用于全位置焊。(对)

三、**简述题** (16 分)

- (6) 是碱性焊条还是酸性焊条对工件表面铁锈 ( $\text{FeO} \cdot n\text{H}_2\text{O}$ ) 更敏感？简述其理由。(4 分)

答：碱性焊条对铁锈更敏感。(1.5 分)

碱性渣中含  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{TiO}_2$  等酸性氧化物少， $\text{FeO}$  的活度大，容易向液态金属扩散，使其焊缝含氧量增加。(2.5 分)

- (7) 什么是 HAZ？简述 HAZ 脆化的类型及产生条件。(6 分)

答：熔焊时在焊接热源作用下，焊缝周围母材发生组织和性能变化的区域称为热影响区 (HAZ)。(1.5 分)

HAZ 脆化有多种类型：粗晶脆化、组织脆化、析出脆化、氢脆等。(1 分)

粗晶脆化：熔合区和过热区因热循环峰值温度高，常发生粗晶脆化；(1 分)

组织脆化：焊接低合金高强钢时，因冷却速度慢可能在 HAZ 某些区域形成 M-A 组元；(1 分)

析出脆化：焊前母材为过饱和固溶体，在焊接热作用下产生时效或回火效果，碳化物或氮化物析出造成塑性及韧性下降；(1 分)

氢脆：氢扩散至 HAZ 而引起的塑性下降 (脆化)。(0.5 分)

- (8) 简述焊接熔池的特征。(6 分)

答：熔池体积小，冷却速度大；(1.5 分)

熔池温度高，熔池金属处于过热状态；(1.5 分)

熔池金属处于运动状态，熔池中存在着各种力的作用；(1.5 分)

熔池界面的导热性好，温度梯度大。(1.5 分)

试卷编号：410

共 14 页  
第 页

## C 卷(75 分)

### 连接成形理论基础

#### 三、论述题（75 分）

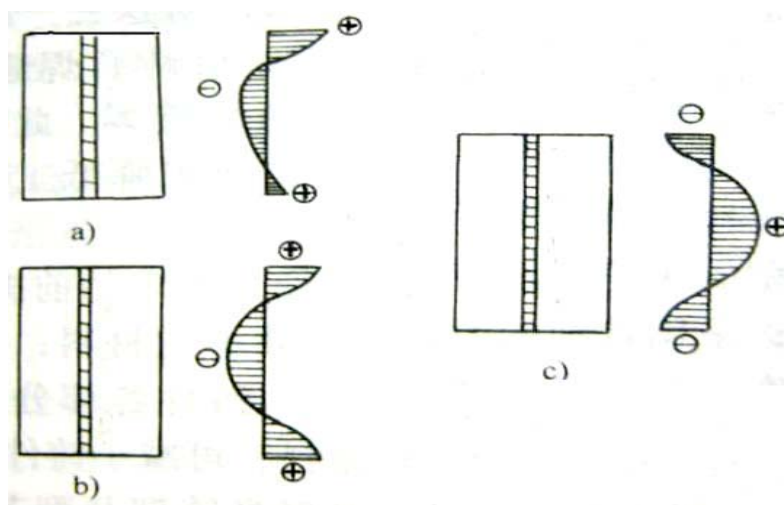
- (1) 以手弧焊为例，试分析对接焊缝横向焊接残余应力的分布状态及消除或减小焊接残余应力的方法。（15 分）

答：1) 横向残余应力由两部分组成：一是由焊缝及 HAZ 的纵向收缩引起的；二是由于焊缝及 HAZ 的横向收缩引起的。离焊缝距离越远，应力值越低。（1 分）

2) 纵向收缩引起的横向应力，焊缝两端产生横向压应力，焊缝中段产生横向拉应力，焊缝两端压应力最大值比拉应力最大值大得多。焊缝越长，中间段拉应力会有所降低，并逐渐趋于零。（6 分，未能正确画出示意图扣 1-2 分）

3) 横向收缩引起的横向残余应力分布与焊接方向、焊接顺序有关。（2 分）

直通焊、从中间向两端焊、从两端向中间焊时的横向应力分布：（画出下列示意图 a), b), c) 各给 1 分，共 3 分）



4) 减小或消除焊接残余应力的方法：

合理的结构设计；合理的焊接工艺；采用热处理方法、机械法、共振法等方法。（3 分，没有一定的展开论述，酌扣 1~1.5 分）

- (2) 分析焊接时热裂纹产生的原因，并以奥氏体钢焊接为例说明防止热裂纹的措施。

(15 分)

答:

热裂纹主要有凝固裂纹和液化裂纹。

焊接热裂纹的形成原因: (7 分)

焊接热裂纹是一种高温沿晶断裂而形成的裂纹。焊缝凝固过程中,在枝晶间存在低熔共晶的薄层,此时材料的塑性变形能力很低,在冷却过程中不可避免的产生收缩应变,当收缩应变大于材料此时的塑性应变的能力时,即产生焊接热裂纹。

焊缝在凝固过程中所出现的晶间塑性应变能力的应变区间叫做脆性温度区,不同材料有不同的脆性温度区,温度区越大,产生热裂纹的危险性越大。

奥氏体钢焊接热裂纹的影响因素(4 分,未答全者酌扣 0.5~1 分)

a.化学成分偏析:奥氏体钢由于含镍量高,有害杂质 P 和 S 的有害作用显著增强。单相奥氏体焊缝中, P 的偏析、Si 的偏析,形成低熔共晶。

b.焊缝的组织:奥氏体钢焊缝晶粒大小的影响,晶粒越粗越易产生裂纹。

c.焊缝冷却的速度 (层间温度、热输入量)

d.焊缝的形状 (成形系数)

e.拘束度

焊接热裂纹的控制措施(4 分,未答全者酌扣 0.5~1 分)

a.成分控制:控制含硫量、含磷量;

焊接材料的选择,奥氏体焊条的选择,焊缝组织控制(控制  $\delta$  含量),加入细化晶粒元素(Mo、V、Ti、Nb)

b.工艺措施 限制过热、控制成形系数、控制熔合比、降低拘束度、严格要求装配质量

(3) 已知焊条药皮质量系数为 0.4,焊丝中含 Mn9%,其过渡系数为 0.8,母材中含 Mn1.5%,熔合比 0.2。要求焊缝中含 Mn $\geq$ 12%以确保其耐磨性能,药皮中要加入多少含 Mn75%的锰铁合金粉?(15 分)

答:计算依据

合金元素的过渡系数:熔敷金属中的实际含量与它原始含量之比。

$$\eta = \frac{C_d}{C_e} = \frac{C_d}{C_{cw} + K_b C_{co}}$$

式中,  $C_d$  为合金元素在熔敷金属中的含量;  $C_e$  为合金元素的原始含量;  $C_{cw}$  为合金元素在焊丝中的含量;  $C_{co}$  药皮中的含量;  $K_b$  焊条的质量系数,即单位长度焊条药皮质量与焊芯质量之比。(写出上式,5 分)

而焊缝金属中合金元素 Mn 的实际浓度与熔合比的关系为:

$$C_w = \theta \cdot C_b + (1 - \theta) C_d$$

试卷编号: 410

共 14 页  
第 页



(写出上式, 5分)

由此两式, 可以计算, 若焊缝中  $Mn \geq 12\%$ , 药皮中 Mn 的含量至少为 23.2%。

(计算至此加 3分)

则需加至少 30.9% 的含 Mn75% 的锰铁合金粉。( )

(计算至此加 2分)

- (4) 试述焊接时活性熔渣对金属的氧化方式, 并以  $CO_2$  气体保护焊为例, 说明选择焊丝的原则及脱氧措施。(15分)

答: 活性熔渣对金属的氧化方式:

1) 扩散氧化 (4分)

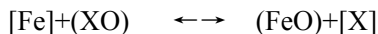
$FeO$  既溶于渣, 又溶于钢液, 因此能在熔渣与钢液之间进行扩散分配, 在一定温度下平衡时, 它在两相中的浓度符合分配定律:

$$L = \frac{[FeO]}{(FeO)}$$

温度不变时, 增加熔渣中的  $FeO$  浓度, 它将向液态金属中扩散, 使金属中的氧含量增加。

2) 置换氧化 (4分)

铁或其它金属置换出其它氧化物中元素而自身氧化的过程。

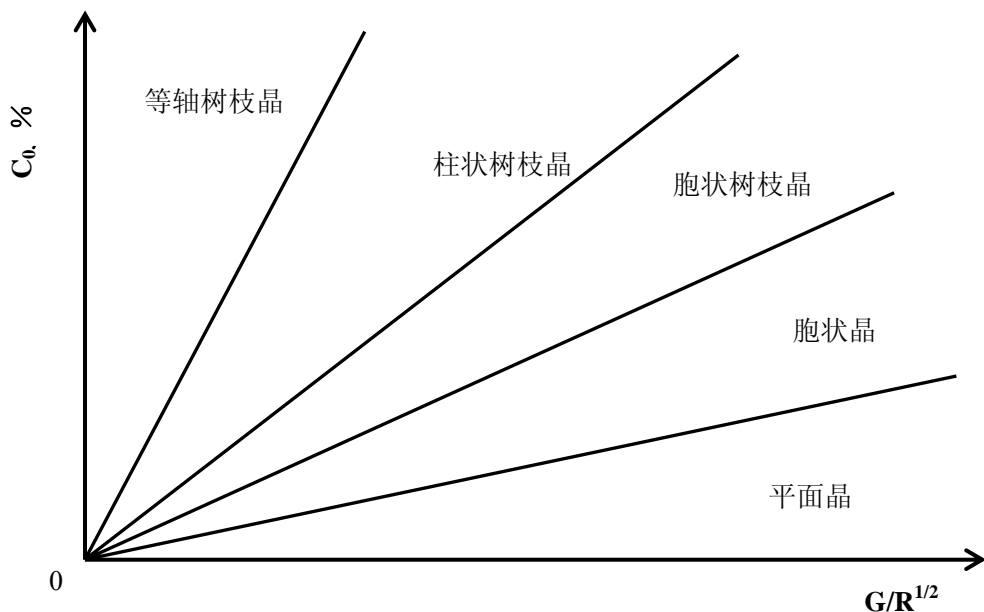


3)  $CO_2$  气体保护焊时, 硅-锰联合脱氧原则。常在焊丝中加适当比例的锰和硅, 可以减少焊缝中的夹杂物, 脱氧产物可形成硅酸盐  $MnO \cdot SiO_2$ , 各国实用的焊丝中  $[Mn]/[Si] = 1.5 \sim 3$ 。(4分)

常用脱氧方法: 锰的脱氧、硅的脱氧、硅锰联合脱氧、扩散脱氧等。(3分, 不能写出相关反应式酌扣 1~1.5分)

- (5) 下图是几种因素对结晶形态的影响, 其中纵、横坐标各代表什么? 并结合该图讨论焊接熔池凝固组织的特点。? 并结合该图讨论焊接熔池凝固组织的特点。(15分)

答: 纵坐标  $C_0$  (%) 表示溶质浓度, 横坐标为  $G/R^{1/2}$ , (3分) 其中  $G$  表示温度梯度,  $R$  表示结晶速度。(2分)



该图表明，焊缝结晶形态主要决定于合金中的溶质的浓度  $C_0$ 、结晶速度  $R$  和液相中温度梯度  $G$  的综合作用。(1分)

在熔池两侧翼边界，由于结晶速度  $R$  非常小，温度梯度  $G$  较大， $G/R^{1/2}$  则很大，成分过冷接近于零，满足平面晶生长的条件。(3分)

随着凝固界面远离熔合区边界向焊缝中心推进时，结晶速度  $R$  逐渐增大，而温度梯度  $G$  减小，在某一时刻以后，将发生成分过冷，平面生长将转为胞状生长；(3分)

随着成分过冷的进一步加大，树枝晶生长的方式逐渐占主导地位，在到达熔池尾端结束凝固时， $G/R^{1/2}$  最小，成分过冷度最大，有可能形成等轴树枝晶区。(3分)

## A 卷部分

### 一. 名词解释

塑性加工——金属等具有塑性的材料在外力的作用下，  
稳定地发生永久变形，而成为满足一定形状尺寸  
和组织性能的要求之产品。

加工硬化——金属发生塑性变形后，其强度提高，塑性下降  
的现象。

### 二. 简答题

9①假设塑性变形与静水压力无关，仅与应力偏量有关。

②忽略塑性变形时的体积变化，即  $d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 = 0$

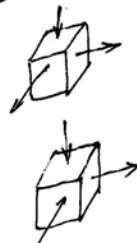
10 锻造

拉拔

主应力图



主应力图



锻造以三向压应力状态为主，所以，变形抗力较大，另一方面  
可阻止裂纹扩展，改善材料之塑性。而拉拔与锻造相比，其变形  
抗力较小，但塑性较差，易产生断裂。

11. 应力不变量：

$$\begin{cases} J_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \\ J_2 = -(\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x) + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \\ J_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - (\sigma_x \tau_{yz}^2 + \sigma_y \tau_{zx}^2 + \sigma_z \tau_{xy}^2) \end{cases}$$

应力偏量不是量。

$$\begin{cases} J_1' = 0 \\ J_2' = \frac{1}{6}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)] \\ J_3' = \sigma_x' \sigma_y' \sigma_z' + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - (\sigma_x' \tau_{yz}^2 + \sigma_y' \tau_{zx}^2 + \sigma_z' \tau_{xy}^2) \end{cases}$$

应力状态不是量与坐标选取无关。

具体地说，尽管应力分量随坐标而变，但应力只有一组。

## D 卷 金属塑性力学

1. 斜面上的应力

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_x l^2 + \sigma_y m^2 + \sigma_z n^2 + 2(\tau_{xy} lm + \tau_{yz} mn + \tau_{zx} nl) \\ &= 50 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (-30) \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 2\left[50 \times \frac{1}{2\sqrt{2}} + (-75) \times \frac{1}{2\sqrt{2}} + 80 \times \frac{1}{\sqrt{2} \times 2}\right] \\ &= \frac{50}{4} - \frac{30}{2} + 2 \times \left[\frac{50}{4} - \frac{75}{2\sqrt{2}} + \frac{40}{\sqrt{2}}\right] \\ &= \frac{25}{2} - 15 + 25 - \frac{75}{\sqrt{2}} + \frac{80}{\sqrt{2}} = 10 + \frac{25}{2} + \frac{5}{\sqrt{2}} = 22.5 + 4.0 = 26.5 \text{ (MPa)} \end{aligned}$$

令应力为：

$$\begin{aligned} S_x &= \sigma_x l + \tau_{xy} m + \tau_{zx} n = 50 \times \frac{1}{2} + 50 \times \frac{1}{2} + 80 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 106.6 \\ S_y &= \tau_{xy} l + \sigma_y m + \tau_{yz} n = 50 \times \frac{1}{2} + 0 + (-75) \times \frac{1}{\sqrt{2}} = -28.0 \\ S_z &= \tau_{xz} l + \tau_{yz} m + \sigma_z n = 80 \times \frac{1}{2} + (-75) \times \frac{1}{\sqrt{2}} + (-30) \times \frac{1}{\sqrt{2}} = -18.7 \end{aligned}$$

$$\text{令应力 } S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2} = 111.8 \text{ (MPa)}$$

$$\text{切应力 } \tau = \sqrt{S^2 - \sigma^2} = 108.6 \text{ (MPa)}$$

2. ① 按屈服准则屈服条件:

$$\sigma_1 = 150, \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 50$$

②

$$\bar{\sigma} = \frac{150 - 50}{2} = 50 \text{ (MPa)} < \sigma_s \quad \therefore \text{处于弹性状态}$$

- ② 按密塞斯屈服条件:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{100^2 + 0^2 + 100^2} = 100 \text{ (MPa)} = \sigma_s \quad \therefore \text{处于弹性状态} \end{aligned}$$

3. 根据 Levy-Mises 理论

$$d\varepsilon_{ij} = \sigma'_{ij} d\lambda$$

$$\sigma_m = \frac{1}{3} (-50 - 150 - 350) = -\frac{550}{3} \approx -183$$

$$\sigma'_{ij} = \begin{bmatrix} 133 & 0 & 5 \\ 0 & 33 & 0 \\ 5 & 0 & -167 \end{bmatrix}, \quad d\lambda = \frac{d\varepsilon_x}{\sigma'_x} = \frac{0.1\delta}{133} = 7.52 \times 10^{-4} \delta$$

$$\therefore d\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} 0.1\delta & 0 & 3.8 \times 10^{-3} \delta \\ 0 & 0.02\delta & 0 \\ 3.8 \times 10^{-3} \delta & 0 & -0.13\delta \end{bmatrix}$$

$$4. \sum F_r = \sigma_r h r d\theta + 2\sigma_\theta h dr \sin \frac{\theta}{2} - 2\tau r d\theta dr$$

$$-(\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)h d\theta = 0$$

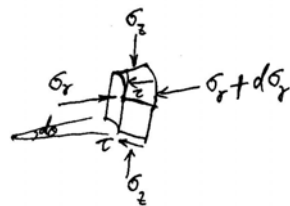
作简图

$$\sigma_\theta h dr - 2\tau r dr - \sigma_r h dr - r h d\sigma_r = 0$$

∵ 假设是均匀变形, 有

$$d\varepsilon_r = d\varepsilon_\theta; \quad \sigma_r = \sigma_\theta$$

$$\text{得} \quad d\sigma_r = -\frac{2\tau}{h} dr$$



由于是滑动摩擦  $\tau = f\sigma_z$   $\therefore \sigma_z = C \cdot \exp(-\frac{2fr}{h})$  ④

由边界条件, 当  $r = \frac{D}{2}$  时,  $\sigma_r = +\sigma_0 \Rightarrow$

接近屈服条件:  $\sigma_r - \sigma_z = \sigma_s \Rightarrow \sigma_z|_{r=\frac{D}{2}} = \sigma_0 + \sigma_s \Rightarrow C = (\sigma_0 + \sigma_s) e^{\frac{fD}{h}}$

$$p = \sigma_z = (\sigma_0 + \sigma_s) \exp\left[\frac{f}{h}(D - 2r)\right]$$

锻粗力:  $F = 2\pi \int_0^{\frac{D}{2}} p r dr = 2\pi(\sigma_0 + \sigma_s) \int_0^{\frac{D}{2}} r \exp\left[\frac{f}{h}(D - 2r)\right] dr$

$$= \frac{-h\pi}{f} (\sigma_0 + \sigma_s) \left[ \frac{D}{2} + \frac{h}{2f} (1 - e^{\frac{fD}{h}}) \right]$$