第 6 章　位错题解

1. 说明面心立方结构的潜在滑移系有 12 个，体心立方结构的潜在滑移系有 48 个。

   解 :面心立方晶体的滑移系是{111}$<1\bar{1}0>$，{111}有四个，每个{111}面上有三个$<1\bar{1}0>$方向，所以共有 12 个潜在滑移系。体心立方晶体的滑移系是{110}$<\bar{1}11>$，{211}$<\bar{1}11>$以及{312}$<\bar{1}11>$。{110}面共有 6 个，每个{110}面上有两个$<\bar{1}11>$方向，这种滑移系共有 12 个潜在滑移系；{211}面有 12 个，每个"211"面上有 1 个$<\bar{1}11>$方向，这种滑移系共有 12 个潜在滑移系；{312}面共有 24 个，每个{312}面上有 1 个$<\bar{1}11>$方向，这种滑移系共有潜在滑移系 24 个，这样，体心立方晶体的潜在滑移系共有 48 个。

2. 单晶体铜受拉伸形变，拉伸轴是[001]，应力为 10^4Pa。求作用在(111)面[$\bar{1}01$]方向的分切应力。

   解：根据 $\tau = \sigma\cos\lambda\cos\varphi$

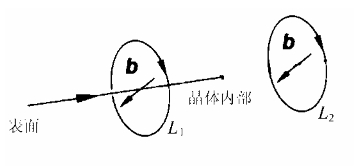
   τ是所求的分且应力，σ是拉伸应力λ是$[001]-[\bar{1}01]$的夹角，φ是$[001]-[111]$的夹角。根据立方系的晶向夹角公式，

   $$\cos\lambda = \frac{1}{\sqrt{1}\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1}\sqrt{1+1+1}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

   故　$\tau = 10^4\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{3}}\,\mathrm{Pa} = 4.08\times10^3\,\mathrm{Pa}$

3. 证明位错线不能终止在晶体内部。

   解：设有一位错 C 终止在晶体内部，如图所示，终点为 A。绕位错 C 作一柏氏回路 L_1，得柏氏矢量 $\boldsymbol{b}$。现把回路移动到 L_2 位置，按柏氏回路性质，柏氏回路在完整晶体中移动，它所得的柏氏矢量不会改变，仍为 $\boldsymbol{b}$。但从另一角度看，L_2 内是完整晶体，它对应的柏氏矢量应为 0。这二者是矛盾的，所以这时不可能的。



4. 一个位错环能否各部分都是螺位错?能否各部分都是刃位错?为什么?

   解：螺位错的柏氏矢量与位错线平行，而一个位错只有一个柏氏矢量，一个位错环不可能与一个方向处处平行，所以一个位错环不能各部分都是螺位错。刃位错的柏氏矢量与位错线垂直，如果柏氏矢量垂直位错环所在的平面，则位错环处处都是刃位错。这种位错的滑移面是位错环与柏氏矢量方向组成的棱柱面，这种位错又称棱柱位错。

5. 单晶体受拉伸形变，拉伸轴是[001]，求对 $\boldsymbol{b}=a[\bar{1}01]/2$ 及 $\boldsymbol{t}$ 平行于$[1\bar{2}1]$的位错滑移和攀移方向所受的力。已知 a=0.36nm。

   解：单位长度位错线在滑移面上所受的力 F 是外加应力场在滑移面滑移方向的分切应力τ与柏氏矢量 b 的乘积：$F_g=\tau b$。在单向拉伸（应力为σ）的情况，$\tau = \sigma\cos\lambda\cos\varphi$。因 $\boldsymbol{b}=a[\bar{1}01]/2$ 及 $\boldsymbol{t}$ 平行于$[1\bar{2}1]$，所以滑移面是(111)，因此，λ是$[001]-[\bar{1}01]$的夹角，φ是

$[001]-[111]$ 的夹角。根据第 1 题的计算知 $\cos\lambda = 1/\sqrt{2}$，$\cos\varphi = 1/\sqrt{3}$；故 $\tau = \sigma/\sqrt{6} = 0.408\sigma$。而 $\boldsymbol{b}$ 的模为 $a\sqrt{2}/2 = 0.36\times10^{-9}\times\sqrt{2}/2 = 2.55\times10^{-10}\,\text{m}$，最后得

$$F_g = \tau b = 0.408\times2.55\times10^{-10}\sigma\ \text{N/m} = 1.04\times10^{-10}\sigma\ \text{N/m}$$

式中 σ 的单位为 Pa。

单位长度位错线在攀移方向上所受的力 F_c 是外加应力场在刃位错半原子面的正应力 σ_c 与柏氏矢量 b 的乘积：$F_c = -\sigma_c b$。因为 $\boldsymbol{b}$ 垂直于位错线，所以讨论的位错是刃位错。其半原子面的法线矢量是 $\boldsymbol{b}$，即为$[\bar{1}01]$，故 $\sigma_c = \sigma\cos^2\varphi' = \sigma/2$。作用在单位长度位错线上的攀移力为

$$F_c = \frac{\sigma}{2}2.55\times10^{-10}\sigma\ \text{N/m} = 1.275\times10^{-10}\sigma\ \text{N/m}$$

式中 σ 的单位为 Pa。

6. 写出距位错中心为 R_1 范围内的位错弹性应变能。如果弹性应变能为 R_1 范围的一倍，则所涉及的距位错中心距离 R_2 为多大?

解：距位错中心为 R_1 范围内的位错弹性应变能为 $E = \frac{Gb^2}{4\pi K}\ln\frac{R_1}{\lambda b}$。

如果弹性应变能为 R_1 范围的一倍，则所涉及的距位错中心距离 R_2 为

$$2\frac{Gb^2}{4\pi K}\ln\frac{R_1}{\lambda b} = \frac{Gb^2}{4\pi K}\ln\frac{R_2}{\lambda b}$$

即 $$R_2 = \frac{R_1^2}{\lambda b}$$

7. 晶体滑移面上存在一个位错环，外力场在其柏氏矢量方向的切应力为 $\tau=10^{-4}G$，此位错环在晶体中能扩张的半径为多大?（用第 5 题的数据）

解：第 5 题的 $b = 2.55\times10^{-10}\,\text{m}$，单位长度位错受力为

$$F = \tau b = 10^{-4}G\times2.55\times10^{-10} = 2.55\times10^{-14}G\quad \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$$

曲率半径为 R 的位错因线张力而施加于单位长度位错线的力 $F_T \approx Gb^2/2R$，当这力和外加应力场对位错的力相等所对应的 R 就是此位错环在晶体中能扩张的半径，故

$$\frac{Gb^2}{2R} = 2.55\times10^{-14}G$$

即 $$R = \frac{(2.55\times10^{-10})^2}{2\times2.55\times10^{-14}} = 1.275\times10^{-6}\,\text{m}$$

8. 面心立方晶体中，把 2 个平行的同号螺位错从 100nm 推近到 8nm 作功多少?已知 a=0.3nm，$G=7\times10^{10}$Pa。

解：两个同号螺位错（单位长度）间的作用力 F 与它们之间的距离 d 的关系为

$$F = \frac{Gb^2}{2\pi d}$$

位错的柏氏矢量 $b = a\sqrt{2}/2 = 0.3\times\sqrt{2}/2\,\text{nm} = 0.212\text{nm} = 2.12\times10^{-10}\,\text{m}$，两螺位错从 100nm

推近到 8nm 作功为

$$W=\int_{d_{11}}^{d_2}\frac{Gb^2}{2\pi d}\mathrm{d}d=\frac{Gb^2}{2\pi}\int_{d_1}^{d_2}\frac{\mathrm{d}d}{d}=\frac{Gb}{2\pi}\ln\frac{d_2}{d_1}$$

$$=\frac{7\times10^{10}\times(0.211\times10^{-10})^2}{2\pi}\ln\frac{100}{8}=0.125\times10^{-10}\,\mathrm{J\cdot m^{-1}}$$

9. 晶体中，在滑移面上有一对平行刃位错，它们的间距该多大才不致在它们的交互作用下发生移动?设位错的滑移阻力(切应力)为 9.8×10^5Pa，ν=0.3，G=5×10^{10}Pa。(答案以 b 表示)

解：两个位错间在滑移方向在单位长度上的作用力为 $F_x^{\mathrm{A}\to\mathrm{B}}=\frac{Gb_{\mathrm{A}}b_{\mathrm{B}}}{2\pi(1-\upsilon)}\frac{x(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}$，现两个位错处于同一个滑移面，所以作用力为 $F_x^{\mathrm{A}\to\mathrm{B}}=\frac{Gb^2}{2\pi(1-\upsilon)}\frac{1}{x}$，其中 x 是两位错的距离。当这个力等于和大于位错滑移需要克服的阻力$\tau_{阻}b$ 时，两个位错就能滑动，所以当

$$x\le\frac{Gb}{2\pi(1-\upsilon)}\frac{1}{\tau_{阻}}$$

时两个位错就会滑动。即

$$x\le\frac{Gb}{2\pi(1-\upsilon)}\frac{1}{\tau_{阻}}=\frac{5\times10^{10}b}{2\pi(1-0.3)}\frac{1}{9.8\times10^5}=1.16\times10^3b$$

两个位错在攀移方向的作用力为 0，所以不论两个位错的间距为何，都不会发生攀移。

10.若空位形成能为 73kJ/mol，晶体从 1000K 淬火至室温（约 300K），b 约为 0.3nm，问刃位错能否攀移?

解：存在不平衡空位浓度使单位长度刃位错受的化学力为 $F_{\mathrm{S}}=\frac{kT}{b^2}\ln\frac{c}{c_0}$，因为 F_{c}=$\sigma_{\mathrm{c}}b$，即刃位错收到的攀移正应力 $\sigma_{\mathrm{S}}=\frac{kT}{b^3}\ln\frac{c}{c_0}$，这个应力达到足够大时位错会发生攀移。在不同温度下空位的平衡浓度为 $c=\exp(-G_f/kT)$，所以，在 1000K 和在 300K 下的空位浓度分别是 $\exp(-G_f/1000k)$ 和 $\exp(-G_f/300k)$。这样，晶体从 1000K 淬火至 300K 刃位错受到的正应力σ_{c}为

$$\sigma_{\mathrm{S}}=\frac{k300}{b^2}\frac{G_f}{k}\left(\frac{1}{300}-\frac{1}{1000}\right)=\frac{300}{(0.3\times10^{-9})^3}\times\frac{73000}{6.02\times10^{23}}\left(\frac{1}{300}-\frac{1}{1000}\right)\mathrm{Pa}=3.14\times10^9\,\mathrm{Pa}$$

这个正应力接近一般金属的理论切变强度，所以位错会发生攀移。

11.当位错的柏氏矢量平行 x 轴，请证明不论位错线是什么方向，外应力场的σ_{zz}分量都不会对位错产生作用力。

解：在外加应力场下单位长度位错线受的滑移方向力和垂直滑移面的力分别为τb 和σb，其中τ是外应力场在位错滑移面滑移方向的分切应力，σ是外应力场在垂直滑移面和柏氏矢量的面上的正应力。可见，位错手里的大小和位错线的取向无关。现在外应力场是σ_{zz}，

没有切应力分量，所以滑移面上所受的力为 0；因位错的柏氏矢量是 x 方向，只有σ_{xx}才能使位错在垂直滑移面方向受力，所以受力亦为 0。

12.当存在过饱和空位浓度时，请证明任意取向的位错环都受一力偶作用，这力偶使位错转动变成纯刃位错。

解：因为一根位错线只有一个柏氏矢量，由此一个任意的位错环某一小段与对面的的一小段必然是反号位错，并且在位错环上一定能找到某一个小段（及其对面的小段）的刃型分量最大，位错环在这两小段之间的中部的刃型分量最小。在过饱和空位作用下，位错受渗透力，位错环相对的两侧所有的渗透力方向相反，对位错环形成力偶，刃型分量最大的位错段受的力偶最大，这个力偶使位错转动，直至位错与柏氏矢量垂直后力偶为 0 为止。这时整个位错环成为刃型位错，如果仍有过饱和空位存在，整根位错攀移。

13.若面心立方晶体(铜)中开动的滑移系为$(111)[\bar{1}01]$

(a)若滑移是由刃位错运动引起的，给出位错线的方向。

(b)若滑移是由螺位错引起的，给出位错线的方向。

(c)如第 5 题的外力作用下，求刃位错及螺位错线受力的大小和方向。a=0.36nm。

解：设位错线方向为[uvw]。

(a)因刃位错线与其柏氏矢量垂直，同时也垂直与滑移面法线，即

$$[\mathrm{uvw}]=[111]\times[\bar{1}01]=[1\bar{2}1]$$

(b)因螺位错与其柏氏矢量平行，故$[\mathrm{uvw}]=[\bar{1}01]$。

(c)位错线受力的大小与位错线取向无关，根据第 5 题条件，位错受力和第 5 题的一样，即单位长度位错受的滑移力F_{g}和攀移力F_{c}分别为$F_{\mathrm{g}}=1.04\times10^{-10}\,\mathrm{Pa}$、$F_{\mathrm{c}}=0.85\times10^{-10}\,\mathrm{Pa}$。

位错线受力的方向垂直于位错线，设其方向与柏氏矢量间的夹角为θ，则

$$\tan\theta=\frac{0.85}{1.04}=0.817\qquad \theta=39.26^{\circ}$$

14.设位错每隔 10^3b 长度有一个割阶，外力场在滑移面滑移方向的分切应力为 5×10^5Pa，求位错在室温（约 300K）下的滑移速度。b=0.3nm，自扩散系数$D_{\mathrm{s}}=0.009\exp(-1.9\mathrm{eV/kT})\mathrm{cm^2\cdot s^{-1}}$。

解：位错的滑移速度 v 取决与割阶的攀移 v_{j} 速度，即

$$v=v_{\mathrm{j}}=\frac{D_{\mathrm{S}}}{b}\exp(\frac{\tau b^2L}{kT})$$

在 300K 下的自扩散系数

$D_{\mathrm{s}}=0.009\exp(-1.9\mathrm{eV/kT})\mathrm{cm^2\cdot s^{-1}}=0.009\exp[-1.9/(8.61\times10^{-5}\times300)]=1.02\times10^{-34}\mathrm{cm^2\cdot s^{-1}}$

$$v=\frac{1.02\times10^{-34}}{0.3\times10^{-7}}\exp\left(\frac{5\times10^5\times(0.3\times10^{-9})^3\times10^3}{1.38\times10^{-23}\times300}\right)=8.64\times10^{-25}\,\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$$

速度如此慢，可以说，这样的应力场下，位错无法滑动。

15.在同一滑移面上有 2 个互相平行的位错，**b** 大小相等，夹角为 30°，这 2 个位错在滑移面上的相互作用力为零时，柏氏矢量和各自位错的夹角是多大？

解：设第一个位错的柏氏矢量与位错线夹角为θ，则另一个位错的柏氏矢量与位错线的夹角为θ+30°。第 1 个位错的螺型分量和刃型分量分别为 $b_{s1}=b\cos\theta$和 $b_{e1}=b\sin\theta$；第 2 个位错的螺型分量和刃型分量分别为 $b_{s2}=b\cos(\theta+30°)$和 $b_{e1}=b\sin(\theta+30°)$。平行直位错的刃型分量和螺型分量之间没有交互作用，故两位错的交互作用力 F 为

$$F=\frac{Gb^2}{2\pi}\left[\cos\theta\cos(\theta+30^\circ)+\frac{1}{(1-\upsilon)}\sin\theta\sin(\theta+30^\circ)\right]$$

要求作用力为 0,即

$$\left[\cos\theta\cos(\theta+30^\circ)+\frac{1}{(1-\upsilon)}\sin\theta\sin(\theta+30^\circ)\right]=0$$

把上式展开、整理

$$\cos\theta[\cos\theta\cos30^\circ-\sin\theta\sin30^\circ]+\frac{\sin\theta}{1-\upsilon}[\sin\theta\cos30^\circ+\cos\theta\sin30^\circ]=0$$

$$\cos^2\theta\cos30^\circ-\cos\theta\sin\theta\sin30^\circ+\frac{1}{1-\upsilon}[\sin^2\theta\cos30^\circ+\sin\theta\cos\theta\sin30^\circ]=0$$

$$\cos^2\theta\cos30^\circ+\frac{1}{1-\upsilon}\sin^2\theta\cos30^\circ+(\frac{1}{1-\upsilon}-1)\sin\theta\cos\theta\sin30^\circ=0$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos^2\theta+\frac{\sqrt{3}}{2(1-\upsilon)}\sin^2\theta+\frac{\upsilon}{2(1-\upsilon)}\sin\theta\cos\theta=0$$

上式两端除以 $\cos^2\theta$，得

$$\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2(1-\upsilon)}\tan^2\theta+\frac{\upsilon}{2(1-\upsilon)}\tan\theta=0$$

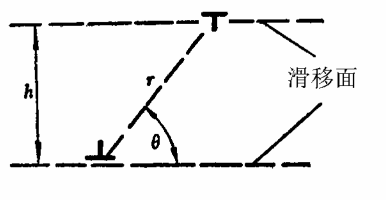
即 $$\tan^2\theta+(\upsilon/\sqrt{3})\tan\theta+(1-\upsilon)=0$$

解上面的一元二次方程：

$$\tan\theta=\frac{-(\upsilon/\sqrt{3})\pm\sqrt{\upsilon^2/3-4(1-\upsilon)}}{2}$$

因为υ是小于 0.5 的数值，所以上式根号中的值一定为负数，tanθ没有实数解，所以不论θ为何值，两个位错间的交互作用力都不会为 0。

16.若两位错的相对位置如图所示，问外力场哪一个应力分量能使两位错在各自滑移面上滑移？问要附加多大的切应力才能使两个位错相对滑过？$G=5\times10^{10}$Pa，两滑移面相距 h=20nm，b=0.35nm，υ=0.3。



解：只有外应力场在滑移面滑移方向的分切应力才会使位错在滑移面上滑动。在平行的滑移面上两个反号位错单位长度的滑动阻力最大值为

$$F_{\max}=\tau_{\max}b=0.25\frac{Gb^2}{2\pi(1-\upsilon)}\frac{1}{h}$$

位错相对滑过要克服两位错的最大相互作用阻力，故应加的切应力τ应大于或等于τ_{max}。即

$$\tau \geq 0.25\frac{Gb}{2\pi(1-\upsilon)}\frac{1}{h} = 0.25\frac{5\times10^{10}\times0.35}{2\pi(1-0.3)100}\mathrm{Pa} = 9.95\times10^{6}\mathrm{Pa}$$

17.设使位错滑移需要克服的阻力(切应力)对铜为 9.8×10^5Pa，对 3%Si-Fe 合金为 1.5×10^8Pa，合金的切变模量 G 分别是 4×10^{10}Pa 以及 3.8×10^{11}Pa。问在表面的低位错密度层有多厚？点阵常数 a_{Cu}=0.36nm，$a_{Fe\text{-}Si}$=0.28nm。

解：由于表面映像力的作用，在表面附近的位错受到的映像力大于或等于位错滑动阻力时，位错就滑出表面，使表面的位错密度降低。以螺位错为例，平行与表面的单位长度位错受的映像力为

$$F_{\mathrm{im}} = \tau_{\mathrm{im}}b = \frac{Gb^2}{4\pi d}$$

其中 d 是位错距表面的距离。$\tau_{\mathrm{im}}\geq\tau_{阻}$时的 d 就是表面的的位错密度层厚度。故

$$d \leq \frac{Gb}{4\pi\tau_{阻}}$$

铜是面心立方结构、铁-硅合金是体心立方结构，故铜和铁-硅合金的柏氏矢量分别是 $0.36/\sqrt{2} = 0.255\mathrm{nm}$ 和 $0.28\sqrt{3}/2 = 0.242\mathrm{nm}$。它们在表面的低位错密度层分别是

铜 $$d = \frac{Gb}{4\pi\tau_{阻}} = \frac{4\times10^{10}\times0.255\times10^{-9}}{4\pi\times9.8\times10^{5}} = 8.28\times10^{-7}\mathrm{m}$$

铁硅合金 $$d = \frac{Gb}{4\pi\tau_{阻}} = \frac{3.8\times10^{11}\times0.242\times10^{-9}}{4\pi\times1.5\times108} = 4.88\times10^{-8}\mathrm{m}$$

18.拉伸试验的应变速度一般是 $1\sim10^{-6}\mathrm{s}^{-1}$，设能动的位错密度为 $10^8\mathrm{cm}^{-2}$，计算位错的平均速度。b=0.3nm。

解：应变速率 $\dot{\gamma}$ 与可动位错密度 ρ_v 及位错平均运动速度 $\bar{v}$ 的关系是 $\dot{\gamma} = \rho_v\bar{v}b$，现 $\dot{\gamma}$ 是 $1-10^{-6}s^{-1}$，故位错平均运动速度为

$$\bar{v} = \frac{\dot{\gamma}}{\rho_v b} = \frac{1}{10^8\times0.3\times10^{7}} \sim \frac{10^{-6}}{10^8\times0.3\times10^{-7}} = (0.33\sim0.33\times10^{-7})\mathrm{cm}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

19.以爆破成形加工工件，应力波持续的时间约 10^{-6}s，若工件变形量为 10%，可动位错密度为 $10^{10}\mathrm{cm}^{-2}$，位错的平均速度多大？b=0.3nm。

解：应力波持续的时间约 10^{-6}s 内工件变形量为 10%，即应变速率 $\dot{\gamma}$ 为

$$\dot{\gamma} = \frac{0.1}{10^{-6}} = 10^5\mathrm{s}^{-1}$$

按上题的讨论，位错平均速度为

$$\bar{v} = \frac{\dot{\gamma}}{\rho_v b} = \frac{10^5}{10^{10}\times0.3\times10^{-7}} = 3.3\times10^2\,\mathrm{cm}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

20.简单立方晶体(100)面有 1 个 ***b***=[$0\bar{1}0$]的刃位错

(a)在(001)面有 1 个 ***b***=[010]的刃位错和它相截，相截后 2 个位错产生弯结还是割阶？

(b)在(001)面有 1 个 ***b***=[100]的螺位错和它相截，相截后 2 个位错产生弯结还是割阶？

解：两位错相割后，在位错留下一个大小和方向与对方位错的柏氏矢量相同的一小段位错，如果这小段位错在原位错的滑移面上，则它是弯结；否则是割阶。为了讨论方便，设(100)面上 ***b***=[$0\bar{1}0$]的刃位错为 A 位错，(001)面上 ***b***=[010]的刃位错为 B 位错，(001)面上 ***b***=[100]的螺位错为 C 位错。

(a)A 位错与 B 位错相割后，A 位错产生方向为[010]的小段位错，A 位错的滑移面是(100)，$[010]\cdot[100]=0$，即小段位错是在 A 位错的滑移面上，所以它是弯结；而在 B 位错产生方向为[$0\bar{1}0$]的小段位错，B 位错的滑移面是(001)，$[0\bar{1}0]\cdot[001]=0$，即小段位错在 B 位错的滑移面上，所以它是弯结。

(b)A 位错与 C 位错相割后，A 位错产生方向为[100]的小段位错，A 位错的滑移面是(100)，$[100]\cdot[100]\neq 0$，即小段位错不在 A 位错的滑移面上，所以它是割阶；而在 C 位错产生方向为[$0\bar{1}0$]的小段位错，C 位错的滑移面是(001)，$[0\bar{1}0]\cdot[001]=0$，即小段位错在 B 位错的滑移面上，所以它是弯结。

21.简单立方晶体(100)面有一个 ***b***=[001]的螺位错。

(a)在(001)面有 1 个 ***b***=[010]的刃位错和它相截，相截后 2 个位错产生弯结还是割阶？

(b)在(001)面有一个 ***b***=[100]的螺位错和它相截，相截后 2 个位错产生弯结还是割阶？

解：和上题的讨论一样。为了讨论方便，设(100)面上 ***b***=[001]的螺位错为 A 位错，(001)面上 ***b***=[010]的刃位错为 B 位错，(001)面上 ***b***=[100]的螺位错为 C 位错。

(a)A 位错与 B 位错相割后，A 位错产生方向为[010]的小段位错，A 位错的滑移面是(100)，$[010]\cdot[100]=0$，即小段位错是在 A 位错的滑移面上，所以它是弯结；而在 B 位错产生方向为[001]的小段位错，B 位错的滑移面是(001)，$[001]\cdot[001]\neq 0$，即小段位错不在 B 位错的滑移面上，所以它是割阶。

(b)A 位错与 C 位错相割后，A 位错产生方向为[100]的小段位错，A 位错的原滑移面是(100)，$[100]\cdot[100]\neq 0$，即小段位错不在 A 位错原来的滑移面上，但在(010)面上，它也是 C 位错的滑移面，所以它是弯结；而在 C 位错产生方向为[001]的小段位错，C 位错的原滑移面是(001)，$[001]\cdot[001]\neq 0$，即小段位错不在 C 位错的原滑移面上，但它在(010)面上，它也是 C 位错的滑移面，所以它是弯结。

22.晶粒直径为 50μm，若在晶界萌生位错所需的应力约为 $G/10$，晶粒中有位错源，问要多大的外力才能使晶界萌生位错？塞积群中位错很多时，可以假设塞积群长度和位错源到领头位错的距离相同。b=0.3nm。

解：在位错塞积群前沿有应力集中，如果塞积群的位错数目为 n，则应力集中可大约为外应力的 n 倍。当外应力为τ_0、位错群塞积长度为 L 时，塞积群位错数目为

$$n=\frac{\pi(1-\upsilon)L\tau_0}{Gb}$$

当应力集中达到晶界萌生位错所需的应力(G/10)时，则会在晶界萌生位错。即

$$n\tau_0=\frac{\pi(1-\upsilon)L\tau_0^2}{Gb}\geq\frac{G}{10}$$

时会萌生位错，故外加应力

$$\tau_0\geq G\left(\frac{b}{10\pi(1-\upsilon)L}\right)^{1/2}=G\left(\frac{0.3\times10^{-9}}{10\pi(1-0.3)\times50\times10^{-6}}\right)^{1/2}=5.22\times10^{-4}G$$

晶界会萌生位错。

23.设三维位错密度ρ=10^6～10^7cm/cm^3，粗略假设位错源开动是塑性变形的开始，估算 Pb、Cu、Al 和 Ni 开始塑性变形的应力。已知它们的切变模量分别是 Al：2.6×10^{10}Pa；Cu：4×10^{10}Pa；Pb：0.5×10^9Pa；Ni：7.9×10^{10}Pa。点阵常数分别是 Al：0.40nm；Cu：0.36nm；Pb：0.49nm；Ni：0.35nm。

解：长度为 l 的位错源开动所需的切应力约为

$$\tau=\frac{Gb}{l}$$

可以把三维位错网络的结点之间的距离视为位错源的长度，三维位错网络密度可近似为二维位错密度ρ_s。这样位错结点间距约为$\sqrt{1/\rho_s}$，故位错源的长度$l\approx\sqrt{1/\rho}=(10^{-3}\sim10^{-3.5})$ cm。

所讨论的金属都是面心立方结构，$b=a/\sqrt{2}$，根据它们的 a 计算 b，得

Al，b=0.283nm；Cu，b=0.255nm；Pb，b=0.346nm；Ni，b=0.247nm。它们位错源开动所需的应力为

Al，$$\tau=\frac{Gb}{l}=\frac{2.6\times10^{10}\times0.283\times10^{-9}}{10^{-5}}=0.736\times10^6\,\text{Pa}$$

Cu，$$\tau=\frac{Gb}{l}=\frac{4\times10^{10}\times0.255\times10^{-9}}{10^{-5}}=1.02\times10^6\,\text{Pa}$$

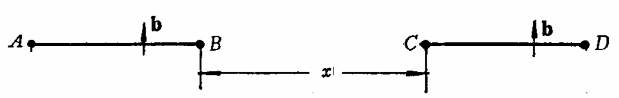
Pb，$$\tau=\frac{Gb}{l}=\frac{0.5\times10^{9}\times0.346\times10^{-9}}{10^{-5}}=0.173\times10^6\,\text{Pa}$$

Ni，$$\tau=\frac{Gb}{l}=\frac{7.9\times10^{10}\times0.247\times10^{-9}}{10^{-5}}=1.9\times10^6\,\text{Pa}$$

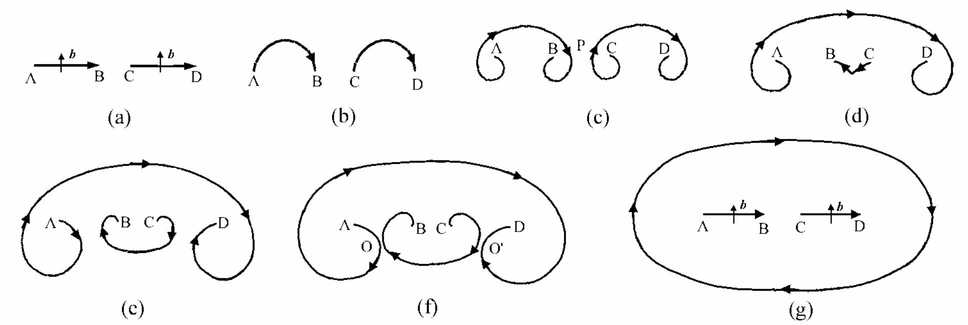
24.下图表示在同一直线上有柏氏矢量相同的 2 个同号刃位错 AB 和 CD，距离为 x，他们作 F-R 源开动。

(a)画出这 2 个 F-R 源增殖时的逐步过程，二者发生交互作用时，会发生什么情况？

(b)若 2 位错是异号位错时，情况又会怎样？



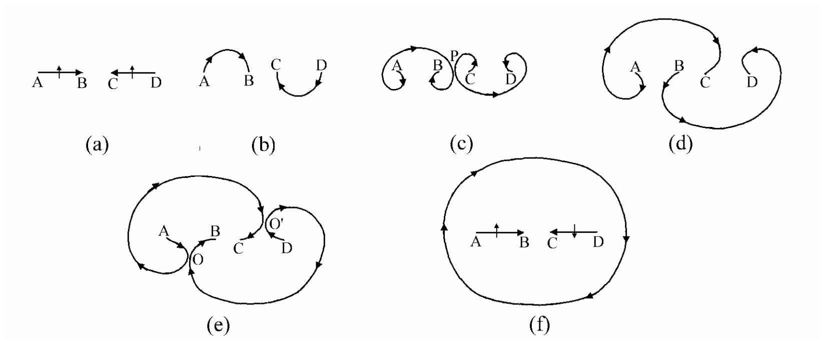
解：(a)两个位错是同号，当位错源开动时，两个位错向同一方向拱弯，如下图(b)所示。在外力作用下，位错继续拱弯，在相邻的位错段靠近，它们是反号的，互相吸引，如上图(c)中的 P 处所示。两段反号位错相吸对消后，原来两个位错连接一起，即形成 AD 位错，余下一段位错，即 BC 位错，这段位错和原来的位错反号，如上图(d)所示。在外力作用下，BC 位错也作位错源开动，但它的拱弯方向与原来的相反，如上图(e)所示。两



根位错继续拱弯在如图(f)的 O 及 O'处再相遇，因为在相遇处它们是反号的，所以相吸对消。最后，放出一个大位错环，并回复原来的 AB 和 CD 两段位错，如上图(g)所示。这个过程不断重复增值位错。

(b)两个位错是反号，当位错源开动时，两个位错向相反方向拱弯，如下图(b)所示。在外力作用下，位错继续拱弯，在相邻的位错段靠近，它们是反号的，互相吸引，如下图(c)中的 P 处所示。两段反号位错相吸对消后，即形成 AC 和 BD 位错，如下图(d)所示。AC 和 BD 位错继续滑动，它们在下图(e)的 O 及 O'处又相遇，在相遇处的位错也是反号的。反号位错相吸并对消，放出一个大位错环，同时恢复原来的 AB 和 CD 两段位错，如下图(f)所示。这个过程不断重复增值位错。

上述过程是两段位错间的距离 x 不是很大的情况下发生的，如果 x 很大，两个位错单独作为位错环开动，他们各自放出一个位错环，然后两个位错再合并成一个大位错环。



25.在 f.c.c 结构中，下面的 2 个位错反应 $a[\bar{1}10]/2+a[101]/2$ 及 $a[\bar{1}10]/2+a[110]/2$，哪一个能进行？对于后一个反应，2 个位错和$[1\bar{2}1]$平行，假设位错心部能量为位错弹性应应变能的 1/10，υ=1/3，这时又会怎样？

解：$a[\bar{1}10]/2+a[101]/2\to a[011]/2$，式中三个位错的柏氏矢量平方都等于 $a^2/2$，根据位错反应的 Frank 判据，反应式左端柏氏矢量的平方和大于右端的柏氏矢量平方，所以位错反应是可行的。

$a[\bar{1}10]/2+a[110]/2\to a[010]$，反应式左端柏氏矢量的平方和与右端的柏氏矢量平方都等于 a^2，不能直接根据位错反应的 Frank 判据来判定位错是否能反应，所以应进一步分析。因为位错都平行于[011]，$a[\bar{1}10]/2$ 位错及 $a[110]/2$ 与[011]的夹角均为 60°，他们的螺型分量为 $(a\sqrt{2}/2)\cos 60^\circ = a\sqrt{2}/4$，刃型分量为 $(a\sqrt{2}/2)\sin 60^\circ = a\sqrt{6}/4$，这两个位错的总能量是

$$\frac{Ga^2}{4\pi}\ln\frac{R}{r_0}[\frac{2}{16}\times 2+\frac{6}{16}\frac{1}{(1-1/3)}\times 2]=\frac{Ga^2}{4\pi}\ln\frac{R}{r_0}\times\frac{11}{8}$$

反应后生成的 $a[010]$位错，它和[011]的夹角是 45°，其刃型分量和螺型分量均为 $a\cos 45^\circ = a\sqrt{2}/2$，这位错的能量为

$$\frac{Ga^2}{4\pi}\ln\frac{R}{r_0}[\frac{2}{4}+\frac{2}{4}\frac{1}{(1-1/3)}]=\frac{Ga^2}{4\pi}\ln\frac{R}{r_0}\times\frac{5}{4}$$

因$11/8>5/4$，所以反应是可行的。

26.证明面心立方结构中，如果 $a[100]$位错是纯螺位错，下式的反应是可行的：$a[110]/2+a[1\bar{1}0]/2\to[100]$。如果是纯刃位错则是不可行的。若 $a[110]/2$ 位错滑移运动，上式反应在哪些面上进行?

解：按照 Frank 判据讨论，因为 $a[110]/2+a[1\bar{1}0]/2\to a[100]$反应的两端的柏氏矢量平方和都等于 a^2，无法确定反应是否能进行。但是，如果[100]位错是纯螺位错，则左端的两个位错不可能都是纯螺位错，考虑到它们有刃型分量，它们的能量比螺型的高，即反应前的能量比反应后的高，所以反应是可行的；同理，如果[100]位错是纯刃位错，则左端的两个位错不可能都是纯刃位错，考虑到它们有螺型分量，它们的能量比刃型的低，即反应前的能量比反应后的低，所以反应是不可行的。上面的讨论是没有考虑晶体学的具体情况得出的，事实上，因为面心立方的滑移面是{111}，所以，在 $a[110]/2+a[1\bar{1}0]/2\to[100]$反应中，$a[110]/2$ 位错应在$(\bar{1}11)$上，$a[1\bar{1}0]/2$ 位错应在(111)面上，两位错反应生成的位错的取向只能是$(\bar{1}11)$面和(111)面的交线方向，即在$[0\bar{1}1]$方向上，而反应后的位错的柏氏矢量是[100]，它永远不可能是纯螺或纯刃位错。

27.写出位错反应 $a[01\bar{1}]/2+a[2\bar{1}1]/2$ 的反应结果，这个反应能否进行？形成的位错能不能滑动？为什么？

解：$a[01\bar{1}]/2+a[2\bar{1}1]/2\to a[100]$，根据位错反应的 Frank 判据，反应式左端的柏氏矢量平方和为 $a^2/2+a^2 3/2=2a^2$，而右端的柏氏矢量平方为 a^2，因 $2a^2>a^2$，所以反应可以

进行。$a[01\bar{1}]/2$ 位错的滑移面是 (111)，$a[2\bar{1}1]/2$ 位错的滑移面是 $(11\bar{1})$，所以反应生成的位错线在 (111) 与 $(11\bar{1})$ 的交线 $[\bar{1}10]$ 上，这个位错的滑移面是(001)，它不是面心立方容易滑移的滑移面，所以不易滑动。

28.有一反应：$a[10\bar{1}]/2 \to a[11\bar{2}]/6 + a[2\bar{1}\bar{1}]/6$。设 2 个 Shockley 部分位错的间距为 d

(a)若 $a[10\bar{1}]/2$ 是纯刃位错，计算两个 Shockley 部分位错间的作用力；若 $a[10\bar{1}]/2$ 是螺位错，作用力又是多少？

(b)设层错能 $\gamma=10^{-6}$J/cm^2，$G=7\times10^{10}$Pa，点阵常数为 0.3nm，$\upsilon=1/3$。求上述两部分位错的扩展宽度。

(c)问把这扩展位错从平衡距离拉到 2nm，要做功多少？

解：两个 Shockley 部分位错的柏氏矢量间夹角为 120°。并且 $[11\bar{2}]$ 与 $[10\bar{1}]$ 的夹角为 30°。

(a)若 $a[10\bar{1}]/2$ 是纯刃位错，则分解前的位错的柏氏矢量与位错线的夹角 φ 应为 90°。两个间距为 d 单位长度的 Shockley 部分位错间的作用力 F 为

$$F=\frac{Gb^2}{8\pi d}\frac{2-\upsilon}{1-\upsilon}(1-\frac{2\nu\cos2\varphi}{2-\upsilon})$$

故作用力为

$$F=\frac{Gb^2}{8\pi d}\frac{2-\upsilon}{1-\upsilon}(1-\frac{2\nu\cos(2\times90^\circ)}{2-\upsilon})=\frac{Gb^2}{8\pi d}\frac{2-\upsilon}{1-\upsilon}(1+\frac{2\upsilon}{2-\upsilon})=\frac{Gb^2}{8\pi g}\frac{2+\upsilon}{1-\upsilon}$$

若 $a[10\bar{1}]/2$ 是纯螺位错，则分解前的位错的柏氏矢量与位错线的夹角 φ 应为 0°。两个间距为 d 单位长度的 Shockley 部分位错间的作用力 F 为

$$F=\frac{Gb^2}{8\pi d}\frac{2-\upsilon}{1-\upsilon}(1-\frac{2\nu\cos0^\circ}{2-\upsilon})=\frac{Gb^2}{8\pi d}\frac{2-\upsilon}{1-\upsilon}(1-\frac{2\upsilon}{2-\upsilon})=\frac{Gb^2}{8\pi d}\frac{2-3\upsilon}{1-\upsilon}$$

(b)位错间的斥力大小和层错能的大小相等时两部分位错处于平衡，故位错的扩展的平衡宽度 d_0 为

$$d_0=\frac{Gb^2}{8\pi\gamma}\frac{2-\upsilon}{1-\upsilon}(1-\frac{2\nu\cos2\varphi}{2-\upsilon})$$

因为讨论的是面心立方结构，$b=a\sqrt{2}/2=0.3\sqrt{2}/2\,\text{nm}=0.212\text{nm}$。当 $a[10\bar{1}]/2$ 是纯刃位错时

$$d_0=\frac{Gb^2}{8\pi\gamma}\frac{2+\upsilon}{1-\upsilon}=\frac{7\times10^{10}\times(0.212\times10^{-9})^2}{8\pi\times10^{-2}}\frac{2+1/3}{1-1/3}$$

$$=\frac{7\times10^{10}\times(0.212\times10^{-9})^2}{8\pi\times10^{-2}}\times3.5=4.38\times10^{-8}\,\text{m}$$

当 $a[10\bar{1}]/2$ 是纯螺位错时

$$d_0=\frac{Gb^2}{8\pi\gamma}\frac{2-3\upsilon}{1-\upsilon}=\frac{7\times10^{10}\times(0.212\times10^{-9})^2}{8\pi\times10^{-2}}\frac{2-1}{1-1/3}$$

$$=\frac{7\times10^{10}\times(0.212\times10^{-9})^2}{8\pi\times10^{-2}}\times1.5=1.88\times10^{-8}\,\text{m}$$

(c)位错间的作用力是斥力，并随位错间的距离 d 而变，把位错推近要作功，位错间的距离减小，减少总的层错能。所以，把两位错从平衡距离 d_0 推近至 d，作的总功ΔW 为

$$\Delta W=\int_d^{d_0}(F-\gamma)\mathrm{d}d=\int_d^{d_0}[\frac{Gb^2}{8\pi d}\frac{2-\upsilon}{1-\upsilon}(1-\frac{2\upsilon\cos 2\varphi}{2-\upsilon})-\gamma]\mathrm{d}d$$

$$=\frac{Gb^2}{8\pi}\frac{2-\upsilon}{1-\upsilon}(1-\frac{2\upsilon\cos 2\varphi}{2-\upsilon})\ln\frac{d_0}{d}-\gamma(d_0-d)$$

当 $a[10\bar{1}]/2$ 是纯刃位错时，d_0=4.38×10^{-8}m

$$\Delta w=\frac{Gb^2}{8\pi}\frac{2+\upsilon}{1-\upsilon}\ln\frac{3.75\times10^{-8}}{2\times10^{-9}}-10^{-2}(4.38\times10^{-8}-2\times10^{-9})$$

$$=\frac{7\times10^{10}\times(0.212\times10^{-9})^2}{8\pi}\frac{2+1/3}{1-1/3}\ln\frac{37.5}{2}-10^{-2}(4.38\times10^{-8}-2\times10^{-9})]\mathrm{J}$$

$$=4.38\times10^{-10}\times2.93-4.18\times10^{-10}\,\mathrm{J}=8.65\times10^{-10}\,\mathrm{J}$$

当 $a[10\bar{1}]/2$ 是纯螺位错时，d_0=1.88×10^{-8}m

$$\Delta w=\frac{Gb^2}{8\pi}\frac{2-3\upsilon}{1-\upsilon}\ln\frac{2.5\times10^{-8}}{2\times10^{-9}}-10^{-2}(1.88\times10^{-8}-2\times10^{-9})$$

$$=\frac{7\times10^{10}\times(0.212\times10^{-9})^2}{8\pi}\frac{2-1}{1-1/3}\ln\frac{25}{2}-10^{-2}(1.88\times10^{-8}-2\times10^{-9})]\mathrm{J}$$

$$=1.88\times10^{-10}\times2.53-1.68\times10^{-10}\,\mathrm{J}=3.07\times10^{-10}\,\mathrm{J}$$

29.以螺位错为例，计算 Al、Ni 和 Cu 的扩展位错的平衡宽度。切变模量见第 23 题，层错能数据见 6.8.1 节。

解：扩展位错的平衡宽度为

$$d_0=\frac{Gb^2}{8\pi\gamma}\frac{2-\upsilon}{1-\upsilon}(1-\frac{2\upsilon\cos 2\varphi}{2-\upsilon})$$

因为讨论的是螺位错，φ=0°，上式变为

$$d_0=\frac{Gb^2}{8\pi\gamma}\frac{2-\upsilon}{1-\upsilon}(1-\frac{2\upsilon}{2-\upsilon})$$

Al、Ni 和 Cu 的层错能γ分别是 200×10^{-3}J/m^2、400×10^{-3}J/m^2 和 73×10^{-3}J/m^2；切变模量 G 分别是 2.6×10^{10}Pa、7.9×10^{10}Pa 和 4×10^{10}Pa，点阵常数分别是 0.40nm、0.35nm 和 0.36nm；泊松比υ分别是 0.4、0.4、0.36。Al、Ni 和 Cu 都是面心立方结构，$b=a\sqrt{2}/2$，因此他们的柏氏矢量分别是 0.283、0.247 和 0.255nm，故他们的层错扩展宽度 d_0 分别是

Al： $d_0=\frac{2.6\times10^{10}\times(0.283\times10^{-9})^2}{8\pi\times200\times10^{-3}}\frac{2-0.4}{1-0.4}(1-\frac{2\times0.4}{2-0.4})\mathrm{m}=5.52\times10^{-10}\,\mathrm{m}$

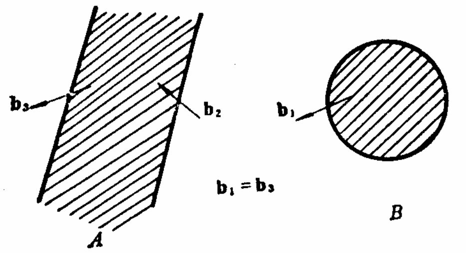
Ni： $d_0=\frac{7.9\times10^{10}\times(0.247\times10^{-9})^2}{8\pi\times400\times10^{-3}}\frac{2-0.4}{1-0.4}(1-\frac{2\times0.4}{2-0.4})\mathrm{m}=6.39\times10^{-10}\,\mathrm{m}$

Cu： $d_0=\frac{4\times10^{10}\times(0.255\times10^{-9})^2}{8\pi\times73\times10^{-3}}\frac{2-0.36}{1-0.36}(1-\frac{2\times0.36}{2-0.36})\mathrm{m}=2.03\times10^{-9}\,\mathrm{m}$

Al 和 Ni 的扩展距离和原子间距相当，所以，它们实质上是没有扩展的。

30.图 6-68 中 A 是面心立方结构中的扩展位错，B 是封闭的位错环，它的柏氏矢量和 A 左边的部分位错的相同。A 和 B 向左移动时，不改变其形状和尺寸，问位错扫过后滑移面两侧原子的移动方式是否相同？

解：A 扩展位错向左移动时，滑移面上下两侧原子相对跳动 $\boldsymbol{b}_3$ 然后跳动 $\boldsymbol{b}_2$，即移动后滑移面两侧原子总跳动了 $\boldsymbol{b}_3+\boldsymbol{b}_2$;而 B 位错环向左移动时，滑移面上下两侧原子相对跳动 $\boldsymbol{b}_1$ 然后再跳动 $-\boldsymbol{b}_1$，即位错环移动后滑移面两侧原子复原，好像没有发生跳动。



31.AB 是 B_2 型有序结构

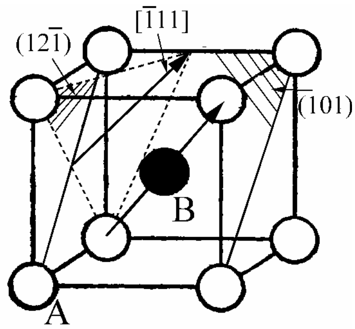
(a)画出垂直于(101)并包含[$\bar{1}$11]方向的面的原子排列。

(b)利用上图画出一个纯刃位错，它的滑移面为(101)，$\boldsymbol{b}=a\,[\bar{1}11]/2$。

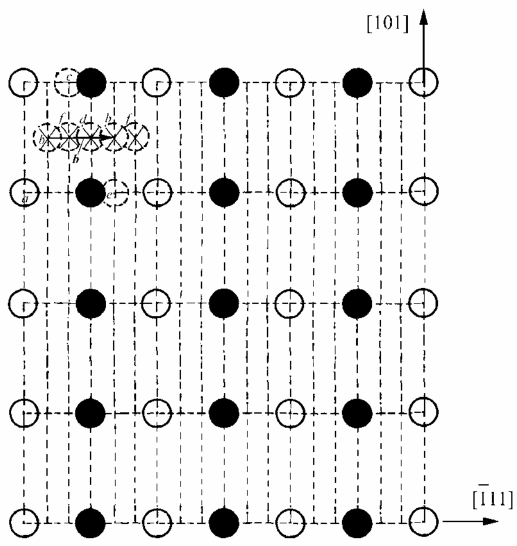
(c)位错移动后是如何破坏有序排列的？

(d)若此时有序合金中有一对平行的同号位错，它们一起移动会有什么效果？试推测这对位错是否稳定。

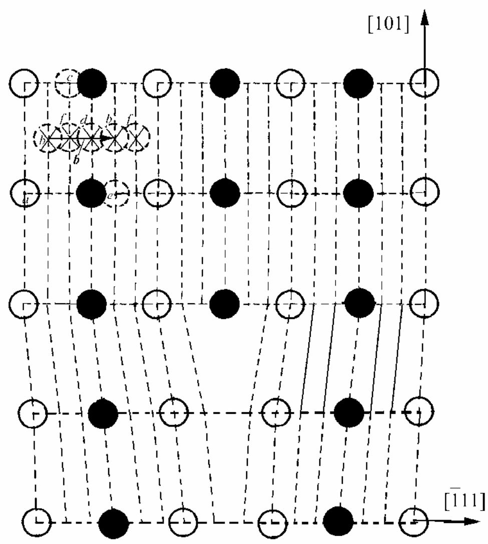
解：B_2 结构的单胞如右图所示。它可看作是又 A 和 B 的简单立方点阵穿插而成。



(a)(101)面的法线是[101]方向，垂直于(101)并包含[$\bar{1}$11]方向的面是含[101]和[$\bar{1}$11]的面，即(12$\bar{1}$)面，如右图所示。(12$\bar{1}$)面的原子排列如下左图所示。(12$\bar{1}$)面是按每 6 层重复排列，以…*abcdefabcdef*…表示排列顺序，在图中把其余 5 层的投影位置(只用一个或两个原子位置)表示出来。其中虚线的⊗表示 B 原子，虚线的O表示 A 原子。



(12$\bar{1}$)



(12$\bar{1}$)

(b)上右图是在$(12\bar{1})$看滑移面为(101)，$\boldsymbol{b}=a[\bar{1}11]/2$ 的纯刃位错的原子排列情况。这刃位错是抽去了 3 排半原子面而成。

(c)从上右图看出，滑移面为(101)，$\boldsymbol{b}=a[\bar{1}11]/2$ 的纯刃位错使半原子面的下侧已经是层错，如果位错移动更会在滑移面上产生层错，引起很大的能量增加，所以同是不稳定的。

(d)如果有有一对平行的这样的同号位错组成一个超位错，即抽除 6 层原子面。这样的位错的能量比单个位错存在时的能量大，但它存在时不会产生层错，在滑动后也不产生层错，它就有可能稳定存在。