

# 第四节 位错的应力场

## 一、位错应力场

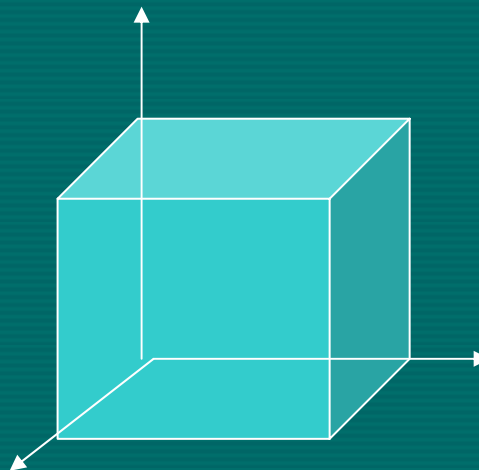
### 1. 位错的连续介质模型

#### (1) 应力分量

$$\begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix}$$

第1个下标表示应力作用面的外法线方向，

第2个下标表示应力指向



## (2).应变分量

与六个独立应力分量对应，有六个独立应变分量

直角坐标系中：

三个正  
应变分量

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \end{array} \right.$$

三个切  
应变分量

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{array} \right.$$

柱坐标系中：

三个正  
应变分量

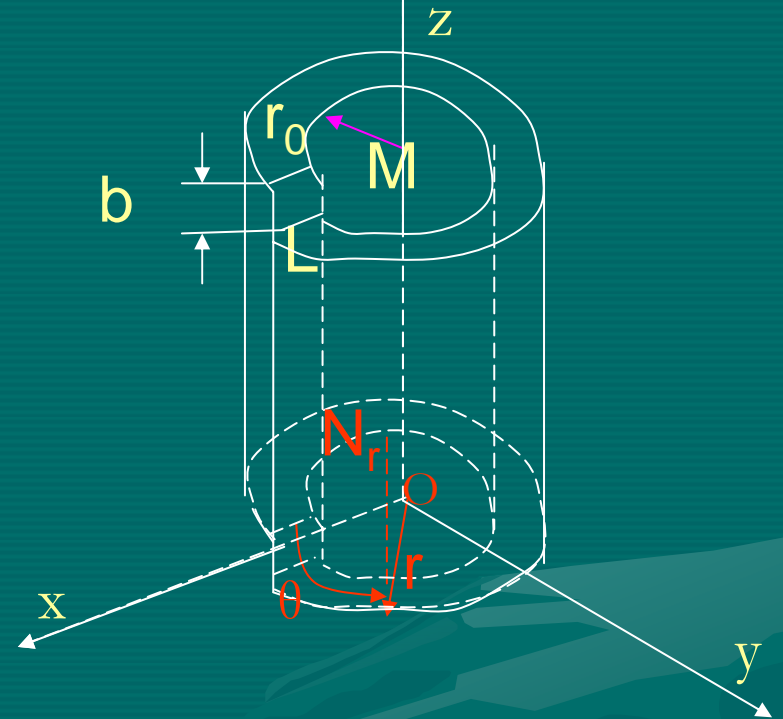
$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{rr} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \varepsilon_{zz} \end{array} \right.$$

三个切  
应变分量

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_{r\theta} \\ \gamma_{rz} \\ \gamma_{\theta z} \end{array} \right.$$

## 2.螺形位错的应力场

圆柱体的应力场与位错线在 $z$ 轴，柏氏矢量为 $b$ ，滑移面为 $xOz$ 的螺型位错周围的应力场相似：对圆柱体上各点产生两种切应变，即



螺型位错的连续介质模型

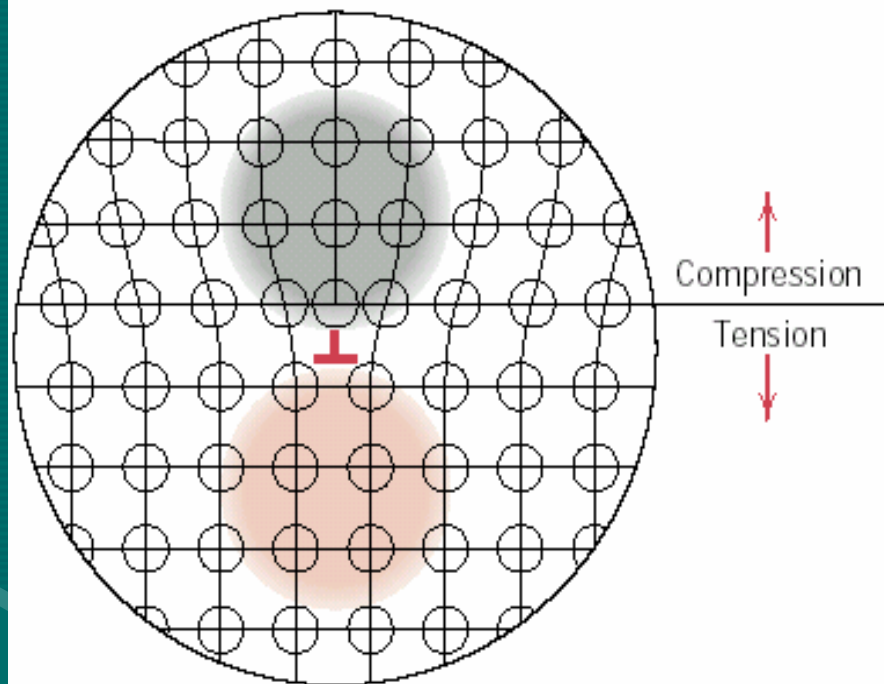
$\gamma_{\theta z}$ 与 $\gamma_{z\theta}$ ，且 $\gamma_{\theta z} = \gamma_{z\theta}$ ，

$$\gamma_{\theta z} = \frac{b}{2\pi r}, \text{由虎克定律知,} \quad \tau_{\theta z} = \tau_{z\theta} = G \gamma_{\theta z} = \frac{Gb}{2\pi r},$$

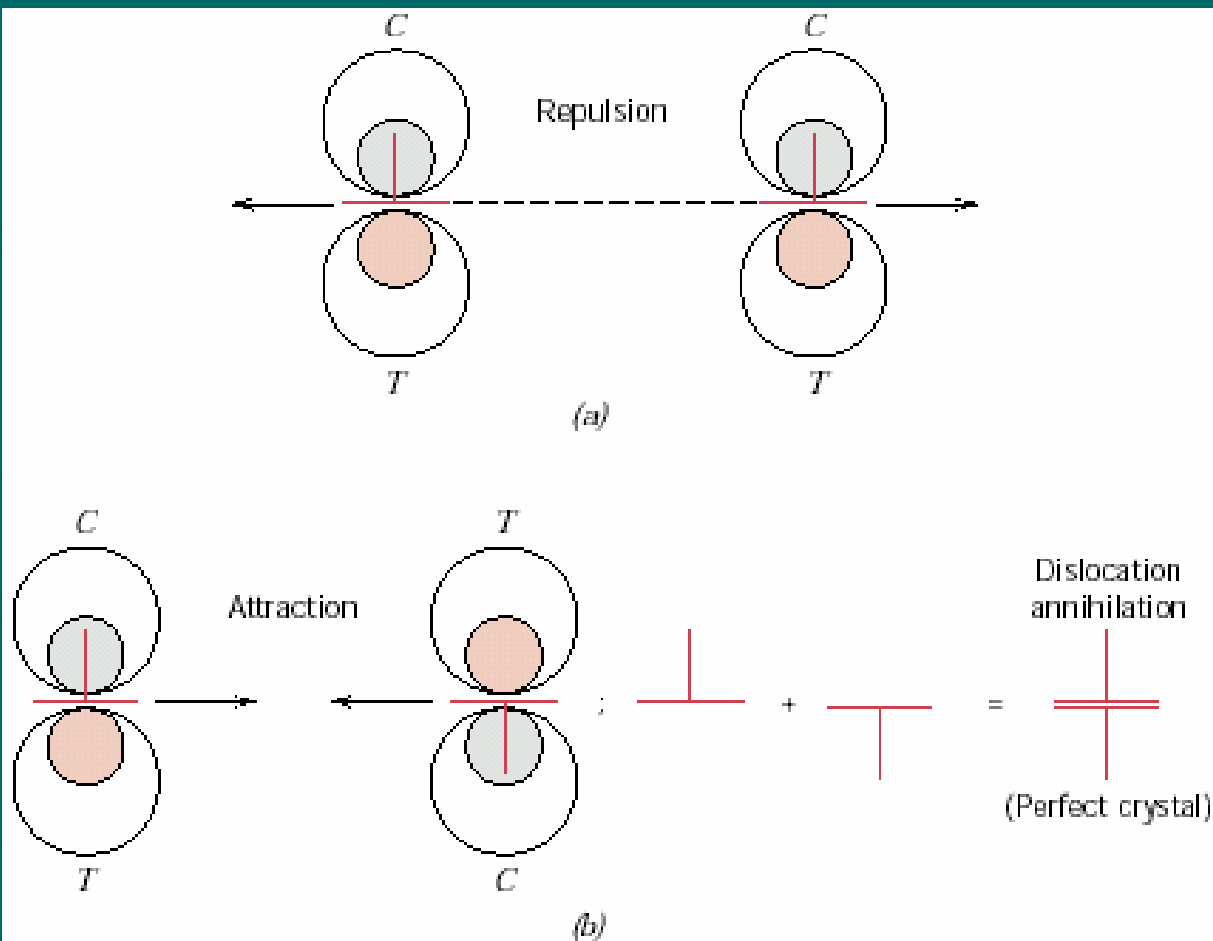
式中： $G$ 为切变模量，其它应力分量均为 0，即

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{rr} = \sigma_{zz} = 0$$

$$\tau_{\theta r} = \tau_{r\theta} = \tau_{zr} = \tau_{rz} = 0$$



**FIGURE 8.4** Regions of compression (dark) and tension (colored) located around an edge dislocation. (Adapted from W. G. Moffatt, G. W. Pearsall, and J. Wulff, *The Structure and Properties of Materials*, Vol. I, *Structure*, p. 85. Copyright © 1964 by John Wiley & Sons, New York. Reprinted by permission of John Wiley & Sons, Inc.)



**FIGURE 8.5** (a) Two edge dislocations of the same sign and lying on the same slip plane exert a repulsive force on each other; *C* and *T* denote compression and tensile regions, respectively. (b) Edge dislocations of opposite sign and lying on the same slip plane exert an attractive force on each other. Upon meeting, they annihilate each other and leave a region of perfect crystal. (Adapted from H. W. Hayden, W. G. Moffatt, and J. Wulff, *The Structure and Properties of Materials*, Vol. III, *Mechanical Behavior*, p. 75. Copyright © 1965 by John Wiley & Sons, New York. Reprinted by permission of John Wiley & Sons.)

螺型位错的应力场中没有正应力分量，只有两个切应力分量，且其大小只与r有关，而与 $\theta$ ，z无关。即螺型位错应力场是轴对称的。  
注：公式不适用于位错中心处。

采用直角坐标系时，螺型位错应力场表达式：

$$\begin{aligned}\tau_{xz} &= \tau_{zx} = -\frac{Gb}{2\pi} \cdot \frac{y}{(x^2 + y^2)} \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \frac{Gb}{2\pi} \cdot \frac{x}{(x^2 + y^2)} \\ \sigma_{xx} &= \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \tau_{xy} = \tau_{yx} = 0\end{aligned}$$

## 二、位错应变能

(1) 螺位错  $E = \alpha Gb^2$

说明：

- 1) 位错线能量与 $b^2$ 成正比，晶体那些地方最容易形成位错， $b$ 愈小，能量愈低，位错愈稳定；
- 2) 由于位错存在弹性应变能，所以整个位错如同表面张力，尽可能使自己趋向缩短，以便减小这种能量，即弯曲位错线变直，环形位错线收缩以至消失。

## (2) 刃位错

$$E = \frac{Gb^2}{4\pi(1-\mu)} \ln \frac{r_1}{r_0} = \alpha Gb^2$$

刃位错应变能高

对螺位错  $\alpha$  在0.5- 1之间

对刃位错  $\alpha = 1$

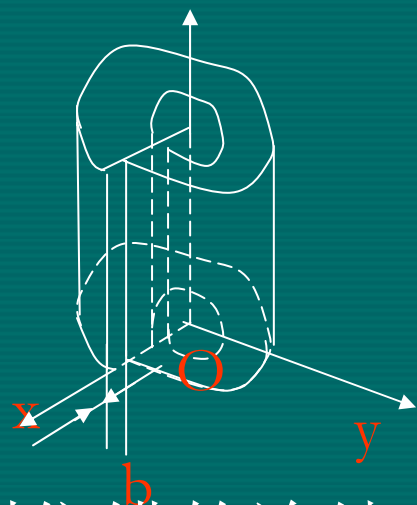


### 三.位错的线张力

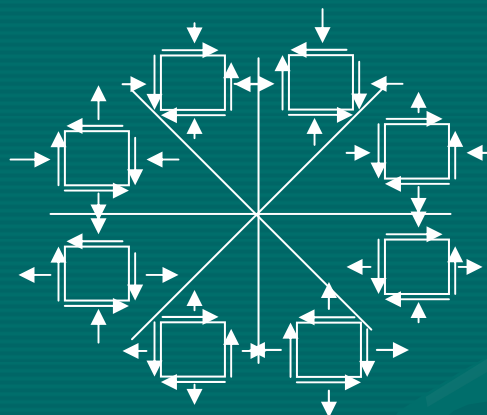
弹性应变能是单位长度位错线的应变能，位错的总能量正比于其长度，即位错有尽量缩短其长度的趋势，如同液体为缩小其表面能而产生表面张力一样，位错也存在为缩短位错线的长度而产生的线张力 $T$ 。



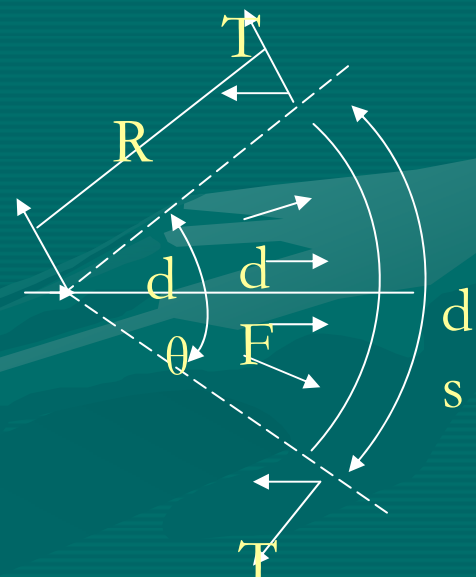
位错网络



刃型位错的连续介质模型



刃型位错的应力场示意图



位错的线张力