2009年硕士学位研究生入学考试试题

考试科目:材料力学

使用单位:中国科学技术大学 中国科学院部分院所

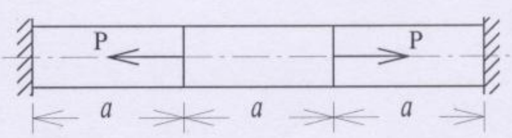
所有试题答案写在答题纸上，答案写在试卷上无效

一、简要回答下列问题（每小题 6 分，共 30 分）

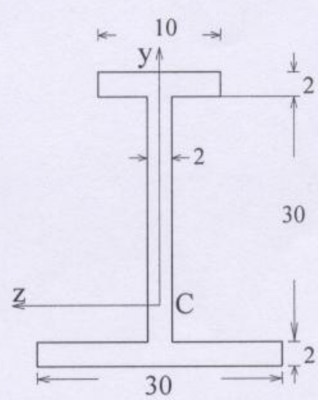
1. 何谓正应力，何谓剪应力？
2. 何谓圆轴扭转的平面假设？
3. 何谓材料的屈服极限，何谓材料的$\sigma_{0.2}$？
4. 何谓材料的持久极限，何谓构件的持久极限？
5. 试简要阐述开口和闭口薄壁杆件自由扭转时横截面上的剪应力分布特征。

二、简单计算题（共 55 分）

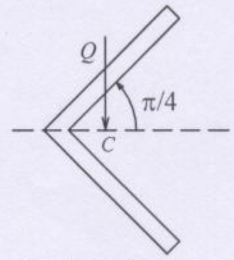
1. 等截面直杆受到如图所示的约束，试确定图示载荷作用下的轴力图（10分）。



2. 试求出如图所示截面的形心主惯性矩 I_z（10分）。

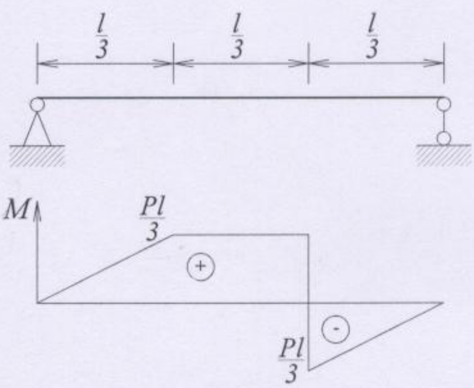


3．角钢悬臂梁在自由端承受集中载荷，梁的截面形状及集中力的作用方向如下图所示，试说明产生何种变形，材料力学中对这样的情况如何处理(用图和公式表示)？(10 分)

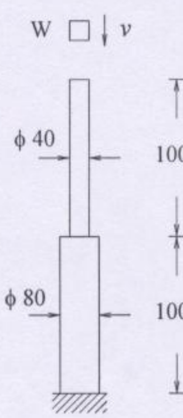


（C 为几何中心）

4．已知梁的弯矩图，试作梁的载荷图和剪力图（10 分）。

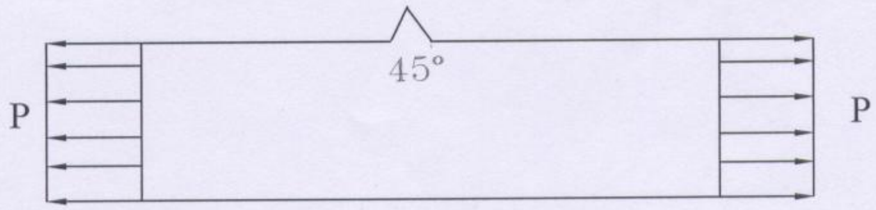


5．尺寸如图 7 所示的圆木桩，底部固定，顶部受重力为 W = 20 N 的重锤作用，重锤刚接触木桩时速度为 3 m/s。求桩内的最大正应力。已知木材的弹性模量 E = 10 Gpa（15 分）。

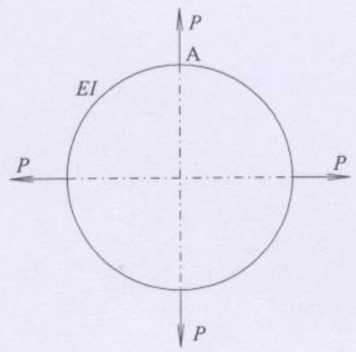


三、计算题（共 65 分）

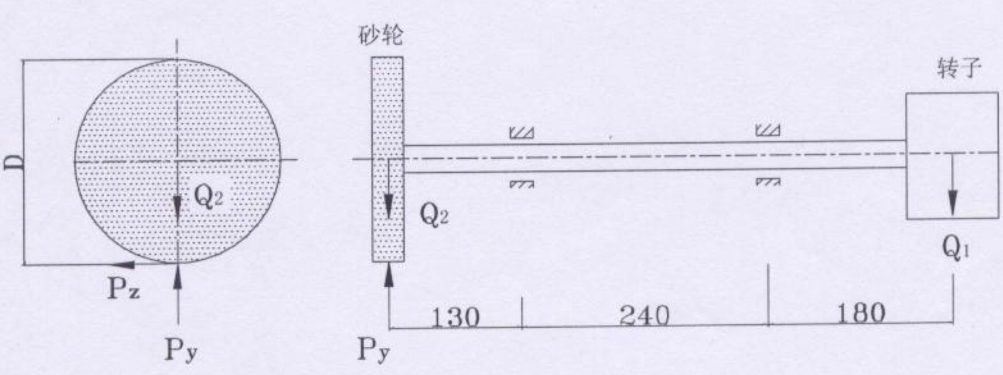
1. 如图所示带有尖角的板，两端受均布载荷的作用，试求证尖点 A 的应力状态为零应力状态（20 分）。



2. 沿圆环（半径为 R）的水平和垂直直径各作用一对力（如图所示），A 点在载荷作用点之上、且非常靠近作用点，试求截面 A 处的内力（矩）（20 分）。



3. 下图为某精密磨床砂轮轴的示意图。已知电动机功率 N=3Kw，转子转速 n=1400r/min，转子重量 Q_1=101N。砂轮直径 D=250mm，砂轮重量 Q_2 =275N。磨削力 P_y: P_z=3:1，砂轮轴直径 d=50mm，材料为轴承钢，[σ]=60MP，试用第三强度理论校核轴的强度。（25 分）



2009年硕士学位研究生入学考试试题标准答案

考试科目:材料力学

使用单位:中国科学技术大学 中国科学院部分院所

一、简要回答下列问题（每小题 6 分，共 30 分）

1. 何谓正应力，何谓剪应力？

在某截面一点的邻域内，若其上分布内力的合力与邻域面积的比值当面积趋于无穷小时存在极限，则此极限称为该点在相应平面上的应力。应力可以分解为沿法线方向和截面内的分量，分别称为**正应力**和**剪应力**。

2. 何谓圆轴扭转的平面假设？

圆轴扭转变形前原为平面的横截面，变形后仍保持为平面，形状和大小不变，半径仍然保持为直线；且相邻两截面间的距离保持不变；各截面仅做绕轴心线的转动。

3. 何谓材料的屈服极限，何谓材料的$\sigma_{0.2}$？

材料的屈服极限：塑性材料在拉伸变形过程中，在弹性阶段之后出现应变明显增加、而应力作微小波动的阶段（称为屈服或流动），这一阶段中的最小应力称为材料的屈服极限。

材料的$\sigma_{0.2}$：对没有明显屈服极限的塑性材料，可以将产生 0.2%塑性应变时的应力作为屈服指标，用$\sigma_{0.2}$来表示。

4. 何谓材料的持久极限，何谓构件的持久极限？

材料的持久极限：对标准试件进行纯弯曲对称循环疲劳试验，当持久寿命趋向于无穷时，所对应的最大应力称为材料的持久极限。

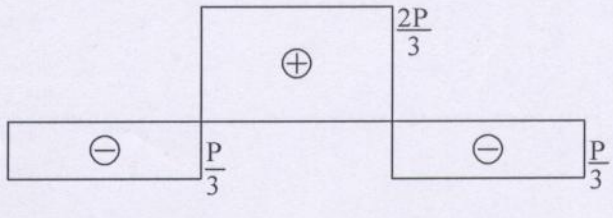
构件的持久极限：非标准试件在非标准加载条件下得到的持久极限，称为构件的持久极限。

5. 试简要阐述开口和闭口薄壁杆件自由扭转时横截面上的剪应力分布特征？

开口薄壁杆件，沿厚度，剪应力方向要发生变化；闭口薄壁杆件，沿厚度，剪应力方向相同。

二、简要计算题（共 55 分）

1. 试确定图示载荷作用下的轴力图（10 分）。



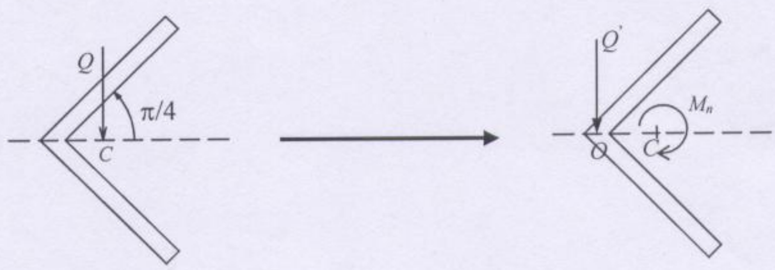
2. 试求如图所示截面的形心主惯性矩 I_z（10 分）。

$$c=\frac{\sum A_i c_i}{\sum A_i}=\frac{30\times 2\times(-1)+30\times 2\times 15+10\times 2\times 31}{30\times 2+30\times 2+10\times 2}=\frac{1460}{140}=10.4(mm)$$

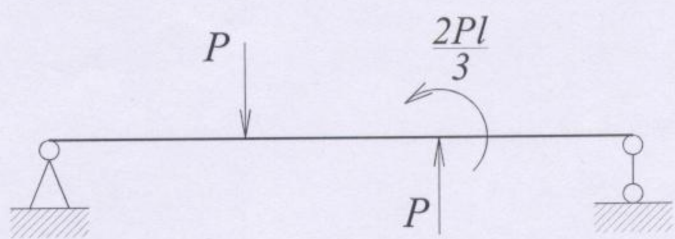
$$I_z=\sum\int_{A_i} y^2 dA_i=30\times\int_{-12.4}^{-10.4} y^2 dy+2\times\int_{-10.4}^{19.6} y^2 dy+10\times\int_{19.6}^{21.6} y^2 dy$$

$$=\frac{30}{3}\left(-10.4^3+12.4^3\right)+\frac{2}{3}\left(19.6^3+10.4^3\right)+\frac{10}{3}\left(21.6^3-19.6^3\right)=22081.1\left(mm^4\right)$$

3. 试说明此梁产生何种变形，材料力学中对这样的情况如何处理？（10 分）
此梁将产生弯扭组合变形。在处理时，应首先将集中力 Q 平移到两翼中心线的交点 O，成为 Q'，同时施加力偶 M_n（扭矩），$M_n = Q \cdot \overline{OC}$，即 Q' 和 M_n 组成与 Q 等效的力系，见图。



4. 已知梁的弯矩图，作梁的载荷图和剪力图（10 分）。



5. 求桩内的最大正应力（15 分）
能量方程：$\frac{1}{2}\frac{W}{g}v^2+W\Delta_d=\frac{1}{2}P_d\Delta_d$，其中 g 为重力加速度，Δ_d 为杆长度的总体改变；而 $\Delta_d=\Delta_{d1}+\Delta_{d2}$，$\Delta_{d1}$ 和 Δ_{d2} 分别为下半段和上半段杆长度的变化，所以能量方程为
$\frac{1}{2}\frac{W}{g}v^2+W\left(\Delta_{d1}+\Delta_{d2}\right)=\frac{1}{2}P_d\Delta_{d1}+\frac{1}{2}P_d\Delta_{d2}$

平衡方程：$P_d=\sigma_{d1}\pi r_1^2=\sigma_{d2}\pi r_2^2$

物理方程：$\Delta_{d1}=\varepsilon_{d1}l=\dfrac{\sigma_{d1}}{E}l$、$\Delta_{d2}=\varepsilon_{d2}l=\dfrac{\sigma_{d2}}{E}l$

由于上半段杆细，所以最大应力必然出现在上半段，由上述方程可得

$$\frac{1}{2}\frac{W}{g}v^2+W\frac{\sigma_{d2}l}{E}\left(\frac{r_2^2}{r_1^2}+1\right)=\frac{1}{2}\sigma_{d2}\pi r_2^2\cdot\frac{\sigma_{d2}l}{E}\left(\frac{r_2^2}{r_1^2}+1\right)$$

$$\frac{\pi\times0.02^2\times1\times1.25}{2\times10\times10^9}\sigma_{d2}^2-\frac{20\times1\times1.25}{10\times10^9}\sigma_{d2}-\frac{20\times3^2}{2g}=0$$

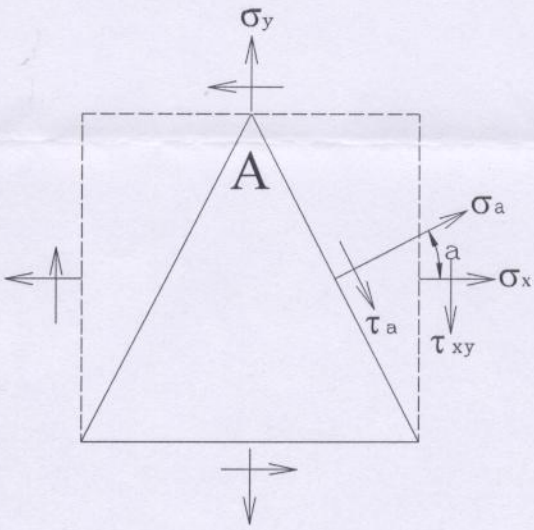
$$0.0785398\left(\sigma_{d2}\times10^{-6}\right)^2-0.0025\left(\sigma_{d2}\times10^{-6}\right)-\frac{90}{g}=0$$

$$\sigma_{d2}=\frac{0.0025+\sqrt{0.0025^2+4\times0.0785398\times90/9.8}}{2\times0.0785398}\times10^6=10.829(MPa)$$

其中重力加速度 $g=9.8$。

三、计算题（共 65 分）

1. 画出应力圆，并求出两个主应力（20 分）。



在尖点 A 沿自由边界取三角形单元体如上图所示.因楔形面为自由表面,所以其上的应力分量 $\sigma_\alpha=\tau_\alpha=0$,于是有

$$\sigma_\alpha=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}+\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos2\alpha-\tau_{xy}\sin2\alpha=0$$

$$\tau_\alpha=\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin2\alpha+\tau_{xy}\cos2\alpha=0$$

因 $\sin2\alpha\neq0,\cos2\alpha\neq0$，所以必有 $\sigma_x=\sigma_y=\tau_{xy}=0$。代表 A 点应力状态的应力圆缩为 $\sigma-\tau$ 坐标的原点。因此 A 点为零应力状态。

2. 截面 A 处的内力（矩）（20 分）。

轴力：$N=\dfrac{1}{2}\mathrm{P}$

剪力：$Q=-\dfrac{1}{2}P$

弯矩：$M=PR\left(\dfrac{2}{\pi}-\dfrac{1}{2}\right)$

3. 试用第三强度理论校核轴的强度（25 分）。

这是一个弯扭组合变形问题，砂轮轴的受力图和内力图如下图所示。
砂轮轴承受的扭矩

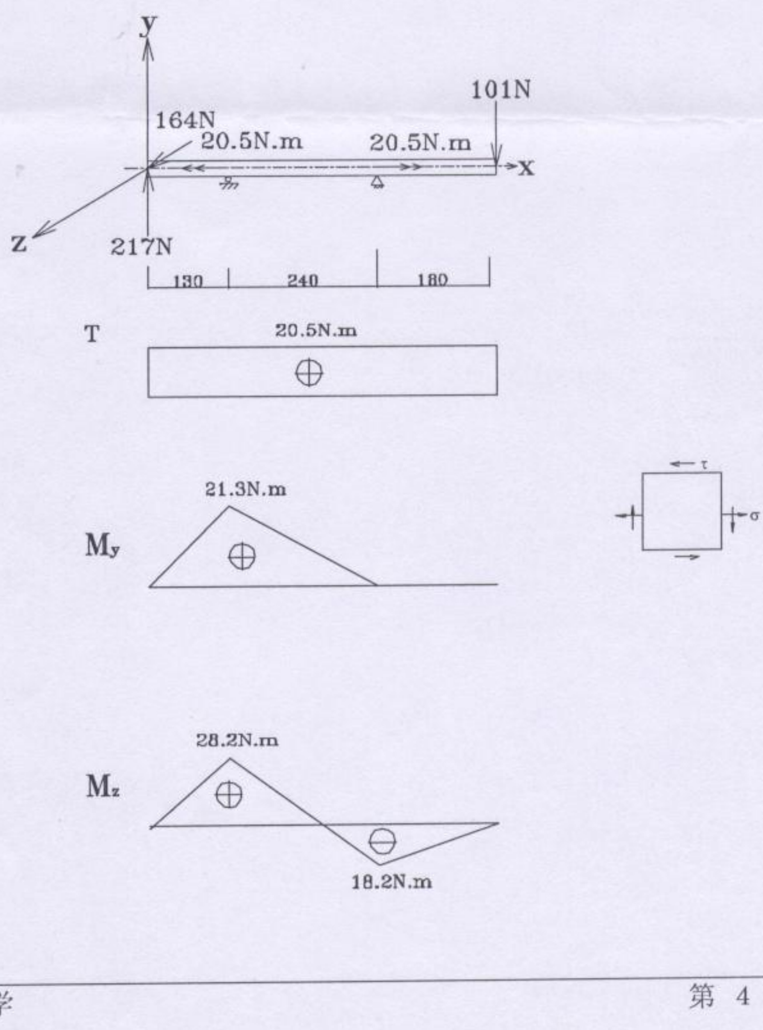
$$T=9549\frac{N}{n}=(9549\times\frac{3}{1400})\mathrm{N}\bullet\mathrm{m}=20.5\mathrm{N}\bullet\mathrm{m}$$

磨削力

$$P_z=\frac{T}{D/2}=\frac{20.5}{0.25/2}=164\mathrm{N},\qquad P_y=3P_z=492\mathrm{N}$$

由内力图可判定危险截面在左支座处。该截面的扭矩为

$$T=20.5\mathrm{N}\bullet\mathrm{m}$$



总弯矩为

$$M=\sqrt{M_y^2+M_z^2}=\sqrt{21.3^2+28.2^2}\mathrm{N}\bullet\mathrm{m}=35.4\mathrm{N}\bullet\mathrm{m}$$

危险点的应力分量

$$\tau=\frac{T}{W_P}=\frac{16\times 20.5}{\pi\times 0.05^3}\mathrm{Pa}=0.843\mathrm{MPa}\quad \sigma=\frac{M}{W}=\frac{32\times 35.4}{\pi\times 0.05^3}\mathrm{Pa}=2.87\mathrm{MPa}$$

$$\left.\begin{matrix}\sigma_{\max}\\ \sigma_{\min}\end{matrix}\right\}=\frac{\sigma}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2+\tau^2}=\left[\frac{2.87}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{2.87}{2}\right)^2+0.834^2}\right]\mathrm{MPa}=\begin{cases}3.09\mathrm{MPa}\\ -0.23\mathrm{MPa}\end{cases}$$

按照主应力的记号规定

$$\sigma_1=3.09\mathrm{MPa},\qquad \sigma_2=0,\qquad \sigma_3=-0.23\mathrm{MPa}$$

$$\tau_{\max}=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}=\frac{3.09+0.23}{2}\mathrm{MPa}=1.66\mathrm{MPa}$$

应用第三强度理论

$$\sigma_{r3}=\sigma_1-\sigma_3=3.32\mathrm{MPa}<[\sigma]=60\mathrm{MPa}$$

危险点的应力状态用单元体表示在上图中。危险点的应力远小于许用应力，所以安全。