

2007 年普通物理(甲)A 卷 参考答案

一、 1. B; 2. C; 3. A; 4. D; 5. C; 6. D; 7. B。

二、 解：(1) 矿砂下落到传送带时的速度为 $V_1 = \sqrt{2gh} = 5\text{m/s}$ ，方向竖直向下；下落时间 $t_1 = \sqrt{2h/g} = 0.5\text{s}$ 。

传送带改变矿砂的运动方向。根据冲量定理，质量为 m 的矿砂在沿传送带和垂直传送带

方向的动量满足：

$$\begin{cases} mV_0 + mV_1 \sin \theta = (f_{\max} - mg \sin \theta) \Delta t \\ 0 + mV_1 \cos \theta = (N - mg \cos \theta) \Delta t \end{cases},$$

其中 $f_{\max} = \mu N$ ，即最大摩擦力与正压力的关系。解得，

$$\frac{N}{m} = \frac{V_0 g \cos \theta}{V_0 + V_1 (\sin \theta - \mu \cos \theta)} = 30\sqrt{3} \text{ (N/kg)}。$$

于是单位质量矿砂受到传送带的作用力大小为

$$\sqrt{(N/m)^2 + (\mu N/m)^2} = \frac{\sqrt{7}}{2} N/m = \frac{30\sqrt{21}}{2} \text{ (N/kg)}。$$

(2) 当 $t < 0.5\text{s}$ 时，电动机拖动传送带的功率为 0；传送带上铺满矿砂需要的时间为 $L/V_0 = 15/1.5 = 10\text{s}$ ，所以 当 $0.5\text{s} \leq t \leq 10.5\text{s}$ 时，矿砂落到传送带上，则电动机拖动传送带的功率为

$$p = q(t - 0.5)g \cdot V_0 \sin \theta + \frac{1}{2} q V_0^2 = 375t - 131.25，$$

当 $t > 10.5\text{s}$ ，电动机拖动传送带的功率为

$$p = q \frac{L}{V_0} g \cdot V_0 \sin \theta + \frac{1}{2} q V_0^2 = 3806.25 \text{ (J)}$$

或

$$p = 375 \times 10.5 - 131.25 = 3806.25 \text{ (J)}。$$

三、 解：1. 直杆相对于支点的转动惯量 $I = \frac{1}{3} ml^2$ 。由角动量定理 $I\ddot{\theta} = -mg \frac{l}{2} \sin \theta$ 知：

小角度情况下上式化简为： $\ddot{\theta} + \frac{mg l}{2I} \theta = 0$ ，易得 $T = 2\pi / \sqrt{\frac{3g}{2l}}$ 。

2. 单摆的周期公式为： $T = 2\pi / \sqrt{\frac{g}{l_0}}$ ，因此： $l_0 = \frac{2}{3} l$ 。

3. 由能量守恒： $\begin{cases} \frac{1}{2} I \omega^2 = mg \frac{l}{2} (\cos \theta - \cos \theta_0) \\ \frac{1}{2} I_0 \omega_0^2 = mg l_0 (\cos \theta - \cos \theta_0) \end{cases}$ ，解得： $\begin{cases} \omega = \sqrt{\frac{3g}{l} (\cos \theta - \cos \theta_0)} \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{2g}{l_0} (\cos \theta - \cos \theta_0)} \end{cases}$ 。

由此可知，只要角度相同，角速度就相等，所以两周期比值为 1:1。

四、解：1. 棒下落时切割磁力线，动生电动势为 $\varepsilon_1 = \int \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{l} = vBl$ ，方向与电源电动势反向。

2. 由欧姆定律电流为 $I = \frac{\varepsilon - vBl}{R + r}$ ，（电流方向假定为电源确定的电流方向）。

3. 通电导线在磁场中受力 $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$ ，方向与棒下落方向相同（注意电流方向），大小为 IlB 。牛顿运动方程为 $mg + BlI = m \frac{dv}{dt}$ ，代入 I 的表达式得到

$$mg + Bl \frac{\varepsilon - Blv}{R + r} = m \frac{dv}{dt}。$$

于是速度对时间的关系满足方程 $m \frac{dv}{dt} = -bv + c$ ， $v(t=0) = 0$ ，其中，

$$b = \frac{B^2 l^2}{R + r}, \quad c = mg + \frac{Bl\varepsilon}{R + r}。$$

由此可以得到

$$\begin{aligned} m \frac{dv}{dt} &= -b(v - \frac{c}{b}), \quad \text{令 } \tilde{v} = v - \frac{c}{b} \rightarrow m \frac{d\tilde{v}}{dt} = -b\tilde{v} \\ v - \frac{c}{b} &= (v_0 - \frac{c}{b}) e^{-\frac{b}{m}t}, \quad v = \frac{c}{b} + (v_0 - \frac{c}{b}) e^{-\frac{b}{m}t}, \\ v(t=0) &= 0 \rightarrow 0 = \frac{c}{b} + v_0 - \frac{c}{b} \end{aligned}$$

解得

$$v(t) = \frac{c}{b} (1 - e^{-\frac{b}{m}t})$$

即

$$v(t) = \frac{mg(R+r) + Bl\varepsilon}{B^2 l^2} (1 - e^{-\frac{B^2 l^2}{m(R+r)}t})。$$

五、解：1. 由高斯定理 $\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$ 得

$$\begin{cases} 4\pi r_1^2 D_1 = q, & a < r_1 < 2a \\ 4\pi r_2^2 D_2 = q, & 2a < r_2 < 3a \end{cases}$$

所以电场为

$$E = \begin{cases} \frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r^2}, & a < r < 2a \\ \frac{q}{4\pi\varepsilon_2 r^2}, & 2a < r < 3a \end{cases}$$

电位差为

$$\begin{aligned} U &= \int_a^{3a} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_a^{2a} \frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r^2} dr + \int_{2a}^{3a} \frac{q}{4\pi\varepsilon_2 r^2} dr \\ &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_1} (\frac{1}{a} - \frac{1}{2a}) + \frac{q}{4\pi\varepsilon_2} (\frac{1}{2a} - \frac{1}{3a}) = \frac{q}{8\pi a} (\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{3\varepsilon_2}) \end{aligned}$$

电容为

$$C = \frac{q}{U} = \frac{24\pi a \varepsilon_1 \varepsilon_2}{3\varepsilon_2 + \varepsilon_1}。$$

2. 球壳间电场能量为电容器储存的能量 $W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{12\pi a\epsilon_1\epsilon_2 V^2}{3\epsilon_2 + \epsilon_1}$ 。

3. 能量密度 $w = \frac{1}{2}\vec{D} \cdot \vec{E} = \frac{1}{2}D^2 = \frac{1}{2}\epsilon E^2$, 则界面处能量密度差为

$$\begin{aligned}\Delta w &= \frac{1}{2}\epsilon_2 E_2^2|_{r=2a} - \frac{1}{2}\epsilon_1 E_1^2|_{r=2a} \\ &= \frac{1}{2}\epsilon_2 \left[\frac{q}{4\pi\epsilon_2(2a)^2} \right]^2 - \frac{1}{2}\epsilon_1 \left[\frac{q}{4\pi\epsilon_1(2a)^2} \right]^2 \\ &= \frac{q^2}{512\pi a^4} \left(\frac{1}{\epsilon_2} - \frac{1}{\epsilon_1} \right) .\end{aligned}$$

六、 解：设薄膜厚度为 d , 考虑半波损失, 波长为 λ_1, λ_2 的光满足

$$\begin{cases} 2nd + \lambda_1/2 = k_1\lambda_1 & (1) \\ 2nd + \lambda_2/2 = (2k_2+1)\lambda_2/2 & (2) \end{cases},$$

其中 k_1, k_2 为整数。

由方程(1)、(2)得 $2nd = (k_1 - 1/2)\lambda_1 = k_2\lambda_2$ 。将波长 $\lambda_1 = 680nm, \lambda_2 = 510nm$ 代入, 解得 $k_2 = 2(2k_1 - 1)/3$, 所以 $(k_1, k_2) = (2, 2), (5, 6), (8, 10) \dots$ 。

由方程(1), $d = \frac{(k_1 - 1/2)\lambda_1}{2n}$, 所以当 $k_1 = 2$, 将薄膜的折射率代入, 得到薄膜最小厚度为 $d = 383nm$ 。

七、 解： 1. $1s^22s$ 。

2. 类氢原子电离能公式为: $E_n = \frac{hcR}{n^2}$ 。对于氢原子 $n=1$, 对锂原子最外层电子 $n=2$ 。因此

$E_{n=2} = \frac{13.602}{4} = 3.4005eV$ 。由于原子实的极化和轨道贯穿, 它们都使价电子的能量降低, 故其电离能明显大于 $3.4eV$ 。