

2007 年普通物理(乙)A 卷 参考答案

一、

1. B; 2. B; 3. D; 4. C; 5. A; 6. A; 7. B; 8. B。

二、解：设 m 与 M 碰撞后的共同速度为 v_1 。由动量守恒定律得 $mv_0 = (m+M)v_1$ 。

1. m 与 M 沿固定光滑球面下滑过程中机械能守恒，在任一位置 θ 时，有

$$\frac{1}{2}(m+M)v_1^2 + (m+M)gR(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}(m+M)v^2。$$

由圆周运动规律得 $(m+M)g\cos\theta - N = (m+M)\frac{v^2}{R}$ 。

当物体脱离球面时 $N = 0$ ，由此得，

$$\cos\theta_0 = \frac{m^2v_0^2}{3gR(m+M)^2} + \frac{2}{3}$$

$$\theta_0 = \arccos\left[\frac{m^2v_0^2}{3gR(m+M)^2} + \frac{2}{3}\right]。$$

2. 若要在 A 处使物体脱离球面，则必须满足 $(m+M)\frac{v_A^2}{R} \geq (m+M)g$ ，即 $v_A^2 \geq Rg$ ，

于是有 $\frac{m^2v_0^2}{(m+M)^2} \geq Rg$ 。故子弹的速度至少应为 $v_0 = \frac{m+M}{m}\sqrt{Rg}$ 。

三、解：1. 小球在水中受到的合外力为： $mg-B-KV$ 。按牛顿第二定律，小球在水中的运动微分方程为

$$mg - B - KV = m\frac{dV}{dt}。$$

2. 以落入水面作为时间起点，其初速度为 V_0 ，积分上式

$$\int_0^V dt = \int_{V_0}^V \frac{m dV}{mg - B - KV} = -\frac{m}{K} \int_{V_0}^V \frac{d(mg - B - KV)}{mg - B - KV}，$$

求得

$$t = -\frac{m}{K} \ln(mg - B - KV) \Big|_{V_0}^V，$$

由上式解得

$$V = \frac{mg - B}{K} (1 - e^{-\frac{K}{m}t}) + V_0 e^{-\frac{K}{m}t}。$$

根据机械能守恒定律得

$$V_0 = \sqrt{2gh}，$$

上式代入 v 的计算式得
$$V = \left(\sqrt{2gh} - \frac{mg - B}{K} \right) e^{-\frac{K}{m}t} + \frac{mg - B}{K}.$$

四、解:

1. 由于线圈很小, 可以认为通过线圈的磁场均匀, 等于距导线 x 处的磁场 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$, 则通

过小线圈的磁通量 $\phi_{12} = \frac{\mu_0 I \pi r^2}{2\pi x}$. 因此得互感系数为

$$M_{12} = \frac{\phi_{12}}{I} = \frac{\mu_0 r^2}{2x}.$$

2. 把载流小线圈看做一磁偶极子, 其磁偶极矩大小为 $m = IS$, 相互作用能 $U = \vec{m} \cdot \vec{B}$, 即

$$U = \vec{m} \cdot \vec{B} = \frac{\mu_0 I^2 S}{2\pi x};$$

3. 小线圈所受力的大小为

$$F = |\nabla U| = m \left| \frac{\partial B}{\partial x} \right| = \frac{m \mu_0 I}{2\pi x^2} = \frac{\mu_0 I^2 \pi r^2}{2\pi x^2} = \frac{\mu_0 I^2 r^2}{2x^2}.$$

五、解: 旋转的筒面电荷构成筒面电流, 其面电流密度为

$$\vec{j} = \sigma \vec{V} = \sigma \omega R \vec{e}_\phi.$$

旋转圆筒上的面电流可以认为由许多载流 $\vec{j} dl$ 的环形元电流组成, 取圆筒的轴线为 x 轴, 并取圆筒轴线中点 O 为坐标原点, 则筒面上长度为 dl 的环形元电流在 A 点产生的磁感应强度为

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 \vec{j} dl}{(R^2 + (x-l)^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

由于对称性, A 点的磁场方向沿 x 方向。整个旋转圆筒上的面电流在 A 点产生的总的磁感应强度为

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{2\pi R^2 \vec{j} dl}{(R^2 + (x-l)^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

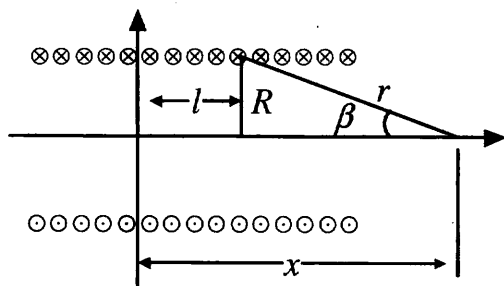
$$\text{令 } r = \sqrt{R^2 + (x-l)^2} = \frac{R}{\sin \beta}, \quad x-l = r \cos \beta,$$

其中 β 角的几何意义如图所示, 由此二式得

$$\frac{x-l}{R} = \cot \beta, \text{ 取微分得}$$

$$\frac{dl}{R} = \frac{d\beta}{\sin^2 \beta}.$$

把上面的积分变量 l 换为 β , 则有



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \times 2\pi \vec{j} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \sin \beta d\beta = \frac{\mu_0}{2} \sigma \omega R (\cos \beta_1 - \cos \beta_2),$$

式中 β_1, β_2 分别是 β 角在圆筒两端即 $l = \pm \frac{L}{2}$ 处的数值, 由图上可看出, $\cos \beta_1, \cos \beta_2$ 与场点坐标 x 的关系是

$$\cos \beta_1 = (x + \frac{L}{2}) / \sqrt{R^2 + (x + \frac{L}{2})^2}, \quad \cos \beta_2 = (x - \frac{L}{2}) / \sqrt{R^2 + (x - \frac{L}{2})^2}.$$

六、解: 设入射光强为 I_0 , 自然光通过第一块偏振片后, 光强变为 $I_1 = I_0/2$ 。

根据马吕定律, 通过第二块偏振片后, 光强变为 $I_2 = I_1 \cos^2 \alpha = I_0/2 \times 1/2 = I_0/4$ 。