

《材料成形原理》(上)教案内容

绪论

绪论介绍本课程的目的和任务，材料成形内容及其在国民经济、国防、高技术领域的意义，各种材料成形技术原理（凝固、焊接及冶炼过程冶金、粉末冶金、塑性成形）的发展历史、现状与趋势。

- 教学要求及重点：使学生理解“材料成形”的重要性及《材料成形原理》课程所要掌握的主要内容，对本专业有整体的了解，激发学生的专业兴趣和学习热情。

第一章 液态金属的结构和性质

本章将以液态金属为例，概要介绍有关液体结构的知识，并注意体现近年来新的突破和成果。对液体的性质，主要讨论与液态成形相关的粘度和表面张力。

- 教学内容及要求：

液体与固体、气体结构比较及衍射特征；液态金属结构的理论模型：无规密堆硬球模型、液态金属结构的晶体缺陷模型、液体结构及粒子间相互作用的理论描述；实际金属的液态结构；

液态合金的性质：液态合金的粘度及其影响因素及其在材料成形中的意义；表面张力的实质及影响表面张力的因素及其在材料成形中的意义；液态金属充型能力的基本概念、液态金属停止流动机理与充型能力；影响充型能力的因素

- 教学重点与难点：

- 液体的长程无序及近程有序特征；
- 表征液体结构的典型参数：液体的平均原子间距 r_1 、配位数 N_1 ；
- 实际金属的液态结构及“能量起伏”、“结构起伏”、“浓度起伏”特征；
- 粘度实质及影响表面张力的因素及其在材料成形中的意义；
- 表面张力的实质及影响表面张力的因素；
- 表面张力引起的曲面两侧压力差及液膜拉断临界力及表面张力对凝固热裂的影响（液膜理论）
- 液态金属充型能力的基本概念及影响充型能力的因素

第二章 凝固温度场

液态金属从液态转变为固态的凝固过程涉及到传热、传质和固液界面动力学等三方面问题，而质量传输、界面推进速度都与热量传输、温度分布密切相关。因此，凝固温度场的研究，是研究凝固宏观与微观过程（包括凝固形核与长大、结晶组织形态、凝固应力与缺陷）的基础。

- 教学内容及要求：

温度场与传热学的基本理论及基本方程；凝固温度场的求解方法；铸件凝固温度场的解析解法；铸件凝固时间计算；界面热阻与实际凝固温度场；铸件凝固温度场的获得及动态凝固曲线；铸件凝固方式及其影响因素；熔焊过程温度场的基本类型及影响温度场的因素

■ 教学重点与难点:

- 半无限大平板铸件凝固过程的一维不稳定温度场特征;
- 铸型材料热物理特性对温度场分布特征的影响;
- “模数法”计算铸件凝固时间的意义及注意问题;
- 铸件实际温度场的测定→动态凝固曲线→固、液边界线→某时刻铸件断面凝固状况→凝固区间→凝固方式;
- 结晶温度区间及温度梯度对铸件凝固方式的影响规律;
- 焊接温度场的特点;
- 焊接工艺参数及焊件的热物理性能对焊接温度场的影响规律

第三章 金属凝固热力学与动力学

凝固,是指物质由液相转变为固相的过程。凝固是材料液态成形技术及新材料研究与开发领域共同关注的重要问题。严格地说,凝固包括由液体向晶态固体转变(结晶)及向非晶态固体转变(玻璃化转变)两部分内容。常用工业合金和金属的凝固过程一般只涉及前者,本章主要讨论结晶过程的形核及晶体生长热力学与动力学。

■ 教学内容及要求:

凝固热力学: 液-固相变驱动力; 曲率、压力对物质熔点的影响; 溶质平衡分配系数 K_0 的定义及其物理意义; 溶质平衡分配系数**热力学意义**;

均质形核: 临界半径 $r^* = -\frac{2\sigma_{SL}V_s}{\Delta G_V} = \frac{2\sigma_{SL} \cdot V_s \cdot T_m}{\Delta H_m \cdot \Delta T}$ 及形核功 $\Delta G^* = \frac{16\pi}{3} \cdot \sigma_{SL}^3 \left(\frac{V_s T_m}{\Delta H_m \Delta T} \right)^2$

形核率 $I = C \exp\left(\frac{-\Delta G_A}{KT}\right) \exp\left[-\frac{16\pi\sigma_{SL}^3}{3KT} \left(\frac{T_m V_s}{\Delta T \Delta H_m}\right)^2\right]$

非均质形核: 非均质形核形核功; 非均质形核形核条件;

晶体长大: 液-固界面自由能及界面结构类型、本质及其判据; 晶体长大方式

■ 教学重点与难点:

- 分析并阐明: 过冷度 ΔT 是影响相变驱动力的决定因素, ΔT 越大, 凝固相变驱动力 ΔG_V 越大;
- K_0 的定义、物理意义及“偏析系数” $|1 - K_0|$;
- ΔT^* (r° 与 r^* 相交时) 应理解为大量形核过冷度 (约为 $0.18 \sim 0.20 T_m$);
- 分析并阐明: 非均质形核过冷度 ΔT 比均质形核临界过冷度 ΔT^* 小得多时就大量成核;
- $\Delta G_{he}^* = \frac{1}{4} (2 - 3 \cos \theta + \cos^3 \theta) \cdot \Delta G_{ho}^* = f(\theta) \Delta G_{ho}^*$, 结合图 3-6 分析并阐明, 通常情况下, 接触角 θ 远小于 180° , 所以, 非均质形核功 ΔG_{he}^* 远小于均质形核功 ΔG_{ho}^* , θ 越小, ΔG_{he}^* 小, 夹杂界面的非均质形核能力越强, 形核过冷度越小;

- 决定界面结构的本质及影响因素：熔融熵 ΔS_f 、晶面族、冷却速度及浓度（动力学因素）；
- 连续长大与侧面长大（二维晶核机制、螺旋位错机制）的区别以及他们的生长速度与过冷度的关系（区别与联系）；

第四章 单相及多相合金的结晶

凝固过程 $\left\{ \begin{array}{l} \text{同一温度下, } C_S \text{ 与 } C_L \text{ 不同} \Rightarrow \text{固体排出的溶质在固-液前沿富集} \\ \text{随温度下降, } C_S \text{ 及 } C_L \text{ 均发生改变} \Rightarrow \text{溶质也必然在固、液两相重新分布} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{扩散} \\ \text{对流} \end{array} \Rightarrow$

\Rightarrow 影响“溶质再分配” \Rightarrow 影响 $\left\{ \begin{array}{l} \text{宏观及微观成分偏析} \\ \text{晶体形貌、微观尺寸、不同相之间分布特征} \\ \text{气孔、裂纹、缩孔缩松、应力状态} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{材料的性能}$

本章从凝固过程溶质再分配的规律谈起，着重讨论所涉及到的“成分过冷”条件及其对合金凝固组织的影响规律、单相固溶体合金及多相合金的凝固。并为后续章节的内容的讨论奠定基础。

■ 教学内容及要求：

凝固过程溶质再分配及其规律：平衡凝固条件下的溶质再分配；固相无扩散而液相充分混合均匀的溶质再分配；固相中无扩散而液相中只有扩散的溶质再分配；液相中部分混合（有对流作用）的溶质再分配；

合金凝固界面前沿的成分过冷：“成分过冷”条件和判据；“成分过冷”的过冷度及其特性因素；

“成分过冷”对合金单相固溶体结晶形态的影响：热过冷及其对纯金属液固界面形态的影响；“成分过冷”对合金固溶体晶体形貌的影响规律；分过冷作用下的胞状组织的形成及其形貌；较宽成分过冷作用下的枝晶生长；自由树枝晶的生长；枝晶间距

共晶合金的凝固：共晶组织的分类及特点；非平衡状态下的共晶共生区；离异生长及离异共晶；层片状共晶组织的形核及长大；棒状共晶生长；非小晶面—小晶面共晶合金的结晶

■ 教学重点与难点：

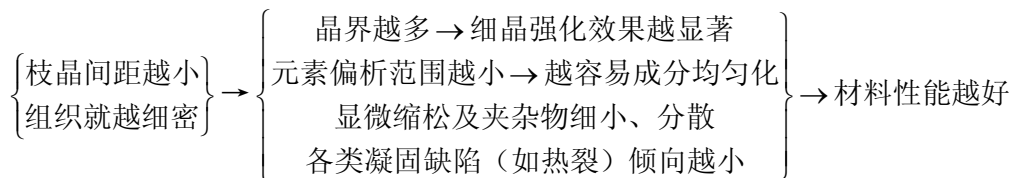
- 分析并阐明四种方式的凝固过程中溶质再分配条件下固-液界面前沿成分变化规律，特别是，固相中无扩散而液相中只有扩散、液相中部分混合（有对流作用）的溶质再分配情况下稳定阶段的成分分布，以及凝固后四种方式的固相成分的分布特点；
- **“成分过冷”条件的具体物理图象：**当界面前沿液相的实际温度梯度 G_L （对应于 T_2 实际）小于液相线的斜率时，即 $G_L < \left. \frac{\partial T_L(x')}{\partial x'} \right|_{x'=0}$ ，则出现“成分过冷”（由溶质成分富集引起的过冷）；

实际）小于液相线的斜率时，即 $G_L < \left. \frac{\partial T_L(x')}{\partial x'} \right|_{x'=0}$ ，则出现“成分过冷”（由溶质成分富集引起的过冷）；

- **“成分过冷”的判据：** $\frac{G_L}{R} < \frac{m_L \cdot C_0 (1 - K_0)}{D_L K_0}$ ，以及各因素促进“成分过冷”的规律：

G_L 小、晶体生长速度 R 大、液相线斜率 m_L 大、原始成分浓度 C_0 高、液相中溶质扩散系数 D_L 低、 K_0 ，以及各因素影响“成分过冷”的规律物理本质所在；

- 结合图 4-12，分析“成分过冷”对合金单相固溶体结晶形态的影响的总体规律：随“成分过冷”程度的增大，固溶体生长方式：平面晶 → 胞状晶 → 胞状树枝晶及柱状树枝晶 → 内部等轴晶（自由树枝晶）；
- “外生生长”与“内生生长”的概念及其本质区别；
- 枝晶间距概念、影响因素、意义：



- 非平衡状态下的共晶共生区的概念及意义：
 - 1) 把平衡相图概念和不平衡共晶结晶动力学过程联系了起来；
 - 2) 可以满意地解释非平衡结晶现象：如非共晶成分的合金可以结晶成 100% 的共晶组织，而共晶成分的合金结晶时反而得不到 100% 共晶组织；
 - 3) 有助于对共生生长和离异生长这两种不同共晶方式作进一步分析和探讨；
 - 4) 共生区的概念与平衡图并不矛盾，在无限缓慢的冷却条件下，共生区退缩到共晶点 E，合金液即按平衡相图所示的规律进行结晶；
- 非小晶面-非小晶面共生共晶组织的生核机理及生长机理，组织特点和转化条件：
 - 1) 层片状共晶生核过程及“搭桥”方式；
 - 2) 共生过程的协同生长、片层距的调整；
 - 3) 胞状、树枝状共晶的形成（第三组元的影响）；
 - 4) 形成棒状共晶的一般条件（体积分数的影响）及第三组元的影响；
- 以铸铁共晶生长为例，描述“非小晶面-小晶面”共晶生长方式特点（由于小晶面本身存在着多种不同的生长机制，故这类共晶合金比非晶小面-非小晶面共晶合金具有更为复杂的组织形态变化，且对生长条件的变化也表现出高度的敏感）以及生长动力学因素对其影响；

第五章 铸件及焊缝宏观组织及其控制

本章基于前面几章所讨论的凝固基本原理和规律，进一步探讨实际铸件及焊缝的宏观凝固组织特征、规律、机理及控制方法。

■ 教学内容及要求：

铸件的宏观组织（通常）类别：

{	激冷晶区 柱状晶区 内部等轴晶区
---	------------------------

 ，并分析各晶区组织的形成机理，及他们

之间的相互联系及控制关键和途径：

- ✧ 铸件中三个晶区的形成是相互联系、彼此制约的

- ✧ 稳定凝固壳层的产生决定着表面细晶粒区向柱状晶区的过渡
- ✧ 阻止柱状晶区进一步发展的关键则是中心等轴晶区的形成
- ✧ 过冷熔体独立生核的能力↑和各种形式晶粒脱落（或熔断）、游离、增殖的程度↑——→抑制柱状晶区，扩大等轴晶区，细化等轴晶组织
- ✧ 促进及细化等轴晶机理分析及三方面控制措施：合理地控制浇注工艺和冷却条件；孕育处理；动力学细化

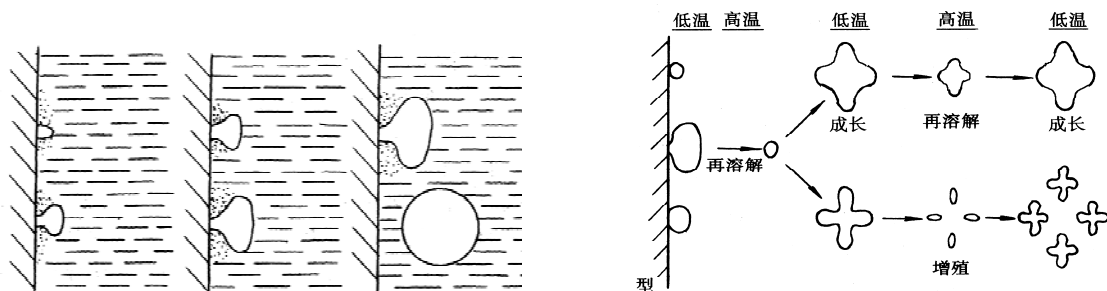
焊接熔池凝固及控制：熔池凝固条件及结晶特征、熔池结晶组织的细化

■ 教学重点与难点：

- 如何形成内部等轴晶（机理）：

① “成分过冷”理论关于内部等轴晶的形成机理及其争议；

② 激冷等轴晶型壁脱落与游离理论：浇注的过程中激冷等轴晶型壁脱落与游离、浇注完毕凝固的开始阶段等轴晶型壁脱落与游离、溶质的偏析产生“脖颈”促发晶体脱落、晶体向内部游离过程的生长、局部熔化与增殖



③ 枝晶熔断及结晶雨理论

- 孕育处理机理及工艺、孕育与变质的区别与联系、动力学细化
- 焊接熔池中金属凝固的特点
- 影响焊接弯曲柱状晶形态的因素

第六章 特殊条件下的凝固与成形

特殊条件，是指与传统的铸件（锭）凝固过程不同的条件。限于课时，只对快速凝固、失重条件下的凝固和定向凝固作大体介绍

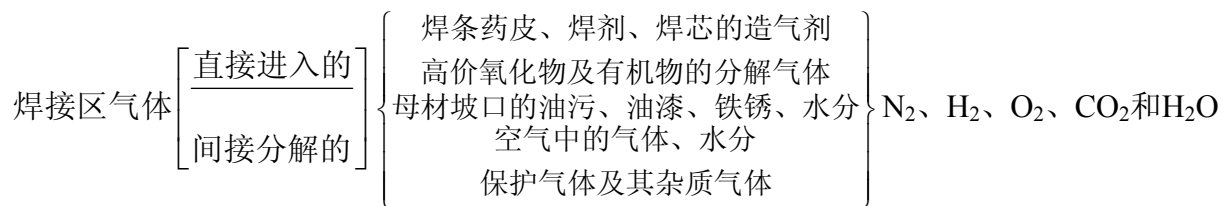
第七章 液态金属与气相的相互作用

在焊接或熔炼过程中，液态金属会与各种气体发生相互作用，从而对焊件或铸件的性能产生影响。本章着重介绍各种气体的来源、气体与金属的相互作用机制、气体对金属质量的影响以及控制气体的措施等。

■ 教学内容及要求：

- ✧ 气体的来源：

焊接区气体的来源与产生



铸造过程中的气体来源：熔炼过程、浇注过程、铸型反应

- ✧ 气体在金属中的溶解：气体的溶解过程、气体的溶解度及其影响因素
- ✧ 氧化性气体对金属的氧化：金属氧化还原方向的判据、自由氧对金属的氧化
- ✧ 气体的控制措施

■ 教学重点与难点：

- 气体的溶解度及其影响因素：温度和压力的影响（平方根定律）：金属吸收气体为吸热反应： ΔH 为正值，溶解度随温度的升高而增加；金属吸收气体为放热反应： ΔH 为负值，溶解度随温度的上升而降低，如图 7-7 所示。

记住几种典型情况：升温 \Rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} \text{氢在 } Fe, Ni, Al, Cu, Mg \text{ 等常用合金中溶解度上升} \\ \text{氮在 } Fe \text{ 合金中溶解度上升} \\ \text{氮在 } Al \text{ 合金中溶解度下降} \\ \text{氧在 } Fe \text{ 合金中溶解度上升} \end{array} \right.$

合金成分的影响；电流极性的影响；焊接区气氛性质的影响（氧化性气氛中， $[\text{N}] \uparrow$ 适当提高气相的氧化性气氛，可降低 $[\text{H}]$ ）；焊接工艺参数的影响（电流、电压影响）

- 金属氧化还原方向的判据： $\{p_{\text{O}_2}\} > p_{\text{O}_2}$ 时，金属被氧化； $\{p_{\text{O}_2}\} = p_{\text{O}_2}$ 时，处于平衡状态； $\{p_{\text{O}_2}\} < p_{\text{O}_2}$ 时，金属被还原。
- 比较各种金属自由氧化物的分解压高低及稳定性（图 7-14），阐明合金元素氧化顺序及脱氧剂的选用原则
- 自由氧对金属的氧化；
- 降低焊缝中的含氢量的措施： CaF_2 在碱性及酸性焊条药皮去氢机理；控制焊接材料的氧化势

第八章 液态金属与熔渣的相互作用

焊接过程中或合金熔炼过程中，和液态金属接触并发生化学冶金反应的除了气体介质之外，还有高温下熔融的液态熔渣。了解熔渣的特性，对于控制焊接、铸造过程中的化学冶金反应十分重要。

■ 教学内容及要求

- ✧ 渣相的作用:1. 机械保护作用：①避免液态金属中合金元素的氧化烧损；②防止气相中的氢、氮、氧、硫等直接溶入；③减少液态金属的热损失。2. 冶金处理作用 熔渣与液态金属之间冶金反应：①去除金属中的有害杂质，如脱氧、脱硫、脱磷和去氢；②去除液态金属中非金属夹杂物；③焊接过程中调整焊缝合金成分。3. 改善成形工艺性能作用 适当的熔渣（或焊条药皮）——有利①焊接及熔炼过程的引弧、稳弧；②改善脱渣性能及焊缝外观成形；③电渣熔炼中的熔渣作为电阻发热体，重

熔并精炼金属。

✧ 熔渣的分类：盐型熔渣、盐—氧化物型熔渣、氧化物型熔渣

✧ 熔渣的来源与构成：药皮焊条电弧焊时的熔渣与药皮的熔渣来源与构成；埋弧焊、电渣焊过程中的熔渣与焊剂的来源与构成；熔炼过程中的熔渣来源与构成

✧ 渣体结构及碱度：分子理论与离子理论、熔渣的碱度；

✧ 渣相的物理性质：熔渣的凝固温度与密度；熔渣的粘度及其意义；“长渣”和“短渣”（药皮焊条电弧焊）；熔渣的表面张力及界面张力

✧ 活性熔渣对金属的氧化：熔渣的氧化性、扩散氧化（在一定温度下，它在两相中的平衡浓度符合分配定律）、置换氧化

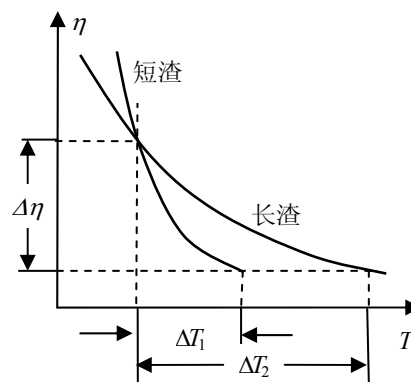
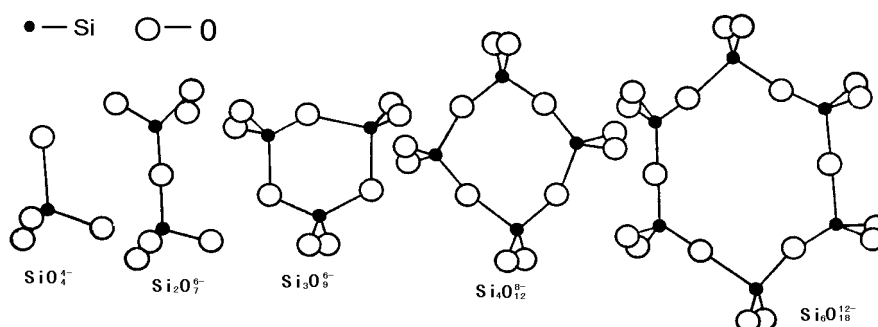


图 8-3 熔渣粘度与温度的关系

■ 教学重点与难点：

➤ 熔渣结构离子理论：硅氧阴离子 SiO_4^{4-} ：由表 8-3 可见，阳离子中 Si^{4+} 的综合矩最大，而阴离子中 O^{2-} 的综合矩最大，所以二者最易结合为复杂的（图 8-1 硅氧离子团结构图）。它的结构单元为四面体，经过不同的聚合反应可以连成链状、环状和网状结构的硅氧离子团，见图 8-1。硅氧离子的结构越复杂，其尺寸越大。



➤ 熔渣碱度的离子理论（ $B_2 = \sum_{i=1}^n a_i M_i$ ）及各种常见氧化物的碱度系数

表 8-4 渣中氧化物的 a_i 值

氧化物	K_2O	Na_2O	CaO	MnO	MgO	FeO	SiO_2	TiO_2	ZrO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3
a_i 值	9.0	8.5	6.05	4.8	4.0	3.4	-6.31	-4.97	-0.2	-0.2	0

➤ 电弧焊药皮“长渣”和“短渣”的概念及其与熔渣成分及结构的关系：

长渣：随温度增高粘度下降缓慢的渣称为长渣。

✧ 酸性渣中含 SiO_2 多，渣结构复杂， Si-O 阴离子聚合程度大，离子尺寸大，粘度高。在温度升高时复杂的 Si-O 离子逐渐破坏，形成较小的 Si-O 阴离子，粘度缓慢下降，因此含 SiO_2 多的酸性渣为长渣。

✧ 长渣只能用于平焊位置焊接。

短渣：随温度增高粘度急剧下降的渣，焊接时随温度下降，粘度急剧上升，因此称为“短渣”。

✧碱性渣（CaO、MgO、MnO、FeO 等）中离子尺寸小，粘度低，且随温度升高离子浓度增大，粘度迅速下降，因此碱性渣均为短渣。

✧在酸性渣中减少SiO₂，增加TiO₂，使复杂的Si-O阴离子减少，可降低粘度，使渣成为短渣。

✧在酸性渣中加入能产生O²⁻的碱性氧化物能破坏Si-O离子键，粘度降低，使渣向短渣转化。

短渣在焊缝凝固后迅速凝固，有利于全位置焊接。

➤ 熔渣的扩散氧化（在一定温度下，它在两相中的平衡浓度符合分配定律）

➤ 熔渣的氧化性与温度及酸碱性的关系：在熔渣中含 FeO 相同的情况下，碱性渣时金属中的含氧量比酸性渣时大（阐明理由）。但是，不应当由此误认为碱性焊条的焊缝含氧量比酸性焊条的高，恰恰相反，多数情况下碱性焊条的焊缝含氧量比酸性焊条低（见图 8-5）。这是因为尽管碱性渣中 FeO 的活度系数大，但碱性渣中 FeO 的含量并不高（见表 8-1），因此碱性渣对液态金属的氧化性比酸性渣要小。

第九章 液态金属的净化与精炼

在材料成形加工过程中，液态金属都表现出易与气相和渣相互相作用的特性，导致金属及其合金中含有过多的有害元素、气体和非金属夹杂物，它们会直接影响其冶金质量及产品的内在质量，时常引起成型件夹渣、气孔、针孔等一系列缺陷，显著降低材料的强度、冲击韧性、疲劳抗力、耐腐蚀性，甚至造成产品报废。所以，在材料成形过程中需要对液态金属进行净化处理，以保证产品质量。为了便于集中阐述问题，本章以钢铁为研究对象专门讲述去除有害元素的净化。其中主要内容包括脱氧、脱硫、脱磷和脱碳精炼等问题。

■ 教学内容及要求:

液态金属的脱氧: 先期脱氧（焊接）、预脱氧（熔炼）、沉淀脱氧、扩散脱氧、真空脱氧；液态金属的脱碳精炼反应原理及目的；液态金属的脱硫原理及脱硫效果的影响因素；液态金属的脱磷原理及脱磷效果的影响因素

■ 教学重点与难点:

- 各种脱氧原理的概念及优、缺点；
- 锰、硅沉淀的脱氧的比较，温度、熔渣的性质对其脱氧效果的影响；
- 扩散脱氧原理、影响因素、工艺原则；
- 熔渣脱硫原理、影响因素、工艺原则；
- 熔渣脱磷原理、影响因素、工艺原则

第十章 焊接热影响区的组织与性能

熔焊时在高温热源的作用下，靠近焊缝两侧的一定范围内发生组织和性能变化的区域称为“热影响区”（Heat Affect Zone），或称“近缝区”（Near Weld Zone）。焊接接头主要是由焊缝和热影响区两大部分组成，其间存在一个过渡区，称为熔合区，如图 10-1 所示，因此

要保证焊接接头的质量，就必须使焊缝和热影响区的组织与性能同时都达到要求。本章以钢铁为主要对象专门讲述焊接热循环、焊接热循环条件下的金属组织转变特点、焊接热影响区的组织与性能等问题。

■ 教学内容及要求:

焊接热循环的参数及特征；焊接热循环的特殊性；焊接加热过程的组织转变；焊接冷却过程的组织转变；焊接热影响区的组织分布：不易淬火钢的热影响区组织、易淬火钢热影响区的组织；焊接热影响区的性能变化：焊接热影响区的硬化、焊接热影响区的脆化、焊接热影响区的软化。

■ 教学重点与难点:

- 焊接热循环参数的意义、计算及其影响因素；
- 焊接热过程几个特点及其对焊接加热、冷却过程的影响（与热处理相比）；
- 焊接热影响区的组织分布

不易淬火钢的热影响区组织：阐明不易淬火钢热影响区中不同部位（四个区：熔合区、过热区（粗晶区）、相变重结晶区（正火区或细晶区）、不完全重结晶区）加热达到的最高温度、组织及性能变化特征；

易淬火钢热影响区的组织：阐明易淬火钢热影响区中不同部位（完全淬火区、不完全淬火区）加热达到的最高温度、组织及性能变化特征；

- 焊接热影响区的硬化、脆化、软化的原因及影响因素

第十一章 凝固缺陷及控制

凝固缺陷是金属在冷却凝固过程中极易出现的一类缺陷，它们以不同的类型和形态存在于固态金属中，对金属的性能产生不同程度的影响。本章主要介绍偏析、气孔、夹杂、缩孔、缩松和裂纹等重要凝固缺陷的形成机理、影响因素及控制措施。

■ 教学内容及要求:

- ✧ 合金中的成分偏析：偏离分类，各类偏离的特征、形成原因及影响规律；
- ✧ 气孔：气孔的分类及特征，气泡的生核、长大及上浮，气孔的形成机理，防止气孔产生的措施；
- ✧ 夹杂物的形成及防止措施；
- ✧ 金属的收缩：液态收缩阶段（I）、凝固收缩阶段（II）和固态收缩阶段（III）；
- ✧ 缩孔与缩松：缩孔与缩松的分类及特征，缩孔与缩松的形成机理，影响缩孔与缩松的因素及防止措施；
- ✧ 应力与变形：应力的形成原因及机理，控制应力的措施，变形及控制变形的措施；
- ✧ 热裂纹：热裂纹的分类及形成机理，热裂纹的影响因素及防止措施；
- ✧ 冷裂纹：冷裂纹的分类及形成机理，热裂纹的影响因素及防止措施；

■ 教学重点与难点:

- 析出性气孔、侵入性气孔和反应性气孔的形成机理、特征与区别、预防措施;
- 内应力(热应力*、相变应力和机械阻碍应力)的形成原因分析;
- 凝固裂纹的形成机理:金属在凝固进入固-液阶段后期,晶体交替长合构成枝晶骨架时,残留的少量液体(尤其是低熔共晶),便以薄膜形式存在于晶体之间,且难以自由流动。由于液态薄膜抗变形阻力小,形变将集中于液膜所在的晶间,使之成为薄弱环节。此时若存在足够大的拉伸应力,则在晶体发生塑性变形之前,液膜所在晶界就会优先开裂,最终形成凝固裂纹。
- 凝固裂纹的形成条件:应力产生的应变 ε 大于高温阶段材料的塑性变形能力 δ_{\min} ,即 $\varepsilon > \delta_{\min}$;金属在高温下是否产生热裂纹,主要决定于以下三个方面:
 - (1) 脆性温度区 T_B T_B 越大,收缩应力的作用时间就越长,产生的应变 ε 越大,故形成热裂纹的倾向越大。内因($\Delta T = T_L - T_S \uparrow \Rightarrow T_B \uparrow$),
 - (2) T_B 内金属的塑性 T_B 一定时, T_B 内金属的塑性 δ_{\min} 越低,产生热裂纹的倾向越大。内因(晶粒越粗、液膜厚度越大、液膜中低熔点杂质越多-表面张力 σ 越大) $\Rightarrow \delta_{\min}$ 越低
 - (3) T_B 内的应变增长率 $\partial\varepsilon/\partial T$ $\partial\varepsilon/\partial T$ 越大,越容易产生裂纹。内因+外因(受热膨胀系数、结构、工艺等因素等影响)
- 热裂纹的影响因素及预防措施的两个方面:①冶金因素的影响:凝固温度区的影响($\Delta T = T_L - T_S \uparrow \Rightarrow T_B \uparrow$, 体积凝固倾向 \uparrow);合金元素和杂质的影响(S、P、C、O、Ni、Mn);凝固组织形态的影响(晶粒的大小、形态和方向及析出的初生相)。②工艺因素对热裂纹的影响:焊接工艺因素(成形系数、熔合比、焊速、E 及 T_0 、焊缝布置及焊接顺序、接头形式);铸造工艺因素(浇注条件、铸型条件、铸件结构形式)。
- 冷裂纹的形成机理及导致高强度钢产生冷裂纹的三大主要因素:钢材的淬硬倾向、氢的含量与分布以及拘束应力状态。
- 氢致裂纹的延迟、断续特征及其机理分析;

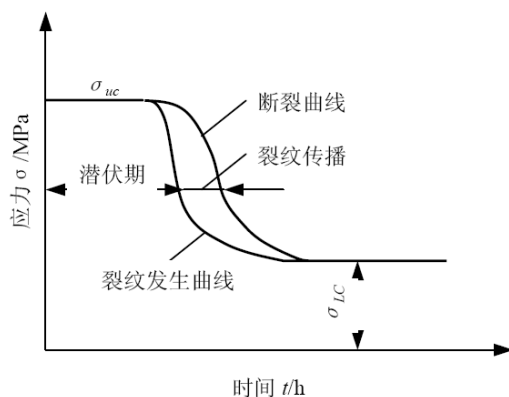


图 11-48 延迟断裂时间与应力的关系
 σ_{UC} —上临界应力 σ_{LC} —下临界应力

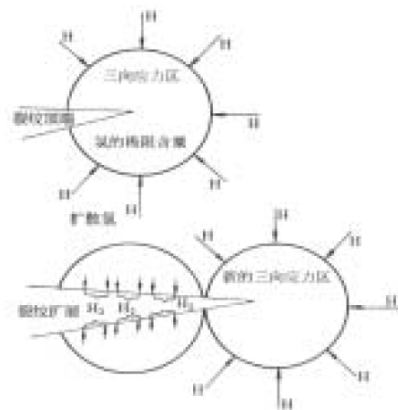


图 11-49 氢致裂纹的扩展过程

- 铸件产生集中缩孔和缩松的原因及条件
- 影响缩孔与缩松的因素及防止措施

《材料成形原理》（下）教案内容

绪 论

本章首先介绍了金属塑性成形在国民经济中的地位和塑性加工理论的发展概况，并介绍了本课程的任务。

本章的教学重点在于介绍塑性加工在国民经济中的地位；简述塑性加工理论的发展概况。

第 13 章 金属塑性成形的物理基础

本章主要介绍了金属塑性成形的基本概念、特点及其分类，从理论上分析了金属塑性变形的机制，指出塑性加工中金属的组织与性能的变化规律，包括冷变形和热变形对金属的组织性能的影响。接着介绍了塑性的指标及其测量方法及塑性图，指出影响金属塑性的因素，最后介绍了变形抗力概念及变形抗力的影响因素。

本章的教学重点在于：金属塑性成形的定义、特点；塑性图、金属多晶体塑性变形的主要机制、影响金属塑性的因素、加工硬化和动态软化，金属的超塑性。

一、塑性成形概念、特点

塑性：材料在外力的作用下产生一定的永久变形而不破坏其完整性的能力。

塑性成形：材料成形的基本方法之一，它是利用材料的塑性，在外力作用下获得所需尺寸和形状的工件的一种加工方法，又称为塑性加工。**金属塑性成形具有**（1）生产效率高，适用于大批量生产；（2）改善了金属的组织、结构和性能；（3）材料的利用率高；（4）零件尺寸精度高等特点：

二、金属冷态下的塑性变形机理

多晶体变形的特点是变形的不均匀性和各晶粒变形的相互协调性。

多晶体的塑性变形包括晶内变形和晶界变形。

1、**晶内变形** 晶内变形的主要方式是滑移和孪生，孪生变形引起的变形量是较小的，因此，晶体的塑性变形主要依靠滑移变形。

2、**晶间变形** 晶间变形的方式包括晶粒间的相互滑动和转动。

3、**晶界变形** 低温时，晶界处变形阻力较大；而且，晶界处晶粒的结构是不连续的，晶界变形困难。

由于晶界变形的特点，可以通过细化晶粒提高材料的综合机械性能。

三、冷塑性变形对金属组织和性能的影响

（一）对组织结构的影响

- 晶粒内部会出现大量的滑移带，易发生孪生变形的金属还会出现大量的孪生带。
- 晶粒的形状发生变化：
- 晶粒的位向发生变化：

（二）对金属性能的影响

产生了加工硬化，即随着变形程度的增加，金属的强度和硬度增加，而塑性和韧性下降。加工硬化现象可以被用来强化金属，称为形变强化。

四、热塑性变形对金属组织和性能的影响

1、改善晶粒组织；2、锻合内部缺陷；3、形成纤维状组织；4、击碎夹杂物和碳化物，改善分布；5、热塑性变形中，通过枝晶破碎和扩散，改善偏析

五、塑性和变形抗力的影响因素

塑性指标：为了衡量金属塑性的高低而确立的数量上的指标，以材料发生破坏时塑性变形量来表示。常用的塑性指标是由拉伸试验测定的伸长率 $\delta(\%)$ 和断面收缩率 $\psi(\%)$ ，还可以用镦粗试验和扭转试验来测定，

注：在采用镦粗试验来测定塑性指标时，需说明试验条件和规程（否则，同一金属的塑性指标可能完全不同）

塑性图：在不同的速度条件下，以不同温度下的各种塑性指标（拉伸时的强度极限 σ_b ，伸长率 δ ，断面收缩率 ψ ，压缩时的变形程度 ϵ ，扭转时扭转角或转数，以及冲击韧性 α_k 等）为纵坐标，以温度场为横坐标，绘成的函数曲线。它是制定合理的热加工工艺参数的重要依据。

塑性的影响因素：（1）化学成分；（2）组织结构：晶格类型、晶粒度、相组成及铸造组织等；（3）变形温度；（4）应变速率；（5）应力状态（重点掌握）

主应力图中压应力个数越多，数值越大，即静水压力越大，则金属的塑性越高；拉应力个数越多，数值越大，即静水压力越小，则金属的塑性就越低。

注：在塑性加工中，人们通过改变应力状态，增大变形时静水压力，提高金属的塑性。

三、变形抗力和影响因素

变形抗力：金属在发生塑性变形时，产生抵抗变形的能力，称为变形抗力，用接触面上平均单位面积变形力表示。

注：只有在单向应力状态下，材料的变形抗力才等于材料在该变形条件下的真实应力。

金属变形抗力的影响因素：（1）化学成分；（2）组织结构；（3）变形温度；（4）变形程度；（5）变形速度；（6）应力状态

第 14 章 应力分析

应力分析是塑性变形的力学基础之一。本章讨论了应力分析的方法及各种相关方程。介绍了张量的基本知识，外力、内力、应力概念，直角坐标系中点的应力状态概念、描述方法；斜面应力的确定；应力边界条件；应力张量不变量；主应力图；应力张量分解；等效应力、应力平衡微分方程及应力莫尔圆等。

本章的教学重点在于点的应力状态分析，任意斜面上应力公式，应力张量的分解与应力平衡微分方程以及应力莫尔圆；

一、张量的基本知识

张量：由若干个当坐标系改变时满足转换关系的分量组成的集合，用空间坐标系中的三个矢量，即 9 个分量才能完整地表示。其重要特征是在不同的坐标系中分量之间可以用一定的线性关系来换算。

基本性质：

- 1) 二阶张量存在三个独立的不变量。
- 2) 张量可以叠加和分解
- 3) 张量可分为对称张量、非对称张量、反对称张量
- 4) 二阶对称张量存在三个主轴和三个主值

二、外力、应力和点的应力状态

外力：塑性加工时，由外部施加于物体的作用力叫外力。分为面力和体积力

应力：在外力的作用下，变形体内各质点就会产生相互作用的力，称为内力。单位面积上的内力称为应力。

点的应力状态：共有 9 个应力分量完整地描述一点的应力状态。

注：已知过一点 9 个应力分量，可以求出过该点任意方向微分面上的应力，即这 9 个应力分量可以确定该点的应力状态。

三、主应力和主切应力

主应力：切应力为零的平面称为主平面，主平面上的正应力叫做主应力。

由应力状态特征方程求得：

$$\sigma^3 - J_1\sigma^2 - J_2\sigma - J_3 = 0$$

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \\ J_2 &= -(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x) + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \\ J_3 &= \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - (\sigma_x\tau_{yz}^2 + \sigma_y\tau_{zx}^2 + \sigma_z\tau_{xy}^2) \end{aligned} \right\}$$

为应力张量的三个不变量，表示了一个确定的应力状态其应力分量之间的确定关系。

主切应力：使切应力达到极大值的平面称为主切应力平面；主切应力平面上所作用的切应力称为主切应力。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{12} &= \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \\ \tau_{23} &= \pm \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \\ \tau_{31} &= \pm \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} \end{aligned} \right\}$$

四、应力偏张量和应力球张量

应力张量的分解：应力张量可以分解为应力偏张量和应力球张量两部分。

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + \delta_{ij}\sigma_m$$

应力球张量： $\delta_{ij}\sigma_m$ 表示球应力状态，也称静水应力状态，其特点是在任何切平面上都没有切应力，不能使物体产生形状变化，而只能产生体积变化，即不能使物体产生塑性变形。

应力偏张量： σ'_{ij} 称为应力偏张量，其特点是只使物体产生形状变化，而不能产生体积变化。

五、等效应力

把复杂应力状态的应力值折合成单向应力状态的应力值。可以在一定意义上“代表”整个应力状态中的偏张量的综合效果，与材料的塑性变形密切相关。

任意坐标系中：

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

六、应力平衡微分方程

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = 0$$

七、应力莫尔圆

应力莫尔圆是应力状态的几何表示法，可以描述任意微分面上 σ ， τ 的变化规律，圆周上每一点代表了一个物理平面上的应力。

平面应力状态下的应力莫尔圆方程为

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2$$

第 15 章 应变分析

应变分析是塑性变形的力学基础。本章讨论了应变分析的方法及各种相关方程。位移、应变；点的应变状态概念、描述方法；任意方向上应变的确定；应变张量与不变量；应变张量分解；小应变几何方程、应变连续方程概念与意义，塑性变形体积不变；应变增量张量与应变速率张量定义、意义，对数应变（真实应变），以及平面问题和轴对称问题中应力状态和应变状态。

本章的教学重点在于几何方程，点的应变状态，应变增量，应变速率张量，主应变图与变形程度表示。

一、应变

应变：表示变形大小的物理量叫做应变，分为线应变和切应变。

线应变：表示变形体内线元长度的相对变化率，线元伸长时应变为正。

切应变：表示变形体内相交两线元夹角在变形前后的变化，角度减小时为正。

二、质点的应变状态和应变张量

点的应变状态是表示变形体内某一点任一截面上的应变大小和方向。质点的三个互相垂直方向上的 9 个应变分量确定了该点的应变状态，即应变张量。

应变张量性质：

(1) 存在三个互相垂直的主方向，在该方向上线元只有线应变（主应变）而无切应变。

主应变可由应变状态特征方程

$$\varepsilon^3 - I_1 \varepsilon^2 - I_2 \varepsilon - I_3 = 0$$

求得。

(2) 存在三个应变张量不变量 I_1 、 I_2 、 I_3

$$I_1 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

$$I_2 = -[\varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_z \varepsilon_x + (\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)] = -(\varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \varepsilon_3 \varepsilon_1)$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \varepsilon_y & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{vmatrix} = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3$$

对于塑性变形，由体积不变条件， $I_1 = 0$

(3) 在与主应变方向成 45° 方向上存在主切应变，其大小为

$$\gamma_{12} = \pm \frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2), \quad \gamma_{23} = \pm \frac{1}{2}(\varepsilon_2 - \varepsilon_3), \quad \gamma_{31} = \pm \frac{1}{2}(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)$$

(4) 应变张量可以分解为应变球张量和应变偏张量

ε'_{ij} 为应变偏张量，表示变形单元体形状变化；

$\delta_{ij}\varepsilon_m$ 为应变球张量，表示变形单元体体积变化。（塑性变形时，由于体积不变，应变偏张量就是应变张量）， $\varepsilon_m = \frac{1}{3}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) = \frac{1}{3}I_1$ 为平均线应变；

(5) 存在应变张量的等效应变

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &= \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + 6(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{6I_2} \end{aligned}$$

(6) 可以用应变莫尔圆表示一点的应变状态。

已知主应变的值，且 $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$ ，可以在 $\varepsilon - \gamma$ 平面上，分别以 $p_1(\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}, 0)$ 、 $p_2(\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2}, 0)$ 、 $p_3(\frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_3}{2}, 0)$ 为圆心，以 $r_1 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}$ 、 $r_2 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2}$ 、 $r_3 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}{2}$ 为半径画三个圆，称为应变莫尔圆。

三、小应变几何方程、应变连续方程

小应变几何方程 ($u - \varepsilon$):

物体变形 \rightarrow 各质点位移 \rightarrow 应变

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right]$$

应变连续方程:

六个应变分量之间要满足一定的关系，才能保证变形体的连续性。应变分量之间的关系称为应变连续方程或应变协调方程。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} \right) \\ \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \right\}$$

该式表明，坐标平面内，两个线应变分量一经确定，则切应变分量也就确定。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right) &= \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} \right) &= \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x} \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) &= \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\}$$

上式表明，在物体三维空间内的三个切应变分量一经确定，则线应变分量也就确定。

四、塑性变形体积不变条件

塑性成形时，单元体体积的变化（单位体积变化率）

$$\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$$

五、应变增量、应变速率张量

塑性变形一般是大变形，可以采用无限小的应变增量来描述某一瞬间的变形情况，把整个大变形过程看成是由很多瞬间应变增量累积而成的。

应变增量：

物体在变形过程中，在某一极短的瞬时 dt ，质点产生的位移改变量称为位移增量，记为 du_i 。则变形体内各质点就有了相应的无限小应变增量，用 $d\varepsilon_{ij}$ 表示。

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial(du_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial(du_j)}{\partial x_i} \right]$$

注：塑性变形是一个大变形过程，在变形的整个过程中，质点在某一瞬时的应力状态一般对应于该瞬时的应变增量。

应变速率张量：

应变速率：单位时间内的应变称为应变速率，又称变形速度，用 $\dot{\varepsilon}_{ij}$ 表示，

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt}$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right]$$

六、对数应变（真实应变）

试样从初始 l_0 到终了 l_1 ，则对数应变

$$\varepsilon = \ln \frac{l_1}{l_0}$$

在大塑性变形中，主要用对数应变来反映物体的变形程度。

性质：

- 1)、叠加性（可加应变） 总对数应变为各分量对数应变之和
- 2)、可比性（可比应变） 将试样拉长一倍，再压缩一半，则物体的变形程度相同。

七、平面问题和轴对称问题

平面应力：变形体内各质点在与某坐标轴垂直的平面上没有应力，且所有的应力分量与该坐标轴无关。

平面应力状态下 $\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$ ，且 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} 沿 z 方向均匀分布，即与 z 轴无关。

若两个主应力在数值上相等，但符号相反，即为纯切应力状态。纯切应力状态（即纯剪状态）是平面应力状态的特殊情况：

注：平面应力状态中 z 方向没有应力，但有应变存在；只有在纯剪切时，没有应力的方向才没有应变。

平面应变：物体所有质点都只在同一坐标平面内发生变形，而该平面的法线方向没有变形，就属于平面变形或平面应变问题。

1、设 z 方向没有变形(主方向)，则 $\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ ，

2、在塑性状态下， σ_z 等于平均应力

3、平面塑性变形时的应力状态就是纯切应力状态叠加一个应力球张量。

轴对称应力状态：当旋转体承受的外力对称于旋转轴分布时，则体内质点所处的应力状态称为轴对称应力状态。

轴对称变形时，每个子午面都始终保持平面，且子午面之间的夹角保持不变。

所以应力状态具有以下特点：

- 1) 在 θ 面上没有切应力， $\tau_{\theta\rho} = \tau_{\theta z} = 0$ ；
- 2) 各应力分量与 θ 坐标无关，对 θ 的偏导数为零。

第 16 章 屈服准则

本章主要介绍了拉伸图和材料条件应力-应变曲线、真实应力-应变曲线及其在塑性失稳点特性、材料模型；屈服准则的概念、屈雷斯加（H. Tresca）屈服准则、密塞斯（Von Mises）屈服准则及二者的差

异以及屈服准则的空间和平面的几何表达，最后介绍了 π 平面上的屈服轨迹以及应变硬化材料的屈服与加载表面。

本章的教学重点在于拉伸图和材料条件应力-应变曲线、真实应力-应变曲线及其在塑性失稳点特性；屈服准则的概念、屈雷斯加 (H. Tresca) 屈服准则、密塞斯 (Von Mises) 屈服准则以及屈服准则的空间和平面的几何表达及 π 平面上的屈服轨迹。

一、材料真实应力-应变曲线及材料模型

● 拉伸图和条件应力-应变曲线

拉伸图：准静态拉伸 ($\dot{\varepsilon} < 2 \times 10^{-3} / \text{S}$) 标准试样，记录下来的拉伸力 P 与试样标距的绝对伸长 ΔL 之间的关系曲线称为拉伸图。

σ_0 和 $\varepsilon \rightarrow P$ 和 ΔL ，曲线形状不发生变化，只是改变刻度大小，可将拉伸图变化为条件应力-应变曲线。

条件应力-应变曲线有三个特征点 (如图 16-1 所示)：

1) 第一特征点是屈服点 c ，是弹性变形与塑性变形的分界点。

对于具有明显屈服点的金属，在曲线上呈屈服平台——屈服应力 σ_s ；

对于没有明显屈服点的材料，无屈服平台——条件屈服应力 $\sigma_{0.2}$ ；

2) 第二特征点是最高点 b ，是均匀塑性变形和局部塑性变形分界点。

σ_b 为抗拉强度 (强度极限)

3) 第三个特征点是破坏点 k ，试样发生断裂，是单向拉伸塑性变形的终止点。

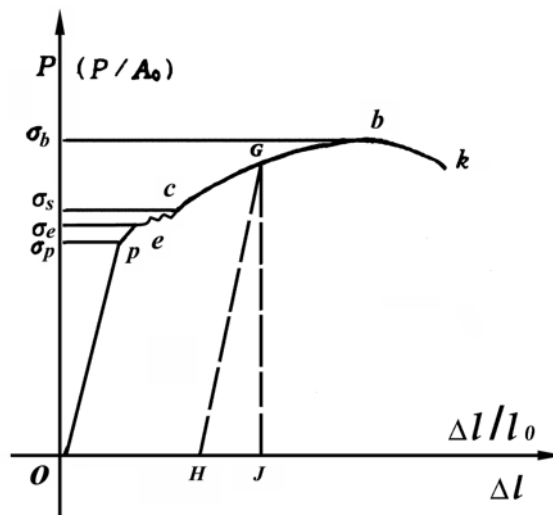


图 16-1 低碳钢试样拉

● 拉伸真实应力-应变曲线

以真实应力与对数应变建立的曲线称为第三类真实应力-应变曲线。

1) 真实应力

$$Y = \frac{P}{A_0} (1 + \varepsilon) = \sigma_0 (1 + \varepsilon)$$

2) 真实应变

$$E = \ln \frac{l}{l_0} = \ln(1 + \varepsilon)$$

3) 真实应力-应变曲线

b 点之前将条件应力-应变曲线直接变换成真实应力-应变曲线, b 点以后, 出现缩颈, 曲线只能由 k 点的真实应力和应变近似作出。

$$Y_K = \frac{P_K}{A_K}, \quad E = \ln \frac{A_0}{A_K}$$

由于出现缩颈而产生的应力升高现象, 称为“形状硬化”, 须加以修正:

$$Y'_K = \frac{Y_K}{1 + \frac{d}{8\rho}}$$

式中, Y'_K 是去除形状硬化后的真实应力 (MPa); d 是缩颈处直径 (mm); ρ 是缩颈处试样外形的曲率半径 (mm)。

如图 16-2 所示。

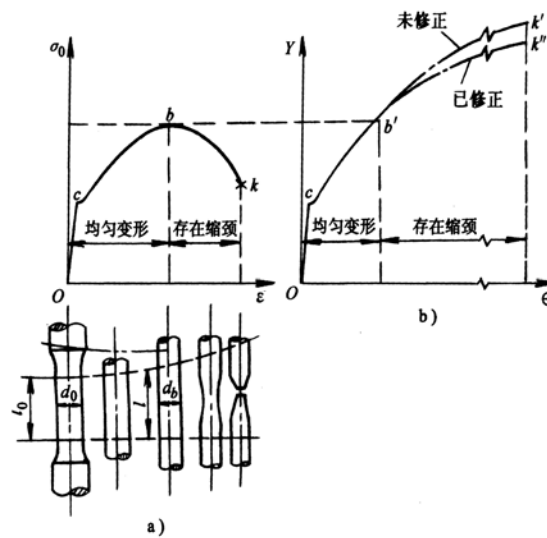


图 16-2 拉伸实验曲线

a) 条件应力-应变曲线 b) 真实应力-应变

● 拉伸真实应力-应变曲线在塑性失稳点特性

在塑性失稳点 b 处

$$Y_b = \frac{dY}{dE}$$

即过失稳点所作的切线的斜率为 Y_b 。

真实应力应变曲线在塑性失稳点上所作切线的特性: 过失稳点所作的切线与横坐标轴的交点到失稳点横坐标的距离为 $E=1$ 。

● 材料模型

(一) 指数硬化型

$$Y = BE^n$$

式中，B是与材料的力学性能有关的常数；n是硬化指数。硬化指数n就是失稳点的应变 ϵ_0 。

(二) 有初始屈服应力的刚塑性硬化曲线型

$$Y = \sigma_s + B_1 E^m$$

式中， B_1 、 m 是与材料性能有关的参数。

(三) 有初始屈服应力的刚塑性硬化直线型

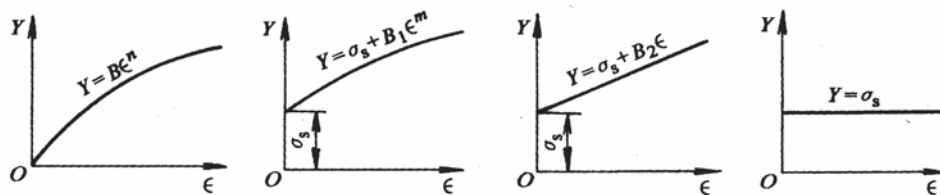
$$Y = \sigma_s + B_2 E$$

式中， B_2 是硬化系数。在室温下的大的塑性变形即属于这种情况。

(四) 无加工硬化的水平直线型（理想刚塑性材料模型）

$$Y = \sigma_s$$

大多数金属在高温低速下的大变形及一些低熔点金属在室温下的大变形可采用无加工硬化模型假设。



二、理想塑性材料的屈服准则

屈服准则：在多向应力作用下，变形体进入塑性状态并使塑性变形继续进行，各应力分量与材料性能之间必须符合一定关系时，这种关系称为屈服准则。

Tresca 屈服准则：当变形体或质点中的最大切应力达到某一定值时，材料就发生屈服。

若不知主应力大小顺序，则 Tresca 屈服准则写成

$$\left. \begin{aligned} |\sigma_1 - \sigma_2| &= \sigma_s \\ |\sigma_2 - \sigma_3| &= \sigma_s \\ |\sigma_3 - \sigma_1| &= \sigma_s \end{aligned} \right\}$$

等式左边为主应力之差，故称为主应力差不变条件。

Mises 屈服准则：当等效应力 $\bar{\sigma}$ 达到定值时，材料质点发生屈服，该定值与应力状态无关。

三、屈服表面和屈服轨迹

屈服准则的数学表达式可以用几何图形形象地表示出来。在主应力空间是空间曲面，称为屈服曲面；在主应力坐标平面是封闭曲线，称为屈服轨迹。

● 主应力空间中的屈服表面

Mises 屈服表面：以等倾线 ON 为轴线，以 $\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_s$ 为半径作一无限长倾斜圆柱面，这个圆柱面就是

Mises 屈服准则在主应力空间中的几何表达，称为主应力空间中的 Mises 屈服表面，如图 16-7。曲面上各点都进入塑性状态。

Tresca 屈服表面：Tresca 屈服准则的表达式在主应力空间中的几何图形是一个内接于 Mises 圆柱面的正六棱柱面，称为主应力空间的 Tresca 屈服表面，如图 16-7。

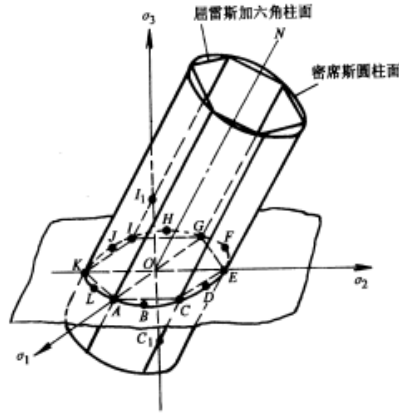


图 16-7 主应力空间中的屈服

● 平面应力状态的屈服轨迹

Mises 屈服轨迹：平面应力状态的 Mises 屈服准则为

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_s^2$$

中心点在原点，对称轴与原坐标轴成 45° ，长半轴为 $\sqrt{2}\sigma_s$ ，短半轴为 $\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_s$ ，与原坐标轴的截距为

$\pm\sigma_s$ 。这个椭圆就是平面应力状态的 Mises 屈服轨迹，称为 Mises 椭圆。

Tresca 屈服轨迹：平面应力状态的 Tresca 屈服准则

$$|\sigma_1 - \sigma_2| = \sigma_s ; |\sigma_2| = \sigma_s ; |\sigma_3| = \sigma_s$$

在 σ_1 - σ_2 平面上构成一个内接于 Mises 椭圆的六边形，这就是平面应力状态的 Tresca 屈服轨迹，称为 Tresca 六边形。

两个屈服轨迹有六个交点：

$A(\sigma_s, 0)$ 、 $E(0, \sigma_s)$ 、 $G(-\sigma_s, 0)$ 、 $K(0, -\sigma_s)$ ，表单向应力状态；

$C(\sigma_s, \sigma_s)$ 、 $I(-\sigma_s, -\sigma_s)$ ，表示应力相等；

差别最大六个点：

$F\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s, \frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s\right)$ 、 $L\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s, -\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s\right)$ 表示纯切应力状态；

$$B\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_s, \frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s\right), D\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s, \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_s\right), H\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_s, -\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s\right), J\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s, -\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_s\right),$$

这六个点既表示平面应力状态又表示平面应变状态。

● π 平面上的屈服轨迹

π 平面：在主应力空间中，通过坐标原点，并垂直于等倾线 ON 的平面称为 π 平面。其方程为

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$$

π 平面与两个屈服表面都垂直，屈服表面在 π 平面上的投影是半径为 $\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_s$ 的圆及其内接正六边形，

这就是 π 平面上的屈服轨迹。

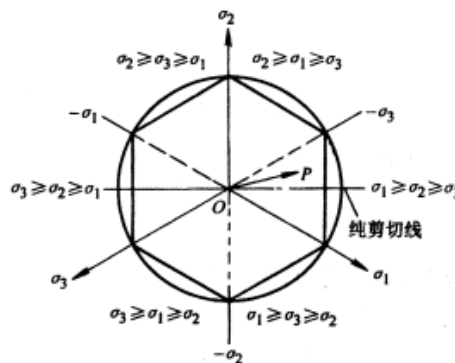


图 16-9 π 平面上的屈服轨迹

四、两个屈服准则的统一表达式

设 K 为屈服时的最大切应力，则两个屈服准则的统一表达式为

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2K$$

其中：对于 Tresca 屈服准则， $K = 0.5\sigma_s$ ；对于 Mises 屈服准则 $K = (0.5 \sim 0.577)\sigma_s$ 。

五、应变硬化材料的屈服与加载表面

对于应变硬化材料，在变形过程的每一瞬时，遵循“各向同性硬化”和“等向强化”，则对应于 Mises 屈服准则和 Tresca 屈服准则，等向强化模型的后续屈服轨迹在 π 平面上是一系列扩大且同心的圆和正六边形。

后续屈服准则也叫**加载函数**，对硬化材料有三种不同情况：

1) 当 $d\bar{\sigma} > 0$ 时，为加载，发生了塑性流动；

2) 当 $d\bar{\sigma} < 0$ 时，为卸载，发生了弹性卸载；

3) 当 $d\bar{\sigma} = 0$ 时，表示应力状态保持在屈服轨迹上移动。对于硬化材料，既不产生塑性流动，也不发生弹性卸载，称之为中性变载。

第 17 章 材料本构关系

本构方程是求解塑性变形问题的基本方程。本章主要介绍了弹性应力应变关系、塑性应力应变关系、增量理论、全量理论；粉末体塑性成型的基本假设及粉末体变形的屈服准则及应力应变关系，最后介绍了金属的粘塑性行为及粘塑性本构方程，聚合物熔体的流变特性。

本章的教学重点在于塑性变形的塑性应力应变关系、增量理论和全量理论。

一、塑性应力应变关系

本构关系：应力应变之间的关系叫做本构关系，其数学表达式称为**本构方程**，也叫物理方程。是求解塑性变形问题的基本方程。

塑性应力应变关系特点：

- 1) 应力与应变之间的关系不是一一对应的，而是与加载路线有关，呈现非线性；
- 2) 塑性变形是不可恢复的，是不可逆的关系。应力应变关系不是单值对应的，与应变历史有关；
- 3) 塑性变形可以认为体积不变，应变球张量为零，因此泊松比为 0.5；
- 4) 全量应变主轴与应力主轴一般不重合。

二、增量理论

● 列维—密塞斯 (Levy-Mises) 理论

- 1) 材料是理想刚塑性材料，即弹性应变增量 $d\varepsilon_{ij}^e$ 为零，塑性应变增量 $d\varepsilon_{ij}^p$ 就是总应变增量 $d\varepsilon_{ij}$ ；
- 2) 材料符合 Mises 屈服准则，即 $\bar{\sigma} = \sigma_s$ ；
- 3) 每一加载瞬时，应力主轴与应变增量主轴重合；
- 4) 塑性变形时体积不变，即 $d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 = d\varepsilon_x + d\varepsilon_y + d\varepsilon_z = 0$ ，所以，应变增量张量就是应变增量偏张量，即 $d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon'_{ij}$ ；

- 5) 应变增量和应力偏量成正比 (**Levy-Mises 方程**)，即

$$d\varepsilon_{ij} = \sigma'_{ij} d\lambda$$

式中， $d\lambda$ 是瞬时正值比例系数，在加载的不同瞬间是变化的，在卸载时 $d\lambda = 0$ 。

写成比例形式和差比形式：

$$\frac{d\varepsilon_x}{\sigma'_x} = \frac{d\varepsilon_y}{\sigma'_y} = \frac{d\varepsilon_z}{\sigma'_z} = \frac{d\gamma_{yz}}{\tau_{yz}} = \frac{d\gamma_{zx}}{\tau_{zx}} = \frac{d\gamma_{xy}}{\tau_{xy}} = d\lambda$$

$$\frac{d\varepsilon_x - d\varepsilon_y}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{d\varepsilon_y - d\varepsilon_z}{\sigma_y - \sigma_z} = \frac{d\varepsilon_z - d\varepsilon_x}{\sigma_z - \sigma_x} = d\lambda$$

Levy-Mises 方程广义表达式

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_x &= \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \left[\sigma_x - \frac{1}{2}(\sigma_y + \sigma_z) \right]; d\gamma_{xy} = \frac{3}{2} \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \tau_{xy} \\ d\varepsilon_y &= \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \left[\sigma_y - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_z) \right]; d\gamma_{yz} = \frac{3}{2} \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \tau_{yz} \\ d\varepsilon_z &= \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \left[\sigma_z - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \right]; d\gamma_{zx} = \frac{3}{2} \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \tau_{zx} \end{aligned} \right\}$$

● 应力-应变速率方程（塑性流动方程）

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\lambda} \sigma'_{ij}$$

式中， $\dot{\lambda} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}}{\bar{\sigma}}$ ， $\dot{\bar{\varepsilon}}$ 为等效应变速率。

● 普朗特-劳斯（Prandtl-Reuss）理论

考虑弹性变形后，总应变增量的分量由弹、塑性两部分组成

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^p + d\varepsilon_{ij}^e$$

Prandtl-Reuss 方程

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2G} d\sigma'_{ij} + \frac{1-2\nu}{E} \delta_{ij} d\sigma_m + \sigma'_{ij} d\lambda$$

增量理论着重指出了塑性应变增量与应力偏量之间的关系，可解释建立起各瞬时应力与应变的关系，而整个变形过程可以由各瞬时的变形累积而得。因此增量理论能表达加载过程的历史对变形的影响，能反映出复杂加载情况。

三、全量理论

全量理论：又称形变理论，建立的是塑性变形的全量应变与应力之间的关系。

全量理论最早是由汉基（H. Hencky）提出：

1) 如果假定是刚塑性材料，而且不考虑弹性变形，则可用全量应变 ε_{ij} 代替 Mises 方程中的应变增量，

即

$$\varepsilon_{ij} = \lambda \sigma'_{ij}$$

式中， $\lambda = \frac{3}{2} \frac{\bar{\varepsilon}^p}{\bar{\sigma}}$

2) 如果是弹塑性材料的小变形，则同时要考虑弹性变形。此时，**Hencky 方程**为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon'_{ij} &= \left(\lambda + \frac{1}{2G} \right) \sigma'_{ij} \\ \varepsilon_m &= \frac{1-2\nu}{E} \sigma_m \end{aligned} \right\}$$

式中：第一式表示形状变形，前一项是塑性应变，后一项是弹性应变；第二式表示弹性体积变形。

在塑性成形中，由于难以普遍保证简单加载（指在加载过程中任一点的各应力分量都按同一比例增加，也叫做比例加载），所以一般都采用增量理论。（小变形全量理论和增量理论可认为是一致的）

四、粉末体塑性成形理论

● 基本假设:

将粉末体视为“可压缩的连续体”，其颗粒变形遵循体积不变原则，整体变形遵循质量不变定律。
质量不变定律，

$$E_V + E_\rho = Q$$

式中： E_V 为体积应变， $E_V = \ln \frac{V}{V_0}$ ；

E_ρ 为密度应变， $E_\rho = \ln \frac{d}{d_0} = \ln \frac{\rho}{\rho_0}$ ，其中 $\rho_0 = d_0/d_f$ ， $\rho = d/d_f$ 分别为粉末体初始相对密度和塑性变形中的相对密度， d_f 为粉末体全致密时的密度。

● 粉末体变形的屈服准则

最常用的有库恩（H. A. Kuhn）屈服准则和多瑞维鲁（S. M. Doraivelu）屈服准则。

五、金属粘塑性本构关系

● 简单模型的流变性

1. 虎克弹性体 材料受载产生变形，但当载荷卸去后变形完全消失

$$\tau = G\gamma, \quad \sigma = E\varepsilon$$

2. 牛顿粘性体 当液体作层流直线运动，液体中的切应力与切应变率成正比

$$\tau = \eta \dot{\gamma}$$

式中， η 是剪切粘度（简称粘度，Pa·S）。

3. 圣维南塑性体 材料受载，当应力低于屈服极限时，如同刚体不产生变形，当应力达到屈服极限发生不可逆流动

$$\tau = \tau_s, \quad \sigma = \sigma_s$$

● 组合模型流变性

1. 开尔文体（Kelvin body） 弹性体与粘性体并联而成

$$\tau = G\gamma + \eta \dot{\varepsilon}$$

该模型反映材料的蠕变（应变松弛）特性，即应力一定时，应变随时间增加。

2. 麦克斯韦体（Maxwell body） 弹性体与粘性体串联而成

$$\dot{\gamma} = \frac{\dot{\tau}}{G} + \frac{\tau}{\eta}$$

3. 宾汉体（Bingham body） 牛顿体与圣维南体并联而成

$$\tau = \tau_s + \eta \dot{\gamma}$$

当 $\tau < \tau_s$ 时，宾汉体如同刚体一样不变形。当 $\tau \geq \tau_s$ 时，如牛顿体那样流动。

4. 施韦道夫体 (Schwedoff body) 牛顿体与圣维南体串联而成

$$\dot{\gamma} = \begin{cases} \dot{\lambda}\tau + \frac{\tau}{\eta} & \tau = \tau_s \\ \frac{\tau}{\eta} & \tau < \tau_s \end{cases}$$

当 $\tau < \tau_s$ 时, 施韦道夫体仅产生粘性流动, 当 $\tau = \tau_s$ 时, 同时产生粘性流动和塑性变形。

六、聚合物熔体的流变特性

聚合物熔体的非牛顿剪切粘性:

$$\tau = K\dot{\gamma}^n = (K\dot{\gamma}^{n-1})\dot{\gamma} = \eta_a\dot{\gamma}$$

式中: $\eta_a = K\dot{\gamma}^{n-1}$, 称为表观粘度, 表明粘度随剪切速率而变。

当 $n < 1$ 时, η_a 随 $\dot{\gamma}$ 增大而减小, 假塑性流体或切力变稀流体;

当 $n > 1$ 时, η_a 随 $\dot{\gamma}$ 增大而增大, 胀流性流体或切力增稠流体;

当 $n = 1$ 时, 与牛顿粘性定律相同, 粘度不变。

聚合物熔体的弹性行为:

Barus 效应 聚合物熔体从孔口挤出时, 在孔口出现熔体胀大现象, 故也称为孔口胀大效应

入口效应 聚合物熔体在管道入口端出现收敛流动, 使压力降突然增大的现象。

Weissenberg 效应 聚合物熔体在搅拌轴周围为凸面, 即产生爬杆效应。

第 18 章 金属塑性变形与流动问题

本章主要讨论金属塑性加工过程中塑性流动的一些宏观规律, 如最小阻力定律、影响金属塑性变形和流动的因素; 不均匀变形、附加应力与残余应力; 并介绍了金属塑性加工时的摩擦的特点及作用, 分析了塑性加工中摩擦的分类及机理, 简述了摩擦系数及其影响因素, 讲解了塑性成形时摩擦力的计算、测定摩擦系数的方法和塑性成形中的工艺润滑。

本章的教学重点在于最小阻力定律, 影响金属塑性流动与变形的因素, 不均匀变形、附加应力和残余应力。塑性加工中摩擦的分类及机理, 摩擦系数及其影响因素, 测定摩擦系数的方法, 塑性加工的工艺润滑。

一、最小阻力定律

最小阻力定律: 当变形体的质点有可能沿不同方向移动时, 则物体各质点将向着阻力最小的方向移动。

接触面存在摩擦时, 矩形断面的棱柱体在镦粗时, 由最小阻力定律, 断面的周边将趋于椭圆直至变成圆为止, 故最小阻力定律在镦粗中也称为最小周边法则。

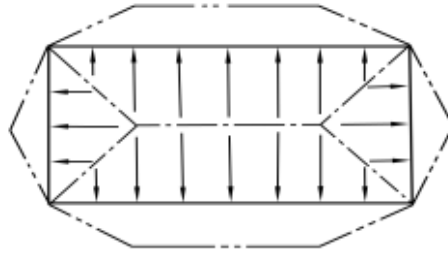


图 18-1 有摩擦矩形断面镦粗不均匀流动

二、影响金属塑性变形和流动的因素

摩擦；工具形状；金属各部分之间的关系，包括未变形的金属（“外端”）对变形区金属流动的影响和变形金属相互之间的影响；金属本身性质不均匀。

三、附加应力和残余应力

- **附加应力：**由于物体内部各部分的不均匀变形受到整体性的限制，因而在各部分之间将产生相互平衡的应力，该应力叫附加应力，或称副应力。

性质：

附加应力是由不均匀变形引起的，同时又限制不均匀变形的自由发展。

附加应力是互相平衡成对出现。

附加应力定律：物体的塑性变形总是不均匀的，因此，任何塑性变形体内，在变形过程中均有自相平衡的附加应力。

对金属塑性变形造成不良的后果：

- 1、使变形体内的应力状态发生变化，应力分布更不均匀
- 2、提高了单位变形力
- 3、使塑性降低，甚至可能造成破坏
- 4、造成物体形状歪扭
- 5、形成残余应力

- **残余应力：**引起应力的外因去除后在物体内部仍残存的应力叫残余应力。

性质：残余应力是弹性应力，不超过材料的屈服应力，也是相互平衡成对出现的。

产生原因

- 1)、塑性变形完成后，变形不均匀状态不消失，附加应力残留在物体内部而形成残余应力。
- 2)、热应力及组织应力都会引起残余应力。

引起的后果

1)、具有残余应力的物体再承受塑性变形时，其应变分布及内部应力分布更不均匀，缩短制品的使用寿命；

- 2)、使制品的尺寸和形状发生变化
 - 3)、增加塑性变形抗力，降低塑性、冲击韧性及抗疲劳强度。
 - 4)、降低制品表面的耐蚀性，具有残余应力的金属在酸液中或其他溶液中的溶解速度加快。
- 可采用热处理法或机械处理方法残余应力。

四、金属塑性成形中的摩擦和润滑

● 金属塑性成形中摩擦的特点：

- 1)、高压作用下的摩擦；
- 2)、伴随着塑性变形而发生的摩擦；
- 3)、热塑性成形时是高温下的摩擦

塑性成形中的摩擦比机械传动中的摩擦复杂得多。

塑性成形中的摩擦在多数情况下是有害的：

- 1)、改变应力状态，增大变形抗力
- 2)、引起不均匀变形，产生附加应力和残余应力
- 3) 降低模具寿命

● 塑性成形中的摩擦分类及机理

分类：

根据坯料与工具接触表面之间的润滑状态的不同，摩擦可分为三类，即干摩擦、边界摩擦和流体摩擦，由此还可以派生出混合型摩擦，即半干摩擦和半流体摩擦。

机理：

表面凸凹学说 摩擦力表现为接触表面的微观凸起被切断或产生剪切变形时的阻力。

分子吸附学说 摩擦产生的原因是由于接触面上分子之间相互吸引的结果。

粘附理论 摩擦是接触面上粘接或焊合的结果。

● 塑性成形时摩擦力的计算

常用的有三种摩擦条件：

库伦摩擦条件 单位面积上的摩擦力与接触面上的正应力成正比，适合正压力（三向压应力）不太大、变形量较小的冷成形工序。

最大摩擦力条件 当接触表面没有相对滑动，完全处于粘合状态时，摩擦切应力等于坯料塑性流动时的最大切应力 K ，适合于热变形。

摩擦力不变条件 接触面上的摩擦力不变，单位摩擦力是一个常数，适合于摩擦系数低于最大值的三向压力显著的塑性成形过程。

五、塑性成形的摩擦系数的测定方法

圆环镦粗法来测定摩擦系数：

将一定尺寸的圆环试样放在平砧间进行压缩，由于接触面上的摩擦系数不同，圆环的内径的扩大量随着系数的增加而逐渐减小。当摩擦系数超过某一极限值以后，内径开始缩小。将不同摩擦系数下的圆环内径与压缩量的关系绘制成曲线，称为摩擦系数标定曲线，利用这一标定曲线可方便地求得摩擦系数。

第 19 章 塑性成形力学的工程应用

本章主要介绍了金属塑性成形问题的求解方法，并主要介绍了主应力法及其求解要点。并以平面应变镦粗的变形力、轴对称镦粗的变形力的求解问题为例讲述主应力法的应用；

介绍了滑移线理论法基本概念和基本理论，滑移线的主要特性、滑移线场的建立及采用滑移线求解平冲头压入半无限体和平砧横镦圆断面轴的问题；讨论了塑性极值原理及上限法，讲解速度间断面及其速度特性，以及上限法在求解平冲头压入半无限体问题及轴对称问题中的应用。

本章的教学重点在于主应力法的求解的要点；滑移线理论法概念，汉基应力方程的推导、滑移线的特性的理解，应力边界条件的确定和滑移线场的绘制的数值计算方法；极值原理及上限法，速度间断面及其速度特性，重点掌握主应力法和滑移线法的应用。

一、主应力法及其求解要点

主应力法又称切块法，通过对应力状态作一些近似假设，建立以主应力表示的简化平衡方程和塑性条件，使求解过程大大简化。

基本要点如下：

(1) 把变形体的应力和应变状态简化成平面问题或轴对称问题（此时塑性条件为 $\sigma_1 - \sigma_3 = \beta\sigma_s$ ）；

(2) 切取基元体

根据变形时金属流动的方向，沿变形体整个（或部分）截面（一般为纵截面）切取一个包含接触面在内的基元体；

基元体上的正应力都是与一个坐标无关且均匀分布的主应力。

接触面上的摩擦力可用库仑摩擦条件或常摩擦条件等表示。

根据基元体的静力平衡条件，得到简化的应力平衡微分方程（常微分方程）。

(3) 列出基元体的塑性条件

假定接触面上的正应力为主应力，忽略摩擦力对塑性条件的影响，使塑性条件大大简化。即有：

$$\sigma_x - \sigma_y = \beta Y \quad (\text{当 } \sigma_x > \sigma_y).$$

(4) 联立求解简化的平衡微分方程和塑性条件，利用边界条件确定积分常数，求得接触面上的应力分布，进而求得变形力。

可以简化为平面问题和轴对称问题的塑性成形问题都可以很方便地应用主应力法分析求解，通过求解接触面上应力分布，进而求出变形力和变形功。

二、滑移线的基本理论

- 平面变形应力状态应力分量 σ_x 、 σ_y 和 τ_{xy} 可以用 σ_m 及 K 表示，

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_m - K \sin 2\omega \\ \sigma_y &= \sigma_m + K \sin 2\omega \\ \tau_{xy} &= \pm K \cos 2\omega \end{aligned} \right\}$$

式中， ω 是最大切应力平面与 x 轴的夹角。

- 关于 α 、 β 滑移线和 ω 角的规定

区分滑移线族类别及方向的规则为：

- (1) 滑移线两侧的最大切应力组成顺时针方向的为 α 族线，组成逆时针方向的为 β 族线；
- (2) 当已知主应力 σ_1 和 σ_3 方向时，将它们沿顺时针方向旋转 45° 角，即得 α 、 β 族线。

ω 角的规定：

α 线的切线方向与 ox 轴的夹角以 ω 表示， ox 轴的正向为 ω 角的量度起始线，逆时针旋转形成的 ω

角为正，顺时针旋转形成的 ω 角为负。

● 滑移线的主要特性

汉基应力方程：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_m - 2K\omega &= \xi(\beta) && (\text{沿}\alpha\text{线}) \\ \sigma_m + 2K\omega &= \eta(\alpha) && (\text{沿}\beta\text{线}) \end{aligned} \right\}$$

滑移线的沿线特性：

当沿 α 族（或 β 族）中的同一条滑移线移动时， ξ （或 η ）为常数，只有当一条滑移线转到同族的另一条滑移线时， ξ （或 η ）值才改变。

汉基第一定理（跨线特性）：

同一族的一条滑移线转到另一条滑移线时，则沿另一族的任一条滑移线方向角的变化 $\Delta\omega$ 及平均应力的变化 $\Delta\sigma_m$ 均为常数。

● 滑移线场的建立

滑移线场的建立有两种方法：分析推理法（也称简化图解法）和数值解析法。

常见的应力边界条件有以下四种类型

1. 不受力的自由表面 自由表面上一点的应力状态，可分为两种情形：

$$(a) \quad \sigma_1 = 2K, \sigma_3 = 0 \quad (b) \quad \sigma_1 = 0, \sigma_3 = -2K$$

2. 无摩擦的接触表面 由于接触表面上无摩擦，即 $\tau_{xy} = 0$ ，

3. 摩擦切应力达到最大值 K 的接触面 由于接触表面上 $\tau_{xy} = \pm K$ ，

4. 摩擦切应力为某一中间值的接触表面 接触面上的摩擦切应力为 $0 < \tau_{xy} < K$ 。

● 常见的滑移线场类型

1. 直线滑移线场 由两族正交的直线构成的滑移线场，对应均匀应力场。

2. 简单滑移线场 由一族为直线，另一族为曲线所构成的滑移线场，

3. 直线滑移线场与简单滑移线场的组合

4. 由两族相互正交的光滑曲线所构成的滑移线场

应用滑移线理论求解刚塑性体平面塑性变形问题可归纳为根据应力边界条件求解滑移线场及其应力状态。

三、塑性极值原理和上限法

上限法对于保证塑性成形过程的顺利进行，选择设备与设计模具都十分有利，因此，在金属塑性成形领域得到广泛的应用。

上限法的力学基础是虚功原理和最大散逸功原理。

● 虚功原理

如对力系作用下处于平衡状态的变形体给予一符合约束条件的微小虚位移时，则外力在虚位移上所作的虚功，必等于变形体内应力在虚应变上所作的虚功（虚应变能）

$$\int_S T_i du_i dS = \int_V \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} dV$$

相应的虚功率方程为

$$\int_S T_i \dot{u}_i dS = \int_V \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dV$$

对于刚塑性体，由于应力球张量不做功，故上式又可改写成

$$\int_S T_i \dot{u}_i dS = \int_V \sigma'_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dV$$

● 最大散逸功原理

对刚塑性体一定的应变增量场而言，在所有满足屈服准则的应力场中，与该应变增量场符合应力应变关系的应力场所做的塑性功增量为最大

$$\int_V (\sigma'_{ij} - \sigma_{ij}^*) d\varepsilon_{ij} dV \geq 0$$

式中， σ'_{ij} 、 $d\varepsilon_{ij}$ 是符合应力应变关系的应力偏量（场）和应变增量（场）； σ_{ij}^* 是满足同一屈服准则的任意应力偏量（场）。

对时间求导，则得

$$\int_V (\sigma'_{ij} - \sigma_{ij}^*) \dot{\varepsilon}_{ij} dV \geq 0$$

● 速度间断

现设变形体被速度间断面 S_D 分成①和②两个区域：根据塑性变形体积不变条件可知，垂直于 dS_D 上的速度分量必须相等，而切向速度分量可以不等，造成①、②区的相对滑动。其速度间断值为 $[V_t] = \dot{u}_t^{(1)} - \dot{u}_t^{(2)}$

变形体由于存在速度间断，要消耗一定的剪切功率，其值为

$$\int_{S_D} \tau (\dot{u}_t^{(1)} - \dot{u}_t^{(2)}) dS_D = \int_{S_D} \tau [V_t] dS_D$$

则对于变形体存在速度间断时的虚功（率）方程应为

$$\int_S T_i \dot{u}_i dS = \int_V \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dV + \sum \int_{S_D} \tau [V_t] dS_D$$

式中： τ 为沿速度间断面切线方向上的切应力，当变形体处于塑性屈服状态， $\tau = K$ 。

则上限原理公式：

$$P^* \dot{u}_i = \int_V \sigma_{ij}^* \dot{\varepsilon}_{ij}^* dV + \sum \int_{S_D} K [V^*] dS_D - \int_{S_T} T_i \dot{u}_i^* dS$$

● 上限法求解塑性成形问题，按以下步骤进行：

- 1) 据金属流动规律和解题要求，设计动可容速度场。
- 2) 利用几何方程，由该速度场确定应变速率场和等效应变速率场。
- 3) 计算各项上限功率。
- 4) 利用最优化原理确定使总功率消耗为最小的准独立变量，如表征圆柱体镢粗鼓形程度的系数、塑变区划分时的一些待定参数、模具的某些几何参数，等等。
- 5) 求解上限载荷，并进行各变量间相互关系的分析，从中得出用以指导工艺设计的参数和结论。

动可容速度场通常模式：

(1) 针对平面应变问题，将变形体简化成由速度间断面分隔的若干三角形刚性块。塑性变形时，这些刚性块相互滑动，消耗剪切功率，而刚性块本身不变形，即 $\dot{\varepsilon}_{ij}^* = 0$ ，故

$$\int_V \sigma_{ij}^* \dot{\varepsilon}_{ij}^* dV = 0$$

(2) 含有连续速度场的上限流动模式，即把塑变区设计为连续速度场，只在刚—塑性边界产生速度间断。

(3) 利用“上限单元技术”，总功率为单元内部的功率消耗、单元间的剪切功率和各单元与接触表面之间的摩擦功率消耗。