

# 苏州大学

## 功能纳米与软物质(材料)实验室

### 二〇一〇年攻读硕士学位研究生入学考试试题 (A)

专业名称: 凝聚态物理

考试科目: 高等数学

一、填空题 (每小题 10 分, 共 50 分)

1. 设 3 阶矩阵  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ a & 1 & 2 \end{vmatrix}$  的秩为 2, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 求极限:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\tan x} - \sqrt{1+\sin x}}{x \ln(1+x) - x^2}$

3. 设  $z = f(e^x \sin y, x^2 + y^2)$ , 其中  $f$  具有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

4. 求积分  $\int x \sin^2 x dx$

5. 设  $n$  为非负整数, 求定积分  $I_n = \int_0^1 x \ln^n x dx$

二、解答题 (每小题 25 分, 共 100 分)

1. 求特解:  $y''(x+y^2) = y'$ , 且满足:  $y(1) = y'(1) = 1$

2. 设曲线  $y = ax^2 (a > 0, x \geq 0)$  与  $y = 1 - x^2$  相交于 A 点, 过坐标原点 O 与 A 点的直线与曲线  $y = ax^2$  围成一平面图形, 问  $a$  为值时, 该图形绕  $x$  轴旋转一周所得的旋转体积最大? 最大体积是多少?

3. 设不恒为常数的函数  $f(x)$  在闭区间  $[a, b]$  上连续, 在开区间  $(a, b)$  内可导, 且  $f(a) = f(b)$ , 证明在  $(a, b)$  内至少存在一点  $\xi$ , 使得  $f'(\xi) > 0$ 。

4. 设函数  $f(u)$  在  $(0, +\infty)$  内具有二阶导数, 且  $z = f(\sqrt{x^2 + y^2})$  满足等式:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

(1) 验证:  $f''(u) + \frac{f'(u)}{u} = 0$ ;

(2) 若  $f(1) = 0, f'(1) = 1$ , 求函数  $f(u)$  的表达式。

注意: 答案请不要做在试题纸上。