

2011 年硕士研究生入学考试初试试题 (A 卷)

科目代码: 628 科目名称: 高等数学 (F) 满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、选择题 (每小题 6 分, 共 30 分. 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求.)

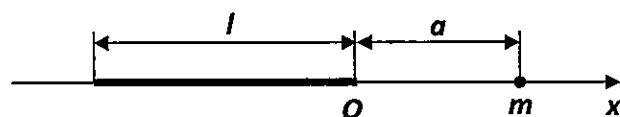
1. 若  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x + xf(x)}{x^3} = 0$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 + f(x)}{x^2}$  为

- (A) 0. (B) 6. (C) 36. (D)  $\infty$ .

2. 函数  $f(x) = \frac{x - x^3}{\sin \pi x}$  的可去间断点的个数为

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 无穷多个.

3. 如图所示,



$x$  轴上有一线密度为常数  $\mu$ 、长度为  $l$  的细杆, 有一质量为  $m$  的质点到杆右端的距离为  $a$ , 已知引力系数为  $k$ , 则质点和细杆之间引力的大小为

(A)  $\int_{-l}^0 \frac{k m \mu}{(a-x)^2} dx$ . (B)  $\int_0^l \frac{k m \mu}{(a-x)^2} dx$ . (C)  $2 \int_{-\frac{l}{2}}^0 \frac{k m \mu}{(a+x)^2} dx$ . (D)  $2 \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{k m \mu}{(a+x)^2} dx$ .

4. 微分方程  $y'' + y = x^2 + 1 + \sin x$  的特解形式可设为

- (A)  $y^* = ax^2 + bx + c + x(A \sin x + B \cos x)$ .  
 (B)  $y^* = x(ax^2 + bx + c + A \sin x + B \cos x)$ .  
 (C)  $y^* = ax^2 + bx + c + A \sin x$ .  
 (D)  $y^* = ax^2 + bx + c + A \cos x$ .

5. 设向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性无关, 向量  $\beta_1$  可由  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性表示, 而向量  $\beta_2$  不能由  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性表示, 则对任意常数  $k$ , 必有

- (A)  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, k\beta_1 + \beta_2$  线性无关. (B)  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, k\beta_1 + \beta_2$  线性相关.  
 (C)  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1 + k\beta_2$  线性无关. (D)  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1 + k\beta_2$  线性相关.

二、填空题 (每小题 8 分, 共 40 分)

1. 曲线  $x = \cos t + \cos^2 t, y = 2 + \sin t$  上对应于  $t = \frac{\pi}{4}$  的点处的斜率

2. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\sin x - \sin(\sin x)] \sin x}{x^4}$

3. 设 3 阶矩阵  $A$  的特征值为 2、3、 $\lambda$ , 若行列式  $\left| \frac{A}{2} \right| = -48$ , 求  $\lambda$  的数值.

4. 求积分  $\int x \sin^2 x dx$

5. 设  $z = f(x^2 - y^2, e^y)$ , 其中  $f$  具有连续二阶偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

三、解答题 (每小题 20 分, 共 80 分)

1.  $\int_0^1 \frac{x^2 \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

2. 对于  $x \geq 0$ , 证明

$\int_0^x (t-t^2) \sin^{2n} t dt < \frac{1}{(2n+2)(2n+3)}$  ( $n$  是自然数)

3. 设  $y = y(x)$  是一向上凸的连续曲线, 其上任意一点  $(x, y)$  处的曲率为  $\frac{1}{\sqrt{1+y'^2}}$ ,

且此曲线上点  $(0, 1)$  处的切线方程为  $y = x + 1$ , 求该曲线的方程, 并求  $y = y(x)$  的极值.

4. 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上可导, 且  $f'(x) \leq M, f(a) = 0$ , 证明:

$\int_a^b f(x) dx \leq \frac{M}{2}(b-a)^2$ .