苏州大学

2012年硕士研究生入学考试初试试题（ A卷 ）

科目代码: 602　科目名称: 高等数学（F）　满分: 150 分

注意：①认真阅读答题纸上的注意事项；②所有答案必须写在答题纸上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回！

一、选择题（每小题6分，共30分. 每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.）

1. 极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 2}}(1+xy)^{\frac{1}{x}}=$（　　）

（A）1；　（B）e；　（C）e^2；　（D）不存在.

2.若正项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$与$\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$收敛，则正项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sqrt{a_nb_n}$与$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{a_n}}{n}$（　　）.

(A)均发散；(B)均收敛；

$(C)\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sqrt{a_nb_n}$收敛而$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{a_n}}{n}$发散；

$(D)\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sqrt{a_nb_n}$发散而$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{a_n}}{n}$收敛.

3. 设 $k=\iint\limits_D[x^2+f(xy)]\mathrm{d}\sigma$，其中 f 为连续的奇函数，D是由 $y=-x^3$，$x=1$，$y=1$ 所围成的平面区域，则 k 等于（　　）

(A) 0；　(B) $\frac{2}{3}$；　(C) $-\frac{2}{3}$；　(D) $2\iint\limits_D f(xy)\mathrm{d}\sigma$

4. 二阶常系数线性非齐次微分方程 $y''+y=x\cos x$ 的特解形式為（　　）

（A）$A\cos x+B\sin x$；　（B）$x(Ax\cos x+Bx\sin x)$；

（C）$Ax\cos x+Bx\sin x$；　（D）$x[(Ax+B)\cos x+(Cx+D)\sin x]$；

5. 对于给定的两个向量组（I）$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$，$m\ge 2$；

（II）$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m,\alpha_{m+1},\cdots,\alpha_{m+n}$，$n\ge 1$. 必有（　　）

（A）（I）线性无关 $\Rightarrow$（II）线性相关；

（B）（II）线性无关 $\Rightarrow$（I）线性无关；

（C）（I）线性相关 $\Rightarrow$（II）线性无关；

（D）（II）线性相关 $\Rightarrow$（I）线性相关.

二、填空题（每小题8分，共40分）

1. 极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^3+x^2+1}{2^x+x^3}(\sin x+\cos x)=$ ________.

2. 微分方程 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{y}{x}-\frac{1}{2}(\frac{y}{x})^3$ 满足 $y|_{x=1}=1$ 的特解为 $y=$ ________.

3. 曲线 $y=(x-3)\mathrm{e}^{\frac{a}{x}}$ 有斜渐近线 $y=x+1$，则 $a=$ ________.

4. 设 $\mathrm{I}=\iint\limits_D|x^2+y^2-1|\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 4\}$，则 $\mathrm{I}=$ ________.

5. 曲面 $z-\mathrm{e}^z+2xy=3$ 在点 $P_0=(1,2,0)$ 处的切平面方程为________.

三、解答题（每小题20分，共80分）

1. 设 $f(x)$ 在 $x=3$ 处连续，且 $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)}{x-3}=2$，求 $f'(3)$.

2. 设 $f(\sin^2 x)=\frac{x}{\sin x}$，求 $\int\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}f(x)\mathrm{d}x$.

3. 证明函数 $f(x)=\begin{cases}(1+x)^{\frac{1}{x}} & ,x\ne 0\\ e & ,x=0\end{cases}$ 在 $(-1,+\infty)$ 上可导，并研究其导函数 $f'(x)$ 在 $x=0$ 点处的连续性.

4. 计算二重积分 $\iint\limits_D\sqrt{1+\cos(x+y)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 D 由直线 $y=0$，$y=x$，$x=\pi$ 围成.