

# 目 录

序  
前言

绪 论 .....	1
第一节 机器的功能结构及机构 .....	1
第二节 机械总体方案设计的内容及机械原理课程的定位与任务 .....	7
第三节 机械原理课程的主要内容、基本要求与学习方法 .....	9
一、机构的结构设计 .....	9
二、常用机构的设计 .....	9
三、机械动力学 .....	10
四、系统运动方案设计 .....	10
思考题 .....	12
第一章 机构的结构设计 .....	13
第一节 机构的基本结构及简图 .....	13
一、构件与自由度 .....	13
二、运动副与约束 .....	15
三、运动副的封闭 .....	19
四、运动链、机构及简图 .....	20
(一) 运动链与结构简图 .....	20
(二) 机构及机构运动简图 .....	23
第二节 运动链及机构的自由度计算和机构运动简图的绘制 .....	24
一、运动链的自由度计算及平面机构 .....	24
二、平面机构运动简图的绘制 .....	25
三、平面机构(运动链)中的过约束、虚约束和局部自由度结构 .....	27
(一) 平面闭链机构中的过约束及其计算 .....	27
(二) 平面机构中的虚约束结构及复合铰链 .....	28
(三) 运动链和机构中的局部自由度 .....	30
第三节 平面运动链与机构的结构设计 .....	32
一、平面运动链的自由度与结构设计 .....	32
二、运动链结构公式推导法 .....	32
三、机构结构的替代与演化 .....	34

(一) 运动副的等价替代 .....	34
(二) 基本运动链的演化与派生 .....	36
(三) 运动副元素与构件的功能结构演化 .....	38
第四节 按基本杆组的机构结构综合与结构分析 .....	41
一、基本杆组 .....	41
二、基本杆组的联接和机构的构成 .....	44
三、机构的结构分析 .....	46
习题 .....	48
<b>第二章 平面连杆机构及其分析与设计 .....</b>	<b>53</b>
第一节 概述 .....	53
一、平面连杆机构的基本结构 .....	55
二、铰链四杆机构具有整转副和曲柄存在的条件 .....	57
三、平面四杆机构的变异及其他基本类型 .....	60
四、平面多杆机构 .....	65
第二节 平面连杆机构的运动特性与分析方法 .....	68
一、平面连杆机构的运动特性及其应用 .....	68
(一) 实现多种运动形式的转换和运动性质的变换 .....	69
(二) 实现运动规律的变换与运动函数的再现 .....	76
(三) 实现轨迹运动 .....	78
(四) 导引刚体实现一定的位置姿态要求 .....	82
二、平面连杆机构的运动分析方法 .....	83
(一) 运动分析的目的与方法 .....	83
(二) 平面连杆机构运动分析的图解法与连杆机构基本运动特征参数 .....	85
三、平面四杆机构的合理选用 .....	107
第三节 平面四杆机构的传力特性与受力分析 .....	110
一、机构中的摩擦及传动效率 .....	110
(一) 作用在机构上的力 .....	110
(二) 低副中的摩擦 .....	110
(三) 机构的传动效率 .....	117
二、平面连杆机构的传力特性 .....	121
(一) 平面连杆机构的压力角与传动角 .....	121
(二) 机构中力的增益与“死点” .....	123
三、平面连杆机构的静力学分析 .....	125
(一) 连杆机构忽略摩擦时的静力分析 .....	126
(二) 考虑摩擦的静力分析 .....	127
四、根据受力分析合理地选择和设计平面连杆机构 .....	130
第四节 平面四杆机构综合的内容与方法 .....	133

一、平面四杆刚体导引机构的综合 .....	134
(一) 刚体导引机构综合的图解法 .....	134
(二) 刚体导引机构综合的解析法 .....	135
二、两连架杆实现预期运动规律的平面四杆机构综合 .....	144
(一) 反转原理在函数发生机构综合中的应用 .....	144
(二) 函数发生机构综合的解析法 .....	145
三、有急回运动四杆机构的综合 .....	148
(一) 有急回运动平面四杆机构综合的图解法 .....	149
* (二) 有急回运动平面四杆机构综合的解析法 .....	152
四、实现预期轨迹平面四杆机构的综合 .....	159
* 五、平面四杆机构优化设计 (简介) .....	163
(一) 优化设计的数学模型 .....	164
(二) 优化问题的求解过程 .....	167
(三) 约束优化方法简介 .....	168
· 第五节 空间连杆机构 .....	173
一、坐标变换 .....	174
二、闭链型空间四杆机构的运动分析 .....	179
三、开链型空间连杆机构的运动分析 .....	184
习题 .....	188
<b>第三章 凸轮机构及其设计 .....</b>	<b>196</b>
第一节 概述 .....	196
一、凸轮机构的基本组成及应用特点 .....	196
二、凸轮机构的分类 .....	197
(一) 按凸轮的形状分 .....	197
(二) 按从动件运动副元素的形状分 .....	197
(三) 按从动件的运动形式分 .....	198
(四) 按凸轮与从动件维持高副接触 (封闭) 的方式分 .....	198
三、凸轮机构的工作循环与运动学设计参数 .....	199
第二节 凸轮机构的力分析和效率 .....	201
第三节 凸轮机构的设计过程 .....	202
第四节 凸轮机构运动学参数和基本尺寸的设计 .....	203
一、工作循环图与凸轮工作转角的确定 .....	203
二、从动件运动规律设计 .....	203
(一) 基本运动规律 .....	204
(二) 组合运动规律 .....	208
(三) 设计从动件运动规律时应考虑的问题 .....	209

三、盘形凸轮机构基本尺寸的设计 .....	211
(一) 移动从动件盘形凸轮机构基本尺寸的设计 .....	211
(二) 摆动从动件盘形凸轮机构基本尺寸的设计 .....	213
第五节 平面凸轮轮廓曲线的设计 .....	214
一、凸轮轮廓曲线设计的反转法原理 .....	214
二、平面凸轮轮廓曲线设计的解析法 .....	216
(一) 尖顶从动件盘形凸轮机构 .....	216
(二) 滚子从动件盘形凸轮机构 .....	217
(三) 平底移动从动件盘形凸轮机构 .....	218
三、刀具中心轨迹计算 .....	219
(一) 滚子从动件盘形凸轮机构 .....	219
(二) 平底移动从动件盘形凸轮机构 .....	220
第六节 凸轮机构从动件的设计 .....	221
一、从动件高副元素形状的选择 .....	221
二、从动件滚子半径及平底宽度的确定 .....	221
(一) 滚子半径的确定 .....	221
(二) 平底宽度的确定 .....	223
三、封闭形式的选择 .....	223
·第七节 空间凸轮机构及高速凸轮机构简介 .....	224
一、空间凸轮机构简介 .....	224
(一) 圆柱凸轮机构 .....	224
(二) 圆锥凸轮机构 .....	224
(三) 弧面凸轮机构 .....	225
(四) 球面凸轮机构 .....	225
二、高速凸轮机构简介 .....	225
(一) 弹性从动件的运动微分方程 .....	226
(二) 动力系数 .....	226
(三) 保证从动件与凸轮不脱离的条件 .....	227
习题 .....	227
<b>第四章 轮系及其设计 .....</b>	<b>231</b>
第一节 轮系的分类 .....	231
第二节 定轴轮系及其设计 .....	231
一、定轴轮系的传动比计算 .....	232
二、定轴轮系的传动效率计算 .....	234
三、定轴轮系设计中的几个问题 .....	236
(一) 传动比的合理分配 .....	237
(二) 合理的布局 .....	239



第三节 周转轮系及其设计 .....	239
一、周转轮系及其结构分类 .....	239
二、周转轮系的传动比计算 .....	240
三、行星轮系的传动效率计算 .....	246
四、行星轮系设计的几个问题 .....	249
(一) 行星轮系类型的选择 .....	249
(二) 行星轮系各轮齿数的确定 .....	250
(三) 行星轮系的均载装置 .....	253
第四节 复合轮系及其设计 .....	254
一、复合轮系的传动比计算 .....	255
(一) 串联型复合轮系 .....	255
(二) 封闭型复合轮系 .....	256
(三) 双重系杆型复合轮系 .....	259
二、封闭型复合轮系的功率流 .....	260
(一) 作用在差动轮系三个基本构件上的转矩比 .....	261
(二) 封闭型差动轮系中的功率流 .....	262
第五节 轮系的功用 .....	265
第六节 少齿差传动简介 .....	268
(一) 渐开线少齿差行星齿轮传动 .....	268
(二) 摆线针轮传动 .....	270
(三) 活齿传动 .....	272
(四) 谐波齿轮传动 .....	274
习题 .....	276
第五章 其他常用机构 .....	281
第一节 间隙运动机构 .....	281
一、槽轮机构 .....	281
(一) 槽轮机构的工作原理和类型 .....	281
(二) 槽轮机构的运动与分析 .....	282
(三) 槽轮机构的优缺点及应用 .....	283
二、棘轮机构 .....	284
(一) 棘轮机构的工作原理和类型 .....	284
(二) 棘爪自动啮紧的条件 .....	286
(三) 棘轮机构的优缺点和应用 .....	287
三、不完全齿轮机构 .....	288
四、凸轮式间歇机构 .....	289
第二节 螺旋机构 .....	290

一、螺旋机构的工作原理及类型 .....	290
二、螺旋机构的特点及应用 .....	291
第三节 摩擦传动机构 .....	292
第四节 液、气动机构及电磁传动机构 .....	294
一、液、气动机构 .....	294
(一) 液动机构 .....	294
(二) 气动机构 .....	295
二、电磁传动机构 .....	296
思考题 .....	297
第六章 机械动力学 .....	298
第一节 机构的动态静力分析 .....	299
一、构件惯性力的确定 .....	299
二、机构动态静力分析的解析法 .....	300
三、考虑运动副摩擦的受力分析 .....	304
第二节 机械的平衡 .....	305
一、转子的平衡 .....	305
(一) 刚性转子的平衡 .....	306
* (二) 挠性转子的平衡 .....	310
* 二、平面机构的平衡 .....	315
(一) 平面机构惯性力完全平衡的条件 .....	315
(二) 平面机构惯性力完全平衡的线性独立矢量法 .....	318
(三) 平面机构惯性的部分平衡 .....	322
第三节 机械的运转及其速度波动的调节 .....	325
一、单自由度机械系统的等效动力学模型——等效构件、等效力矩与等效转动惯量 .....	326
二、机械运动方程及其求解 .....	333
(一) 机械运动分程 .....	333
(二) 运动方程求解 .....	334
三、机械系统速度波动的调节 .....	338
(一) 机械运动速度不均匀系数及其许用值 .....	341
(二) 最大盈、亏功与飞轮转动惯量的计算 .....	342
(三) 飞轮尺寸的确定 .....	344
* 第四节 考虑构件弹性时的机械动力学简介 .....	347
习题 .....	352
第七章 机械系统运动方案设计 .....	357
第一节 机械总体方案设计 .....	357

一、机械产品的设计过程 .....	357
二、机械总体方案设计的目的和内容 .....	359
(一) 总体方案设计的目的 .....	359
(二) 总体方案设计的内容 .....	359
第二节 现代设计观念与创新设计简介 .....	359
一、现代设计观念 .....	360
(一) 机械设计的历史回顾简述 .....	360
(二) 现代设计方法的产生 .....	360
(三) 机械现代设计和创新设计的特点 .....	361
二、创造性设计与创造性思维 .....	361
第三节 机械执行系统运动方案设计 .....	363
一、机械执行系统运动方案设计的主要内容和过程 .....	363
二、执行系统运动方案设计的思路与策略 .....	366
(一) 巧妙的构思 .....	367
(二) 功能分析与功能求解 .....	369
三、机械执行系统的功能原理及运动方案设计的多方案性 .....	373
四、执行机构的型式设计与创新 .....	376
(一) 执行机构型式设计的原则 .....	376
(二) 执行机构的选型 .....	380
(三) 机构构型的创新设计 .....	385
(四) 机构组合创新 .....	391
(五) 执行机构型式设计实例 .....	398
五、执行机械系统的协调设计 .....	403
(一) 执行系统协调设计的基本要求 .....	403
(二) 执行系统协调设计的方法 .....	405
(三) 工作循环图的编制 .....	407
六、机械系统运动方案的评价与优选 .....	410
(一) 机械系统运动方案评价的意义、特点 .....	410
(二) 评价内容与评价指标 .....	411
(三) 机械运动方案的评价方法 .....	414
• 第四节 机械传动系统的方案设计和原动机选择 .....	417
一、机械传动系统的方案设计 .....	417
(一) 传动在机械系统中的地位、作用及其设计过程 .....	417
(二) 传动系统类型的选择 .....	418
(三) 传动链的方案设计 .....	419
二、原动机的选择 .....	420
(一) 原动机的类型和特点 .....	420
(二) 原动机的选择 .....	421

三、控制系统概述 .....	122
第五节 机械系统运动方案设计举例 .....	124
习题 .....	129
参考书目 .....	131

# 绪 论

## 第一节 机器的功能结构及机构

机器是人类通过长期生活及实践创造出来的技术装置,用以代替或减轻人的体力与脑力劳动,完成某种特定的功能,实现某种工艺(工作)过程的机械化、自动化与智能化,有效地提高工作效率、工作精确性与可靠性,是人类改造自然强有力的工具,是社会生产力的重要组成部分。

机器的功能就是实现物料、能量、信息的传递与交换。根据所实现的功能,机器可分以下三大类:

1) 工作(或工艺)机器。实现对物料的某种工作或工艺过程,作出机械功。如改变物料的形状、尺寸及某些物理性质;改变物料的位置与姿态等,例如金属切削机床、轧钢机、压力加工机械、轻纺、食品机械以及各种起重、运输机等。

2) 力能机器。实现其他种类的能量与机械能之间的转换。如各种动力机器:内燃机、汽轮机、电动机、发电机等。

3) 信息机器。主要实现其他形式的信息(如电磁、热、压力、变形等)与机械运动信息间的传递与转换,如各种计量、检测机;机械运算与逻辑处理机,绘图、打印、复印机以及各种操作机等。

机器的结构虽是千差万别的,但就其功能结构而言,现代机器一般都由动力子系统、传动子系统、执行子系统及测控子系统组成。就其功能实现而言,机器的最根本共性特征是通过“机械运动”来实现上述各物理量的传递和变换。因而机器的最基本功能结构是能实现运动的传递与变换的系统——机构。一般将机器与机构统称为“机械”。

《机械原理》就是研究机器与机构,特别是机构的结构、运动及动力学原理及其设计理论与方法的一门基本课程,是机械设计及理论的重要组成部分。

通过前面各门课程,特别是“机械设计”课程的学习与实践,对机器的功用、结构及其零、部件的设计与制造有了较系统、深入的认识。而本课程将从运动学、动力学等更加综合、系统的角度来认识、分析与设计机器的共性基本功能组成——机构及其组合系统。

图 0-1 所示的单缸四冲程内燃机,它属于动力机器,其工作循环(四个冲程)

如图 0-2 所示。其基本功能是将燃气的热能转换为机械能，输出机械功。其主要功能子系统是由气缸 2、活塞 3、连杆 5 及曲轴 9 所组成的可动联接系统。当可燃混合气经压缩后，其压力可达  $600 \sim 1600 \text{ MPa}$ ，温度为  $500 \sim 700^\circ\text{C}$ ，这时活塞处于如图 0 2c 所示的上止点，火花塞点火使混合燃气迅速燃烧时，温度可达  $2000 \sim 2700^\circ\text{C}$ ，压力猛增可达  $2940 \sim 4900 \text{ MPa}$ 。该压力作用于活塞顶部，而活塞与气缸体以圆柱表面相互接触配合，形成可动联接，于是活塞在燃气压力作用下往下移动，并通过活塞销 5 与连杆孔所形成的可动联接，将力和运动传至连杆 6，连杆又将力与运动传至曲轴 9 的曲柄销 A 上。而曲轴与连杆及缸体之间均以圆柱表面相接触，形成可相对转动的联接，于是曲轴在偏心力的作用下（见图 0 1b），形成对轴线 O-O 的力矩使之转动，对外输出机械功，从而完成了能量的转换。

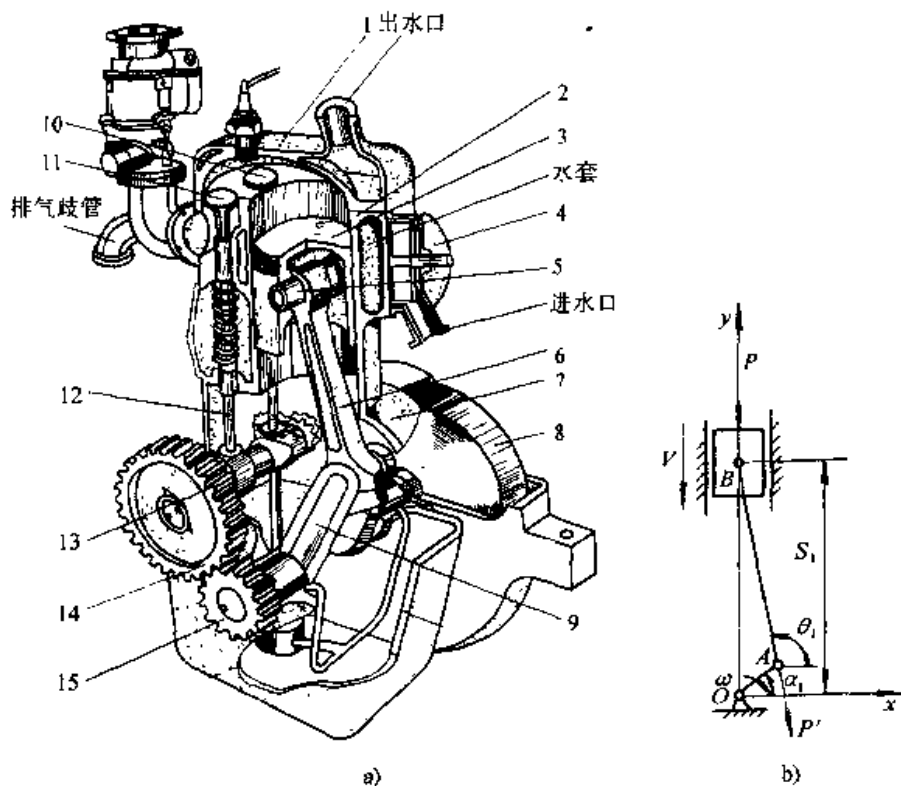


图 0-1 单缸四冲程内燃机构造示意图

a) 结构图 b) 简图

- 1—气缸盖 2—气缸 3—活塞 4—水泵 5—活塞销 6—连杆  
7—曲轴箱 8—飞轮 9—曲轴 10—进气阀 11—排气阀  
12—气门挺杆 13—凸轮轴 14—大齿轮 15—小齿轮

该系统的工作过程可简化为图 0-1b 所示的简图。由于缸体-活塞-连杆曲轴-缸体之间由内外圆柱表面相互接触，形成一种可动联接，在  $P$  力作用下，从面使活塞沿  $y$  方向移动，经连杆传递到曲轴并转换成曲轴绕  $O$  轴的转动输出，面且其转

动的角位移  $\alpha$  角速度  $\omega$  与活塞的直线位移  $s$ 、线速度  $v$  之间具有确定的转换关系。这可由图中  $s_i$  一旦确定后,  $\theta_i$ 、 $\alpha_i$  即随之确定的几何关系进行分析。这样的结构形式, 实现了能量形式的传递和变换, 而其功能的实现, 最本质的根据是运动的传递和变换, 是由于该系统是一个由若干实体用可动联接构成的多体系统。否则, 如果是一个桁架, 虽也可以传递力, 但却不能传递运动和作功, 而成为一个力平衡系统。这种各实体之间, 以一定的几何形状表面相互接触形成可动联接, 且各实体间具有确定相对运动规律的多体系统称为“机构”。

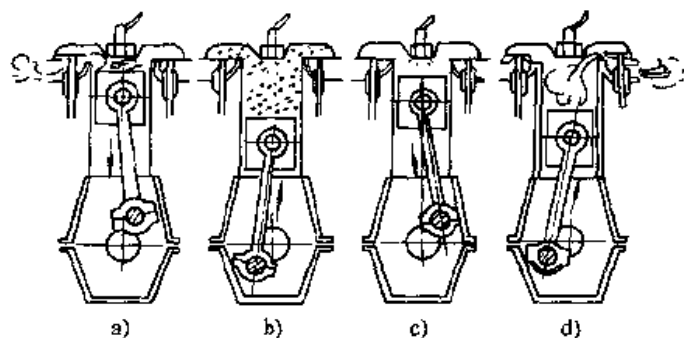


图 0-2 单缸四冲程内燃机工作循环图

a) 进气 b) 压缩 c) 作功 d) 排气

而将组成机构, 在运动时作为一个整体的结构实体称为“构件”。如上述内燃机中的缸体 (视为固定不动的称为机架), 活塞、连杆、曲轴都是一个构件。一个构件, 还可能由若干个彼此没有相对运动的实体联接而成, 如图 0-3 所示的连杆就是由连杆体、连杆盖、轴瓦、螺栓等多个实体相互固联而成。这些作为构造或制造的最小实体, 称为“零件”。当然也有的构件可能就是一个零件。总之, 将机器中运动的最小单元称为“构件”。

机构, 是两个以上的构件相互可动联接的构件系统。各构件间具有确定的相对运动, 可按预期的规律实现运动 (包括力) 的传递和变换, 能将一个或几个构件的已知运动 (这些构件称为原动件或输入构件), 转变成其他构件 (这些构件称为从动件、输出构件或执行构件) 所需的某一确定运动规律。机器或机构中的构件大多数是刚性体, 但某些构件也可以是挠性或弹性体 (为链、带、弹簧等), 或是液体、气体、电磁体。但所有作为构件的实体, 其共性特征是必能传递运动和动力。

一个机器根据它的功能要求, 可能

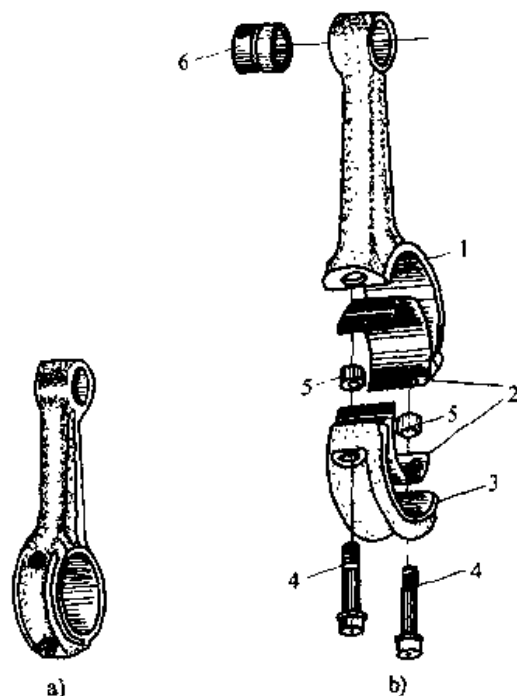


图 0-3 连杆及其组成零件

a) 连杆 (构件) b) 连杆的组成

1—连杆体 2—轴瓦 3—连杆盖 4—螺钉

5—定位套 6—连杆衬套

是由一种机构组成,也可能是由若干种机构组成,它们按一定的规律相互协调配合,通过有序的运动和动力的传递与变换来完成预期的功能。如内燃机的工作,必须连续地实现图 0-2 所表示的工作循环,前述的主要工作机构——一般称为曲柄—滑块机构,它可以实现移动与转动之间的变换,完成做功、吸气、压缩、排气所需的运动,但在这些冲程中,何时吸气、排气及压缩等,以及进排气阀门何时开、闭,火花塞何时点火等动作还必须由其他机构来完成,并按一定的时间(或曲柄转角)顺序实现相互协调。如图 0-1 所示,进、排气阀门 10、11 的开、闭是由缸体 2、凸轮轴 13、气门挺杆 12 等三个构件所构成的直动从动杆凸轮机构来实现的。凸轮轴连续转动,轴上的凸轮是具有一定形状的曲面回转体,与挺杆顶面形成线接触,并使它按一定的规律实现升(开)、降(闭)和停止等间隙运动。为了保证阀门在四个冲程曲轴转  $720^\circ$  的时间内仅开闭一次,且开闭时间与冲程相协调,把曲轴的转动与凸轮转动按一定的比例关系联系起来,则是通过气缸体 2 和一对齿轮 14、15 所构成的齿轮机构来实现的(二齿轮间按 1:2 规律转动,并转向相反,这对齿轮称为正时齿轮)。

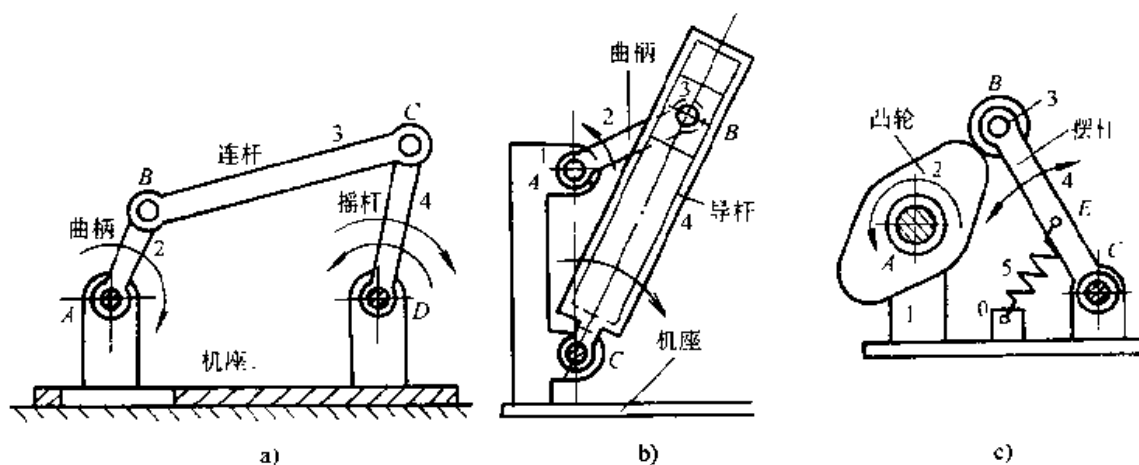


图 0-4 转动-摆动变换机构

a) 曲柄摇杆机构 b) 曲柄导杆机构 c) 摆动从动杆凸轮机构

从运动(力)的传递与变换的功能观点分析,机器是由一种或若干种机构所组成的。而机构的种类是根据其运动传递与变换的特征来区分的。例如上述的内燃机中的三种机构为:曲柄滑块机构可实现连续转动与连续往复移动间的运动变换;凸轮机构,可实现连续转动与间隙往复移动间的运动变换;而齿轮机构则实现连续转动与连续转动间转速的大小、转向的变换。由于平面运动不外有:定轴转动、直线移动、平面平行运动、一般平面运动等运动类型,以及连续单向运动、间隙单向运动、连续往复运动及间隙往复运动等方式,因此实现这些运动传递与



变换的机构也是有限的。常见的除上述三种外,还有如图 0-4 所示的将转动变换为往复摆动的: a) 曲柄摇杆机构, b) 曲柄导杆机构, c) 摆动从动杆凸轮机构等。图 0-5 为其他常见的传递与变换连续转动的机构: a) 带传动, b) 链传动, c) 摩擦轮机构, d) 双曲柄机构等。图 0-6 所示,为可将连续转动和往复摆动变换为间隙运动的 a) 槽轮机构和 b) 棘轮机构。以上列举的机构的结构,是通过各构件间一定接触形式的可动联接,构成一个封闭的环路,且只要有一个构件的运动规律确定后,其他各构件的运动即随之确定的单自由度系统。此外还有在现代机器人中采用的开环、多自由度机构(见图 0-7)。图 0-8 所示则是由液体作为传递运动和力的介质的液动机构。

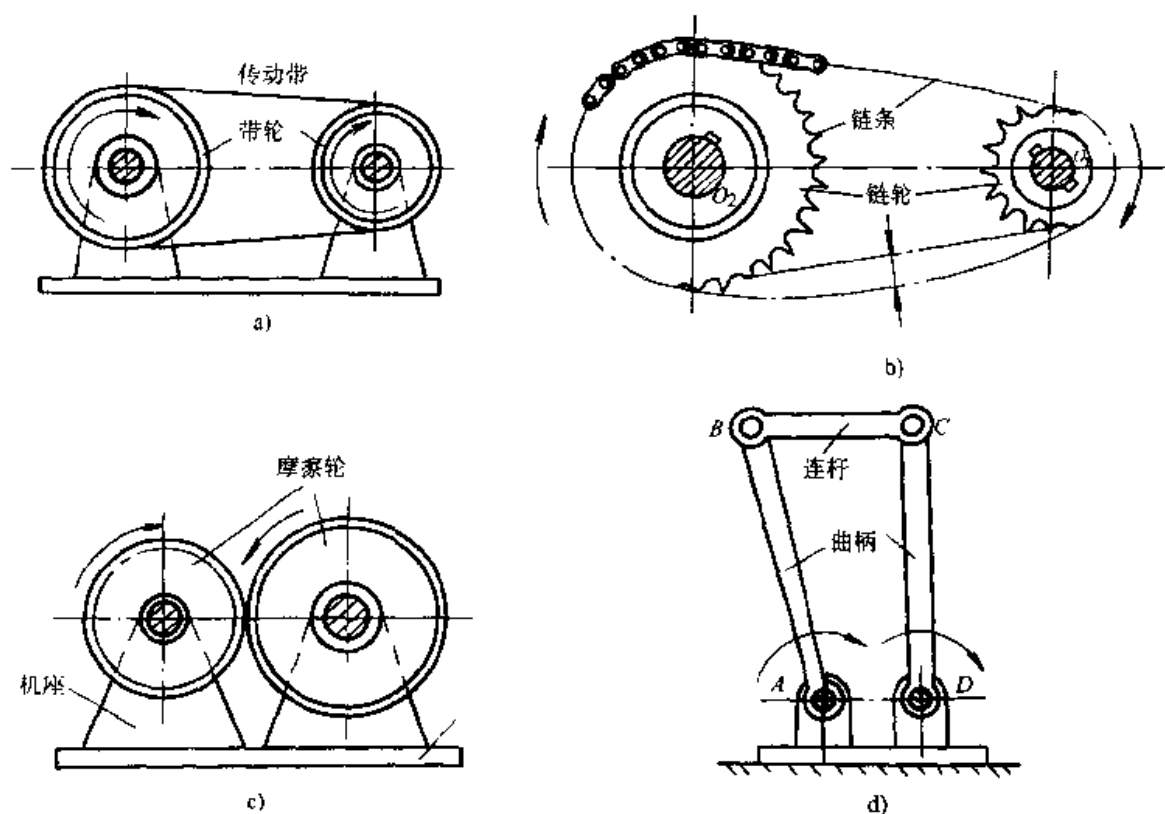


图 0-5 转动-转动变换机构

a) 带传动 b) 链传动 c) 摩擦轮机构 d) 双曲柄机构

机构是所有机器的共性功能组成部分。凡需要实现某种运动传递与变换的地方,都可以采用对应的某种机构,如曲柄滑块机构可用于内燃机、压缩机、冲压机、剪切机、锯床、输送机等。它们都需要转动与往复直线移动的运动变换实现工作要求。同一种机构通过各构件的尺寸、形状等参数的变化就可以获得同种输

出运动的不同范围、方向及速度、加速度等运动参数。通过这些典型机构的不同组合及不同的机构几何参数, 就可以实现各种各样的运动及动力要求, 完成各种工作过程, 创造出千差万别、各种功能的机器。

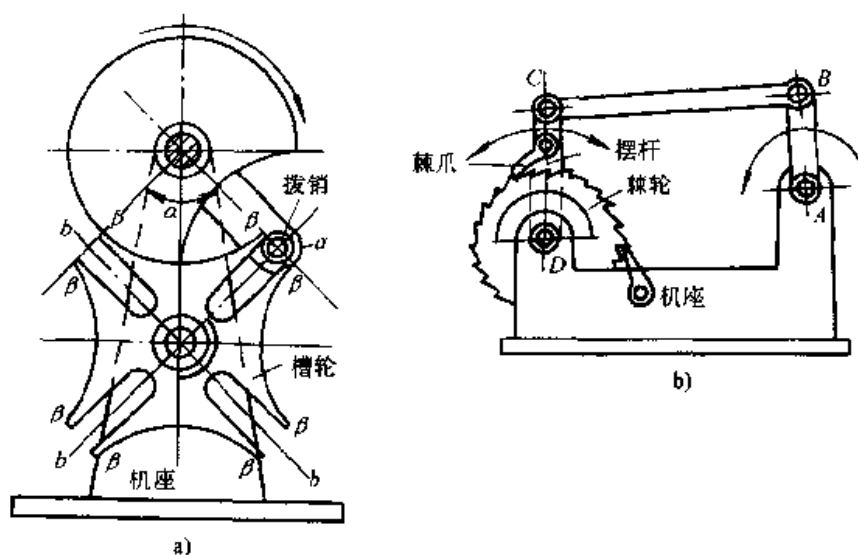


图 0-6 转动-单向间隙转动变换机构

a) 槽轮机构 b) 棘轮机构

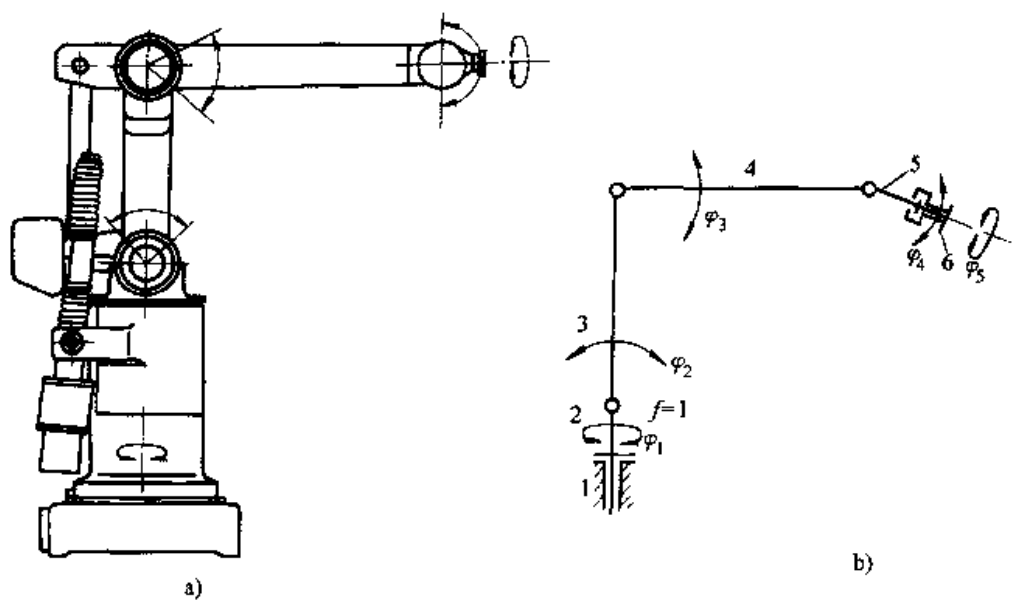


图 0-7 开链多自由度机械手

a) 结构示意图 b) 运动简图

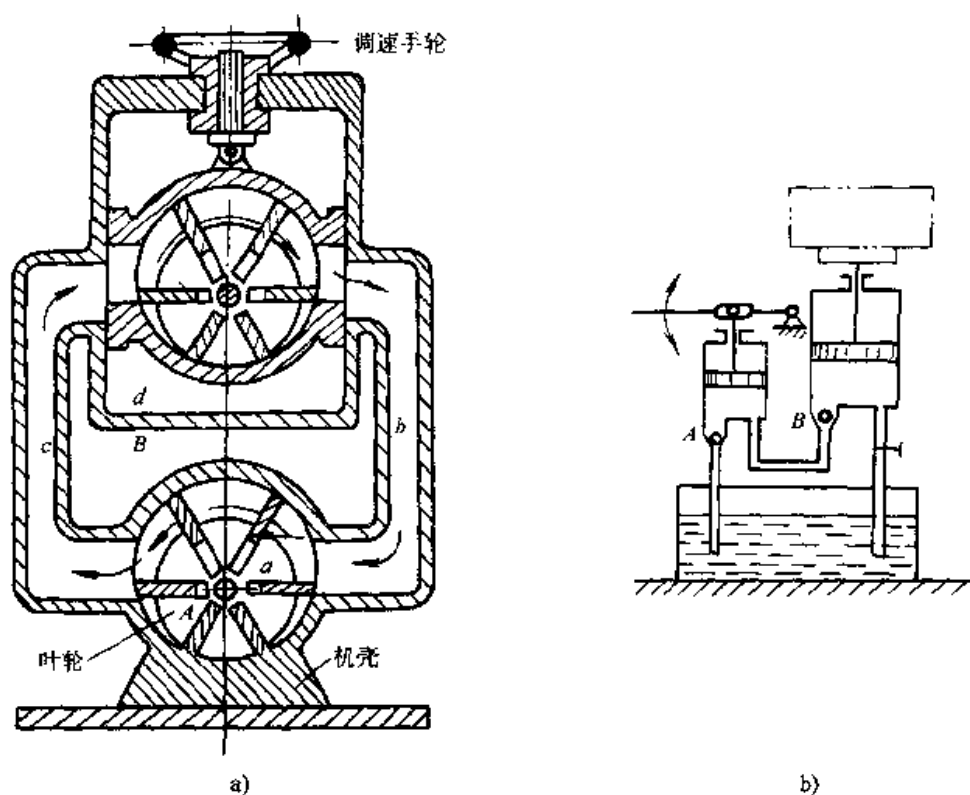


图 0-8 液动机构

a) 传递旋转运动的液动机构 b) 传递移动的液动机构

## 第二节 机械总体方案设计的内容及 机械原理课程的定位与任务

机械产品设计和一般进程，在《机械设计》课程中已作了介绍。一般分为产品规划阶段（或概念设计阶段）、方案设计阶段、详细设计阶段及改进设计阶段。机械设计课程重点学习了详细设计阶段的有关内容。在此，通过简要介绍机械方案设计的内容来了解机械原理课程的定位和任务。

1. 机械产品的总体方案设计 方案设计是在概念设计阶段通过需求分析、市场预测、可行性分析提出了产品的设计要求（包括产品要实现工艺过程要求及设计技术参数要求）及制约条件后，具体实现产品功能要求、品质要求及成本等要求的极其重要的、关键性的设计。方案设计主要包括三方面内容：一是功能原理方案设计。主要是根据产品的工作要求，进行产品的功能原理构思，探寻能实现产品功能的物理或化学和生物学原理；进行功能分析，确定功能组成；进行功能原理方案的求解，最后得出产品的功能原理方案。二是机械系统运动方案设计，即设计出能实现功能原理方案所需“动作”的机械系统结构及运动简图方案。第三，

由于实现同一工作要求可以有不同的功能原理,而实现同一功能原理动作又可以有不同机械结构方案,所以方案设计是最具创造性的。方案是多解的,需要进行方案的评价和优选。方案设计是产品设计的关键,它决定着产品性能和水平的先进性,决定产品的经济性和能否满足环保等要求,也关系产品的市场竞争能力。

2. 机械运动方案设计的主要内容及机械原理的定位与任务 机械运动方案是机械产品方案设计的最终体现,是机械产品设计的关键阶段中的关键。机械运动方案设计的最终体现是机械系统运动简图。所以也可以称为机械系统运动简图设计。所谓机械运动简图设计,就是根据机械产品功能原理方案所确定的工作过程和动作的运动学、动力学要求,设计出由若干机构彼此有机、协调组成的机构系统运动学结构简图。其设计内容主要包括以下两方面:

(1) 机构及机械系统的选型与综合。根据工艺过程所需动作的要求确定机械产品输出运动(或执行动作)的形式和数量,确定输入运动的形式和数量,从而确定了机械产品运动传递与变换的类型和数量。据此,选择或创新出能实现所需运动传递与变换类型要求的机构(包括传动机构和执行机构)结构型式。根据从原动机到各执行构件的运动传递与变换的要求和协调配合关系,并考虑动力学要求(如效率、稳定性、可靠性等)及工艺性等,将这些机构组合成一机械系统。这可称为机械系统的构型设计或选型综合。

(2) 机械系统运动学及动力学综合及分析。根据从原动机到执行构件的运动传递与转换的具体参数及规律,考虑各执行运动间的协调配合关系,进行各机构的运动学尺度设计及动力学初步设计;并根据综合的结果进行运动及动力性能的分析,对方案进行评价、优选,最后得到一个最佳方案,作为下一阶段详细设计的依据并为详细设计提供运动、受力及动力学方面的具体参数。

机械运动方案设计这两方面的内容,实际上都是并行、交叉进行的,要完成一个好的设计往往需要反复进行分析、比较。这是综合应用多门学科的知识、理论与方法,综合应用各种先进技术进行设计分析的过程,是进行创造性构思和创新设计的过程。是机械产品创新设计中极其重要的内容,是决定产品性能、质量水平和经济效益等根本品质的关键性内容。

《机械原理》是研究机器的共性原理(特别是机器的运动学原理)和组成的课程。其研究的内容,本质上就是机械运动方案设计的基本内容。因此,《机械原理》是面向机械方案设计的一门技术基础课。在整个机械设计的内容与进程中,本课程是定位于:学习解决机械系统运动方案设计的基本理论与方法。而重点又是解决机器的四个功能子系统(传动子系统、执行子系统、辅助子系统、控制子系统)中的执行机构及其系统的运动方案设计。传动子系统的方案及结构设计则已在机械设计课程中解决。

根据《机械原理》的定位可知,本课程的任务就是为机械系统的运动方案设计奠定坚实的理论与方法技能的基础。掌握机构及机械系统的运动学、动力学

分析与设计的基本理论、基本知识和基本技能（包括各种现代分析与设计方法及机械CAD的应用开发）。培养学生综合应用已学过的基础理论和知识以及工程实践知识进行基本机构的分析与设计的能力，和初步具有拟定机械系统运动方案的能力。培养学生进行机械产品功能原理和结构方案创新的意识与能力。本课程在培养高级机械工程技术人才的全局中，为学生今后从事机械设计、研究和开发创新奠定必要的基础，并具有增强学生对机械技术工作适应能力的作用。在培养学生的机械综合设计能力和创新能力所需的知识、能力和素质的结构中，占有十分重要的地位。

由于机械系统运动方案设计具有较强的综合性、系统性和创新性，需要多方面知识的积累，需要较强的分析、综合能力的基础。因此，本课程的学习安排在机械设计课程之后。也是机械基础系列课程的最后一门主干技术基础课。

### 第三节 机械原理课程的主要内容、基本要求与学习方法

如前所述，机械原理课程是研究机构及机械系统运动简图设计，是面向机械系统运动方案设计的学科，是设计性的课程。因此，本课程的内容是以“设计”为主线。分析与设计有机结合，分析是设计的基本内容和必不可少的手段，但它是服务于设计，是为了了解机构的运动与传力特性等，以能正确地选用机构和校核所设计的机构，为了评价与优选机械系统运动方案。而在分析与设计的数学模型建立上，两者是一致的（特别是机构的优化设计），仅是已知与待求的参数不同而已。

本课程属于机类专业的技术基础课，在内容上突出加强与拓宽基础为基本点。特别强调注意掌握各部分的基本概念、基本理论、基本方法和基本技能。本课程的基本内容及其基本要求如下：

#### 一、机构的结构设计

研究机构的基本结构组成：运动链与机构的约束与自由度，运动链及机构的构型设计（型数综合）；机构的结构分析与分类。要求掌握机构的组成要素，机构运动简图的绘制。能正确计算运动链及机构（包括平面及简单空间运动链）的自由度。了解机构中的约束（包括虚约束、过约束）性质与结构。掌握基本杆组的概念，了解按杆组的机构创新综合，能对平面机构按杆组进行分类。

#### 二、常用机构的设计

1. 平面连杆机构及设计 研究平面连杆机构的基本结构与应用；平面连杆机构的运动特性分析及选用；平面连杆机构的力学分析与传力特性；平面连杆机构的运动学尺度综合。

2. 凸轮机构及设计 凸轮机构的结构类型与应用；凸轮机构的运动学及动力

学参数及其确定的原则；凸轮机构从动杆的常用规律与选择；凸轮的轮廓曲线及凸轮机构基本尺寸的设计。

3. 轮系 轮系的结构、分类与应用；轮系的传动比计算；行星轮系设计中应注意的基本问题（包括类型的选择，传动效率与齿数的确定）。

4. 其他常用机构 间隙运动机构、螺旋机构等其他常用机构的主要类型与应用举例。

要求了解常用平面机构的基本结构、类型与应用；掌握机构运动分析、设计理论与方法，了解机构的运动及传力特性与选择原则；能对常用机构（平面四杆及平面凸轮机构）按基本运动要求进行尺寸设计。

### 三、机械动力学

主要研究机械系统动力学的基本内容及其分析、设计理论与方法。包括机构的静态静力分析；机械的平衡，刚性转子的平衡，机构惯性力的平衡；机器的运转及真实运动规律，速率波动及其控制。

要求掌握平面机构动态静力分析的方法，了解连杆机构的动力学特性；了解刚体机械平衡的原理与方法；掌握单自由度系统的等效动力学模型及两类机械系统运动方程的建立与应用；了解运动方程的求解方法；了解周期性速率波动的调节原理及飞轮转动惯量的近似计算方法。

### 四、系统运动方案设计

介绍机械系统运动方案设计的内容、要求及基本步骤；功能原理的分解与方案的功能组成；机构的选型与机械系统的创新综合；系统的协调设计及系统的运动方案简图的制订；方案评价与优选。

了解机械系统运动方案设计的内容与一般步骤；熟悉机构选型，机构组合方法、运动循环图拟定，以及机械创新设计的基本知识。能对简单机械系统进行运动方案的拟定与评价。

机械原理是研究所有机械的共性（结构学、运动学、动力学）原理及其分析设计的方法。对象是机构（构件系统）及机械系统，并定位于机械系统（含机构）的方案设计。具有较强的综合性、系统性及一般原理性等特点，是“机械设计及理论”学科的基本组成部分。学习本课程要特别强调：

（1）要有系统和全局的观点。要从机器和机械系统的总体功能去认识与了解各种典型机构的应用特点、结构及设计要求。从全局和本质上去把握去创新机构及其系统组合。

（2）注意掌握建立机构及机械系统的运动学、动力学模型的思路与方法。学习如何应用数学、力学、物理学等基础学科的理论与方法，针对机构这一工程对象进行合理地抽象、简化及等效等，以期达到更有效、更精确地进行分析与设计。培养分析问题与进行技术创新的能力。

(3) 注意联系工程实际和结合机械的实际结构去认识与掌握机构的结构简图与运动简图。要注意应用前期课程的知识,特别是《机械设计》课程中的结构、强度与刚度、精度与误差、制造工艺、材料性能等方面的理论知识和工程知识,去正确地理解与设计机构简图及机械运动方案系统图。培养并掌握从实际机器中,抽象出更便于进行运动学、动力学分析的简图;以及从运动简图根据工作要求进行结构演化与创新的能力。

(4) 注意掌握本课程中常用的一些基本概念和基本研究方法。主要有:绝对与相对坐标;绝对与相对运动,特别是相对运动的概念及应用;静态与动态,运动链与机构,基本杆组与组合,机架转换与机构的演化,等效与等价等。应用这些概念和方法能灵活有效地加深理解、掌握实质,能更方便、容易地对机构及机械系统进行分析设计与创新。

《机械原理》在有的国家称为“机构学”,或“机械运动学与动力学”或“机构与机器理论”等。作为机械及现代科学技术发展的共性基础学科,一直受到国内外的重视。20世纪后期随着科学技术的发展,机械原理的领域、内容及研究方法都有了飞速的发展。总的来说就是学科领域的交叉和渗透。机械学科与电磁学、光学、计算机科学、信息学、生物学乃至管理科学等学科领域相互渗透融合,出现了许多新的研究领域,并促使其向自动、智能化微型精巧化方向发展,如机械电子学、机器人机构学、仿生机构学、微型机构学等。因此,作为机构本身,由平面、闭链、单自由度机构,向空间机构、开链机构、多自由度(包括局部自由度、调整自由度及基本自由度等)机构发展。为了提高机械的稳定性、可靠性,提高机械效率及经济效益,减少和消除机械结构中的“过约束”,自调、自适应机构及平面-空间机构也成为一个新的重要发展趋势。

随着科学技术,特别是电子技术、材料科学的发展,机构的工件介质由刚体构件向多种工作介质(包括弹性构件、柔性构件,气、液介质,电、磁场,光、量子场等)方向发展。使机构及机械具有更加优良的工作性能及控制特性。出现了所谓“广义机构学”的研究领域。

为了满足高稳定性、高可靠性及高精度、高速重载等的技术发展的要求,机构的分析与设计由静力分析向动力分析,由静态设计向动态设计方向发展。系统动力学、弹性动力学、分析动力学、多体动力学以及振动、冲击噪声的分析、设计与控制等成为机械动力学的新的研究热点,并取得了长足的发展。

在分析与设计方法与技术方面,也随之有了巨大的发展,特别是现代数学及电子计算机技术和网络技术的采用,极大地推动了机构分析与设计向纵深方向发展。为了提高分析与设计的精确性和速度,现代解析法、数值计算方法以及各种最优化方法,已得到了十分广泛的应用。特别是优化设计方法(近代的遗传算法、模糊优化方法、神经网络等)使大量的非线性规划问题、随机问题、不确定条件

下的设计等都能得到解决。使分析与设计更能符合工程实际,使所设计的机械能更好满足科学技术发展的需要。各种现代的机构(机械)设计方法层出不穷,并正向智能化设计和专家系统的方向发展。

以上仅是机械原理学科发展动向的一个粗略、简单的介绍。总之,科学技术的发展,对机构及机械系统提出了许多新的问题和更高的要求,也使机械学科充满了蓬勃的生机。今后还会有更多的富于挑战性和吸引力的问题等待我们去面对和解决。但机械原理作为一门技术基础课程,主要是学习和研究一些基本理论和基本方法,为今后的技术工作和创新、为不断学习、吸收新的机械理论与知识、研究新的问题,奠定必要的坚实的基础。

### 思 考 题

0-1 机器的基本功能组成和机构在机器中的基本功用。机构的基本特征是什么?并从前期课程及实践中见到的机械装置进一步认识机器、机构的结构、功能和组成。

0-2 零件、构件、机构和机器的概念;为什么要以构件作为机构的构成单元?

0-3 常见的典型机构及它们的基本结构 and 应用特征。

0-4 机械运动方案设计的基本内容以及它在整个机械设计过程中的地位和作用;机械原理课程的定位、任务和基本内容。



# 第一章 机构的结构设计

机构是机器实现其运动学功能的基本组成。机构是由两个以上的构件，彼此间形成一定型式的“可动联接”，实现运动和力的传递与变换，且各构件间具有确定的相对运动。

机构结构设计的主要研究内容是：

- (1) 构件间可动联接的型式及其运动、传力特征。
- (2) 构件与可动联接所构成的系统，应满足什么条件才能成为具有确定相对运动规律的机构。
- (3) 获取满足一定自由度要求的机构的方法（即机构结构创新设计的途径与方法）。
- (4) 机构的结构分析与分类。机构的结构设计，实质上是机构的“运动学结构设计”。着重是从运动、自由度与约束的基本特征来研究机构的结构，也是机构学理论的基础。

要特别指出，这里所说的“结构”，是指与“运动”、“自由度”和“约束”有关的“结构”，而不具体研究与强度、刚度有关的尺寸和形状。

因此，在研究机构的结构时，是用抽象成能表明其运动和约束特征的“结构简图”来表述。

## 第一节 机构的基本结构及简图

### 一、构件与自由度

“构件”是机构结构的最基本元件。其功用是传递运动和力。广义地说凡能传递运动和力的、并在运动时可视为一个整体的物理介质都可称为“构件”。可以是刚体，也可以是挠性体（如带、绳、链等）和流体（液、气）。如在《机械设计》课程及绪论中曾介绍过的活塞、连杆、曲轴、齿轮、传动带、链条以及气、液压缸的气体、油等，都是构件。在研究机构的组成原理时，为便于研究，均将其抽象为一般刚体，并主要讨论与运动学性质有关的一个独立刚体的“自由度”和尺寸、形状。

如图 1-1 所示，一个完全独立的刚体在一般笛卡尔空间坐标系中，具有沿三个坐标轴的移动（ $s_x, s_y, s_z$ ）及绕三个坐标轴的转动（ $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ ）共六个独立运动的可能，即具有 6 个“自由度”。究竟作何种运动，则取决于外部对构件所施加的

“约束”状况。

为描述构件的自由度特征，总要选取一个参照坐标系，并一般将其视为固定坐标（或称绝对坐标）；并在构件上也固联一个动坐标系（如图 1-1 中的  $O'x'y'z'$ ），来考察二坐标系间的位置及运动状况，也即是构件自由度的数量和性质。用  $O'$  的  $x, y, z$  坐标及  $O'x', O'y', O'z'$  与  $Ox, Oy, Oz$  的夹角来确定刚体的位置和姿态。因此，也可将  $x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$  称为决定刚体位置与姿态的 6 个“广义坐标”。

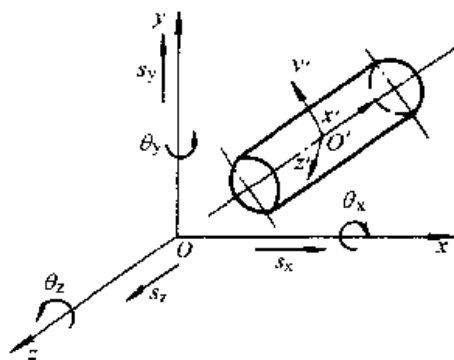


图 1-1 刚体的自由度

工程实际中，大多数构件的运动如图 1-2a 所示，刚体上各点的运动轨迹都处于同一平面或若干相互平行的平面（例如与  $Oxy$  平面）内。显然，它没有了  $s_z, \theta_x$  及  $\theta_y$  等 3 个自由度，只有  $s_x, s_y$  及  $\theta_z$  等 3 个自由度，将这类只具有 3 个平面自由度的运动称为“平面运动”，这类刚体称为“平面运动刚体”或“平面运动构件”。

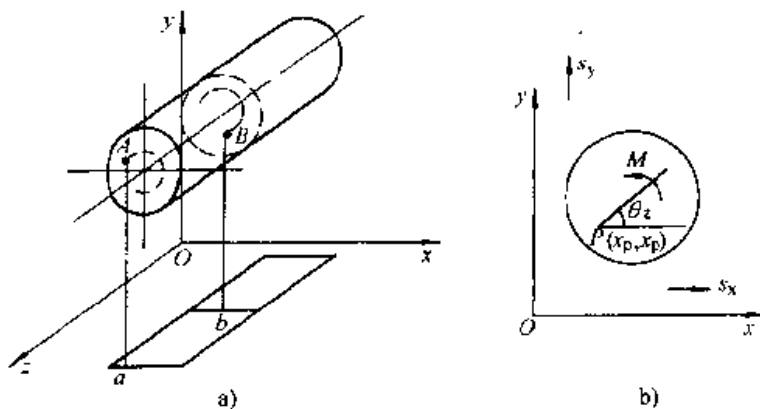


图 1-2 刚体的平面运动

a) 刚体 b) 平面运动刚体的标线

平面运动是刚体运动的基本型式，平面运动构件也是组成机构的基本构件型式。由两个以上平面运动构件可动联接所组成的机构，称为“平面机构”，也是机构的基本型式，是本课程的主要研究对象。由平面运动刚体的自由度特征，可以将刚体简化为一个平面模型，进而还可以如图 1-2b 所示，用运动平面上的一条直线  $PM$  作为“标线”来代表平面运动刚体，并常以“基点” $P$  的移动参数  $s_x, s_y$  及标线绕  $P$  点转动的角运动参数  $\theta_z$  来描述平面构件的 3 个自由度。若仅具有  $s_x$  或  $s_y$  一个直线移动自由度，称为直线移动构件；若同时具有  $x, y$  两个方向的移动，但  $s_y = f(s_x)$ ，则称为平面平行移动；仅具有一个  $\theta_z$  自由度，则称为转动构件。同时有三个自由度或一个移动、一个转动自由度，称为一般平面运动构件。

## 二、运动副与约束

两个构件以一定几何形状和尺寸的表面相互接触所形成的可动联接，称为“运动副”。两个构件上相互接触的表面，称为“运动副元素”。两个构件通过运动副元素的接触来传递运动和力，依靠运动副元素间的连续接触，限制了两构件间的某些相对运动的自由度。运动副对构件间的相对运动自由度所施加的这种限制称为“约束”。运动副就是两构件直接接触，约束了某些相对运动自由度，而又保留了一定相对运动自由度的一类结构。正是通过运动副，使原本独立（具有六个相对运动自由度）的两个构件之间，能实现运动和力的传递，并具有确定的相对运动形式和数量。

不同的运动副元素，构成不同的接触形式，提供了不同的约束和相对运动自由度。由于构件相对自由度数量最多为 6，故运动副的约束数量最多为 5，最少为 1。若以  $f$ 、 $s$  分别代表运动副所具有的相对运动自由度和约束，则运动副的构成条件是  $1 \leq s \leq 5$ ，且必然有  $s + f = 6 = \text{常数}$ 。例如图 1-3 所示的两直径相同的内、外圆柱表面互相包容接触，忽略其间隙，为整个圆柱面接触，则 1、2 构件间可以沿  $z$  轴方向相对移动 ( $s_z$ ) 和绕  $z$  轴相对转动 ( $\theta_z$ )。其余的相对运动自由度均被“约束”。即这种结构的运动副  $f=2$ ， $s=4$ ，并有  $s+f=4+2=6$ 。同时二构

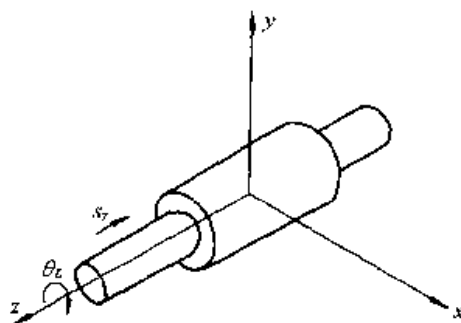


图 1-3 圆柱副的自由度

件间可以传递沿  $x$ 、 $y$  轴方向的力  $P_x$ 、 $P_y$  和绕  $x$  及  $y$  轴的力矩  $M_x$ 、 $M_y$ 。两个构件在这些方向上的力和力矩的相互作用下，处于平衡而不产生相对运动，正好与运动副的约束性质与数量相对应。故也可以认为是这些力和力矩的作用，约束了对应的自由度，就是说几何形状的约束与力（力矩）的约束本质上是一致的，是可以相互替代的。在进行支承反力的静力分析时，认为是静定的。

根据不同的工作要求，运动副的结构是多种多样的，但就其接触状况而言，不外是点、线和面的接触或是它们的某种组合接触。正是这些不同的接触状况及运动副元素的不同形状，构成了千姿百态的可以满足各种要求的运动副结构。例如图 1-4a 图为二圆柱表面沿与母线平行方向相接触，此时为线接触，其  $f=3$ ， $s=3$ ；图 1-4b 所示二圆柱轴线交错时，则为点接触，其  $f=5$ ， $s=1$ 。不同的运动副结构，在设计时除了首先考虑两构件间要实现的相对运动要求外，还必须考虑它们的强度、刚度、效率及制造、装拆的难易和经济性等。一般，点、线接触具有较多的相对运动自由度和能自动调节保持静定的特性。但存在接触应力大，易变形，易磨损，承载能力低等缺点。常用于要求结构简单，运动精度要求较高，受力较小的场合。实现点、线接触的运动副元素一般均为某种曲面，制造比较困难。

面接触相当于多点接触，一般自由度较低，约束度高，甚至出现超静定的“过约束”。其接触状况对尺寸、形状及相对位置（如二元素轴线的平行度或表面的垂直度等）的误差十分敏感，其实际接触及受力状况常难以准确确定，在作受力分析时，常需附加设定其变形及应力分布状况等条件。为了保持良好的接触，需较高的制造精度，从而提高了成本。为此，应尽量选择易于精确制造的规则表面，如圆柱面、平面、球面、槽平面、螺旋表面等作为运动副元素的表面。由于面接触在同样载荷下具有较小的应力，较高的承载能力、强度、刚度也较高，因而这是经常采用的运动副结构。

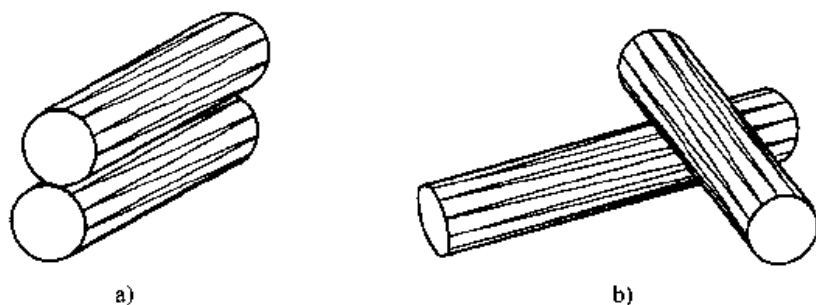


图 1-4 二圆柱的不同接触

a) 线接触 b) 点接触

运动副在工作时，二运动副元素表面之间多作相对滑动，常会引起较大的磨损，特别是在载荷较大的面接触副中，不仅使机械效率降低，还会使运动元素的尺寸、形状发生变化，影响运动传递的精度，在相包容的面接触副中造成间隙，引发冲击、噪声等。为此，通常采取提高表面硬度（通过热处理等）提高其耐磨性；正确地选用材料和加润滑剂等以减小摩擦系数；还经常在二运动副元素表面之间加入“中间滚动体”（如滚动轴承、滚动导轨等）使原本的滑动摩擦变为滚动摩擦等。

运动副常以所提供的约束数来分类。约束数为 1 的称为 I 级副；约束数为 2 的称为 II 级副……以此类推，共有 5 级。并常将点、线接触，自由度较高的运动副统称为高副；面接触的称为低副。常见的典型运动副如表 1-1 所示。

表 1-1 常见运动副的类型及简图符号 (GB4460-84)

名称	运动副元素	图 形	简图符号	接触形式	级 别	自由度	引入的约束	可传递的力 (力矩)
球面高副	球面-平面			点	空间 I 级	5	移动 $\Delta y$	力 $P_y$

(续)

名称	运动副元素	图 形	简图符号	接触形式	级 别	自由度	引入的约束	可传递的力 (力矩)
柱面高副	圆柱面-平面			线	空间 I 级	4	移动 $s_y$ 转动 $\theta_z$	力 $P_y$ 力矩 $M_z$
球柱高副	球面-圆柱面			曲线	空间 I 级	4	移动 $s_x, s_y$	力 $P_x, P_y$
球面低副	球面-球面			面	空间 II 级	3	移动 $s_x, s_y, s_z$	力 $P_x, P_y, P_z$
平面低副	平面-平面			面	空间 II 级	3	移动 $s_y$ 转动 $\theta_x, \theta_z$	力 $P_x$ 力矩 $M_x, M_z$
球销副	球面-球面 销柱面-槽面			面-线	空间 IV 级	2	移动 $s_x, s_y, s_z$ 转动 $\theta_x$	力 $P_x, P_y, P_z$ 力矩 $M_x$
圆柱低副	圆柱面-圆柱面			面	空间 IV 级	2	移动 $s_x, s_y$ 转动 $\theta_x, \theta_y$	力 $P_x, P_y$ 力矩 $M_x, M_y$
曲面	曲面			线	空间 IV 级 (平面 I 级)	2	移动 $s_y, s_z$ 转动 $\theta_x, \theta_y$	力 $P_y, P_z$ 力矩 $M_x, M_y$

(续)

名称	运动副元素	图 形	简图符号	接触形式	级 别	自由度	引入的约束	可传递的力 (力矩)
移动副	平面-平面			面	空间 V 级 (平面 2 级)	1	移动 $s_x, s_y$ 转动 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$	力 $P_x, P_y$ 力矩 $M_x, M_y, M_z$
转动副	圆柱面-圆柱面			面	空间 V 级 (平面 2 级)	1	移动 $s_x, s_y, s_z$ 转动 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$	力 $P_x, P_y, P_z$ 力矩 $M_x, M_y, M_z$

表中用  $s_x, s_y, s_z$  及  $\theta_x, \theta_y, \theta_z$  等, 表明了该副所具有的自由度。用  $P_x, M_x, P_y, \dots$  等表明所能传递的力和力矩, 这也就是运动副中的约束反力 (力矩)。

前述所有运动副的约束和自由度, 都是从一般空间运动进行研究的, 由这些运动副所组成的机构, 称为空间机构。如图 1-5 所示的飞机起落架, 即是有一个 V 级转动副, 两个 III 级球面副和一个 IV 级圆柱副所构成的空间四杆机构。其中除构件 2 作平面运动外, 3, 4 构件均可作空间运动。

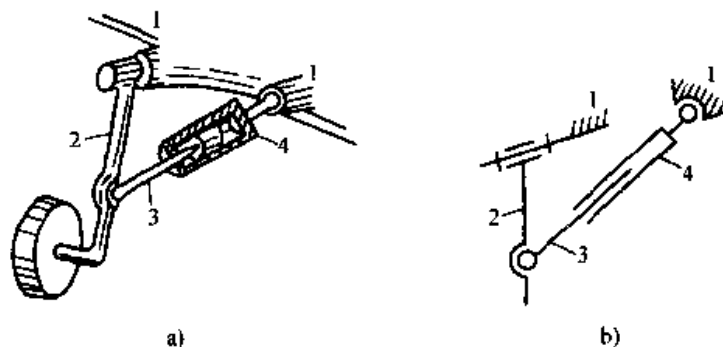


图 1-5 飞机起落架

a) 结构简图 b) 运动简图

如前述, 平面运动机构是最基本的、最广泛应用的机构。因此, 把约束两个构件作相对平面运动的运动副特称为“平面运动副”。包括表 1-1 中只具有 1 个平面自由度的转动副  $V_1$  和移动副  $V_2$ , 以及具有两个平面自由度的点线接触高副  $I_1, II_2, IV_3$ , 而把其他非平面自由度根据假设人为地限制掉了。根据前述构成运动副的原则, 其约束数必须小于独立构件的自由度数, 则平面运动副的约束数必然应满足  $1 \leq s \leq 2$ 。为便于与平面运动的最大自由度相对应, 则将原空间运动副中的

IV、V 级副在级别上也分别降低 3 级，而称为 1 级副和 2 级副。也将点、线接触的 1 级副称为平面高副（简称高副）；面接触的 2 级副称为平面低副（简称低副）。最常见的高副如图 1-6a 所示的凸轮高副，图 1-6b 所示的齿轮高副；低副为图 1-6c 所示的转动副（铰链）及图 1-6d 所示的移动副。

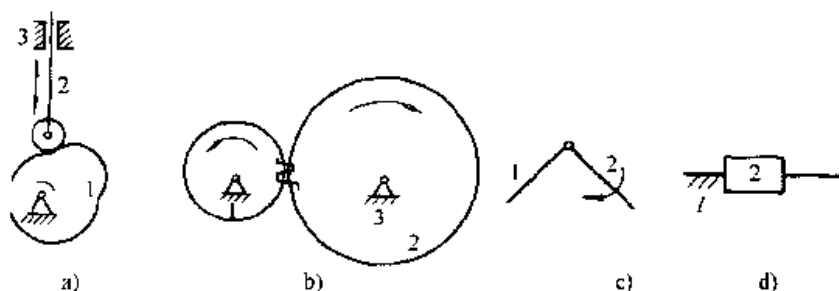


图 1-6 常用平面运动副

a) 凸轮高副 b) 齿轮高副 c) 转动副 d) 移动副

实际上，也可由不同运动平面内的“平面运动副”联接，使各构件在不同的坐标平面内运动而得到空间机构。最常见的情况是在相互垂直的平面内运动，如图 0-7 所示，即是由轴线相互垂直的铰链（转动副）联接而成的简单关节型机械手。

同样在平面机构中也可以采用某些空间运动副。例如绪论中举例的内燃机，活塞与气缸实际上是两个圆柱表面接触的空间圆柱副；大功率压床如图 1-7b 的连杆与压头之间采用了球面副。但它们仍属于平面机构。

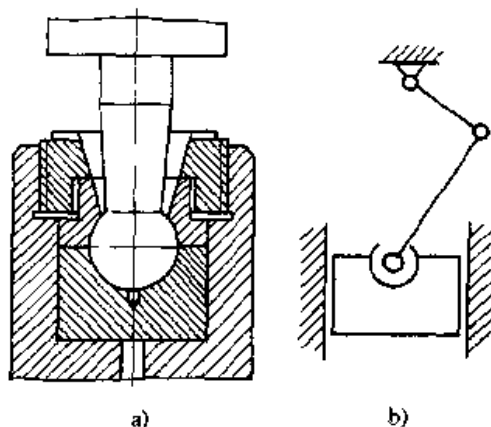


图 1-7 运动副配置

a) 球面副结构示意图 b) 冲压床机构

### 三、运动副的封闭

运动副元素之间必须保持接触，这即称为运动副的封闭。一旦这种封闭被破坏，其约束将发生改变或去除，改变了运动副的级别或不再成为运动副。根据实现封闭的方式，一般分为以下两类：

1. 几何封闭 两构件上组成运动副的运动副元素，依靠形状、尺寸相同的几何表面相互包容，总能在可能脱离的方向相互提供约束，从而完全限制了某些相对运动的可能。如前述转动副、移动副、球面副、圆柱副等，这种由几何表面实体形成封闭式的约束，称为几何封闭，也称为双侧约束。

几何封闭的优点是其强制性和可靠性。一般面接触低副均为几何封闭，应用很广泛。要求较高的制造、安装精度。一旦由于制造误差或磨损而出现较大的间

隙时,通常不能自动调整而造成接触不连续(特别是在运动变向时),出现冲击、振动和噪声。也可能由于安装误差或变形(弹性或热变形)而出现楔紧或卡死现象。因此,在高速、重载的机器中要求运动副元素有高的制造精度和足够的刚度与强度。还常采用可自动调整或调心的结构。如机床中的V型导轨、锥形轴承、剖分式可调隙轴承座、球形轴承等。

2. 力封闭 表1-1中所列点、线接触的运动副,一般两个运动元素的几何形状、尺寸都不相同,且彼此不相包容,呈开式结构。为保持接触,需要外力来阻止其向某侧脱开的可能,这即称为力封闭运动副,或称为单侧约束运动副,非完整约束运动副。通常是依靠重力、弹性力或摩擦力来实现封闭。如图1-8所示的凸轮机构就是依靠弹性力及重力实现封闭。

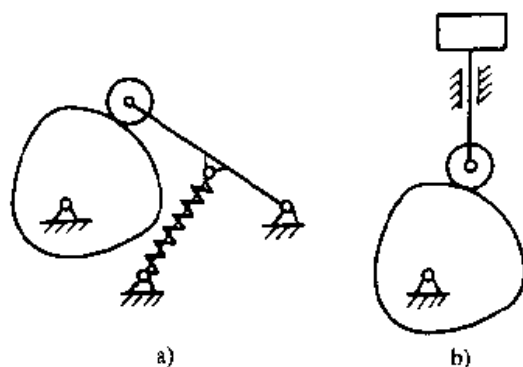


图 1-8 高副的封闭

a) 弹簧力封闭 b) 重力封闭

力封闭运动副一般具有易于装配和快速拆卸的优点,更主要的是具有较高的自调整和自我适应特性。它可根据外力的作用状态自动调整接触状况达到静

定,同时它总是无间隙的,具有自动跟随另一运动副元素形状的特点。因此,在自调、自适应机构及仿形、随形系统中广泛采用力封闭运动副。甚至在许多情况下低副也采用单侧力封闭结构,如重型机床中的V形平面导轨,火车轮的半筒式径向轴承等。

运动副的结构,决定了组成运动副的二构件间的相对运动自由度的数量和性质;决定了其传力特性、承载能力,效率和寿命;也直接决定了其制造、安装、拆卸的难易程度和对环境、工作条件的自适应能力;是机构设计的关键,应根据机器的工作要求正确的选择。但进行机构的结构学设计时,运动副的选择首要的是要满足运动自由度要求。

#### 四、运动链、机构及简图

##### (一) 运动链与结构简图

两个以上构件用运动副联接的构件系统称为运动链。运动链是机构的一般初始结构,运动链的结构设计可以说是机构的方案设计。运动链的生成是创造、获取新机构的重要手段。运动链的设计只关注构件数和联接这些构件的运动副的数量和类型,所以又称为机构的“型数综合”。

构件与运动副的实际结构和形状,根据机器的功用不同是多种多样的,其结构图形的表达也是十分复杂的。在运动链和机构的结构设计时,所关心的主要是与自由度和运动性质有关的形状和尺寸,没有必要详细地表达及其实际结构,而



仅用简单的图形和符号来表明运动链的构件数和运动副的数量和类型，这就称为运动链的“结构简图”。各种运动副的结构简图符号已对应地列在表 1-1 中，而构件，则用联接运动副元素之间的直线来表达。图 1-9 所示即图 1-5 中飞机起落架的运动链结构简图，该运动链为一空间闭链。以后将主要介绍平面运动链和平面机构。根据平面运动副元素的表达符号，平面构件的结构简图如图 1-10 所示，图 1-10a 为有两转动副元素的构件，直线则表示二转动副中心的距离；图 1-10b 为有一个转动副和一个移动副元素的构件；图 1-10c 为有一个转动副和一个高副元素的构件。像这类只有两个运动元素的构件简称为“二元素杆”。而图 1-10d 和图 1-10e 所示则为三元素杆，依次类推。要特别强调指出：在平面运动链和平面机构的结构简图中，一般都以构件的运动平面为基本的视图平面。为便于进行运动链的型数综合，运动链结构简图中常常将所有运动副均用转动副（铰链）表示。

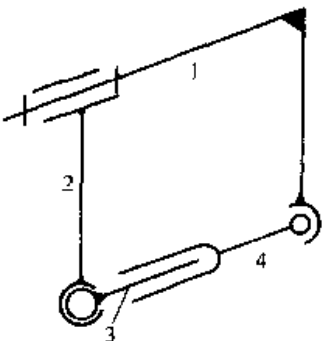


图 1-9 飞机起落架运动链结构简图

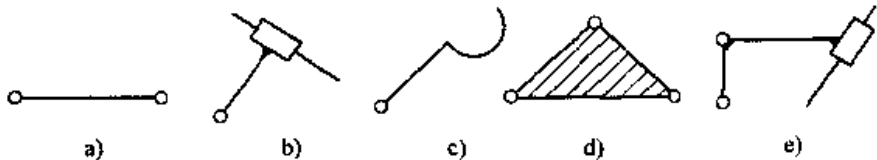


图 1-10 常用平面机构构件结构简图

a) 一转动副元素杆    b) 转动-移动副元素杆    c) 转动副-高副元素杆  
d) 三元素杆    e) 转动-移动三元素杆

如运动链中每个构件都至少有两个运动副与其他构件相联接，则将构成首尾相联接的封闭几何图形。这类运动链称为闭式运动链，简称“闭链”。如图 1-11a 只有一个封闭回路，称为单闭链；图 1-11b 为单开链；而图 1-11c 则为多环闭链。由于一个运动副需要两个构件相互联接，而单闭链中每个构件均为二元素杆，设以  $N$  代表构件数， $p$  代表铰链数，则必有：

$$p = \frac{2N}{2} = N \tag{1-1}$$

即单闭链的构件数等于运动副数。而图 1-11b 所示的运动链，其首尾构件没有运动副相互联接，几何图形不封闭，称为开式运动链，简称开链。与单闭链比较可见，在相同构件数的条件下，开链必然少一个运动副。故单开链必然满足：

$$N = p + 1 \tag{1-2}$$

图 1-11c 所示双回路闭链, 可视为是在单闭链基础上, 将一单开链的首尾构件分别用运动副联接在单闭链的两个构件上形成的。而单闭链可视为是由相同构件数的开链增加一个运动副联接而成。即是相同构件的单回路闭链与开链比较运动副减少 1, 或者说在相同运动副条件下, 构件数减少 1。且每增加一个封闭回路的闭链与同样运动副的开链比较, 设封闭回路为  $k$ , 则其构件数必然减少  $k$  个。于是可得到  $k$  个回路的闭链其构件数为:

$$N = p + 1 - k \quad (1-3)$$

$$\text{或 } k = p - N + 1 \quad (1-4)$$

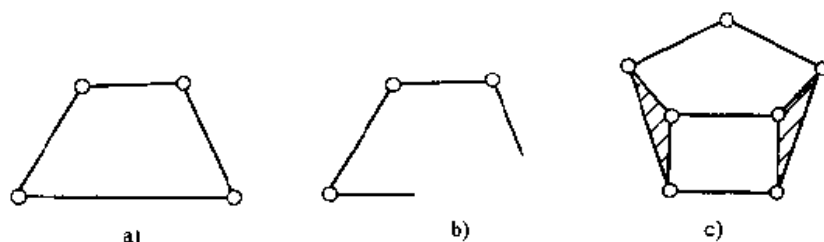


图 1-11 运动链

a) 单闭链 b) 单开链 c) 多环闭链

闭链与相同构件数的开链比较, 整个系统显然具有更多的约束, 构件间的相对运动具有更高的强制性, 各构件的运动范围较小, 运动形式与规律较简单, 确定各构件间的相对位置所需的独立变量数较少。作为传递和变换运动的机构, 其驱动和控制较简单, 系统的结构刚度、运动的确定性也较高。因此, 是应用最广泛的运动链。如图 1-12a 所示的单回路四杆闭链系统, 要确定 2、3、4 构件相对于构件 1 的位置, 当各杆长度  $L_1, L_2, L_3, L_4$  已知, 只要给定一个参数  $\theta_1$ , 根据简单几何关系即可确定 3、4 构件的位置参数  $\theta_2, \theta_3$ , 整个封闭回路的形状也就确定了。

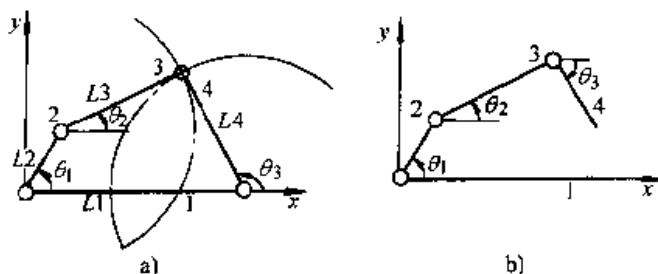


图 1-12 运动链的自由度

a) 四杆单闭链 b) 四杆单开链

而图 1-12b 具有相同构件数的开链, 则必须给定  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  等 3 个参数, 各构件间的相对位置才能确定, 上述  $\theta_1$  及  $\theta_2, \theta_3$  都是可以独立变化的运动参数, 故将运动链中这些可以独立变化的参数称为运动链的自由度或广义坐标。图 1-12a 自由度为 1, 即只有 1、2 间的相对运动是可独立变化的, 而  $\theta_2, \theta_3$  是非独立的; 图 1-12b 自由度为 3。可见开链的每两个构件之间均可作独立的相对运动, 其运动范围更广, 形式和规律更加复杂, 特别是末端执行构件 (例如图 1-12b) 中的构件 4。因此, 广泛地应用于机械手、机器人机构中。图 0-7a 即为典型的开链机器人机构。

## (二) 机构及机构运动简图

机构要按一定的要求实现运动的传递与变换,各构件要具有确定的运动规律。为描述其传递和变换关系及各构件的位置,须选定一个构件作为参照体,将其视为与静止坐标固结,即取一个构件作为“机架”。同时还要有 1 或几个加上已知运动的构件,称为机构的原动件;有 1 或几个具有预期的运动规律、对外完成某种工艺动作的构件,称为机构的从动件或输出构件(执行构件)。

将运动链的一个构件指定为机架,并在一定数量的构件上加上已知运动作为原动件,使各构件具有确定的运动规律,实现了已知运动的预期传递与变换,即得到机构。同一运动链(构件尺寸不变)取不同构件为机架和原动件,由图 1-13a 可知,各构件的相对运动规律不变。但作为机构,其运动传递和变换的规律都是指相对于固定坐标系——机架的,则取不同构件为机架和原动件,将会得到不同运动传递规律和用途的机构。如图 1-13a 所示的运动链,取 4 为机架时,如图 1-13b,若 1 为原动件,输入运动必为转动,则 3 为输出构件作移动,实现了转动—移动的变换。若反之以 3 为主动件,则可实现移动—转动的变换。若以 2 为机架,1 为原动件,则实现了将 1 的连续整圆转动,变换为 3 在一定范围内的摇摆运动,不仅运动形式变换不同,其函数关系也不同。图 1-13d 与图 1-13c 完全等价,仅是将 3、4 构件的构形改变了。图 1-13b、c、d 即为机构运动简图。

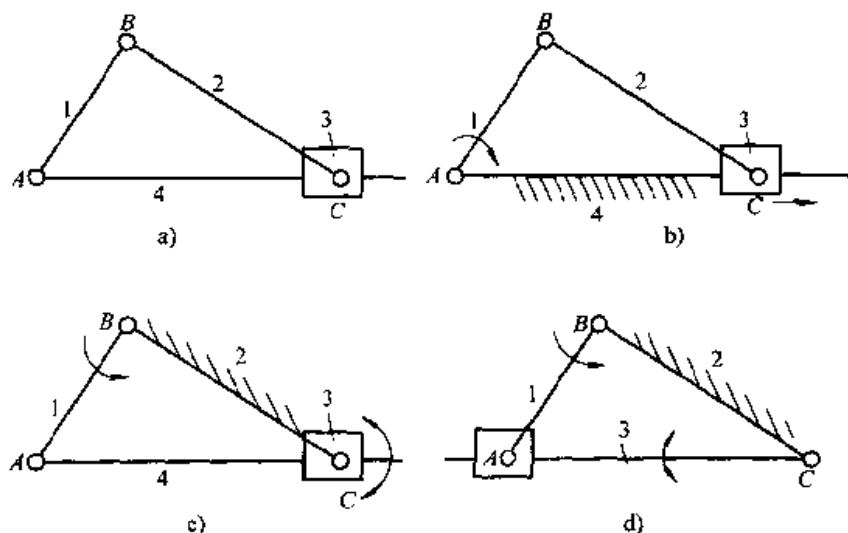


图 1-13 运动链与机构

a) 运动链 b) 曲柄滑块机构 c) 曲柄摇块机构 d) 曲柄导杆机构

机构运动简图与运动链结构简图的不同之处就在于它必须准确地表明机构的上述特征。即要指明机架、原动件和输出构件,准确地表达出各运动副的类型、方位及构件尺寸(按比例)。机架要画上剖面线,原动件及输出构件要标上转向(移动方向)的箭头,构件及运动副一般都要编号及注上代码等。

## 第二节 运动链及机构的自由度计算和机构运动简图的绘制

### 一、运动链的自由度计算及平面机构

运动链的自由度,是指要确定运动链中各构件在 $k$ 维空间内的相对位置所必须给定的独立位置坐标数,也就是该运动链所具有的独立运动的数目,是判断运动链的运动学特征的重要参数。其自由度的计算,首先要任意指定一构件作为参照体,计算各构件间的相对运动自由度。设运动链共有 $N$ 个构件,则计算自由度时的可动构件数 $n=N-1$ 。

一个完全独立的可动构件在3维空间内有6个自由度。若以 $p_i$ 代表 $i$  ( $i=1\sim 5$ )级运动副数,则在运动链中加上一个 $i$ 级副,就约束掉了 $i$ 个相对运动自由度。故有 $n$ 个可动构件、 $p_i$ 个 $i$ 级副的运动链,其自由度 $F$ 的计算式为:

$$F=6(N-1)-(p_1+2p_2+3p_3+4p_4+5p_5) \quad (1-5)$$

例如图1-9所示飞机起落架运动链,其 $n=3$ ,  $p_5=1$ ,  $p_4=1$ ,  $p_3=2$ ,则其自由度:

$$F=6 \times 3 - (3 \times 2 + 4 \times 1 + 5 \times 1) = 3$$

图1-14所示缝纫机脚踏板运动链,共有4个构件, $A$ 、 $D$ 为V级转动副, $B$ 为IV级球销副, $C$ 为II级球副。故 $n=3$ ,  $p_5=2$ ,  $p_4=1$ ,  $p_3=1$ ,则其自由度

$$F=6 \times 3 - (3 \times 1 + 4 \times 1 + 5 \times 2) = 1$$

即说明上述二运动链,只要分别给定3个和1个已知位置参数(它们是可独立任意变化的),各构件间的相对位置关系就确定了。若将上述运动链根据工作要求,指定某构件为机架(例如图1-14指定4),指定与自由度数相等的某些构件为原动件(例图1-14中指定构件1),就得到了各构件间具有确定运动规律的机构。所以(1-5)式即机构自由度的计算公式。

因此可得到构成机构的条件:1) 运动链的自由度 $F \geq 1$ ; 2) 原动件数等于自由度数。

公式(1-5)是运动链和机构自由度计算的一般公式,适用于所有运动链和机构的自由度计算,简单且易于理解和掌握,但它的应用常常要注意机构中的一些特殊结构,否则会得出错误的结果。如图1-15所示全为V级转动副联接而成的铰链四杆机构, $n=3$ ,  $p_5=4$ ,按(1-5)式计算,则自由度 $F=6 \times 3 - 5 \times 4 = -2$ ,是一个不能动的超静定结构(桁架)。实际上,由于该机构中,所有转动副的轴线是

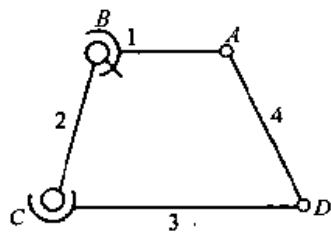


图 1-14 缝纫机脚踏板运动链

相互平行的, 各构件都是在与铰链轴线垂直的平面内运动。由于这种运动副的特殊配置关系, 约束每个构件都在二维空间内作平面运动, 构成平面机构。这时是自由度为 1 的机构, 只要给定  $\theta_1$ , 则其位置关系就确定了。如前所述, 平面运动构件的自由度为 3, 而 V 级副和 IV 级副的约束数相应的应为 2 和 1。而前述计算时仍按空间副来计算, 导致了与实际不相符合的结果。

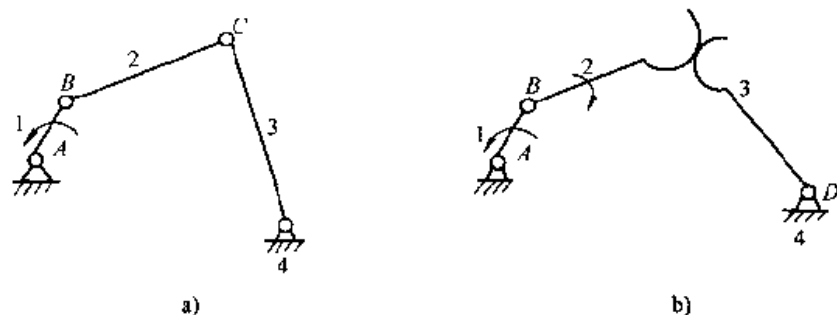


图 1-15 机构自由度

a) 1 自由度机构 b) 2 自由度机构

故平面机构的自由度计算公式, 应按下式计算:

$$F = (6 - 3)n - \sum_{i=4}^5 (i - 3)p_{i-3} = 3n - 2p_2 - p_1 \quad (1-6)$$

为与 (1-5) 式的  $p_2$ ,  $p_1$  相区别, 常将低副数  $p_2$  用  $p_L$  表示, 高副数  $p_1$  用  $p_H$  表示, 则平面运动链和机构的自由度计算公式为:

$$F = 3n - 2p_L - p_H \quad (1-7)$$

如前图 1-15a 所示平面铰链四杆机构,  $n=3$ ,  $p_L=4$ ,  $p_H=0$ , 按 (1-7) 式计算则有  $F=3 \times 3 - 2 \times 4 - 0 = 1$ 。其原动件数为 1。图 1-15b 所示的机构,  $n=3$ ,  $p_L=3$ ,  $p_H=1$ , 则其自由度  $F=3 \times 3 - 2 \times 3 - 1 = 2$ 。该机构应有两个主动件 1、3 或 1、2 才可能具有确定的运动规律。

## 二、平面机构运动简图的绘制

机构运动简图, 是机构设计与分析 (运动与受力) 的常用基本图形, 也是必不可少的简化结构模型, 必须掌握其绘制方法。对于已有的机构, 绘制运动简图时, 主要应注意: 1) 根据其功能, 仔细观察机构的工作原理。首先找到原动件和机架, 依次观察其运动的传递过程与顺序, 观察相邻构件间的相对运动性质, 以正确确定构件的功用和数量以及运动副数和类型。2) 根据各构件的运动状况, 判定是平面还是空间机构, 正确选定绘制简图的投影平面。平面机构一般都选择运动平面 (或与之平行的平面) 作投影平面。总之, 要选择能最清楚、准确表明其结构和尺寸的平面作为投影面。3) 构件的运动学尺寸应按比例绘制。但现在一般广泛采用解析法进行机构分析和设计时, 尺寸比例就不一定严格要求。

图 1-16a, 为一双柱曲柄压力机的结构示意图, 其驱动源为电动机。为了减速,

采用了由带传动和 5 对齿轮传动组成的传动系统。通过该系统将动力传到执行系统的原动件上，并经过若干连杆将力和运动传递到压头上。现要绘制出执行系统的机构运动简图。

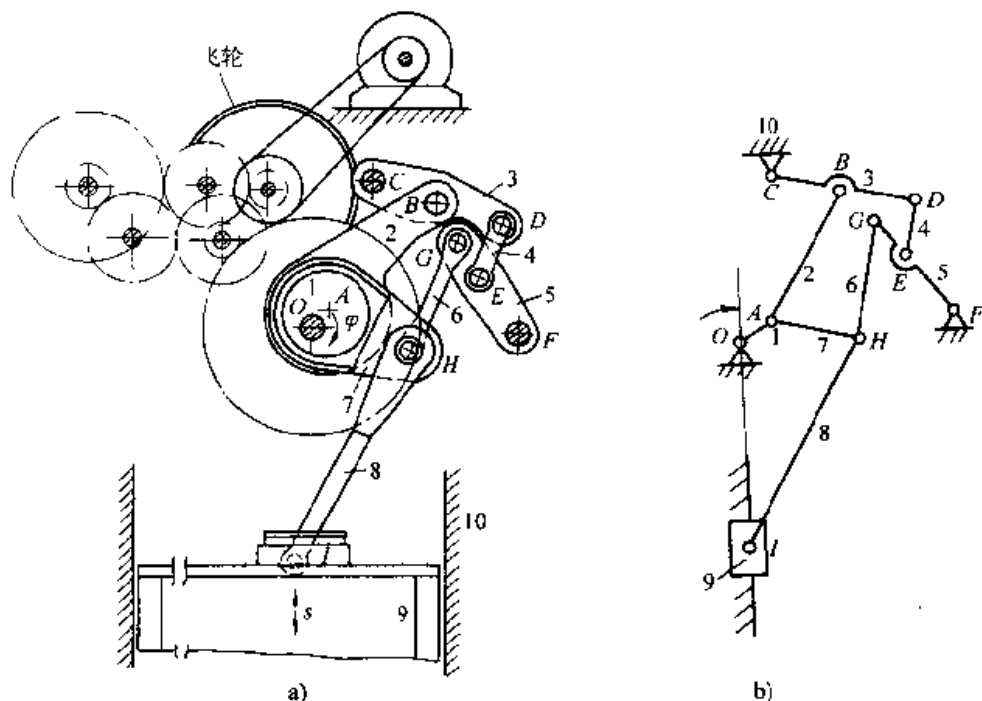


图 1-16 双柱曲柄压力机

a) 结构示意图 b) 运动简图

首先确定出机构的原动件是与传动系统的输出齿轮固接的偏心盘 1，它在  $O$  处与机架构成转动副，简图用固定铰链的符号画出。偏心盘的外圆上活套有连杆 2 和 7，并与它们组成轴心线在偏心盘的几何中心  $A$  处的转动副。则可见  $OA$  即为曲柄，并且  $A$  处应是分别由 2 和 7 与偏心盘 1 组成的两个转动副的中心（一般称为复合铰链）。通过系统的构成分析，可以确定，原动件 1 的运动和力应该主要是由连杆 2 传递出去的。然后即可按照运动传递的顺序，依次绘制出后继的构件及运动副。显然 2、3 构件组成转动副  $B$ ，而且 3 构件为一 3 元素杆，并可断定  $C$  为 3 与机架组成的固定铰链， $D$  则为与 4 构成活动铰链。再按此原则即可最后到压头 9（滑块）与机架 10 组成的移动副，绘制出整个执行系统的机构简图。这里要特别注意的是  $A$  和  $H$  处，究竟是单铰还是复合铰链？假如有具体的实物，则可通过仔细观察  $A$ 、 $H$  周围的所有构件彼此间是否存在相对运动来判别。如果单从图纸上则常常难于立即准确确定，则可通过试算自由度和机构的可动性分析来判别。

最后画出的机构简图如图 1-16b 所示，可见该执行系统为全低副的 10 杆机构。其中  $A$ 、 $H$  处为复合铰链。为检验其正确性，应该最后计算其自由度。该机构  $n=9$ ， $p_L=13$ ， $p_H=0$ 。则  $F=3n-2p_L=3\times 9-2\times 13=1$ 。

### 三、平面机构（运动链）中的过约束、虚约束和局部自由度结构

#### （一）平面闭链机构中的过约束及其计算

图 1-17a 所示平面铰链四杆机构，当用计算机构自由度的一般公式 (1-5) 计算时，所得  $F = -2$  的结果，实际上是由于在机构中存在理论上不影响机构运动自由度的 3 个过剩的约束。这可以用运动副的约束在运动链中相关可传递性来解释。如图 1-17b 所示，设把 2、3 构件的转动副  $C$  拆开来分析 2、3 构件间所保留的相对运动自由度。由图可见，由于  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四个转动副的轴线相互平行，它们所提供的约束向量是完全一致的，则拆开后 2、3 构件由于铰链  $A$ 、 $B$  及  $D$  的约束，已经限制了它们的 3 个相对运动自由度  $s_x$  及  $\theta_x$ 、 $\theta_y$ ，即 2、3 之间已不再具有这 3 个自由度，而铰链  $C$  所提供 2、3 构件间的约束同样也包含了由其他铰链所已经提供了这 3 个约束，是重复的，过剩的，实际上是不起作用的约束，特称为机构中的过约束（或虚约束、重复约束）。

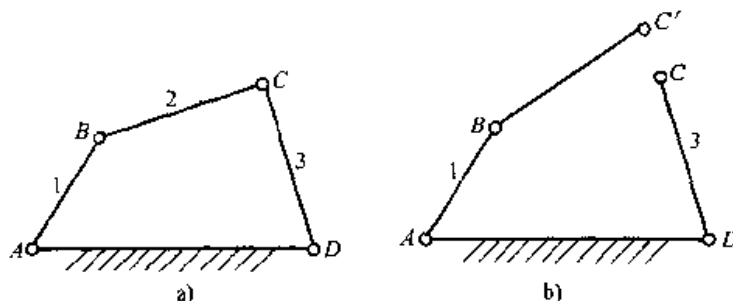


图 1-17 过约束分析

a) 机构简图 b) 拆副

过约束，理论上是不影响机构自由度的，故在计算自由度时应将其减去，也即是加上相应数量的自由度。设过约束数用  $q$  表示，则 (1-5) 式可改写为

$$F = 6n - \sum_{i=1}^5 (i p_i + q) \quad (1-8)$$

(1-8) 式为更完善、通用的机构自由度计算公式。该式也可以在已知自由度  $F$  时，用于计算机构中的过约束数。即

$$q = F - 6n + \sum i p_i \quad (1-9)$$

从以上分析可见，过约束正好是平面机构中每个构件都具有的约束，称为机构（或运动链）的公共约束。平面机构的自由度计算公式，就是考虑了公共约束或过约束后的自由度计算公式。

要特别指出，平面机构中一旦各运动副的特殊配置关系所提供的约束向量完全一致的前提条件受到破坏（例如由制造、安装误差和受力、受热后的变形，使某些运动副轴线不相互平行），则所谓非独立的重复约束，将成为独立、有效的约束。从而阻碍机构的正常运转或迫使构件产生弹性变形，造成运动副中的附加应

力,降低效率和寿命。因此平面机构对误差,特别是运动副的形位误差是十分敏感的。为此,必须正确地选定制造和安装的精度等级,保证误差在允许的范围内。另一方面,在平面机构中可尽量从理论上减少或消除过约束,也即是在平面运动链中提供能产生与过约束性质对应的自由度的运动副结构,以消除不可避免的各种误差的影响,可降低制造、安装精度的要求,提高机构运转的灵活性和机械效率。例如图 1-17 所示铰链的四杆机构可采用图 1-18 所示的结构,将原  $B$ 、 $C$ 、 $D$  处的  $\text{V}$  级副降为  $\text{II}$  级球面副和  $\text{IV}$  级圆柱副。由 (1-9) 式:

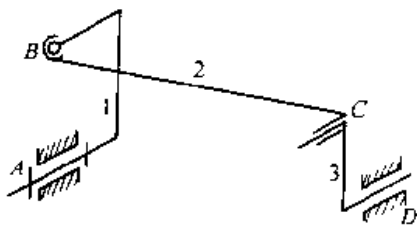


图 1-18 无过约束机构

$$q = F - 6n + \sum i p_i = 2 - 6 \times 3 + 3 \times 1 + 4 \times 2 + 5 \times 1 = 0$$

式中  $F=2$ , 是因为该机构除所具有的一个基本自由度外,由构件 3 的两个圆柱副轴线平行,使之具有轴向移动的局部自由度。所以计算  $q$  时应以自由度为 2 计。闭链机构,特别是平面闭链机构,一般都普遍存在过约束。开链机构由于末端构件不存在运动副的强制封闭,故不存在过约束。

## (二) 平面机构中的虚约束结构及复合铰链

在平面机构中,根据工作和实际结构的需要,如为了增加结构刚度,提高运动可靠性和工作的稳定性,或者为了分担负荷或者为了惯性力的平衡等目的,经常在满足自由度和运动传递要求的机构基本结构中,采用结构和尺寸完全相同,约束性质完全相同的重复结构。如图 1-19a 的平行四边形机构  $ABCD$ ,为了增加长连杆  $BC$  的刚度,加入了一根  $EF$  杆和两个转动副,并使  $EF=AB=CD$ ,  $EF \parallel AB \parallel CD$ ;  $BE=AF$ ,  $BE \parallel AF$ 。这样由于  $EF$  结构对  $E$  点的约束(轨迹)与原基本机构  $ABCD$  中  $E$  点的约束(轨迹)完全一致,故实际上  $EF$  杆的约束是重复的,并不影响其自由度;图 1-19b、图 1-19c 是为了使输出构件 4 的运动具有确定和可靠性,而分别增加了与基本机构中的对应杆长相等且平行的杆和杆组,其约束实际上也是重复的;图 1-19d 则是为均担主动轴上输入的功率,减小每对齿轮中所传递的力,和为了在构件 3 的转轴  $A$  上离心惯性力的平衡,在基本机构 1-2-3-4-5 的基础上又增加了同样大小且在圆周上均匀布置的 6、7 两个齿轮,它们给予构件 3 的运动学约束与 4 所提供的运动学约束是完全重复的。上述结构若单纯按平面机构的构件数和运动副数计算,其自由度数都与实际不符,如图 1-19a、图 1-19b,则  $n=4$ ,  $p_L=6$ ,  $F=4 \times 3 - 2 \times 6 = 0$ ; 图 1-19d 为  $n=5$ ,  $p_L=5$ ,  $p_H=6$ ,  $F=3 \times 5 - 2 \times 5 - 6 = -1$ 。这里要特别说明,图 1-19d 中  $A$  处所表示的转动副结构,在它周围有机架 1、中心轮 2 和系杆 3,每两个构件形成一个运动副,故该处应该算为两个转动副。只是由于这两个转动副的轴心线完全重合(常称为同轴结构),故在图上只画了一个转动副的符号,其实际结构在侧视图上可清楚地表示,如图 1-20a。



这种结构还会经常遇到,如图 1-20b、c 所示。这种几个铰链的轴线完全重合的结构,称为复合铰链。在计算时其低副数应等于该铰链符号所连接的构件数减 1。

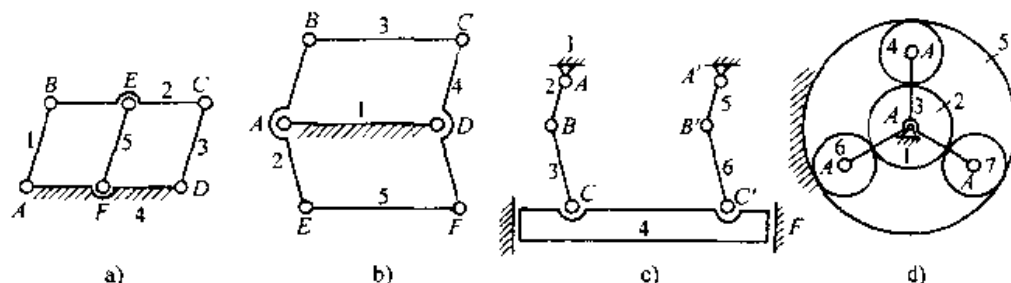


图 1-19 虚约束结构

- a) 增加刚度或多个等速同向输出 b)、c) 提高运动可靠性的重复结构  
d) 分担负荷和动平衡的重复结构

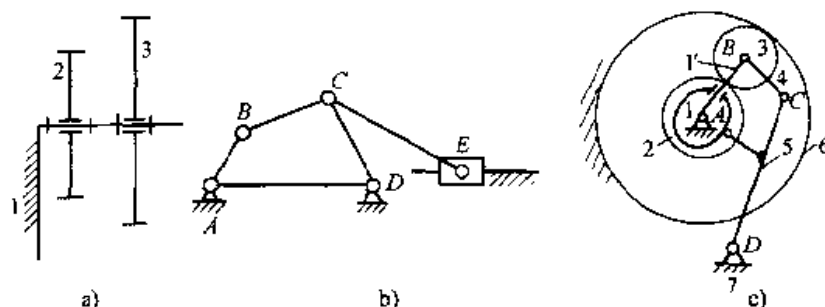


图 1-20 复合铰链

以上各种在平面基本机构的闭合回路中,所增加的重复结构,所提供机构的约束是与原基本机构已提供的约束完全重复的,属于过约束,但为了与前述平面基本机构中就存在的过约束相区别,一般称为虚约束或重复约束。若以  $k'$  表示平面机构中的虚约束数,则考虑虚约束后,平面机构的自由度计算公式应表示为:

$$F = 3n - 2p_L - p_H + k'$$

从而可根据机构的实际自由度  $F$  及结构,计算出机构中的虚约束数  $k'$ 。例如在图 1-19d 中,  $k' = 1 - 3 \times 5 + 2 \times 5 + 1 \times 6 = 2$  ( $F = 1$ ,  $p_L = 5$ ,  $p_H = 6$ ,  $n = 5$ )。或者,先将增加的结构去掉后再计算,如图 1-19d,将两个齿轮和两个转动副、4 个高副去掉后,则

$$n = 3, p_L = 3, p_H = 2, F = 9 - 6 - 2 = 1$$

另一类常见的虚约束结构是采用所谓复合运动副,即采取增加运动副元素的结构。例如移动副在机床上常作成多个平面按一定几何关系形成的导轨,其目的是为了增大刚度,减少受力后的变形;为了减小分布压力和磨损;或者是为了磨损后的自动补偿或便于调整,而作成如图 1-21 所示的 V 型-平而导轨和燕尾导轨。其中图 1-21a 可以视为由三个约束数为 3 的 III 级平面副组成。其总约束数为

$s = \sum_{i=1}^5 i s_i = 9$  而实际所需的约束数为一个移动副的约束数为 5, 故存在 4 个过约束。

又如机器中的轴, 为了增加支承刚度, 减小变形, 常有意设计成具有虚约束的结构, 如图 1-22 所示 4 缸发动机的曲轴, 若仅从具有一个转动自由度, 则只需要有一个 V 级副 A 就可以了。但由于曲轴很长, 为了增加其刚度、强度, 减小由弹性变形引起的振动, 而必须再增加 B、C 两个圆柱副, 相当于引入了 8 个多余的约束。

以上的虚约束结构都是为了保证机构稳定、可靠地工作所必需的。但在设计时, 1) 要慎重采用; 2) 必须仔细分析虚约束的数量和性质, 采取相应的措施来消除这些虚约束的影响, 不至造成为实现自

由度所必需的基本约束相冲突 (干涉) 而引起工作中的障碍。一般是要保证足够的精度, 而且所提出的精度要求应与过约束的数量和性质相一致, 使其最经济有效。例如曲轴所增加的两个圆柱副, 每个圆柱副提供的 4 个约束为  $x$ 、 $z$  的方向的移动约束  $s_x$ 、 $s_z$  和绕该两坐标轴的转动约束  $\theta_x$ 、 $\theta_z$ 。因

此必须保证这 8 个约束与 A 所提供的对应约束完全一致, 或在允差范围内。则其精度要有 B、C 两轴的轴线在  $x$ 、 $z$  方向的位置尺寸精度 (一般即称为 B、C 与 A 轴的同轴度); 以及  $x$ 、 $z$  方向的角度精度 (即平行度), 共 8 个精度指标。这要通过一次在高精度机床上加工出三个孔和三个轴颈来保证。另一常用措施就是采用调整结构或环节。例如图 1-19a、b, 中采用可调杆长; 图 1-22 中采用机械设计中介绍的可调轴承 (自位球轴承) 等。这可以适当降低一些制造精度, 同时在使用一段时间磨损、或变形后可以进行补偿, 保证足够的使用寿命。

### (三) 运动链和机构中的局部自由度

机构中使各构件具有确定运动时, 所需给定的独立运动参数 (一般为位移参数, 在笛卡尔坐标系中, 即角位移和线位移参数), 称为机构的自由度。必须注意的是, 机构中的每个构件都具有确定运动。如前述飞机起落架机构的自由度  $F=3$ 。即是给定 3 个运动参数, 要使 3 个原动件的运动参数已知后, 其他各构件的运动才能确定。但是实际上只要已知其中任意一个可动构件的位置参数 (例如给定 2 的角位移) 则 3、4 构件的空间位置就确定了。或者说该封闭几何图形的形状就确定了。但 3、4 构件由于两个球面副和一个圆柱副配置在一条直线上, 它们都具有绕该直线转动的自由度, 从而使构件 3、4 都有绕公共轴线转动的自由度。尽管在 2

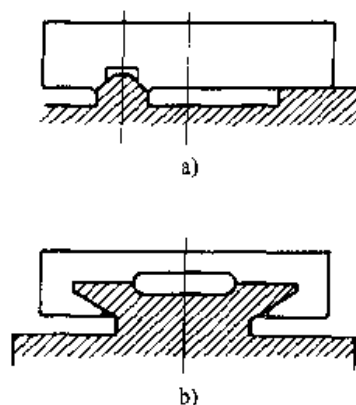


图 1-21 复合移动副

a) V 型平面-导轨 b) 燕尾导轨



图 1-22 复合转动副

的位置参数确定后, 3、4 构件的轴线 (可作为构件的标线) 已定了, 而 3、4 的运动状况还未确定。要每个构件的运动都确定, 则还必须给定 3、4 构件绕公共轴线的转动参数。正因如此, 才得出了自由度为 3 的结论。但 3、4 绕轴的转动自由度, 并不影响整个系统的工作位置状况, 只关系到局部运动, 故将其称为局部自由度。其目的是为了消除过约束。而将保证整个机构实现其基本工作要求所需的自由度, 称为基本自由度或全局自由度 (因为它将传递到机构中的每个构件)。因此, 在计算机构的自由度时, 还必须判断局部自由度, 才能正确地判定所需的驱动自由度或原动件数。

上述机构中的局部自由度是由于内部运动副的配置状况所引起的, 有些是必要的, 有的是不必要的, 甚至是有害的。例如图 1-23a 是为了完全消除过约束, 而使 2 具有局部自由度, 虽不是必须的, 但不损害整个机构的正常工作。若采取图 1-23b 的配置, 则 2-3 构件组将有对机构正常工作有害的局部自由度。此外, 还经常为了改善工作条件或使工作自动适应某些工作条件变化而特意设置的, 不影响其他

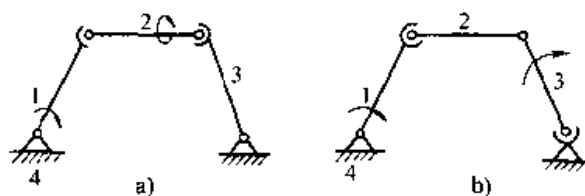


图 1-23 局部自由度

a) 构件局部自由度 b) 杆组局部自由度

构件, 不在整个机构中传递的局部自由度。最常见的如图 1-24a、b 所示在推杆 2 上, 多增加一个圆柱滚子 4, 将原存在于接触处的滑动摩擦改进为滚动摩擦, 以提高效率, 减小磨损。另一例子是图 1-24c 所示的夹紧装置, 为保持夹头 V 形块能始终可靠地双面接触, 在 V 形夹头块上增加铰链  $G$ 、 $G'$ 。当有局部自由度时, 为正确计算其自由度, 常将其固定后 (因该自由度并不影响其基本功能) 计算, 如凸轮机构图 1-24b:  $n=3$ ,  $p_L=3$ ,  $p_H=1$ ,  $F=9-6-1=2$ , 其中一个为滚子转动的自由度。正确计算应按图 1-24a:  $n=2$ ,  $p_L=2$ ,  $p_H=1$ ,  $F=6-4-2=1$ 。

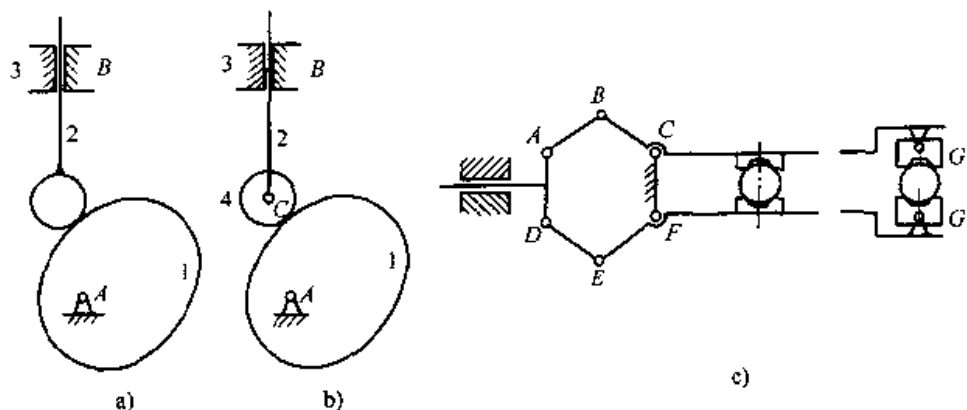


图 1-24 局部自由度结构

a) 圆柱从动杆 b) 滚子从动杆 c) 自适应夹头

### 第三节 平面运动链与机构的结构设计

#### 一、平面运动链的自由度与结构设计

运动链是机构的原型。它是由若干构件用运动副联接而成的具有一定自由度的构件系统。自由度是运动链和机构设计的基本要求。由前述自由度的计算公式可知,构件数、运动副数与自由度数之间存在着一定的关系。根据这些关系,在满足一定自由度要求的前提下,求出平面运动链的所有结构形式,从而获得能满足各种工作要求的机构,这就称为运动链的结构设计,或机构的“型数综合”。这是机构创新设计的基本途径。为便于进行平面运动链的结构设计,一般均设定所有运动副为单一转动副(单一铰链)。这样公式(1-5)就简化为:

$$F=3n-2p_L=3(N-1)-2p \quad (1-10)$$

式中包含了构件数、运动副数和自由度数三个参数,自由度 $F$ 为综合目标。结构设计即是按自由度要求来求其可能的构件数和所需的运动副数,以及由这些构件和运动副所联接成的独立的运动链。

机构自由度的选定是根据机器的工作要求确定的。一般均采用闭链,且大多数自由度是1,也即是该系统是只用一个原动机驱动。自由度大于1的系统,常用于需要多个输入运动,并使执行构件具有更复杂多样和更具有柔性可调的工作系统,如机器人、机械手、挖掘装载机等;或将一个输入运动按一定的函数关系(固定或可调的)分解为多个运动输出(如汽车差速器、无级变速器等)。下面将主要研究自由度为1的平面闭式运动链的结构设计方法。

运动链的结构设计或型数综合,是创新与发现新机构的重要内容,一直受到国内外机构学者的关注,提出了许多方法,现代计算方法和计算手段的应用,极大地推动了这一工作的发展,现已有许多运动链结构图册。本书仅介绍两种基本方法,为创造性结构设计打下一定基础。

#### 二、运动链结构公式推导法

所谓公式推导法,就是利用上述自由度计算公式,转换为结构设计公式后,由要求的自由度来确定其构件数和运动副数。由式 $F=3(N-1)-2p$ ,可得便于设计的结构公式:

$$p=\frac{3}{2}N-\frac{(F+3)}{2} \quad (1-11)$$

因 $p$ 、 $N$ 均应为正整数,故可见:

1) 当 $F$ 为奇数时(例如1、-1、3等),构件 $N$ 必为偶数;反之, $F$ 为偶数时(例如0、2、4等),构件数 $N$ 必为奇数。

2) 当 $F=1$ 时, $N$ 必须大于2。

从而可见当  $F=1$  时, 平面闭链机构的构件数  $N$  必为 4、6、8、10 等, 则对应的  $p$ , 由  $p=3N/2-2$  可知为 4、7、10、13 等。

由 (1-3) 式  $k=p+1-N$  可知, 4~10 杆链对应的闭合回路为 1、2、3、4……。

由于组成运动链的构件可以有 2、3、4、5 等不同的运动副元素, 设以  $N_k$  代表  $k$  元素杆的数目 ( $k=2, 3, 4, \dots, m$ ), 则 (1-11) 中的  $N$  可表示为

$$N=N_2+N_3+N_4+N_5+\dots \quad (1-11a)$$

且每两运动副元素构成一个运动副, 则有:

$$p = (2N_2 + 3N_3 + 4N_4 + 5N_5 + \dots)/2 = \left( \sum_{k=2}^m kN_k \right)/2 \quad (1-11b)$$

将式 1-11a、1-11b 代入 (1-10), 并设  $m=2\sim 5$ ,

$$F=3(N_2+N_3+N_4+N_5-1)-2(2N_2+3N_3+4N_4+5N_5)/2$$

$$\text{得:} \quad F=N_2-N_4-2N_5-3 \quad (1-12)$$

为进一步得到更适用的设计公式, 由 (1-11a) 减式 (1-12) 得:

$$N_3+2N_4+3N_5=N-(F+3) \quad (1-13)$$

再将此式与 (1-11a) 联立

$$\begin{aligned} N_3+2N_4+3N_5 &= N-(F+3) \\ N &= N_2+N_3+N_4+N_5 \end{aligned} \quad (1-13a)$$

即可求出在满足自由度要求条件下的各类构件和运动副数。

对于  $F=1$  的运动链则为  $N_3+2N_4+3N_5=N-4$

$$N=N_2+N_3+N_4+N_5$$

从而可得 4~8 杆链的基本构成如表 1-2 所示。

表 1-2  $F=1$  的 4~8 杆运动链的数目

运动链类型	闭合回路数	运动副数 ( $p$ )	2 元素杆 ( $N_2$ )	3 元素杆 ( $N_3$ )	4 元素杆 ( $N_4$ )	5 元素杆 ( $N_5$ )	独立有效的 运动链数
4 杆链 $N=4$	1	4	4	0	0	0	1
6 杆链 $N=6$	2	7	4	2	0	0	2
			5	0	1	0	0
8 杆链 $N=8$	3	10	4	4	0	0	9
			5	2	1	0	5
			6	0	2	0	2
			6	1	0	1	0

再将这些不同类型的构件组合 (例如 6 杆链的 6 个构件有  $N_2=4$ ,  $N_3=2$  及  $N_2=5$ ,  $N_4=1$  的两种组合), 用运动副联接形成  $F=1$  的闭链, 求出其所有可能的结构

形式, 这是一件相当繁难的工作。因为同一种构件组合可以用同样的运动副数联接成多种闭链, 但这些闭链并不都是独立有效的, 会出现所谓的“同构”和“无意义的异构”。为此, 提出了多种方法, 其中比较有效的是“拓朴图法”和“矩阵法”。对于 8 杆以上的运动链, 其同构的判别是相当困难的, 方法还在不断完善中。经过严格的论证,  $F=1$  的 4~8 杆运动链的数目如表 1-2。例如 6 杆链,  $N_2=4$ ,  $N_3=2$  的独立运动链如图 1-25a、图 1-25b 所示的 Watt 链和 Stephenson 链两种。而图 1-25c 貌似不同的运动链, 实质上与图 1-25a 同构。而图 1-25d 所示运动链以及图 1-25e 所示  $N_2=5$ 、 $N_4=1$  的运动链, 由于存在  $F=0$  的闭环, 实际上等同于 4 杆链, 而成为无效的 6 杆链。

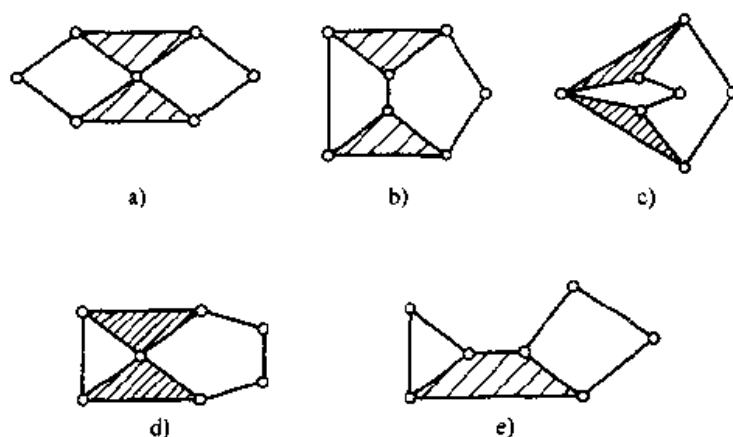


图 1-25 六杆链 ( $F=1$ ) 的可能结构型

a)  $N_3=2$ ,  $N_2=4$    b)  $N_3=2$ ,  $N_2=4$    c)  $N_3=2$ ,  $N_2=4$   
d)  $N_3=2$ ,  $N_2=4$    e)  $N_4=1$ ,  $N_2=5$

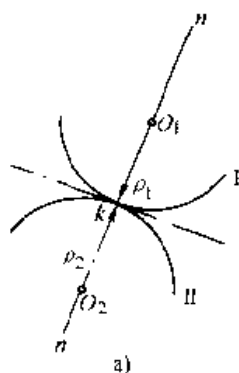
### 三、机构结构的替代与演化

前述的结构综合, 得到全是单铰的运动链结构简图, 作为连杆机构可直接选用。但实际上除连杆机构外, 还有其他多种类型的机构, 特别是含高副的机构和自由度不一定为 1 的机构。这些机构都可以由前述型数综合的运动链为基础, 通过替代和演化, 得到具有新的结构与运动特性的机构, 所以将上述方法所得到的运动链称为基本运动链或基本机构。通过对基本运动链中的运动副、构件进行替代和演化得到新的实用运动链和机构, 是机构创新设计的另一重要途径。这里所指的演化是仅从结构学角度 (即仅从运动副和构件的角度) 的演化, 而不涉及按运动规律与特性的等价变换。演化的方法很多, 仅就以下几个主要方法进行简介, 以激发创造性设计的思维。

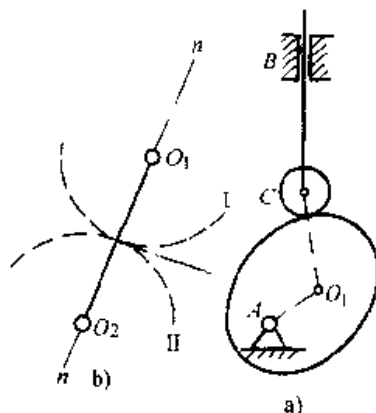
#### (一) 运动副的等价替代

1. 低副与高副的等价替代 这里所说的等价, 只强调结构等价, 对于运动副而言, 就是其约束数或自由度数的等价。依此原则可得高副与低副约束数相等条件下的替代方法。一个高副的  $S=1$ 。则用低副结构等价的最简单形式为

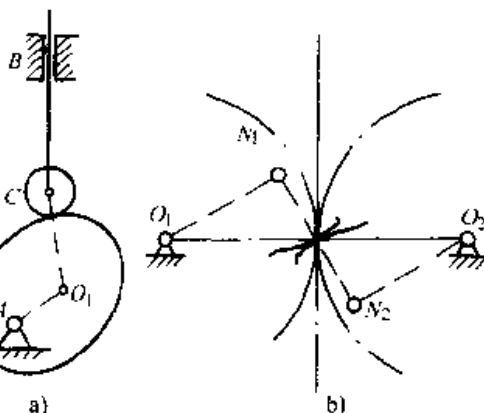
$SA=2p_L-3\times 1=1$ 。即一个高副可以用一个杆加两个转动副替代。如图 1-26a 所示高副约束主要是法线方向的位移, 即在该瞬时接触点  $K$  处曲率中心  $O_1, O_2$  间的距离保持不变。故杆应置于公法线  $n-n$  上, 二转动副应置于曲率中心  $O_1, O_2$  上, 如图 1-26b 所示。这样即可分别得到如图 1-27 中用虚线所表示的低副机构 (前者为曲柄-滑块机构, 后者为铰链四杆机构), 替代该位置时的凸轮和渐开线圆柱齿轮机构。按上述原则的逆用, 则在基本运动链中, 凡是二元素杆及其两个铰链都可以用一个高副 (凸轮或齿轮高副) 去替代, 从而得到含凸轮或齿轮的机构。例如图 1-28 所示由 Watt 六杆链演变成低副与高副的组合或高副与高副组合的具有新的结构与运动特征的机构。在有的特殊情况下, 可以用纯滚动高副或两点 (线) 高副去代替一个低副 (图 1-29)。特别是通过滚动高副的替代又可得到摩擦传动机构, 如图 1-30 所示。



a)



b)



a)

b)

图 1-26 低、高副等价替代

a) 高副 b) 替代低副

图 1-27 机构中的高副低代

a) 凸轮机构 b) 齿轮机构

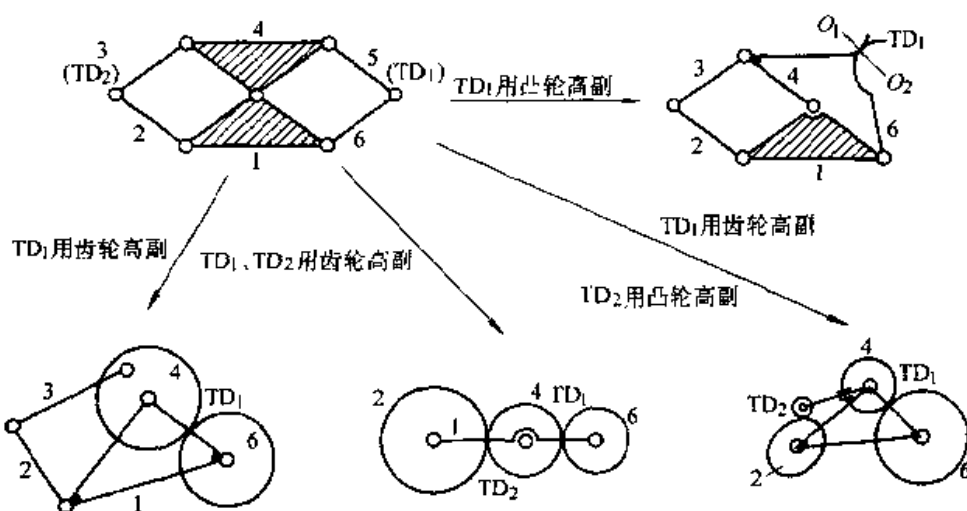


图 1-28 瓦特六杆链的演化

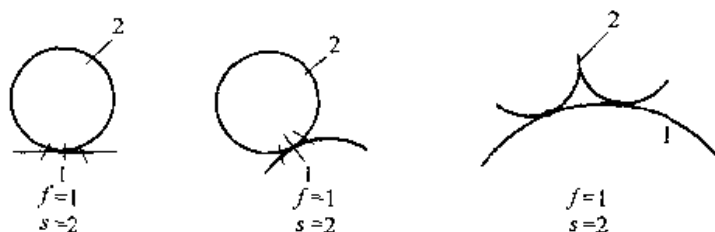


图 1-29 滚动或两点高副

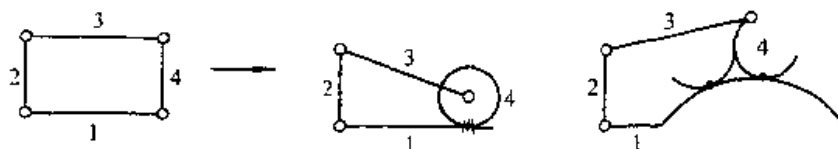


图 1-30 四杆链用滚动高副及两点高副替代

2. 转动副与移动副的替代 转动副与移动副同为低副, 所以基本运动链中的任何一个转动副都可以用移动副替代, 从而得到可转换运动形式和具有不同运动与传力特征的机构, 如图 1-31 所示。

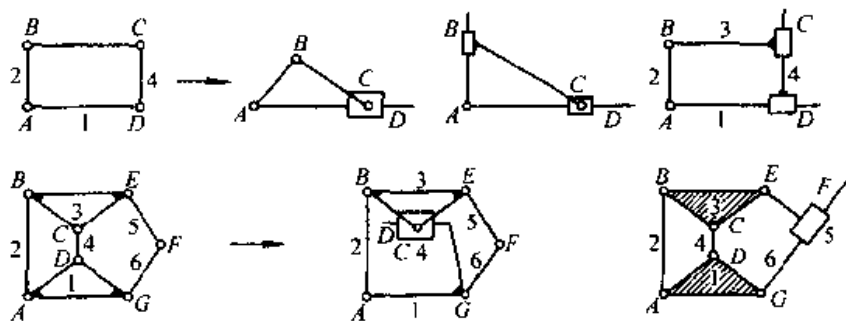


图 1-31 用移动副替代转动副

前述高低副替代时, 所说的低副也可以是移动副。因为移动元素——直线可以视为曲率中心在无穷远处的曲线, 故如图 1-32a 所示的平底摆动从动杆凸轮机构其代换如图 1-32b 所示。顺便指出, 如高副元素之一是一个“尖点”结构, 则认为其曲率半径为零, 其曲率中心就在接触点处, 参看图 1-32c、图 1-32d。

(二) 基本运动链的演化与派生

平面闭链机构除最广泛采用的自由度为 1 的系统外,

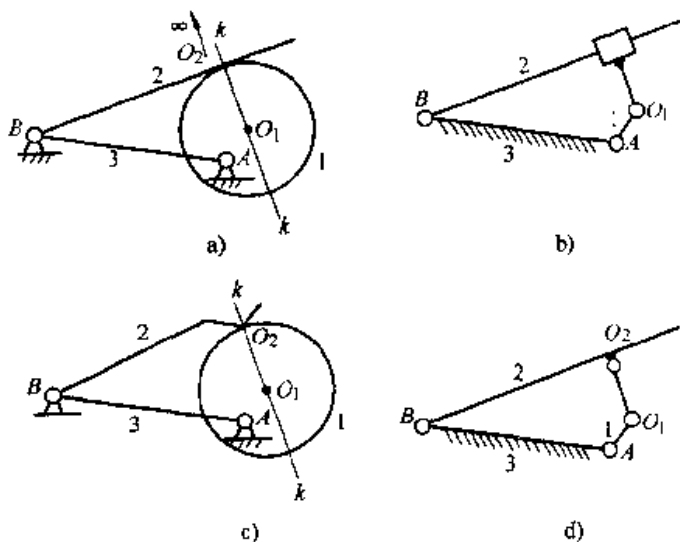


图 1-32 平底和尖顶从动杆凸轮机构的替代



$F=2$  的机构也应用较多,特别是在现代机械(如差动系统、机械手、机器人等)中多自由度机构应用越来越广泛。按照一些机构学者的观点, $F=0$ 、 $F=-1$  的静定与超静定桁架结构也是可以用于机构创新的原始方案。这些运动链,同样可以用公式推导及拓朴图或矩阵等方法进行结构综合。但也可以直接通过  $F=1$  的基本运动链的演化,派生出不同自由度的运动链或具有复合铰链的自由度不变的运动链来。

1. 增、减二元素杆 一个二元素杆,由前述知其  $F=-1$ ,即  $s=1$ 。因此,在原运动链中去除一个二元素杆,就相当于使原运动链增加了一个自由度;增加一个二元素杆,就使原运动链减少一个自由度;从而由  $F=1$  的基本运动链,通过增、减二元杆即可得到不同自由度的新运动链,如图 1-33 所示。在添加二元素杆时,该二元素杆可在任意两个构件之间,但最好不要加在相邻两构件间。去除二元素杆时,应使去除后仍保持为闭链结构。

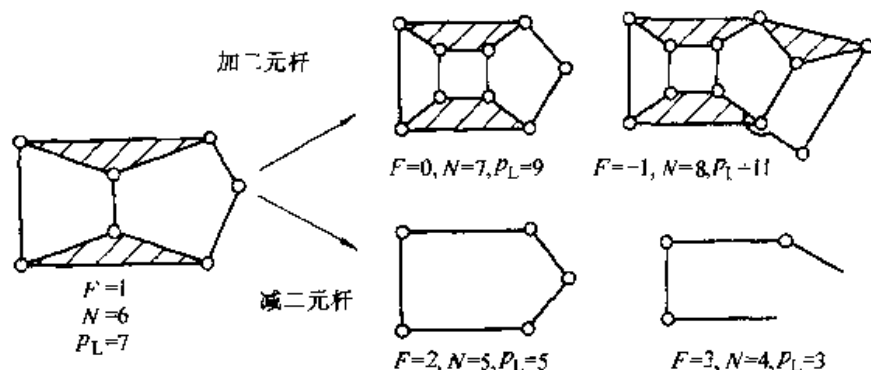


图 1-33 增减二元素杆

2. 多元素杆局部收缩 复铰运动链,常常是用以通过替代得到同轴传动(特别是各类行星传动)结构的初始方案。例如图 1-34a 所示的轮系,可以认为是由图 1-34b 所示的在  $D$  处具有复合铰链的 6 杆机构,将  $a$ 、 $b$  两二元素杆用齿轮高副替代后得到的。而图 1-34b 又可以认为是由图 1-34c 的六杆链的基本型 Watt 链中的三元素杆 3 的  $AD$  边局部收缩到  $A$ 、 $D$  重合而成,使  $D$  成为 1、3、4 三个构件形成的两个转动副轴线相重合的复合铰链。局部收缩后,运动链的构件数、运动副数、自由度均未改变。但有复铰  $D(A)$  后,为通过替代得到行星轮系创造了更直观的初始运动链。如此可以很清楚地看到,复铰周围的构件都是“中心轮”或“系杆”。显然,运动副元素越多的构件,局部收缩后可得到更多重的复合铰链,也可以得出更复杂的具有多重同轴结构的替代机构。但局部收缩的结果,绝不能使运动链图中出现三角形回路。如图 1-35 所示的 10 杆链,其  $N=10$ ,  $p_L=13$ ,  $F=3 \times 9 - 2 \times 13 = 1$  (其中 1 为五元素杆)。若将其局部收缩,使  $C$ 、 $D$ 、 $E$  重合为复铰,得到如图 1-35b 所示的有 4 个构件的复铰,如将 7、8、9、10 等 4 个二元素杆用齿轮高副替代,可得到如图 1-35c 所示的具有两个系杆的复合行星轮系。

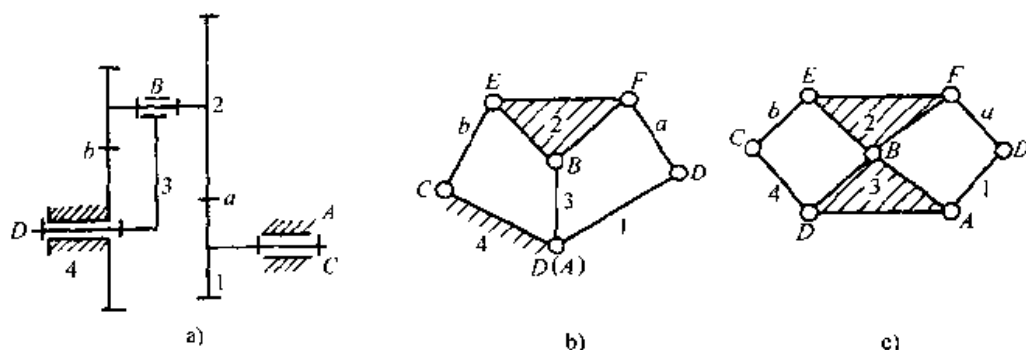


图 1-34 单铰运动链的局部收缩与替代  
a) 行星轮系 b) A、D 收缩 c) 原始 Watt 链

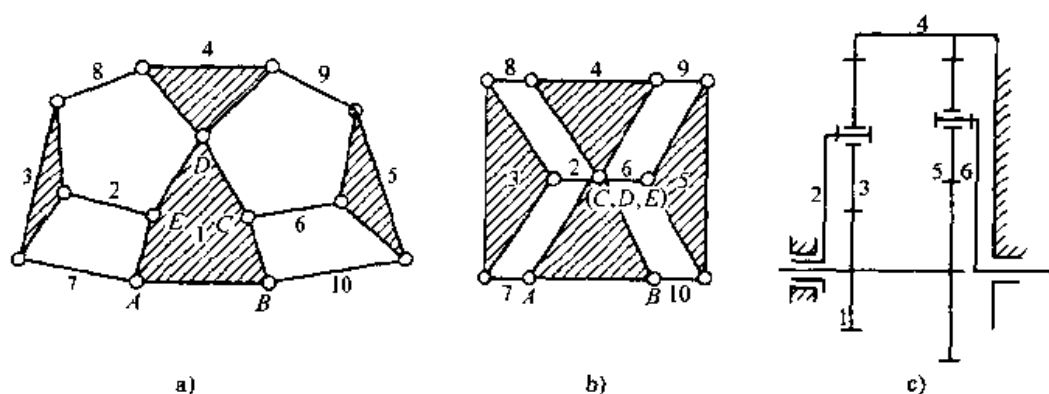


图 1-35 10 杆链的局部收缩与替代

a) 10 杆链 b) 局部收缩后的复铰运动链 c) 替代产生的行星传动

### (三) 运动副元素与构件的功能结构演化

在前述简图中,运动副元素与构件都是以抽象的简单符号和直线构形来表示。实际上,运动副元素就是构件的一部分,它们两者之间可以相互包容、变换,它们可以根据功能要求进行创造性的结构形状演化,而得到许多具有新的特殊功能特点的结构。

1. 运动副元素的扩大 转动副和移动副的元素都可以根据功能需要扩大,甚至可以将整个构件都构成一个运动副元素,从而使之在强度或者加工制造,或者在应用功能上具有新的特性。如图 1-36a 所示曲柄摇杆机构的曲柄销,其外径扩大将整个曲柄 AB 均含在内,如图 1-36b 所示,整个曲柄就成为一个偏心圆盘。在曲柄 AB 长度很小的情况下,采用这种变形既有利于提高曲柄销的强度又便于制造。图 1-36c 所示曲柄滑块机构,将滑块的移动副元素扩大,如图 1-36d 所示以至将整个机构都包含在内了。而图 1-36e 所示摇块机构,使摇块的转动副元素扩大,使整个摇块成一个圆盘,如图 1-36f 所示,该圆盘具有柱塞泵的缸体兼阀瓣的功用。运动副元素的扩大,还可以使与它连接的构件变形,如图 1-37a 所示,由于摇杆固定轴径扩大,使摇杆演变成一个圆环,进而还可以演变成为图 1-37b 所示的形状,这

样可以起到减小构件尺寸、使空间结构更加紧凑或避免构件间的干涉的作用。图 1-37c 所示为 1-36a 所示曲柄摇杆机构连杆上的两个转动副元素扩大到为两个直接接触的圆盘（其圆心仍分别在  $B$ 、 $C$  处），这时运动将通过二圆盘的接触点传递，成为滑移高副机构，3 所构成形状仅是为了保持两圆盘的接触，也可以将 3 去除，而演化成如图 1-37d 所示的典型的凸轮机构，其运动将与曲柄摇杆机构完全等价。若仅使摇杆上  $C$  处的运动副元素扩大，则还可获得如图 1-37e 所示的结构。

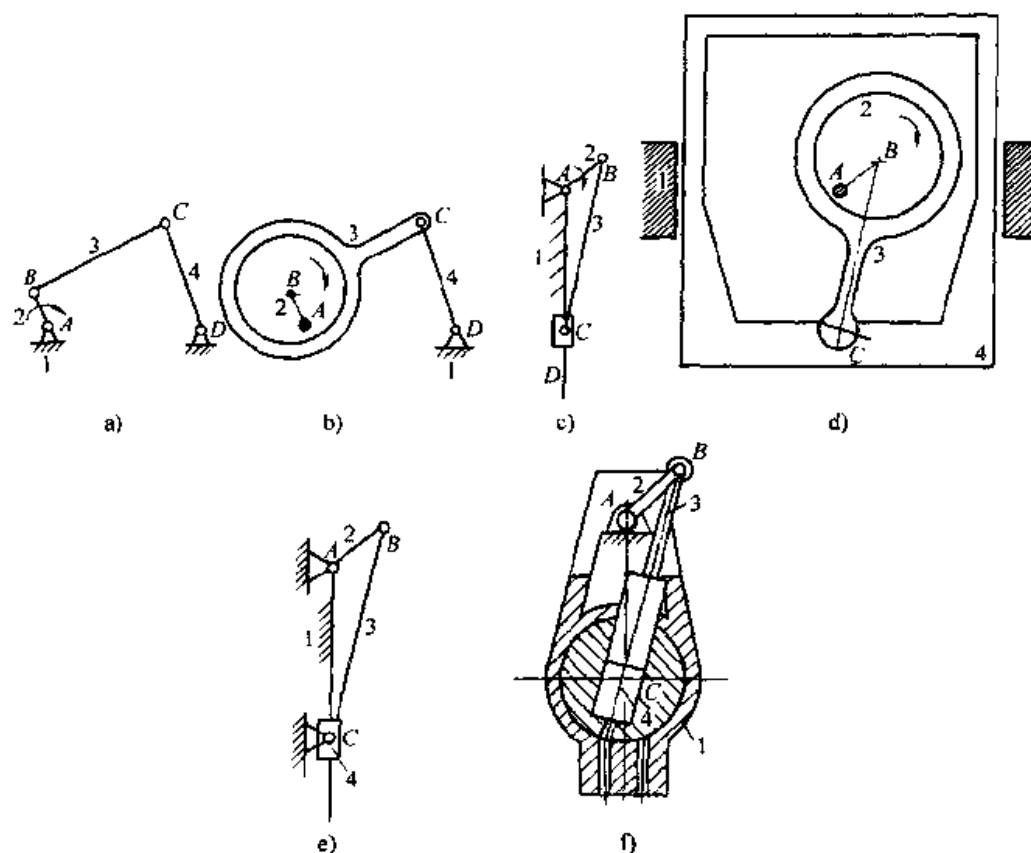


图 1-36 运动副元素的扩大

a) 曲柄摇杆机构 b) 偏心摇杆机构 (P 副扩大) c) 曲柄滑块机构  
d) 偏心滑块机构 (B、D 副扩大) e) 摇块机构 f) 柱塞泵

2. 构件形状的功能化演变 构件形状的变化比运动副元素的演变要丰富得多，可以说的不受任何限制。这里举出几个比较特殊的、巧妙的功能形状变化，这些变化不是仅为了增加强度、刚度或者避免干涉。如图 1-38a 所示，把曲柄  $AB$  作成圆盘形状，则可将其变成为皮带轮或齿轮，便于直接进行驱动；图 1-38b 所示的曲柄导杆机构，为了将它演化成为一种叶片泵，巧妙地将 2 作成叶片状，而把 4 作成圆筒，并使它在下端与由机座 1 演变成的泵壳内腔的下部相切，从而将腔分隔成两部分（吸入与压出腔）；而滑块 3 演化成一个穿了孔（与叶同形状相互密

切配合)的圆柱体,其外圆表面仍与4形成中心在B点的转动副。该机构还可演化成为径向布置的柱塞泵。

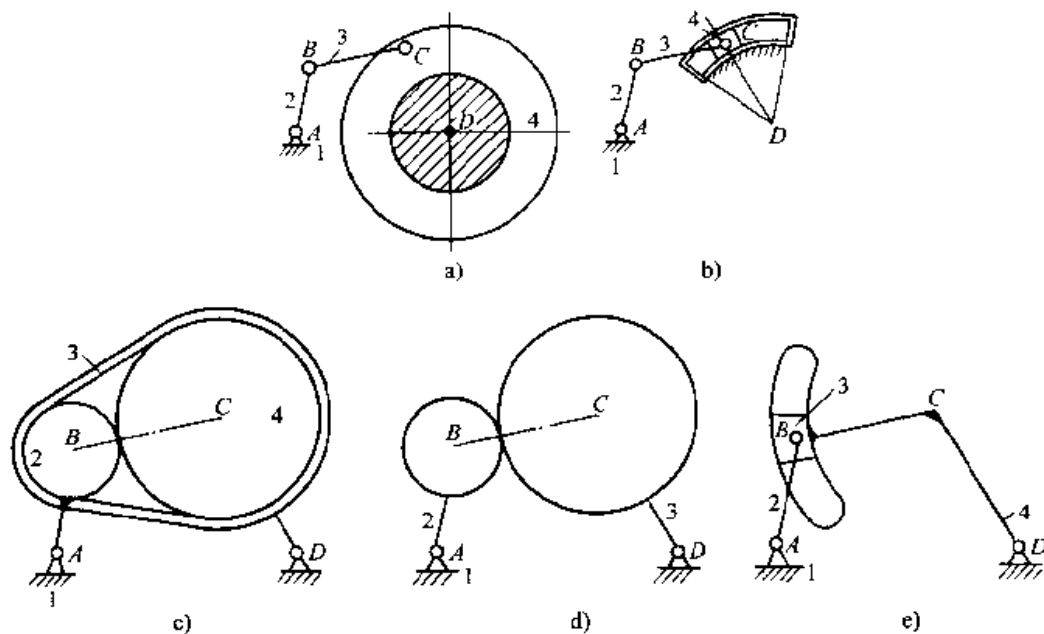


图 1-37 运动扩大导致构件形状变化

a) 环状摇杆 b) 环块摇杆 c) 封闭环连杆 d) 滑移高副机构 e) 连杆、摇杆变形

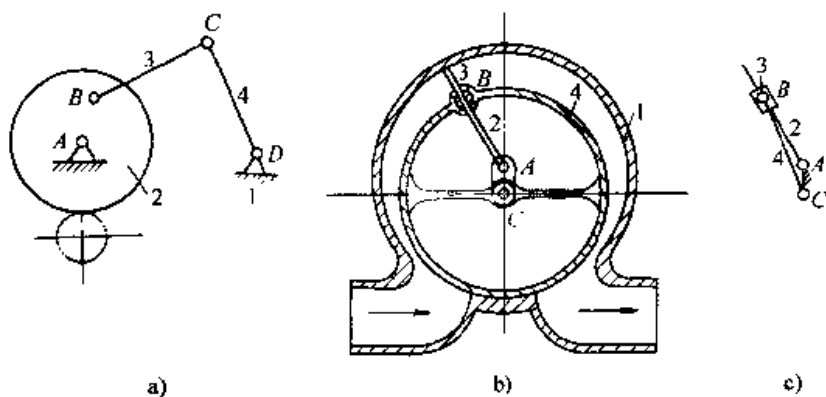


图 1-38 机构形状的演化

a) 曲柄变形为轮 b) 叶片泵 c) 转动导杆机构

另一类构件形状的演变,则是充分利用机构结构及运动的特点,通过构件形状的变化扩大其特殊用途。例如图 1-39 所示的双转块机构,其构件 3 的两条滑移导轨相互垂直,这样当 2 (或 4) 为主动件时,3 将使从动件 4 (或 2) 与主动件具有大小、方向都相同的转动,而且两转轴间可以有相当大的距离。利用这一特性,将其用作二平行轴间的联轴节,并为便于运转和安装以及能自动适应两转轴间距离的变化,把构件 2、4 分别作成如图 1-39b 所示的开有过中心的矩形凹槽的带轴

圆盘：而将 3 作成如图 1-39c 所示的两面具有相互垂直的矩形凸棒（其宽度与 2、4 盘的槽宽相同）圆盘，然后把它们按图 1-39d 装起来，可实现两平行轴（不同心）间的等速同向传动。同理，平行四边形机构也可以把结构转化为平行轴间的等速同向联轴器。

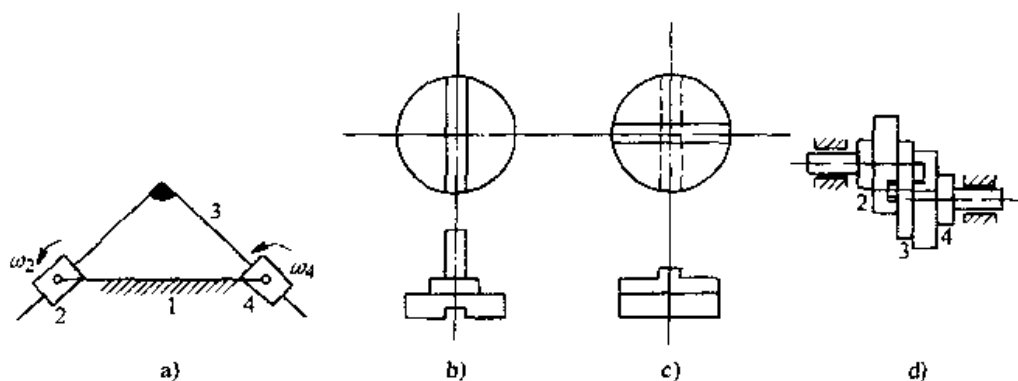


图 1-39 构件形状的演化

a) 双转块机构 b) 转块 2、4 的变形 c) 3 变形为十字滑块 d) 十字滑块联轴器

#### 第四节 按基本杆组的机构结构综合与结构分析

机构的结构综合，除前述公式推导法而外，另一种常用的有效方法是基本杆组组合法。其基本思路是，将一定自由度的机构，划分为其自由度等于机构自由度的“驱动杆组”（或原动链）和自由度为零的“基本杆组”。而任何机构，都可以认为是由这两类杆组以一定规律联接而成。例如图 1-40a 所示自由度为 1 的 4 杆机构，它们可分别视为是在  $F=1$  的驱动杆组（图 1-40b）上将基本杆组（图 1-40c）的两个运动副  $B$ 、 $D$  联接于原动件 2 和机架 1 上所组成的。图 1-40d 所示的 7 杆机构，则可以认为是将由基本杆组（图 1-40f）的 3 个运动副  $D$ 、 $G$ 、 $C$  联接在驱动杆组（图 1-40e）的两个原动件 2、7 和机架 1 上所构成。

这种机构结构组合法的核心就是如何获得各种  $F=0$  的基本杆组。而驱动杆组，因为机构自由度一般为 1 或 2，而且原动件一般都选为与机架相连的杆，所以结构型式很简单，其中最常见的是如图 1-40b 和图 1-40e 两种。

##### 一、基本杆组

基本杆组的构成条件应满足：

- 1) 必须有和原动件及机架相联接的运动副，并将其约束数计算在基本杆组中。
- 2) 自由度  $F=0$ 。基本杆组的自由度应是指其相对于驱动杆组的自由度，故在计算自由度时，构件数就不再减去 1。而且为了研究的方便，将所有运动副都设为低副。由此可得到基本杆组的结构公式为：

$$3n - 2p = 0 \text{ 或 } p = \frac{3}{2}n \quad (1-14)$$

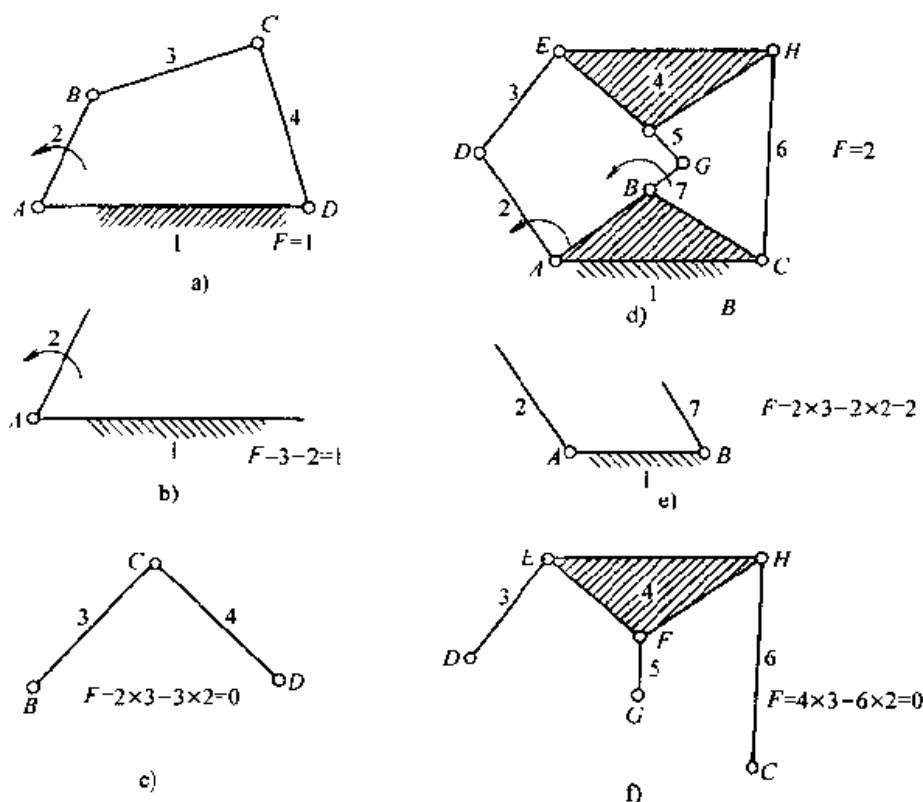


图 1-40 机构的组成

a) 曲柄摇杆机构 b)  $F=1$  的驱动杆组 c) 铰链 2 杆组  
d) 7 杆 2 自由度机构 e)  $F=2$  的驱动杆组 f) III 级组

因  $n$ 、 $p$  都必须为正整数，故可见  $n$  必须为偶数，最少为 2； $p$  必为 3 的整数倍。其最简单的结构为  $n=2$ ， $p=3$ ，称“二杆组”。当  $n \geq 4$  时，作为基本杆组除满足上述关系外，还必须满足不能再拆为 2 杆组的条件。杆组中的构件相互联接的运动副，称为“内接副”；其余的则称为“外接副”。并常以内接副所形成封闭多边形的边数来分，有几个边就称为几级组。这样常见的基本结构有以下三种：

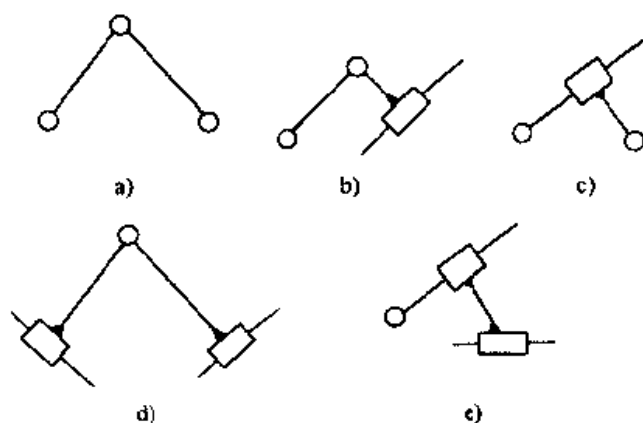


图 1-41 2 杆组 (II 级组)

a) R-R-R 组 b) R-R-P 组 c) R-P-R 组  
d) P-R-P 组 e) R-P-P 组

(1) 2 杆组，一般又称为 II 级组。其基本结构如图 1-41a 所示，还可将其中一个或两个转动副用移动副替代，得到共 5 种型

式。

(2) III级组。其基本型式如图 1-42a 所示。三个内副形成一三角形，故称为 III 级组。另外还有三个外接副。当然，其中的转动副也可用移动副替代，得到多种型式。

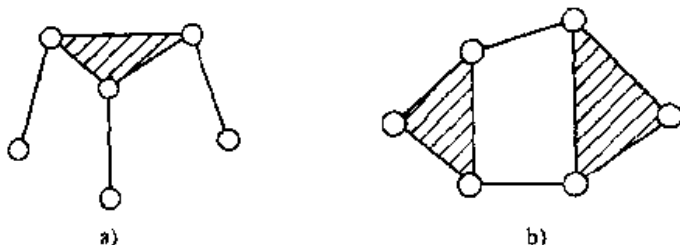


图 1-42 高级杆组

a) III级基本 b) IV级基本组

(3) IV级组。如图 1-42b 所示，虽然它也是  $n=4$ 、 $p=6$ ，但它有四个内接副形成四边形，故称为 IV 级组。其余两个为外接副。

不同级别的杆组，不仅是  $n$ 、 $p$  不同，而且更重要的是其构形的难度和解的数量都很不相同，从而决定了由它们所构成的机构，其可能实现的运动规律以及它们的运动与受力分析的难易程度都不相同。这是十分重要的本质特征。

一般 II 级组最简单。如图 1-43a 所示，在二外接副的位置和二杆长已知时，则很容易求得其构形解（或各构件的相对位置解），或为  $ABC$ ，或为  $ABC'$ 。通常称为杆组的“装配模式”，可见只有两种。

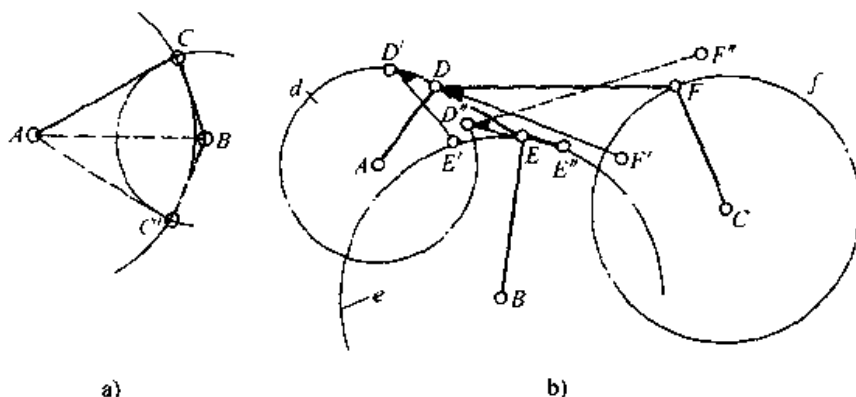


图 1-43 杆组的构形解

a) 二杆的构形解 b) III级组的构形解

如图 1-43b 所示的 III 级组，若三个外接副位置已知，各杆长度（其中三元素杆，应为三角形的几何参数：或三个边长，或两边一夹角等，它常称为 III 级组的“中心构件”）尺寸已知，则可见由简单的几何作图法可求得  $D$ 、 $E$  两副的一系列位置（例如  $E'$ 、 $E''$ 、 $D'$ 、 $D''$ ……），但对应的  $F'$ 、 $F''$ ……都不一定能处于由  $CF$  杆长所确定的“ $f$  圆”上，即解不成立。可见，要使  $D$ 、 $E$ 、 $F$  三个点同时处于  $d$ 、 $e$ 、 $f$  三个圆上，还得仔细地试凑才能求得（也即是要采用迭代逼近的方法求解），而且可以证明装配模式可多达 6 种，较 II 级组构形解要复杂、困难得多。

可见，由不同级别的基本杆组，组成的机构其分析设计的复杂程度是不一样

的。为此，常根据机构中的杆组级别来确定机构的类别。

## 二、基本杆组的联接和机构的构成

任何复杂的闭链机构都由 1 个或几个同级或不同级别的基本杆组加在驱动杆组上所构成。为便于分类，把仅由一个基本杆组所形成的机构，称为基本机构，把由两个以上的基本杆组构成的机构称为复合机构。

广义地讲，机构中除原动链以外的所有构件都可以称为从动件。因此不论是由一个基本杆组还是由几个基本杆组所构成的运动链，都可以称为从动链。因此按基本组的机构的结构综合就是：(1) 按自由度要求，设计出原动链。(2) 按工艺动作复杂程度要求选定从动链的结构，是单一基本结构链，还是复合结构链，并确定基本杆组的级别。(3) 将从动链的外接副联接于原动链上，就得到了一种机构。

1 个以上基本杆组间的联接方式不同，所构成机构的运动特性和用途将有所区别。其联接方式不外乎两种：如图 1-44a、b、c 所示，只将一个基本杆组的部分外接副联接于前一个基本杆组的一个构件上，称为串接。由这样的从动链将其外接副联接于原动链后，如图 1-44d 所示，前一基本杆组构成的基本机构的输出构件，成为后一个基本组的输入构件，再次通过变换而传至输出构件，运动和功率的流向是单向的依次传递。实际上可视为两个基本机构， $ABCD$  四杆机构与  $CDEFGHI$  六杆机构串联而成。设  $ABCD$  的瞬时速比为  $i_1 = \omega_2 / \omega_4$ ， $CDEFGHI$  机构的瞬时速比为  $i_2 = \omega_4 / \omega_8$ ，则可见整个机构的瞬时速比  $i = \omega_2 / \omega_8 = i_1 \cdot i_2$ 。这种由基本杆组的串联所得到的机构，常用于主、从动件间运动规律的变换，常称为函数发生机构。

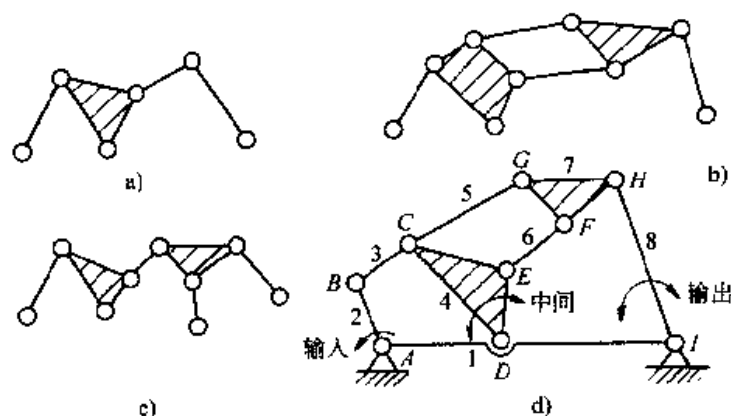


图 1-44 基本杆组的串联

a) 2 个 II 级组串联 b)、c) II 级组与 III 级组串联 d) 串联机构

另一种方式如图 1-45 所示，一个基本杆组所有外接副均联接于前一基本杆组的构件上，称为并联式复合。整个从动链的外接副等于前一基本组的外接副数。这种复合杆组从动链所构成的机构，后续结构组的运动，取决于四杆机构的  $\omega_2$ 、 $\omega_3$ 。



的共同作用，需联立求解。运动和功率的流动是非单向的，分析更加复杂，这类机构常用于为了获得比基本机构更加复杂的点的轨迹，或实现更复杂多样的某一构件的位置和姿态。

图 1-46 为混联式结构，具有串、并联两者的特征。

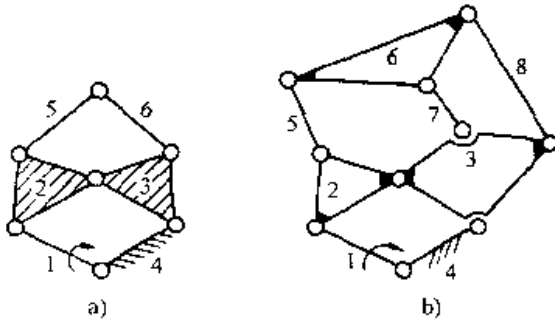


图 1-45 并联机构

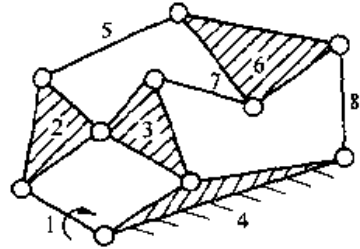


图 1-46 混联机构

要特别说明两点：(1) 不论是基本杆组之间，还是从动链与原动链间的联接，不允许将所有外接副同时联接于同一构件上。这样基本杆组与该被联接的构件之间将形成  $F=0$  的桁架结构，而不可能组成可以实现运动传递与变换的机构。(2) 若将基本杆组所有外接副分别联接到原动链中的不同原动件上，就获得了自由度等于外接副数的多自由度机构。例如Ⅱ级组，则最多可构成具有三个自由度的机构。

用原动链和基本杆组的方法进行机构的结构综合，一是其规律性很强，只要在有限数量  $F=0$  的基本杆组综合完成后，就可以很方便地根据需要组合成各种方案的机构；二是可以事先预估所综合出的机构的运动规律以及分析和设计的复杂程度，以采取不同的方法和手段进行分析和设计，使设计者能作到心中有数；三是机构的分析方法，主要取决于基本杆的类型。而基本组是静定的，理论上总是可解的，因此只需建立起有限的若干种基本杆组的分析和设计方程，就可以在对任何机构进行分析时，按其组成调用相应的杆组方程，依次进行求解就可以完成，使整个机构的分析与设计更加简单和规范。这样也可以按运动特性和分析设计所采用的方法，对机构进行更准确的分类。通常是按机构中所包含的最高级别的杆组来确定机构的类别，并将该高级组的级别作为该机构的级别。如图 1-47a 是全为Ⅱ级组构成的，称为Ⅱ级机构；图 1-47b 中有Ⅱ级组和Ⅲ级组，则为Ⅲ级机构。应用最广泛的是Ⅱ级机构，也是本书研究的重点。

与公式推导法相比，此法的不足在于可能漏掉某些运动链，也可能由基本杆组不同联接所形成的机构，实际上是同构的。

如图 1-48 所示，当图 1-48a 的 Stephenson 链以不同构件为机架和原动件时，也可以得到Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ级机构，但它们从拓朴或矩阵特征来看，都属于同一结构型。

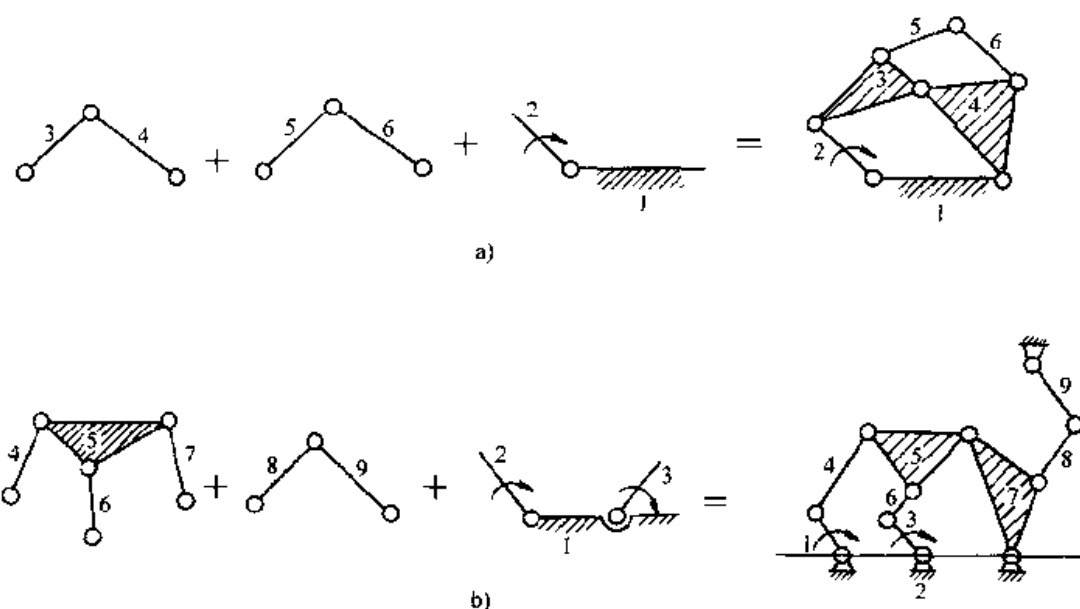


图 1-47 机构的构成与级别

a) I 级机构 b) II 级机构

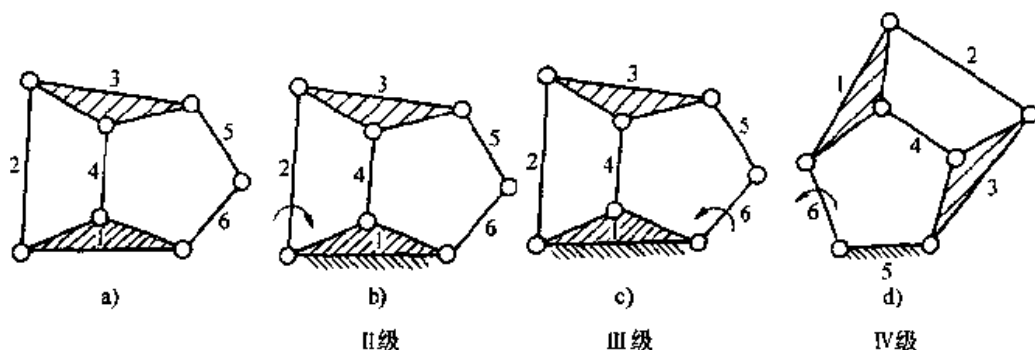


图 1-48 同一运动链取不同构件为机架和原动件

a) stephenson 运动链 b) 1 为机架 2 为原动件

c) 1 为机架 6 为原动件 d) 5 为机架 6 为原动件

因此通常是两个创新机构的方法结合，以前法找到所有独立的型，用后法来分析其以不同构件为机架和原动件时的运动、功率传递特征，以及分析、尺寸设计时应采用的方法。所以，从实用的观点，一般采用按杆组结构的综合法就已足够，而且方便和易于掌握。

### 三、机构的结构分析

为了正确地判断已有机机构的运动特征和选用分析的方法，常需要按基本杆组对机构进行结构分析。其核心就是正确划分出其组成的基本杆组。因此，结构分析的路线与上述结构综合顺序相反，常从末端输出构件开始，按基本杆组从后向原动件依次“拆组”，直至只余原动链（一般即指原动件和机架）为止。

因此，结构分析的步骤和注意点如下：

(1) 正确计算机构的自由度，以确定原动件数、机架和输出构件，并将产生虚约束和局部自由度的构件和运动副去掉。

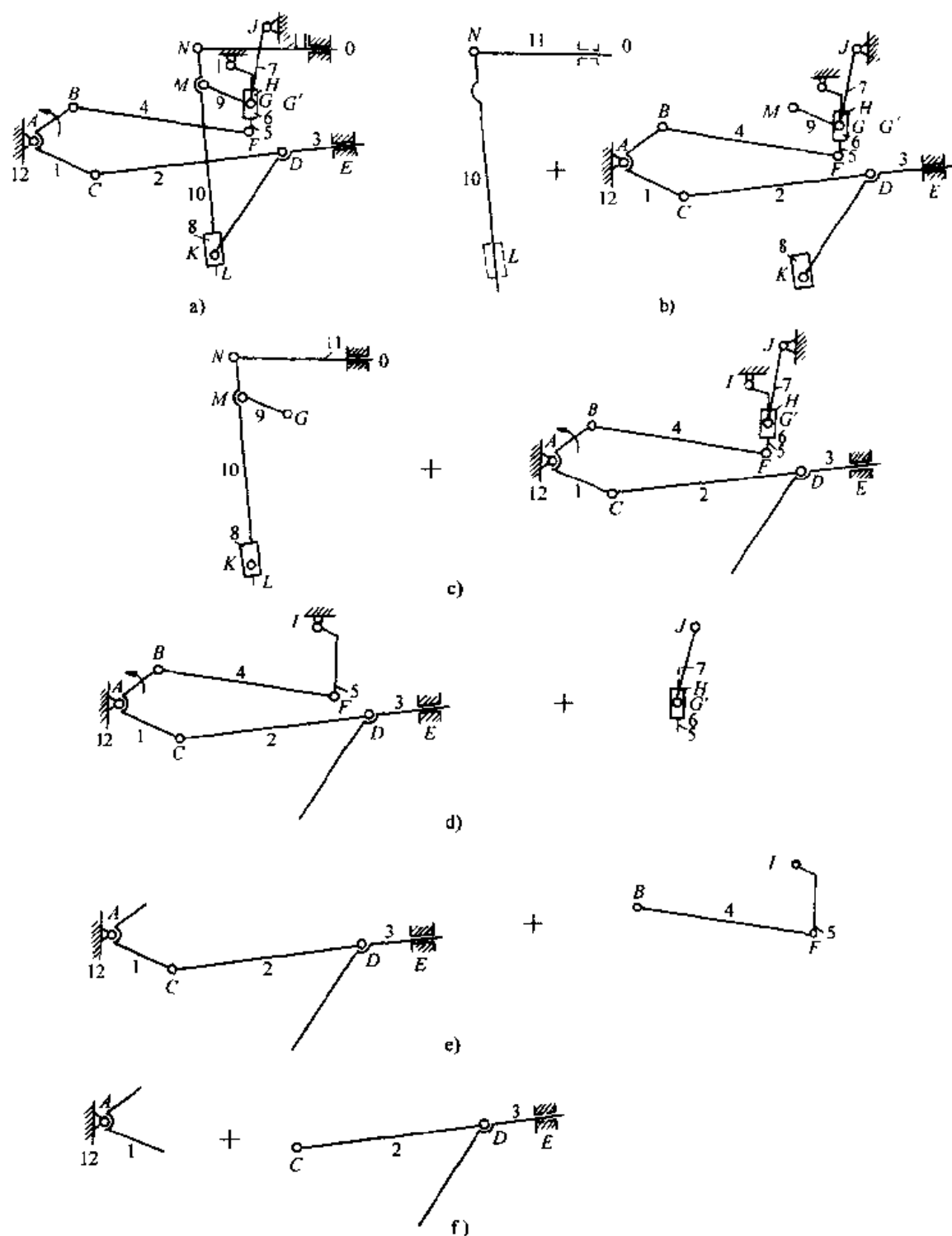


图 1-49 机构的结构分析

(2) 如果机构中有高副, 应按照前述原则用低副替代成为全低副机构。

(3) 从离原动件最远的输出构件开始 (也可以从与原动件相联接的构件开始), 依次进行拆组。为保证拆组的正确, 应注意: 1) 首先按二杆组拆下二相邻构件和与之联接的一个内接副和两个外接副。2) 若该杆组拆出后, 余下的部分仍是一个与原自由度相同的机构, 除原动件外未出现不与其他构件联接的单独构件和单独运动副则是正确的。如果不是这样, 则改拆为Ⅲ级组, 再用上述条件检查, 直至满足上述条件, 则就说明拆组正确了 (参看下列)。3) 拆到只剩下原动链 (一般即为机架和没有外接副的原动构件), 则整个机构的拆组结束。

(4) 按所有基本杆组中的最高级别杆组确定该机构的类别, 作为进行运动和受力分析时, 选择对应方法的依据。

**例** 如图 1-49 所示的汽阀装置的机构运动简图, 将它拆为基本杆组, 并确定该机构的级别。

该机构的可动构件数  $n=11$ , 全为低副,  $G$  处为复合铰链,  $p_L=16$ , 其自由度  $F=3n-2p_L=3\times 11-2\times 16=1$ 。原动件为曲柄构件 1, 其输出构件为离原动件最远, 运动传递的末端构件 11。从 11 件拆起, 并首先拆出Ⅰ级组 11、10 (LNO) 为一个 P-R-P 组。剩下的如图 1-49b 所示, 出现了不与任何杆联接的零散构件 8、9, 所有剩下的系统不是一个闭链机构, 可见是错的。则改为如图 1-49c 所示, 首先拆出Ⅲ级组, 8-9-10-11, 其中 10 为 3 元素杆 (中心构件), 余下的部分仍为自由度为 1 的闭链机构, 没有空散的构件和运动副, 说明对了。然后再依次往下拆, 均可顺利地拆为Ⅱ级组, 直至仅余下主动链 12-1 即完成。

这里要特别指出的是在由于  $G$  处是由 6、7、9 三个构件所形成复合铰链, 故在第一个Ⅲ级组取走一个外接转动副后, 在  $G$  处还保留了一个转动副。

可见此机构是由一个Ⅲ级组, 三个Ⅱ级组所组成。该机构属于Ⅲ级机构。

## 习 题

1-1 图题 1-1 是由点 (线) 接触所构成的运动副。试分析计算它们的自由度数量和性质, 并从封闭形式和受力状况与相对应的面接触低副进行比较。

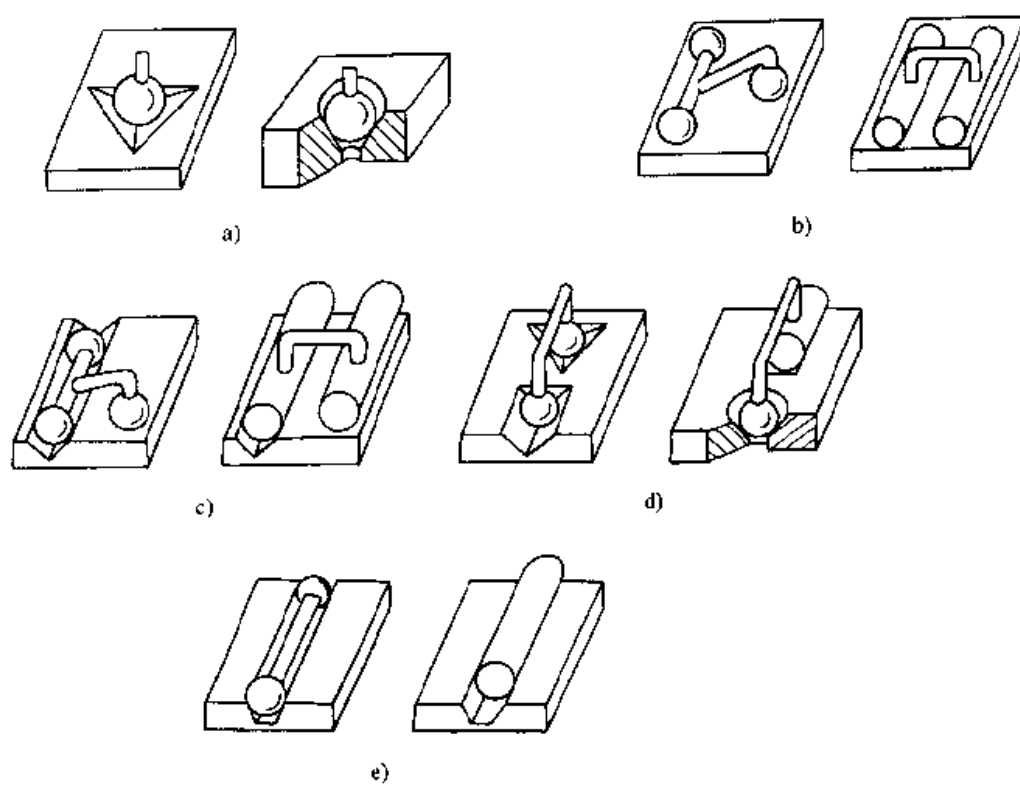
1-2 观察分析工作原理, 绘制机构运动简图, 计算机构自由度。

题图 1-2a 为一夹持机构。实线位置为从上输送带取出工件 (夹头处于夹紧状态); 虚线位置为将工件放到下输送带上 (夹头松开)。该机构是由行星轮系、凸轮机构及连杆机构组合而成。

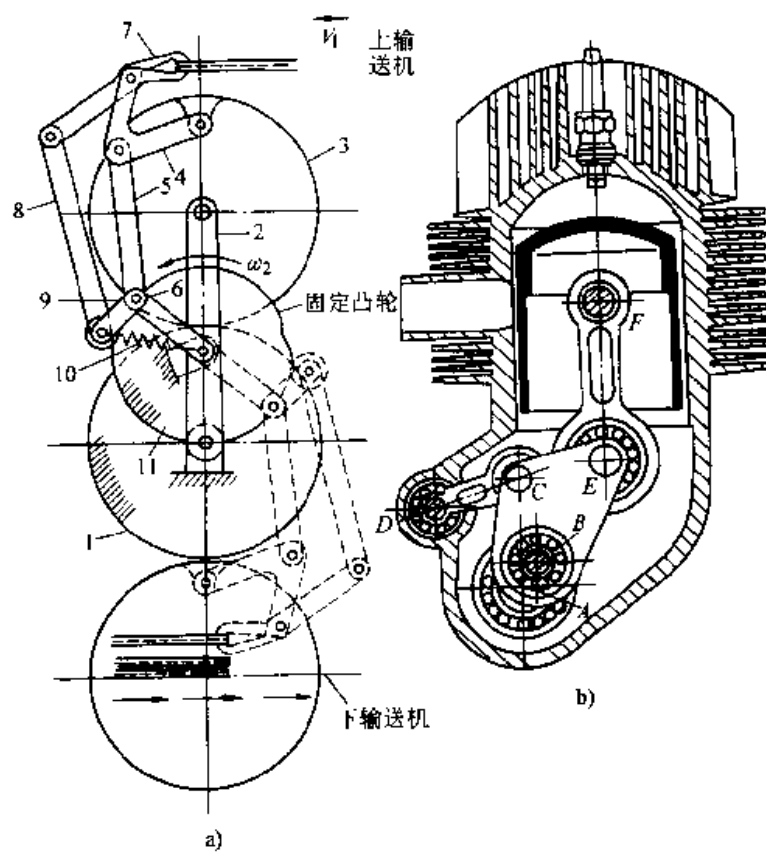
题图 1-2b 是为了减小活塞与气缸盖之间的摩擦而设计的一种结构形式的内燃机, 画出它们的机构运动简图、计算其自由度。分析结构中存在的虚约束和它们是如何来实现减小摩擦这一目的的。

题图 1-2c 为一种型式的偏心油泵, 画出其机构运动简图, 计算其自由度, 并分析它们是如何由运动简图演化得到的。

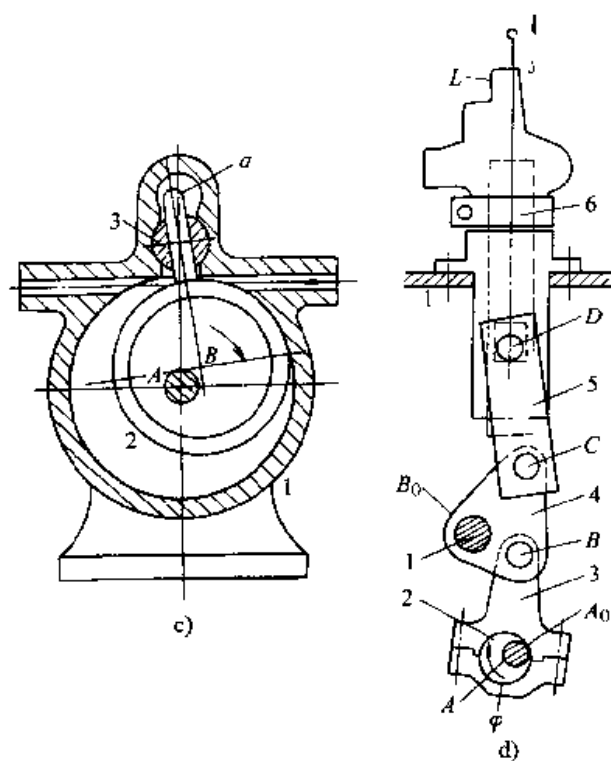
题图 1-2d 为针织机的针杆驱动装置的结构示意图, 绘制其机构运动简图及运动链图。



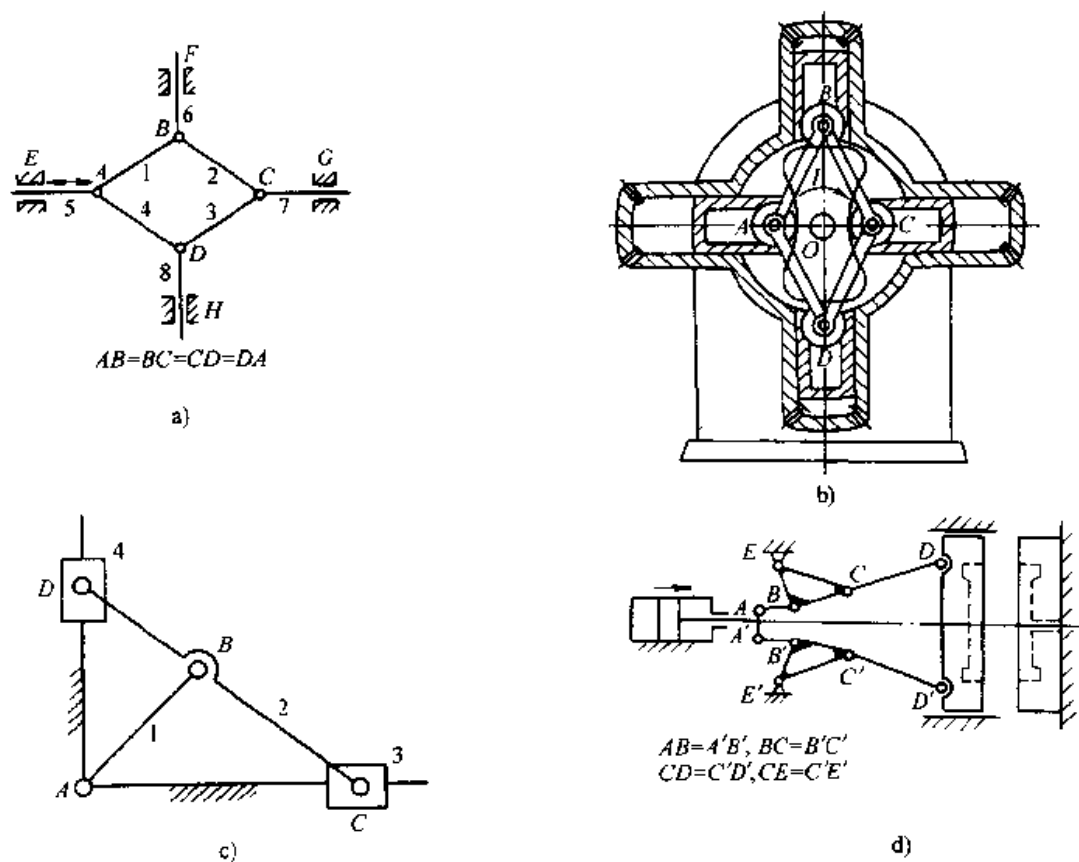
题图 1-1



题图 1-2



题图 1-2 (续)

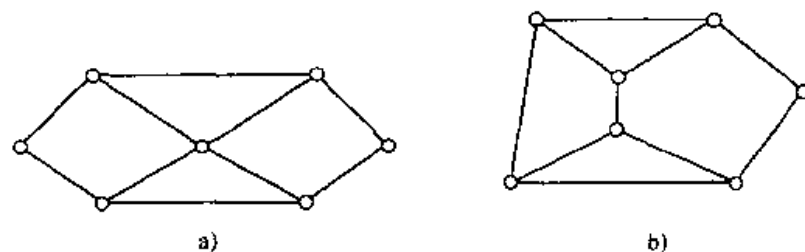


题图 1-4

1-3 用公式推导法, 求出  $F=1$ 、 $N=10$  的单铰运动链的基本结构方案以及它们的单铰数和所形成的闭环数  $k$ , 并从中找出图 1-17 所示的双柱压力机构简图所对应的运动链。

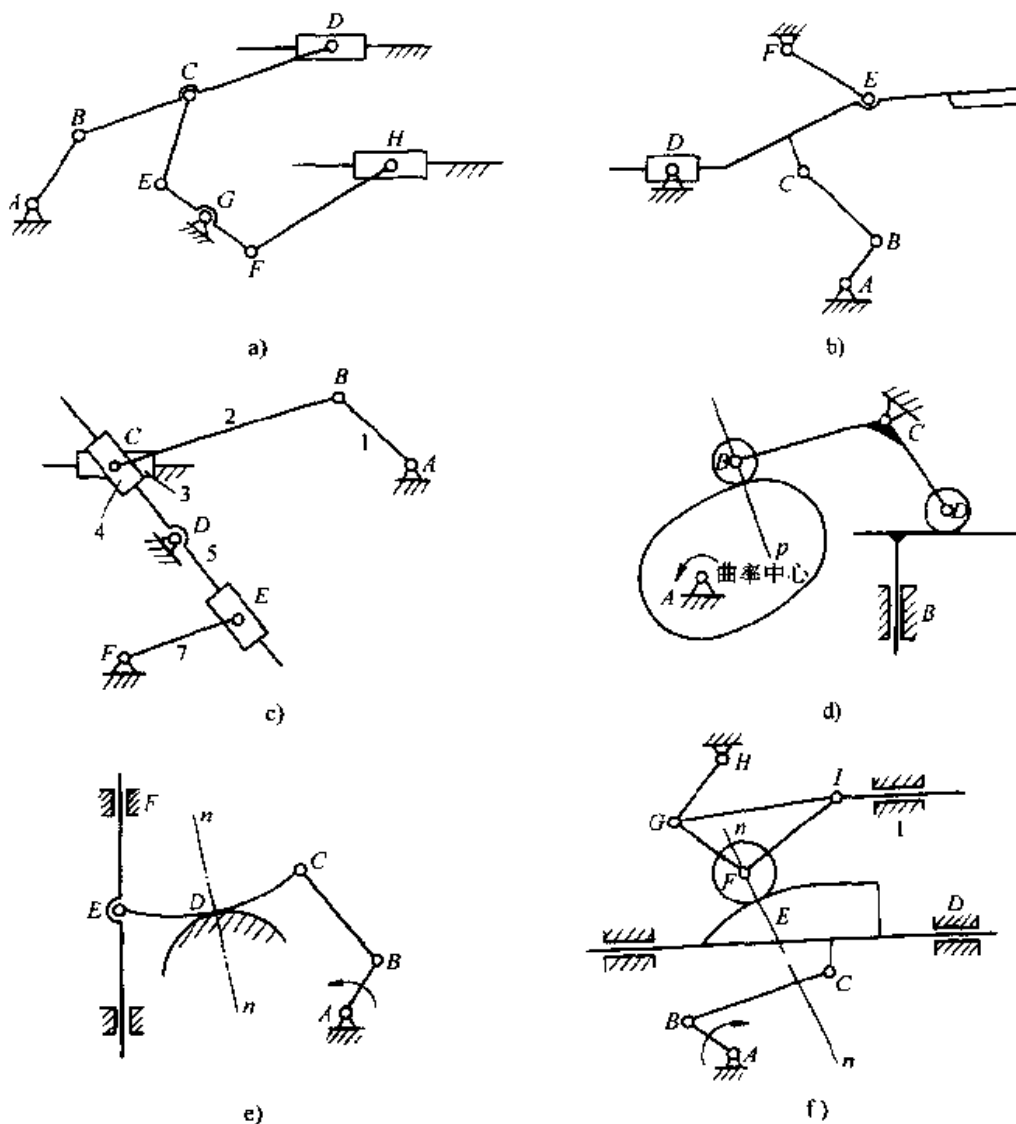
1-4 计算下列各机构的自由度。注意分析其中的虚约束、局部自由度和复合铰链等。

题图 1-4a 为使 5、6 构件能在相互垂直方向上作直线移动的机构, 其中  $AB=BC=CD=AD$ 。



题图 1-5

a) Watt 链 b) Stephenson 链



题图 1-6

题图 1-1b 为凸轮式 4 缸活塞压气机的结构简图, 在水平和垂直方向上作直线运动, 其中仍满足  $AB=BC=CD=AD$ 。

题图 1-4c 所示机构, 导路  $AD \perp AC$ 、 $BC=CD/2=AB$ 。该机构可有多种实际用途, 可用于椭圆仪, 准确的直线轨迹产生器, 或作为压缩机或液动马达等。

题图 1-4d 为一大功率液动压力机。其中  $AB=A'B'$ ,  $BC=B'C'$ ,  $CD=C'D'$ ,  $CE=C'E'$ , 且  $E$ 、 $E'$  处于滑块移动轴线的对称位置。

1-5 采用基本杆组法综合运动链和机构。

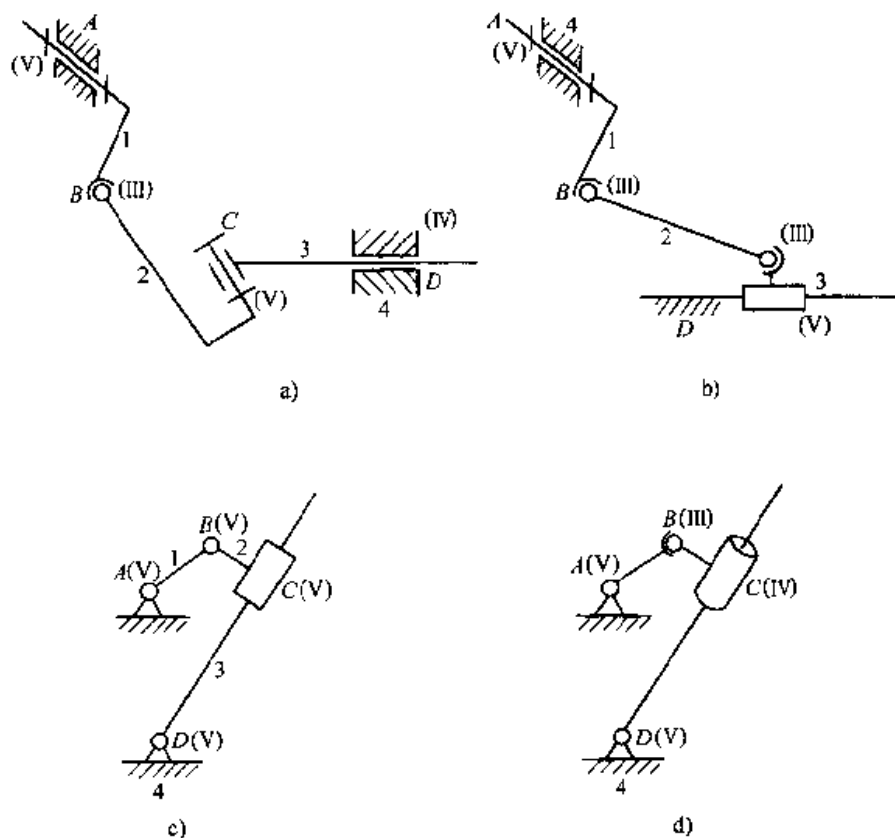
1) 试用 II 级和 III 级基本杆组, 综合出如下的瓦特杆链和斯蒂芬逊 6 杆链。

2) 取题图 1-5b、stephenson 6 杆链中的不同构件为机架和原动件, 得出不同级别、不同组合方式的机构。

3) 分别用 II 级、III 级基本杆组, 综合出自由度为 2、3 的运动链。

1-6 在题图 1-6a、b、c 中, 分别限  $AB$  及  $EF$  为原动件时, 划分其基本杆组, 确定机构的级别。将题图 1-6d、e、f 中的虚约束、局部自由度去除, 并在高副低代后, 划分其基本杆组, 确定机构的级别。

1-7 按空间机构的结构公式, 计算题图 1-7 所示机构的自由度, 分析其过约束及局部自由度。



题图 1-7



## 第二章 平面连杆机构及其分析与设计

### 第一节 概 述

全部由低副（转动副、移动副、球面副、球销副或螺旋副等）将若干刚性构件联接组成的机构称为低副机构，工程中也把这类机构称为连杆机构。按构件间的相对运动关系分，连杆机构可以分为平面连杆机构和空间连杆机构两大类。根据机构中是否含有一副杆，连杆机构还可分为闭链型和开链型连杆机构。含有一副杆的连杆机构为开链型连杆机构，否则为闭链型连杆机构。各构件均相对同一平面作平行平面运动的连杆机构称为平面连杆机构，否则称为空间连杆机构。在这两类连杆机构中，平面闭链型连杆机构应用十分广泛，尤其是以四个构件组成的平面四杆机构应用更为广泛。图 2-1 示出了这些应用中的部分典型例子。

连杆机构得到广泛应用的原因是：

- 1) 相对高副机构而言，低副机构的零件容易制造，生产成本相对较低。
- 2) 由于低副是面接触，接触应力相对高副较小，故承载能力较高，工作可靠。
- 3) 连杆机构的构件可以做得较长，故可实现较大空间范围的运动，容易实现力和运动的远距离传递。
- 4) 连杆机构可以实现多种运动要求，例如转动、摆动、移动、平面或空间的复杂轨迹运动以及间歇运动等。

但连杆机构由于有作平面或空间运动的构件，它们在运动中产生的惯性力和惯性力矩不易平衡，容易使机构在运动时产生振动和冲击，严重时还会影响机械产品的工作精度与寿命，因此，连杆机构通常不适合于高速工作的场合。其次，尽管连杆机构可以实现一些复杂的轨迹运动，但要精确实现任意设计要求的复杂轨迹曲线运动是相当困难的，甚至是不可能的，在实现运动要求的灵活性与复杂性方面，它不如某些高副机构，例如凸轮机构。此外，连杆机构的构件和运动副数量越多，则传动效率越低，传动累积误差越大，设计也越复杂。随着计算机日益普及，计算机辅助设计、优化设计等方法的发展与推广，以及各种新技术、新工艺的采用，一些过去难以解决的设计及工艺问题逐步得到解决，连杆机构的应用得到进一步的发展。

由于平面连杆机构在生产实践中应用十分广泛，故本章将对平面连杆机构从

以下三个方面进行重点讨论。

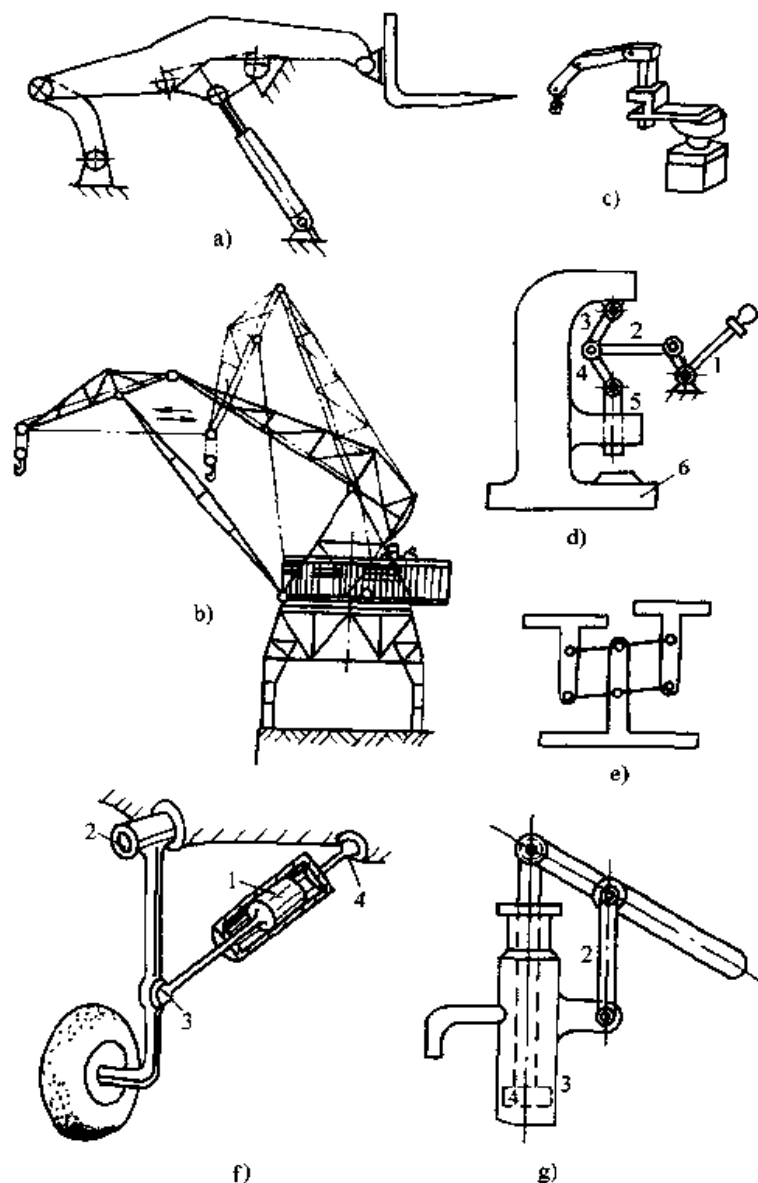


图 2-1 连杆机构应用实例

a) 液压举升机 b) 鹤式起重机 c) 开链式机器人 d) 手动  
压力机 e) 天秤 f) 飞机起落架 g) 手动抽水泵

1) 平面连杆机构的基本结构和类型选择 (也称机构的型综合或机构的选型)。型综合要解决的主要问题是:根据设计对运动学和动力学以及应用功能方面的要求,选择合适的机构,通过分析比较,最终筛选出最能符合设计要求的机构类型。要能较好地做到这一点就要求设计者对连杆机构的类型、结构特点、运动及动力学特性、机构的变异和组合的方法以及各种分析方法有比较全面地掌握。本章将对一些常用的连杆机构,尤其是应用最广泛的平面四杆机构的结构特点、运动及动力学方面的性质、变异及组合的基本知识等内容有所侧重地给予介绍,通

过对本章的学习逐渐对连杆机构有所认识,为今后的实践与学习奠定必要的基础。

2) 平面连杆机构的基本特性及其分析方法。这些分析包括:结构分析、运动分析和力分析。结构分析将主要讨论连杆机构的结构组成、分类以及结构对机构运动学和动力学性质的影响等内容。运动分析和力分析将主要讨论机构运动和受力的定量分析计算方法。通过对这些分析内容的讨论,一方面能使设计者对连杆机构的性质有更深入的了解,即不仅能对机构作定性的分析,而且可以作出定量的分析,从而为选型设计提供更有力的技术保证。另一方面,由于分析是综合的逆过程,机构综合质量的好坏只有通过分析才能最终作出结论,只有通过分析才能为综合结果不理想的机构提出相应的修改措施。因此,掌握好各种分析方法是机构综合不可缺少的基础。

3) 平面连杆机构的尺度综合问题。尺度综合要解决的主要问题是:根据设计要求提出的综合参数,采用相应的综合方法,最终得出能满足设计要求的机构运动简图参数。

### 一、平面连杆机构的基本结构

在平面连杆机构的机构简图中由于构件呈杆状,故由  $N$  个构件组成的平面连杆机构称为平面  $N$  杆机构。例如由四个构件组成的平面连杆机构称为平面四杆机构;由六个构件组成的平面连杆机构称为平面六杆机构等等,依此类推。通常把四杆以上的平面连杆机构称为平面多杆机构。

平面连杆机构是由转动副或移动副联接成的平面运动链,其中开链型的机构应用相对较少,绝大多数平面连杆机构是闭链型结构,故闭链型的平面连杆机构是我们讨论的重点。在闭链结构中,当确定某一构件为机架后,会形成两类运动性质不同的杆。一类是用低副与机架相连的杆,称为连架杆。在连架杆中相对机架能作整周回转的称为曲柄,联接机架与曲柄的转动副称为整转副,在机构运动简图中,原动曲柄可以用实线箭头表示其转向;从动曲柄用虚线箭头表示其转向如图 2-2a 所示。相对于机架不能作整周回转的连架杆机称为摇杆,联接机架与摇杆的转动副称为摇转副,用带双向箭头的实线或虚线符号分别表示主动摇杆与从动摇杆如图 2-2b 所示。当两构件用移动副联接时,其中一个杆称为滑块,用带双向箭头的实线或虚线符号分别表示主动滑块或从动滑块的往复直线运动方向如图 2-2c 所示,约束引导滑块运动方向的另一根杆称为导杆。导杆可以是机架(一般常称为导轨),这时滑块为连架杆,导杆也可以是转动或摆动的连架杆(图 2-2d、e)这时滑块为连杆。

由于连架杆与机架相连,便于运动的输入与输出,故它们常作为平面连杆机构运动和动力的输入与输出构件。运动输入的构件称为机构的主动件,运动输出的构件称为机构的从动件。机构的运动形式、运动参数的转换特征,通常是通过

主动件与从动件来体现的, 机构主动件与从动件的运动学性质在很大程度上决定了机构的性质与用途。故平面连杆机构常以连架杆尤其是从动杆的运动特征来定义机构的名称, 例如图 2-2a 所示机构的两个连架杆均为曲柄, 故称双曲柄机构。图 2-2b 所示机构的两个连架杆均是摇杆, 故称为双摇杆机构。同理, 图 2-2d 所示机构称为双移动滑块机构, 图 2-2c、e 所示的机构分别称为曲柄滑块机构和摆动导杆机构等等。

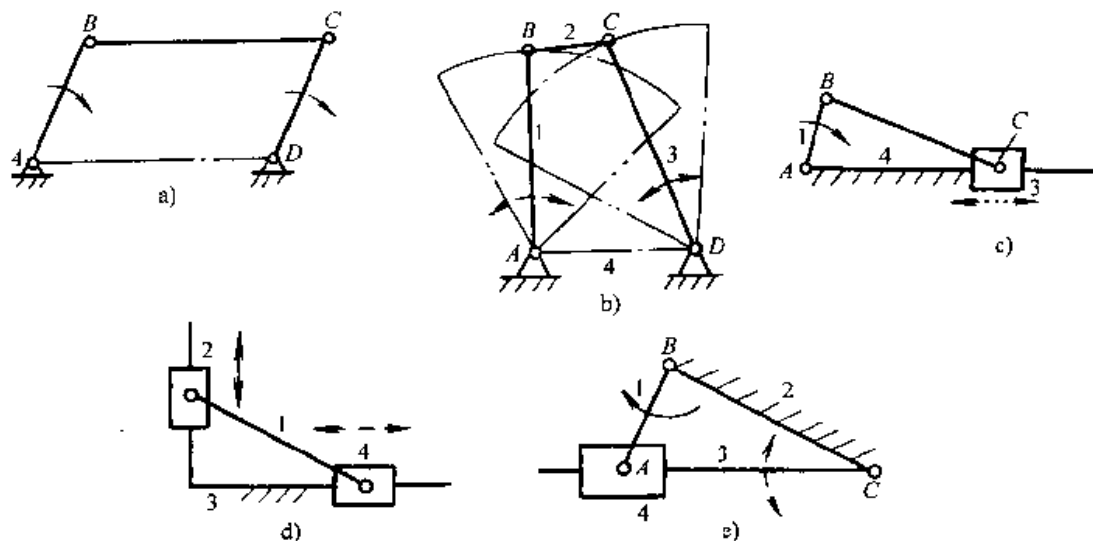


图 2-2 平面连杆机构

a) 双曲柄机构 b) 双摇杆机构 c) 曲柄滑块机构 d) 双滑块机构 e) 曲柄摆动导杆机构

平面连杆机构中的另一类杆是不与机架直接相连的, 因为它们是连接连架杆的杆, 故称连杆。连杆在一般情况下作复杂的平面运动, 特殊条件下也可以平动 (例如图 2-2a 中的连杆)。连杆上不同位置的点的运动轨迹是形状各异的复杂曲线, 称为连杆曲线, 连杆曲线极富应用价值。绝大多数平面连杆机构均有连杆。图 2-3 所示机构是由三构件和三个移动副组成的不含连杆的低副机构, 按连杆机构的定义知: 它是构件数量最少且不含连杆的连杆机构。计算该机构的自由度为零, 比较图 2-3a、b 知: 图 2-3a 机构中存在有过约束, 故该机构是一种在特殊几何约束条件下 ( $\lambda_1 + \lambda_2 = \beta$ ) 的平面连杆机构。这种连杆机构由于运动转换形式比较单一, 其应用受到一定限制, 但该机构具有明显的增力和楔紧功能, 故称为楔块机构, 常用于压榨机、千斤顶一类机械中。

和多杆机构比较, 平面四杆机构是实现各种运动形式转换最简单的连杆机构, 且由于运动副和构件数目少, 使其能获得较高的传动效率和传动精度, 成本相对较低, 设计制造容易, 其中四个运动副都是转动副的四杆机构 (简称铰链四杆机构) 是平面四杆机构的最基本的结构型式, 其他型式的平面四杆机构都可以

从它演化而成,故我们将重点对平面四杆机构,尤其是对铰链四杆机构进行讨论,介绍其分析、设计的有关理论与方法。

## 二、铰链四杆机构具有整转副和曲柄存在的条件

对于设计者来说,机构中有没有曲柄,有多少曲柄是一个十分重要的问题。因为它与机构的性质和机构的类型有直接的关系。更重要的是:只有具有曲柄的机构才能用电动机等输出转动的原动机来直接驱动。

观察平面铰链四杆机构各杆的相对运动会发现:影响机构有无曲柄,有多少曲柄的因素有两点:第一是构成四杆运动链各杆的长度;第二是运动链中所取的机架与其他构件的相对位置。按照曲柄是相对机架能作整周回转的连架杆的定义,我们除开机架选取问题,先来讨论铰链四杆运动链中,各杆长对各转动副中两运动副元素相对运动的影响,即先来讨论在什么条件下转动副能成为整转副。

设铰链四杆运动链  $ABCD$  如图 2-4a 所示,各杆长度分别为:  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 。首先我们来分析当  $a < d$  时转动副  $A$  是整转副的条件。将转动副  $B$  拆开可知:运动副元素  $B'$  的几何中心相对杆  $AD$  上  $A$  点的运动轨迹是以  $A$  为圆心,  $a$  为半径的圆,运动副元素  $B''$  几何中心的可及域 ( $B''$  相对  $AD$  杆上  $D$  点可以到达的区域) 是外半径为  $b+c$ ; 内半径为  $|b-c|$  (可能  $b > c$ , 也可能  $b < c$ ) 的圆环面,如果该圆环面能包容  $B'$  运动的轨迹圆,则  $A$  是整转副,故  $A$  是整转副的条件是:

$$\left. \begin{aligned} a+d &\leq b+c \\ d-a &\geq |b-c| \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

整理式 (2-1) 得:

$$\left. \begin{aligned} a+b &\leq c+d \\ a+c &\leq b+d \\ a+d &\leq b+c \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

由式 (2-2) 还可以得:

$$\left. \begin{aligned} a &\leq b \\ a &\leq c \\ a &\leq d \end{aligned} \right\} \quad (2-3)$$

式 (2-3) 表明:  $a$  一定是四杆中的最短杆。

用和上面同样的方法分析转动副  $B$ , 将转动副  $A$  拆开, 由图 2-4b 可知: 在满

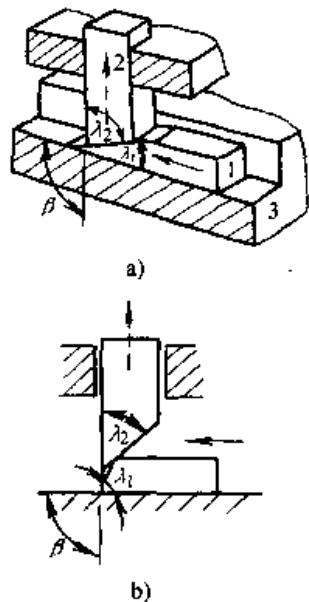


图 2-3 含 3 个移动副的机构

a) 楔块机构 b) 无约束机构

足式 (2-3) 的条件下转动副  $B$  为整转副的条件是:

$$\left. \begin{aligned} a+b &\leq c+d \\ b-a &\geq |c-d| \end{aligned} \right\}$$

整理上式得

$$\left. \begin{aligned} a+b &\leq c+d \\ a+c &\leq b+d \\ a+d &\leq b+c \end{aligned} \right\} \quad (2-4)$$

式 (2-4) 与式 (2-2) 完全相同, 由此可以得出结论: 如果铰链四杆运动链中最短杆与最长杆长度之和小于或等于其余两杆长度之和, 则最短杆上的两个转动副是整转副。

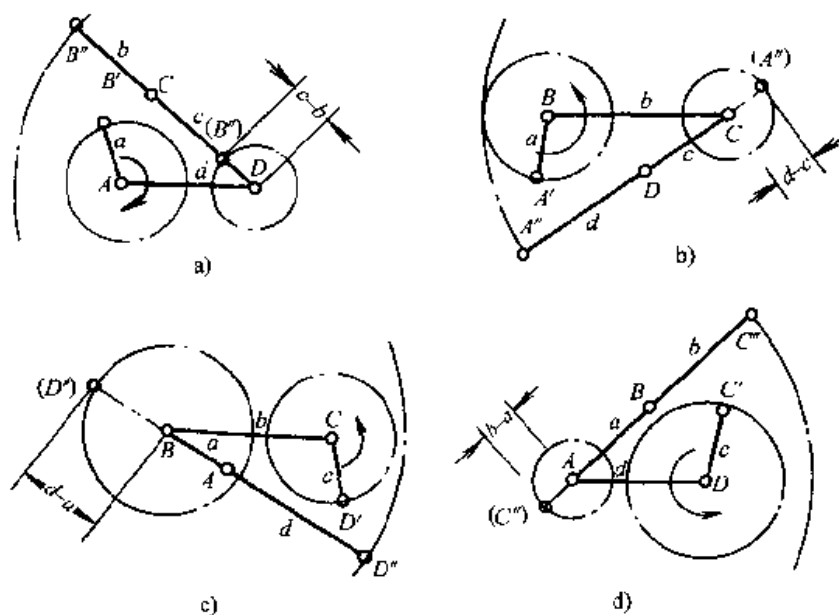


图 2-4 铰链元素可及域分析

在  $a$  是最短杆的前提下, 采用和分析  $A$ 、 $B$  铰链相同的方法来进行进一步分析铰链  $C$ 、 $D$  (图 2-4c、d)。

$C$  铰链为整转副的条件是:

$$\left. \begin{aligned} b+c &\leq a+d \\ |b-c| &\geq d-a \end{aligned} \right\} \quad (2-5)$$

$D$  铰链为整转副的条件是:

$$\left. \begin{aligned} c+d &\leq a+b \\ |c-d| &\geq b-a \end{aligned} \right\} \quad (2-6)$$

整理式 (2-5)、(2-6) 得:

$$\left. \begin{aligned} a+b &\geq a+d \\ a+c &\geq b+d \\ a+d &\geq b+c \end{aligned} \right\} \quad (2-7)$$

从式 (2-7) 可以得:

$$\left. \begin{aligned} a &\geq b \\ a &\geq c \\ a &\geq d \end{aligned} \right\} \quad (2-8)$$

比较式 (2-7)、(2-8) 与式 (2-2)、(2-3) 知: 若只有  $a$  是最短杆, 则  $C$ 、 $D$  铰链不可能是整转副, 既能满足  $A$ 、 $B$  铰链是整转副又能满足  $C$ 、 $D$  铰链为整转副的条件只能是:

$$\left. \begin{aligned} a+b &= c+d \\ a+c &= b+d \\ a+d &= b+c \end{aligned} \right\}$$

满足上述条件的机构几何尺寸可能出现下列几种情况:

- 1)  $a=b=c=d$  (四边相等) 或  $a=c \neq b=d$  (两对边相等, 且两短边相对);
  - 2)  $a=b$ 、 $c=d$
  - 3)  $a=d$ 、 $b=c$
- (两短边相等且相邻)。

由此, 我们可以进一步得出结论:

1) 如果  $a=c=b=d$  或者  $a=c \neq b=d$ , 即铰链四杆机构的形状如平行四边形 (常称为平行四边形机构), 四个转动副均为整转副。

2) 如果  $a=b < c=d$ , 注意到  $a$  是最短杆, 式 (2-6)  $c+d=a+b$  不成立, 故这时  $C$  是整转副,  $D$  是摇转副 (图 2-5a)。

3) 如果  $a=d < b=c$ , 因  $a$  是最短杆, 式 (2-5)  $b+c=a+d$  不成立, 故这时  $C$  是摇转副,  $D$  是整转副 (图 2-5b)。

按照曲柄的定义, 选择不同的构件为机架得出铰链四杆机构曲柄存在的条件为:

在铰链四杆机构中, 如果最短杆与最长杆长度之和小于或等于其余两杆长度之和, 且只有一个最短杆, 因最短杆上的两个转动副是整转副, 其余两个转动副是摇转副 (图 2-6a) 则:

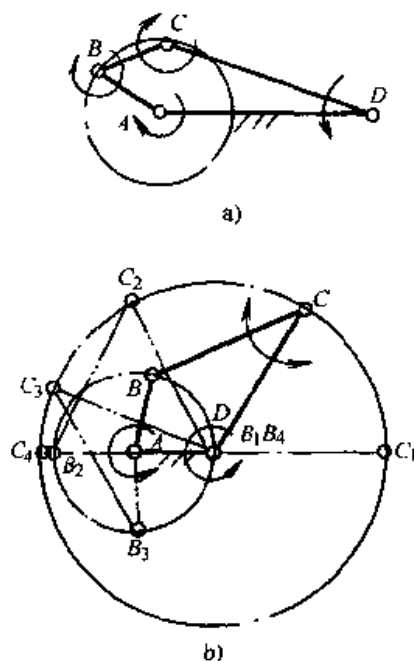


图 2-5 两邻边相等的铰链四杆机构

a) 曲柄摇杆机构 b) 双曲柄机构

- 1) 以最短杆为机架，机构为双曲柄机构。
- 2) 以最短杆相邻的任意一杆为机架，机构为曲柄摇杆机构。
- 3) 以最短杆相对的杆为机架，机构无曲柄为双摇杆机构。
- 4) 如果机构为平行四边形机构，因机构中四个转动副均为整转副（图 2-6b），则无论以哪一构件为机架，均为双曲柄机构。

5) 如果四根杆长两两相等，且两短杆相邻，因联接两长杆的转动副是摇转副，其余三个转动副是整转副，故以短杆为机架是双曲柄机构，这时短曲柄转两周，长曲柄转一周（图 2-5b），以长杆为机架是曲柄摇杆机构（图 2-5a）。

6) 如果最短杆与最长杆长度之和大于其余两杆长度之和，因机构中四个转动副均为摇转副（图 2-6c），则无论以哪根杆为机架均为双摇杆机构，这种机构亦称为全摇杆机构。

### 三、平面四杆机构的变异及其他基本类型

由上一节的结论可以进一步推论：当改变已知杆长机构中的某一杆长，将影响机构中最短杆与机架的相对位置，机构中整转副与机架的相对位置也将相应发生改变，甚至会出现

无整转副的情况，从而导致机构类型的改变。例如：已知铰链四杆机构  $ABCD$ ，其中  $AB=20\text{mm}$ ， $BC=50\text{mm}$ ， $CD=40\text{mm}$ ， $AD$  为机架，改变  $AD$  杆长，机构的类型变化分析如下：

1) 当  $AD$  为最短杆 ( $0 < AD \leq 20$ )，根据机构有整转副的条件： $AD + 50 \leq 20 + 40$ ，即  $AD \leq 10\text{mm}$  时，两整转副在最短杆  $AB$  上，由于  $AD$  是机架，故此时的机构为双曲柄机构。

2) 当  $AD$  长介于最短与最长之间 ( $20 < AD < 50$ ) 机构有整转副时，则  $20 + 50 \leq AD + 40$ ，即  $AD \geq 30\text{mm}$  时，两整转副在最短杆  $AB$  杆上，此时机构为曲柄摇杆机构。

3) 当  $AD$  最长 ( $50 \leq AD < 110$ ) 机构有整转副时， $AD + 20 \leq 40 + 50$ ，即： $AD \leq 70\text{mm}$  时，两整转副在最短杆  $AB$  杆上，故此时机构为曲柄摇杆机构。

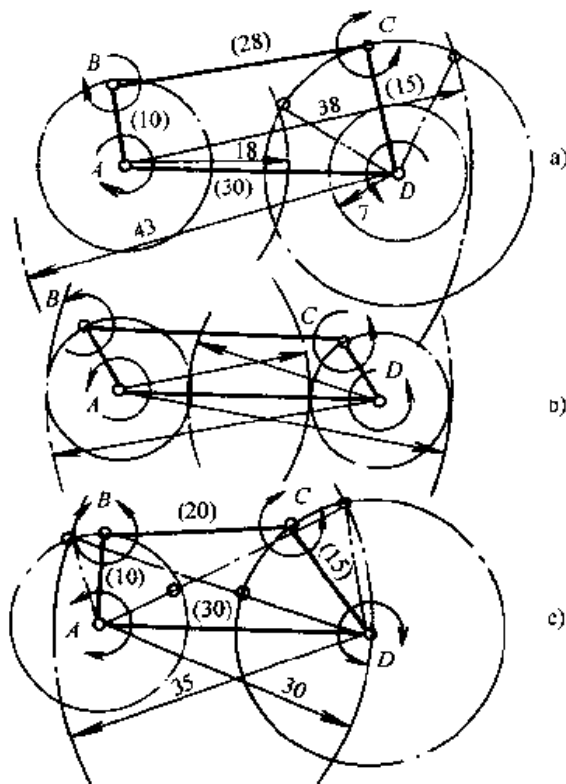


图 2-6 杆长与机构类型

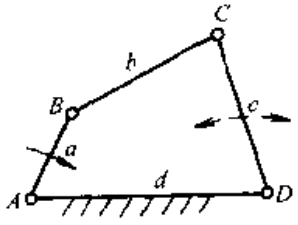
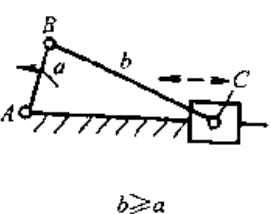
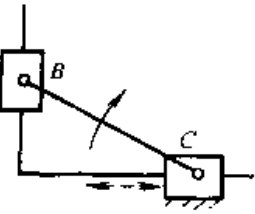
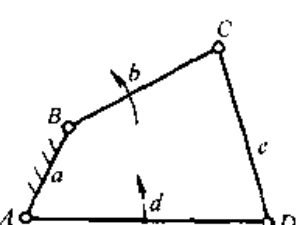
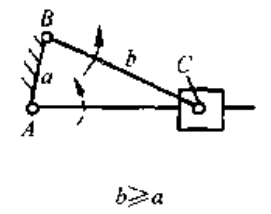
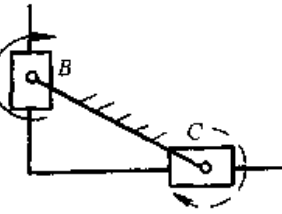
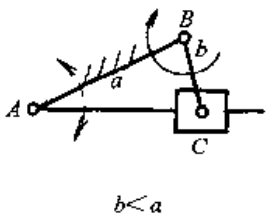
a) 曲柄摇杆机构 b) 双曲柄机构 c) 全摇杆机构



4) 综上所述, 当  $0 < AD \leq 10$  时, 机构为双曲柄机构; 当  $30 \leq AD \leq 70$  时, 机构为双曲柄摇杆机构; 当  $10 < AD < 30$  和  $10 < AD < 110$  时, 机构无整转副为双摇杆机构。

根据第一章曾讲过的内容知: 铰链四杆机构中当某一杆的杆长理论上趋于无穷大时, 该杆上的一个转动副将变异为移动副, 该杆将演变为滑块。如果将铰链四杆机构中的一个或两个转动副用移动副替代, 即可得到具有一个移动副和两个移动副的另外两类四杆机构。在此基础上, 选不同的构件为机架, 改变杆的尺寸, 改变运动链中移动副与转动副的排列顺序, 即可得到表 2-1 中所示的其他类型的四杆机构。设  $a$  为最短杆,  $d$  为最长杆, 全铰链、含一个移动副和含两个移动副的四杆运动链当选用不同构件为机架时的平面四杆机构简图如表 2-1 所示。

表 2-1 四杆机构的变异

变异方法		用不同数量的移动副代替运动链中的转动副		
		全铰链四杆机构	有一个移动副的四杆机构	有两个移动副的四杆机构
依次改变运动链中机架的位置	曲柄摇杆机构	 $a + d \leq b + c$	曲柄滑块机构  $b \geq a$	曲柄移动导杆机构 (正弦机构) 
	双曲柄机构	 $a + d \leq b + c$	转动导杆机构  $b \geq a$	双转动滑块机构 (十字滑块联轴节机构) 
			摆动导杆机构  $b < a$	

(续)

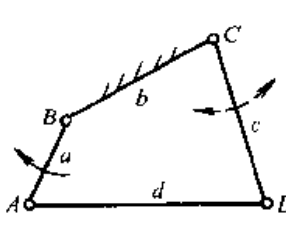
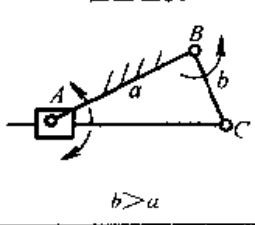
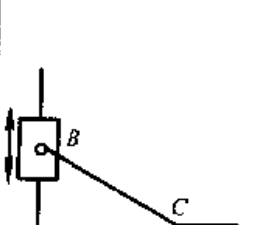
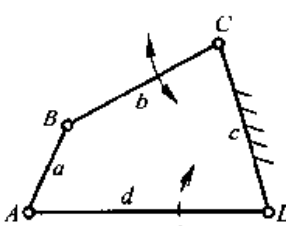
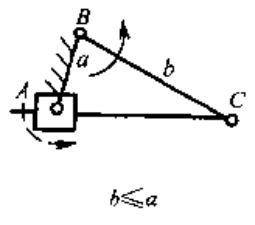
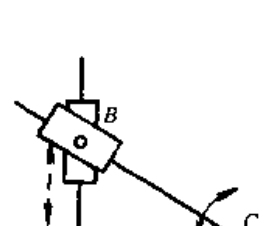
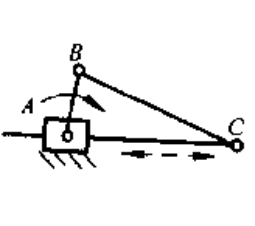
变异方法		用不同数量的移动副代替运动链中的转动副		
		全铰链四杆机构	有一个移动副的四杆机构	有两个移动副的四杆机构
依次改变运动链中机架的位置	曲柄摇杆机构	 $a + d \leq b + c$	将上述机构的滑块与导杆位置互换 摇块机构  $b > a$	双移动滑块机构 (椭圆仪机构) 
	双摇杆机构	 $a + d \leq b + c \text{ 或 } a + d > b + c$	转块机构  $b \leq a$	交叉滑块机构 (正切机构) 
			定块机构 (移动导杆机构) 	

表 2-1 中含一个移动副四杆机构的名称可以根据运动链中整转副的数量和位置来定义。在含一个移动副的四杆机构中，转动副成为整转副的条件可按与讨论铰链四杆机构类似的方法进行讨论。如图 2-7a 所示，运动链  $ABC$  中拆开铰链  $B$  可知：当  $b \geq a$  时， $B'$  相对  $A$  的运动轨迹是半径为  $a$  的圆，而  $B''$  的可及域是宽度为  $2b$  的带，当带能包容这个圆时（图 2-7a） $A$  是整转副；拆开铰链  $A$  分析可知： $B$  铰链总是整转副（图 2-7b）。如果  $b > a$ ，滑块只能在  $B$  铰链一侧运动，这时  $C$  铰链是摇转副（图 2-7c）；如果  $b \leq a$ ，滑块可以在  $B$  铰链左、右运动，这时  $C$  铰链是整转副（图 2-7d）。因此，当  $b \geq a$  时，以  $AC$  为机架，机构是曲柄滑块机构；以  $AB$  为机架，机构是转动导杆机构。当  $b < a$  时，以  $AC$  为机架，机构是摇杆滑块机构；以  $AB$  为机架，机构是摆动导杆机构。当  $b > a$  时，以  $BC$  杆为机架时，曲柄  $AB$  转动另一连架杆滑块将绕  $C$  铰链在一定范围内摇摆，这种机构称为摇块机构（图 2-8a），当  $b \leq a$  时，滑块可以绕  $C$  铰链转动，机构是转块机构（图 2-8b）。当以滑块为机架，以  $AB$  或  $BC$  为主动件时，连架杆（导杆）只能作往复直线运动，

故这种机构称为移动导杆机构或定块机构。摇块机构、转块机构和定块机构分别是摆动导杆机构、转动导杆机构和曲柄滑块机构的滑块（图示小方块）与导杆（图示插在滑块中的杆）位置互换的一种变异，这种运动副元素结构形式的互换（即转动副中的孔与销、移动副中的空腔构件与插入空腔的构件相互交换位置）不会影响机构中各构件的相对运动关系，但会使构件的受力情况发生变化。图 2-9 示出了在作用力  $F$  不变的条件下，将滑块与导杆位置互换后构件受力的变化情况，在实际应用时应充分考虑其结构互换的合理性。例如：如果以移动副的两运动副元素分别表示气、液压缸的活塞与缸体，则翻斗车上将缸体（方块构件）用转动副与车辆底盘（机架）相连，这时车箱的倾翻机构是摇块机构，如果将导杆与底盘相连，车箱的倾翻机构是导杆机构，从驱动车箱的倾翻运动看两机构并无多大差别，但从动力源配置位置的合理性与构件受力方面考虑，用摇块机构比用导杆机构合适（图 2-10）。

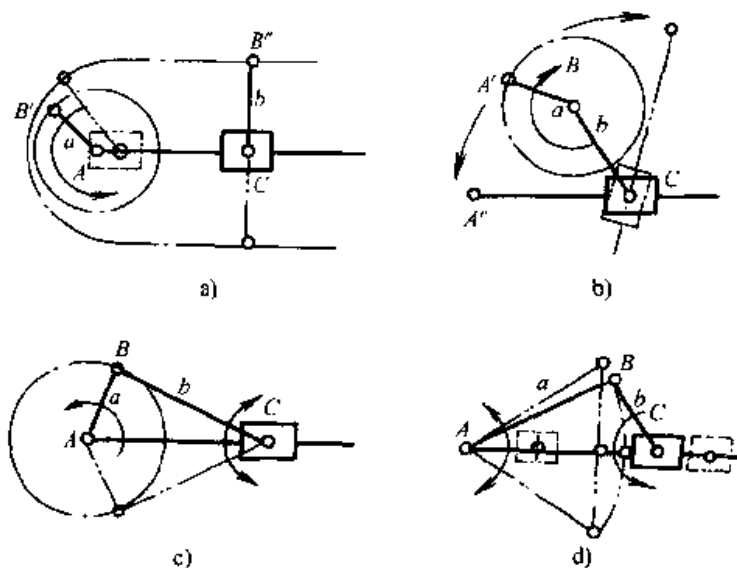


图 2-7 带一个移动副四杆机构杆长影响分析

- a)  $b \geq a$ , A 是整转副 b) B 总是整转副  
c)  $b > a$ , C 是摇转副 d)  $b \leq a$ , C 是整转副

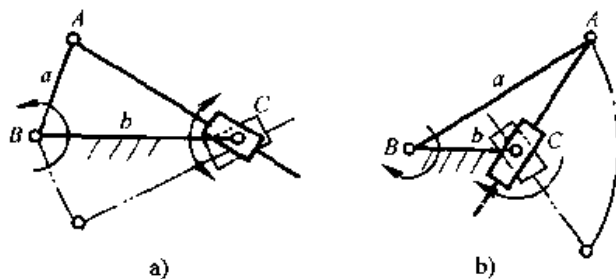


图 2-8 摇块机构与转块机构

- a) 摇块机构 b) 转块机构

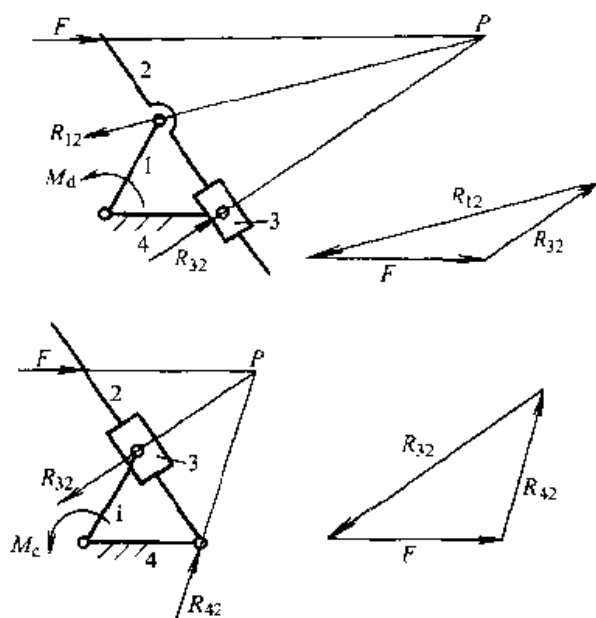


图 2-9 移动副位置对机构受力的影响

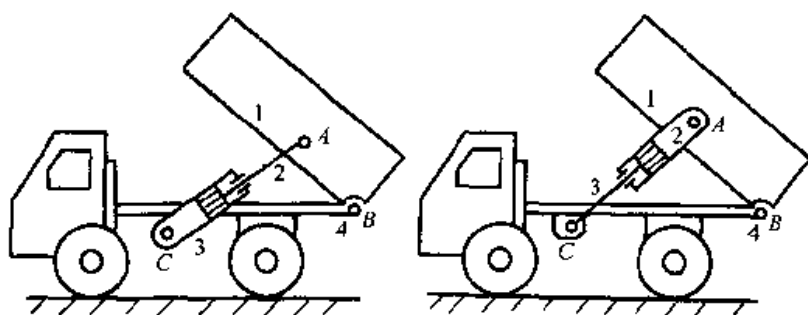


图 2-10 摆动液压缸的配置

含有两个移动副的四杆机构，由于能够实现一些特殊的相对运动关系，故常用其特殊用途为其机构命名。如图 2-11a 所示的双移动滑块机构中，因连杆  $BC$  上除  $B$ 、 $C$ 、 $M$  点以外的点均能描绘出椭圆，故被又称为椭圆仪机构。图 2-11b 所示曲柄移动导杆机构，因  $h$  与连杆  $AB$  的转角  $\alpha$  能再现正弦函数  $h = L \sin \alpha$ ，故被又称为正弦机构。图 2-11c 所示双转动滑块机构常用来联接两个不同轴线的转轴，因中间构件是一个有两个相互垂直沟槽的滑块，故这种机构又被称为十字滑块联轴器机构。图 2-11d 所示交叉滑块机构因能复演  $h = L \tan \alpha$ ，故又被称为正切机构。

在含两个移动副的四杆机构的基础上，用移动副进一步替代其余的转动副，还可以得到图 2-12a、b 所示含三个移动副和四个移动副的平面四杆机构。

含三个移动副的四杆机构，由于三个内角  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  和  $\alpha_3$  在机构运动中角度不变，转动副连接的两构件在机构运动时无相对转动， $AB$  杆与  $AD$  杆如同一个刚体（图 2-12a），当以  $BC$  或  $CD$  为机架使机构运动时， $AB$  与  $AD$  只能作平行移动，如同

一个楔块机构。含四个移动副的平面四杆机构可以在含三个移动副的三杆机构的基础上用增加一个含有一个移动副、自由度为 1 的杆构成 (图 2-13a)。含三个移动副的三杆机构即前面介绍的楔块机构其自由度为 1, 在增加自由度为 1 的构件后, 其自由度变为 2。含四个移动副的四杆机构自由度为 2, 因此要输入两个独立的运动机构才有确定的相对运动输出, 故这种机构常用于如图 2-13b 所示的运动合成机构中。平面四杆机构中随着移动副的增多, 机构运动转换形式变得越来越单一, 其应用受到限制。

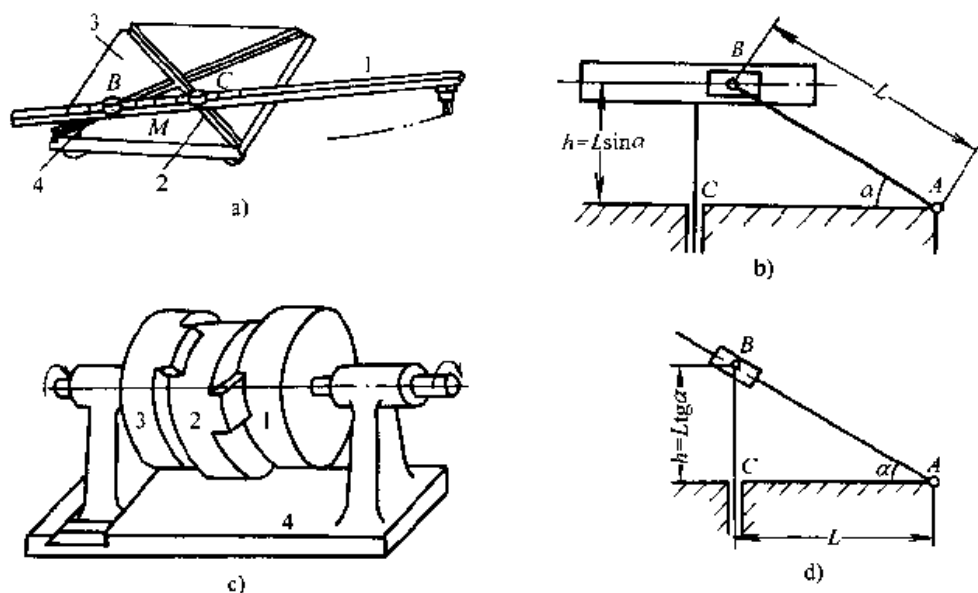


图 2-11 含两个移动副的机构

a) 椭圆仪机构 b) 止弦机构 c) 十字滑块联轴器 d) 正切机构

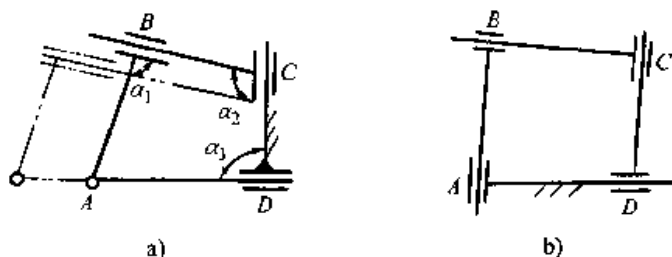


图 2-12 移动副数对机构运动特性的影响

a) R-P-P-P 机构 b) 四移动副二自由度机构

#### 四、平面多杆机构

按机构结构的系统学理论分析, 平面多杆机构均可以由平面四杆机构扩展而得到, 即在平面铰链四杆闭链的基础上通过逐渐加入第一类 I 级基本杆组; 或增加一个带转动副的构件便可以获得各种形式的平面多杆闭链, 在此基础上选用不同的构件作为机架, 有计划地将各个铰链用其他的运动副予以代换, 便可以完全

派生出各种平面多杆机构。

随着构件数量的增多, 机构的结构会变得越来越复杂, 目前人们对这些复杂机构的认识尚没有达到像认识平面四杆机构那样深入。从降低制造成本、提高传动效率和运动精度方面考虑, 在设计中人们仍然愿意首先采用构件数量较少的平面四杆机构。但多杆机构, 特别是相对较为简单的六杆机构, 常能解决平面四杆机构难以解决的一些设计问题。自由度为 1 的平面 6 杆机构的基本型式有两种, 如图 2-14 所示。其中图 2-14a 称为瓦特型; 图 2-14b 称为斯蒂芬森型六杆机构。例如, 当需要将曲柄的转动转换为从动杆大摆角的往复摆动, 用曲柄摇杆机构理论上虽能实现, 但连杆运动至与摇杆共线位置附近时机构的传动性能极差。采用瓦特链, 并用其中一个三副杆作为机架便导出了一个由两个四杆机构串联成的六杆机构(图 2-15), 该机构当曲柄转动时摆杆 6 能很好地实现一个大摆角的往复摆动。又如平面四杆机构很难实现从动件作有间歇的运动。图 2-16 选用斯蒂芬森链并以其中一个三副杆作为机架得到一个六杆机构, 当以构件 2 作为曲柄转动时, 连杆 3 上  $E$  点的轨迹曲线  $K_E$  的形状将是多种多样的, 适当地调整各杆尺寸, 使  $K_E$  曲线上有一段近似圆弧的曲线, 确定出圆弧的圆心位置  $F$ , 以该圆弧半径  $EF$  为杆 5 的杆长, 当  $E$  铰链在该圆弧上运动时, 杆 6 可以保持静止不动, 从而实现杆 6 作有停歇的间歇摆动。如果设计恰当, 这种停歇可在曲柄转过  $180^\circ$  的范围内实现。此外, 由于连杆上  $E$  点轨迹曲线的多样性和 5、6 杆长及位置配置的随意性, 因此用这种结构形式的连杆机构能够实现各种运动规律的传递与转换。

多杆机构还常用于改善机构的传力特性, 满足机构设计的一些特殊要求。

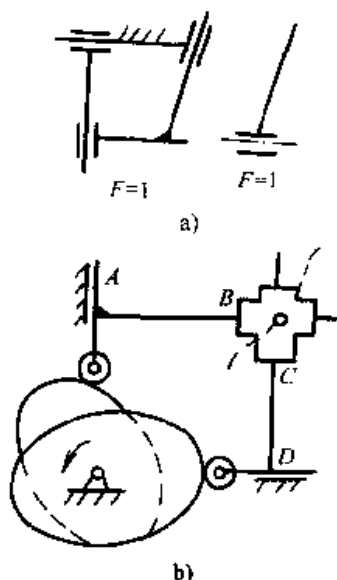


图 2-13 四个移动副的平面四杆机构  
a) 二自由度的形成 b) 二自由度四杆机构的应用

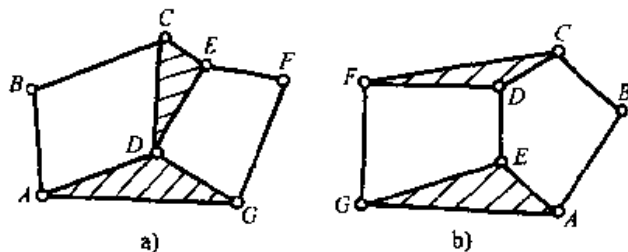


图 2-14 平面六杆机构的两种基本型式  
a) 瓦特型 b) 斯蒂芬森型

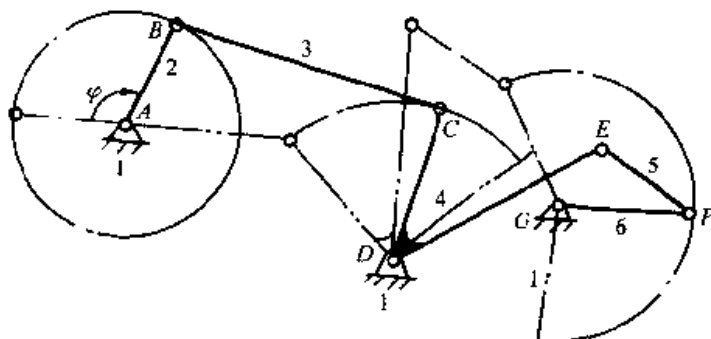


图 2-15 扩大行程的六杆机构

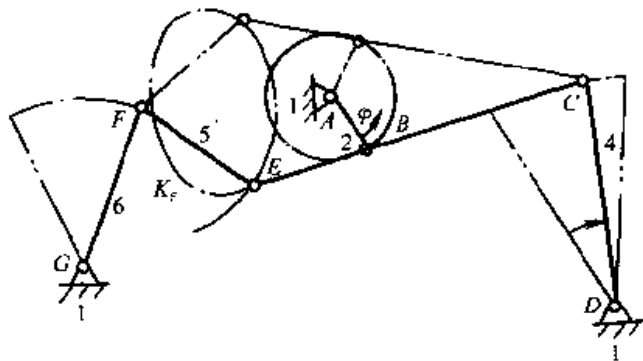


图 2-16 实现停歇的六杆机构

图 2-17 所示内燃机，为一瓦特型 6 杆机构，利用机构直线轨迹与活塞直线移动方向重合，从而可减少活塞对缸壁的侧压力，提高机构的工作效率和使用寿命。

图 2-1d 所示手动压力机和图 2-23a 所示颚式破碎机，也是瓦特型的 6 杆机构。该机构利用 3、4 杆运动至共线位置附近时能使 5 杆产生很大的挤压力（这种机构称为肘杆机构）来实现机器对工件的加压和碎石的功能。

又如图 2-18a、b 所示牛头刨床主切削运动机构是分别将图 2-14a 中的 C、G 铰链和图 2-14b 中的 D、G 铰链分别用移动副替代后得到的，该机构在运动时刨枕 F 可以在较大工作行程中获得近似等速的运动规律。

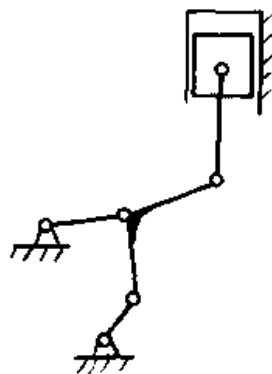


图 2-17 减小移动副中侧向力的六杆机构

自由度为 2 的多杆机构，由于能将两个输入运动进行合成和或将一个输入运动分解，因此能实现更复杂的运动要求。例如图 2-19a 所示双曲柄五杆机构，机构中 C 点的轨

迹与两曲柄的输入角速度比  $i_{14}$  有关，图中示出了  $i_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = -\frac{m}{n}$  时 C 点的轨迹曲线，这时曲柄 1 转  $n$  周，曲柄 4 转  $m$  周，C 点运动完成一个循环，通过对两原动

曲柄  $AB$  和  $ED$  转速和转向的控制, 可以使从动杆  $CB$ 、 $CD$  和点  $C$  表现出各种不同的运动规律和形状不同的轨迹曲线, 其轨迹曲线的形状比四杆机构的连杆轨迹曲线要复杂得多。又如图 2-19b 所示自由度为 2 的七杆机构, 由于能将输入位移  $x_a$ 、 $x_b$  合成为  $x_c$ , 故被称为杠杆式加法机构 (亦能作减法)。当  $a=b$  时,  $x_c = \frac{1}{2} (x_a + x_b)$ 。随着控制技术的发展, 多自由度机构正得到更加广泛的应用。

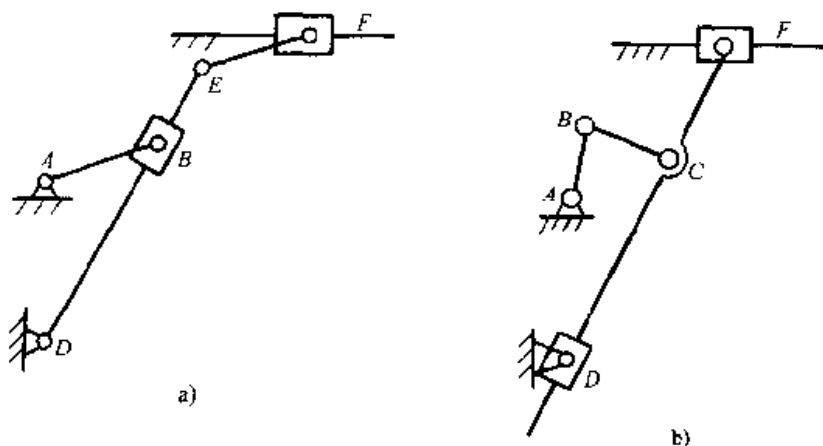


图 2-18 牛头刨主切削机构

a) 瓦特链机构 b) 斯蒂芬逊链机构

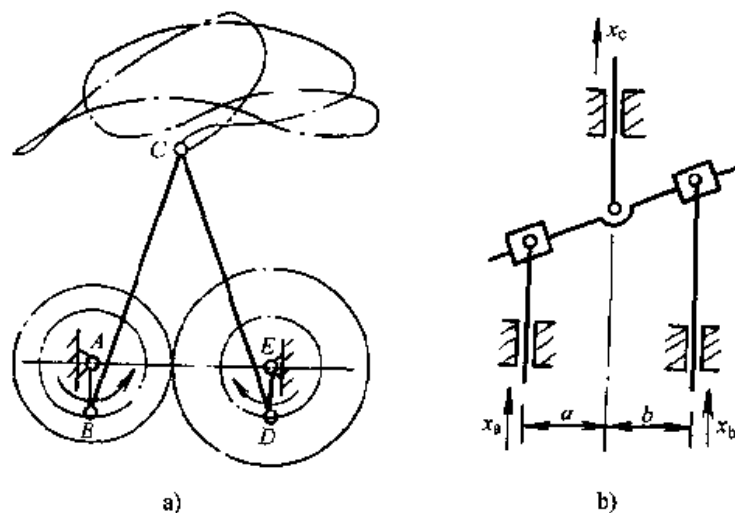


图 2-19 多自由度平面多杆机构

a) 双曲柄五杆机构 b) 杠杆式加法机构

## 第二节 平面连杆机构的运动特性与分析方法

### 一、平面连杆机构的运动特性及其应用

机构是传递运动和动力或导引物体运动的构件组合体。我们研究机构正是为



了能根据设计任务提出的运动和动力要求去正确、合理地选择、应用和设计机构(即选型)。因此,设计者必须尽可能多地了解和掌握各种机构的运动学及动力学特性,以及这些机构在实际工况中的应用,从而为选型设计积累知识和经验。本节将重点介绍平面连杆机构,特别是平面四杆机构的运动和动力学的基本特性以及一些典型的应用实例。

连杆机构由于是由杆状构件和低副组成的,因此它具有杠杆的一些最基本的运动学和动力学特性,例如:它能远距离地传递运动和动力;它能方便地改变作用在构件上的力和构件运动行程的大小和方向。但由于连杆机构的结构要复杂得多,使连杆机构的运动学和动力学特性变得更加丰富。根据平面连杆机构的功能与用途分,平面连杆机构可分为传递运动和动力的传动机构和导引物体运动的导引机构两大类。由于平面四杆机构两连架杆运动的输入量与输出量之间有唯一确定的传动函数关系,又便于计量,故传动机构常用两连架杆的传动函数来反映传动机构的基本传动特性。由于连杆曲线的多样性与连杆运动的复杂性,导引机构常以连杆作为导引物体运动的主要构件。根据平面连杆机构的应用特点,其运动学特性可以归纳为以下四个主要方面:

- 1) 能够实现运动形式的转换和运动性质的变换。
- 2) 能实现运动规律的变换和运动函数的传递。
- 3) 能实现轨迹运动。
- 4) 能导引刚体按一定位置姿态运动。

#### (一) 实现多种运动形式的转换和运动性质的变换

机构是具有确定相对运动的构件组合体,机构中各构件按某种运动形式作确定的相对运动,这些运动形式不外乎:转动、往复运动(摆动或移动)、间歇运动和平面运动。所谓运动形式的转换就是:机构能将输入给机构原动件的运动变换为设计者希望的运动形式从机构的执行构件输出。由于机构原动件的运动来自原动机,而工程中以连续转动的原动机(电动机、内燃机)应用最为普遍,故本节将主要介绍能将转动转换为其他运动形式的平面连杆机构的特性及其有关知识。

1. 实现转动→转动的运动转换 能够实现这种运动转换的平面连杆机构有两类:一类是输入转动与输出转动运动参数相同的机构。这些机构有如图 2-11c 所示双转动滑块机构(即十字滑块联轴器)和平行四边形机构。在实际应用中十字滑块联轴器主要用来联接两相互平行,但有较小错位的转轴。该机构由于十字形的连杆的转速是输入、输出转速的一倍,而连杆质量在转动时产生的惯性力又不能实现完全平衡,其离心惯性力较大,故通常只用来联接低速转轴。平行四边形机构用途十分广泛,其中一个重要的原因是机构中主、从动曲柄能按相同的运动参数转动。图 2-20a 中所示平行四边形四孔钻机、火车机车车轮联动机构是其应用的实例。

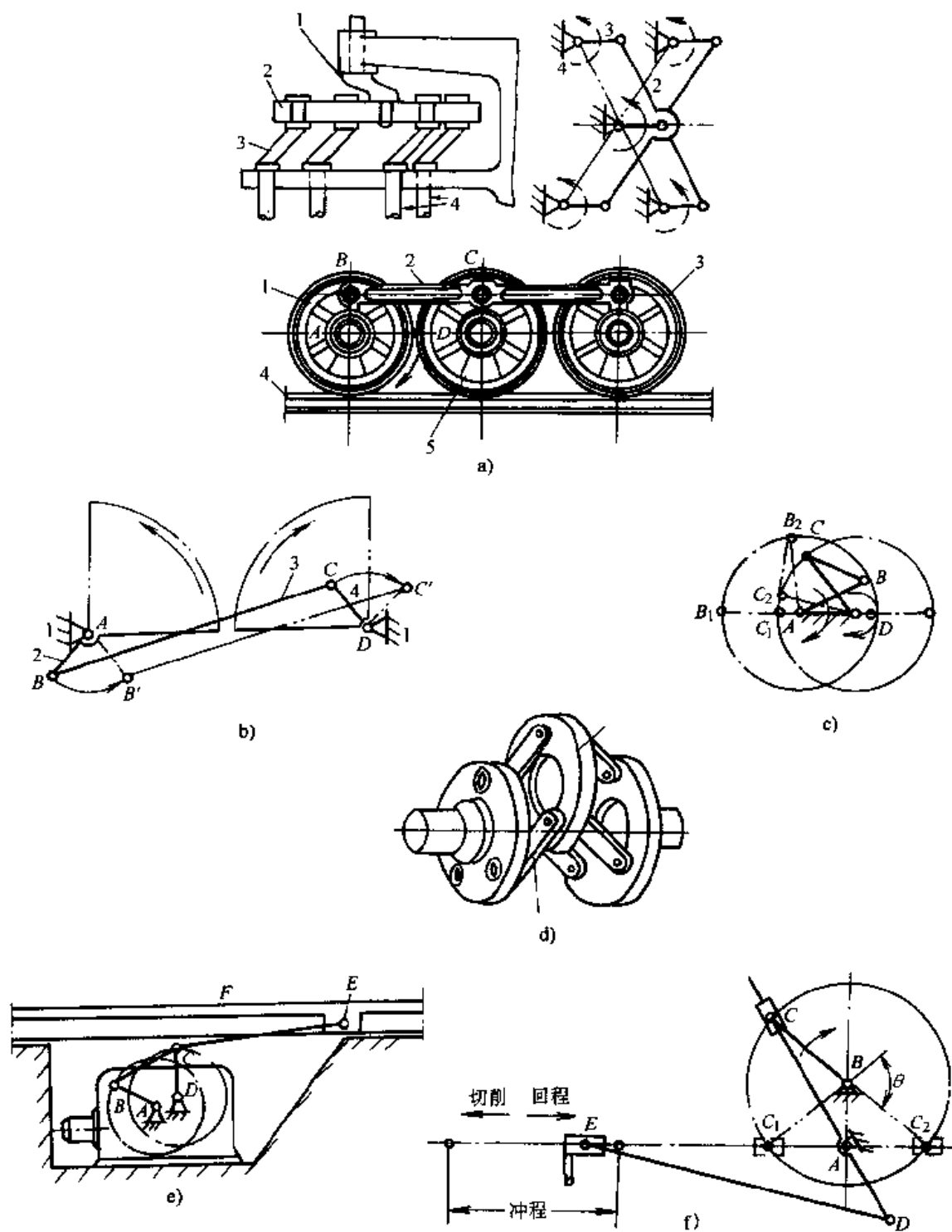


图 2-20 双曲柄四杆机构的应用

- a) 多孔钻机、车轮联动装置 b) 车门启闭机构 c) 交叉四边形机构  
d) 六杆联轴器 e) 惯性振动筛 f) 小型刨床

平行四边形机构当曲柄与连杆、机架共线，主动曲柄继续转动时，从动曲柄会出现运动方向不确定或机构运动形态改变的问题。当连杆长度大于或等于曲柄长度，主动曲柄与机架共线继续转动时，从动曲柄可能按和主动曲柄相同的方向转动；也可能按相反的方向转动成为反平行四边形机构（图 2-20b），这时主、从动曲柄转向相反，运动参数也不相同。当连杆比曲柄短主动曲柄与机架共线继续转动时，从动曲柄能按和主动曲柄相同的方向转动；但可能形成图 2-20c 中所示的交叉四边形机构，这时从动曲柄的运动参数与主动曲柄运动参数不相同。为了防止上述问题发生，可采用增加从动曲柄的转动惯量借用惯性运动来加以克服；或采用增加虚约束构件的方法来加以克服，图 2-20d 所示六杆联轴器、图 2-20a 所示的四孔钻机、火车机车车轮联动机构都是这一方法在平行四杆机构中的应用例子。

能将转动转换为转动但运动参数不同的平面连杆机构有：图 2-20e 所示非平行四边形的双曲柄机构，图 2-20b 所示反平行四边形机构，图 2-20c 所示交叉四边形机构和图 2-20f 所示转动导杆机构。图 2-20e 所示惯性振动筛，充分利用了非平行四边形双曲柄机构当主动曲柄匀速转动时从动曲柄作变速转动这一特点，使与从动曲柄相连的水平运动筛能在运动中产生较大的加速度，从而加剧被分筛粒料相互碰撞、分离来达到提高分筛效率的例子。图 2-20b 所示车门开闭机构是利用反平行四边形机构两曲柄转向相反的一个应用例子。图 2-20f 所示小型刨床是转动导杆机构的应用实例。从图 2-20f 中可以看出：曲柄  $BC$  匀速转动一周，刨刀完成进刀、退刀一个工作循环，但进刀时曲柄要转  $180^\circ + \theta$  角，退刀时只转  $180^\circ - \theta$  角。故进刀耗时长而退刀耗时短，刨刀在进刀时平均速度较慢，速度变化相对较小而较平稳，退刀时刨刀速度较快，返回迅速。刨刀在作往复运动过程中慢去快回的现象简称急回。使机构的执行构件在往复运动过程中具有急回运动特性是工程中用来改善机构受力，提高执行构件运动的平稳性，提高机械的生产率常采用的一种设计手段。

图 2-21a 所示万向联轴器是能将转动转换为转动的一种空间四杆机构。这种机构当运动输入轴与输出轴的轴间夹角  $\alpha=0$  时，两轴以相同的运动参数转动；当  $\alpha \neq 0$  主动轴匀速转动时，从动轴作变速转动； $\alpha$  角愈大，从动轴的速度波动愈厉害，而且传动效率也愈低。图 2-21b 所示汽车的后桥差速器与变速箱之间的传动轴，就是用两个万向联轴器串联（称双万向联轴器）使用的例子。当汽车在路面上行驶时，后轮会相对发动机不停地上下颠簸，这时无法用刚性轴将动力传给后轮。采用双万向联轴器来联接发动机与后轮，当后轮轴与发动机相对位置改变时，两万向联轴器的转动轴与万向联轴器中间轴的夹角  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  会不停地变化，但能始终近似保持  $\alpha_1 = \alpha_2$ ，这样当第一个万向联轴器将发动机的匀速转动变换为不匀速的转动时，第二个万向联轴器又将不匀速的传动还原成匀速的转动，从而保证汽车在颠簸的路面上能相对平稳地行驶。

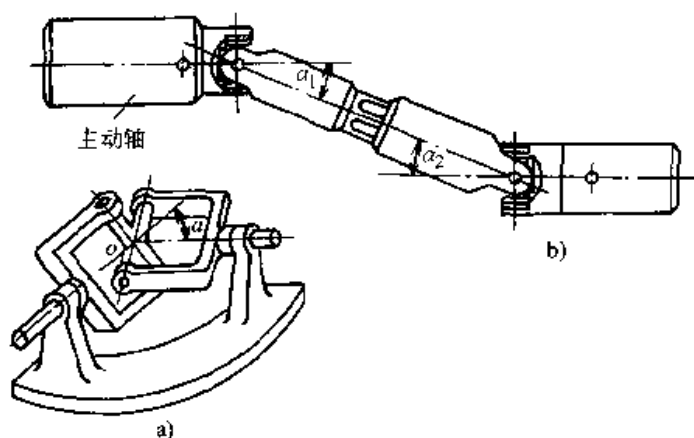


图 2-21 万向联轴器

a) 单万向联轴器 b) 双万向联轴器

2. 实现转动 $\rightarrow$ 往复运动的变换 往复运动包括往复移动和往复摆动两种。能实现主动件为转动、从动件作往复直线运动的平面四杆机构主要有：图 2-22a、b 所示的曲柄滑块机构，图 2-11b 所示正弦机构和表 2-1 中所示移动导杆机构（即定块机构，它是曲柄滑块机构滑块与导杆位置互异的变异机构，运动学性质与曲柄滑块机构相同）。

正弦机构可用于机械式计算器中作三角函数的运算机构，图 2-22e 所示的缝纫机进针机构也是正弦机构的应用例子之一。该机构当曲柄从水平位置每转  $180^\circ$ ，十字滑块从一个极限位置移动到另一个极限位置，故十字滑块来回运动时间相等无急回特性，十字滑块以曲柄转动中心为对称，以 2 倍曲柄长或大于 2 倍曲柄长度运动（图 2-22f）。相对于正弦机构，曲柄滑块机构只有一个移动副，故传动效率相对较高，应用更广泛，但曲柄滑块机构中滑块的运动规律要复杂得多。曲柄滑块机构通过滑块上的铰链 C 作导轨的平行线，如果该线通过曲柄转动中心 A，则称为对心式曲柄滑块机构（图 2-22a），否则称偏置式曲柄滑块机构（图 2-22b）。对心式曲柄滑块机构的曲柄从水平位置每转  $180^\circ$ ，滑块从一个极限位置移动到另一个极限位置，当曲柄匀速转动时滑块在一个运动循环中来回移动的时间相等，滑块运动无急回；偏置式曲柄滑块机构由于滑块在两极限位置时，对应曲柄的两个位置不在同一直线上（图 2-22b），故偏置式曲柄滑块机构滑块运动有急回特性。曲柄滑块机构的滑块通常只在曲柄转动中心一侧运动；对心式曲柄滑块机构滑块的行程为 2 倍曲柄长度，偏置式曲柄滑块机构滑块行程大于 2 倍曲柄长度；当对心式曲柄滑块机构的曲柄与连杆长度相等且在连杆上安装一个辅助圆销，并在机架上安装相应的导槽后（图 2-22c），滑块可以以曲柄转动中心对称作行程为曲柄 4 倍长度的往复直线运动，这种机构也被称为等腰对心式曲柄滑块机构。曲柄滑块机构广泛地应用于内燃机、蒸汽机和空气压缩机中。图 2-22d 所示为偏置式

曲柄滑块机构在自动送料机中的应用例子。由于曲柄滑块机构当曲柄与连杆运动至共线附近位置时,作用在曲柄上较小的力矩能在滑块上产生很大的力对外输出,故曲柄滑块机构也广泛地应用于各种冲压机械中。

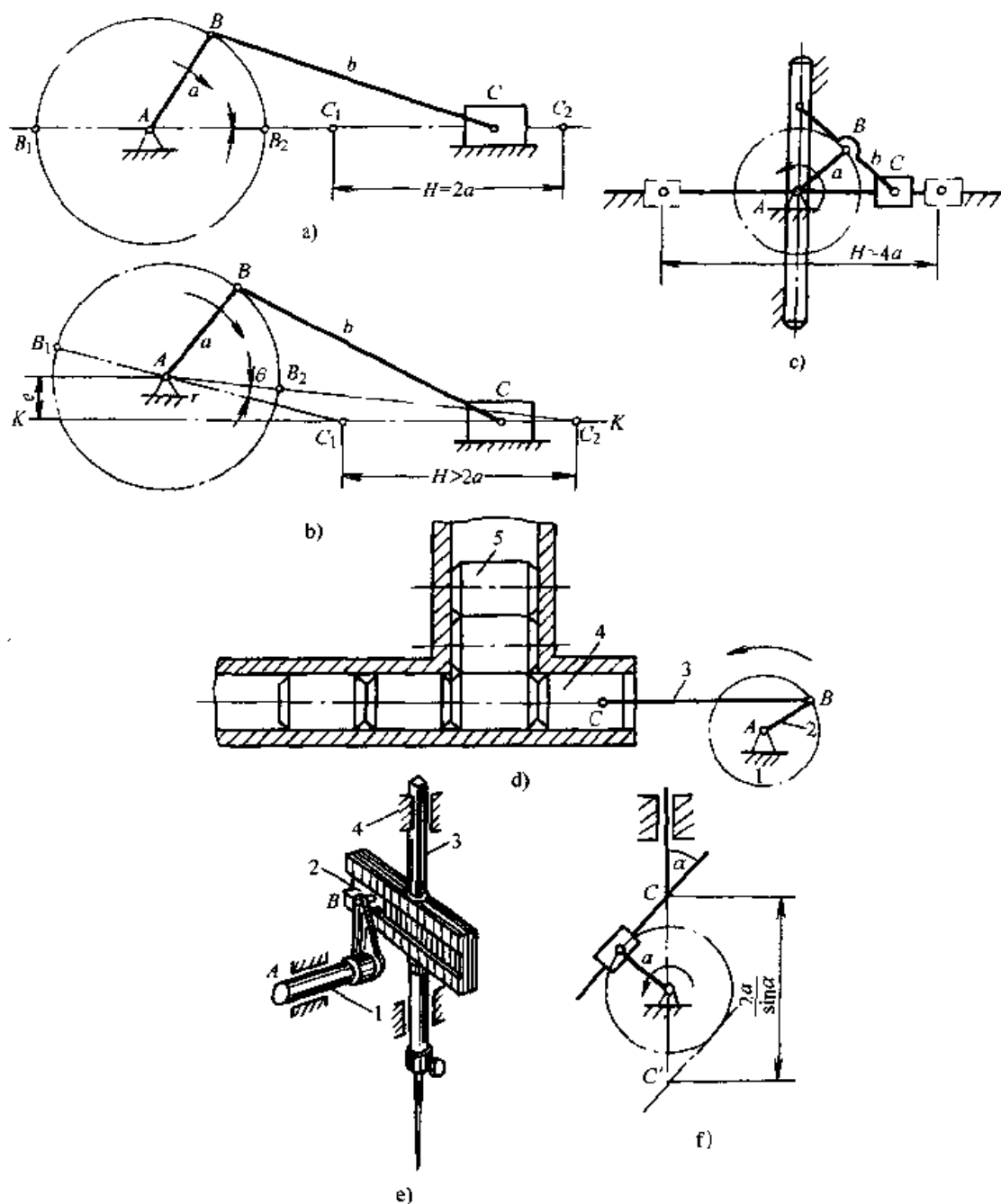


图 2-22 转动转换为往复直线移动的机构

- a) 对心式曲柄滑块机构 b) 偏置式曲柄滑块机构 c) 等腰对心式曲柄滑块机构 d) 自动送料机 e) 缝纫机进针机构 f) 行程大于 2 倍曲柄长的曲柄移动导杆机构

从动件能作往复摆动的平面四杆机构有如表 2-1 中所示的曲柄摇杆机构和摆动导杆机构。图 2-23a 所示颚式碎石机和雷达天线俯仰机构是曲柄摇杆机构在工程中的实用例子。图 2-23b 所示小型插床和牛头刨床的切削运动机构均采用了摆动导杆机构。从图中可以看出：由于摆杆在两极限位置时，曲柄与之对应的两位置不在一条直线上，因此当曲柄匀速转动时，导杆的摆动有急回。由于摆动导杆机构曲柄两位置间所夹的锐角（极位夹角）与导杆的摆角相等，而导杆的摆角可以根据要求设计得较大，故摆动导杆机构导杆的急回运动更明显，导杆低速摆动时速度更加平稳。

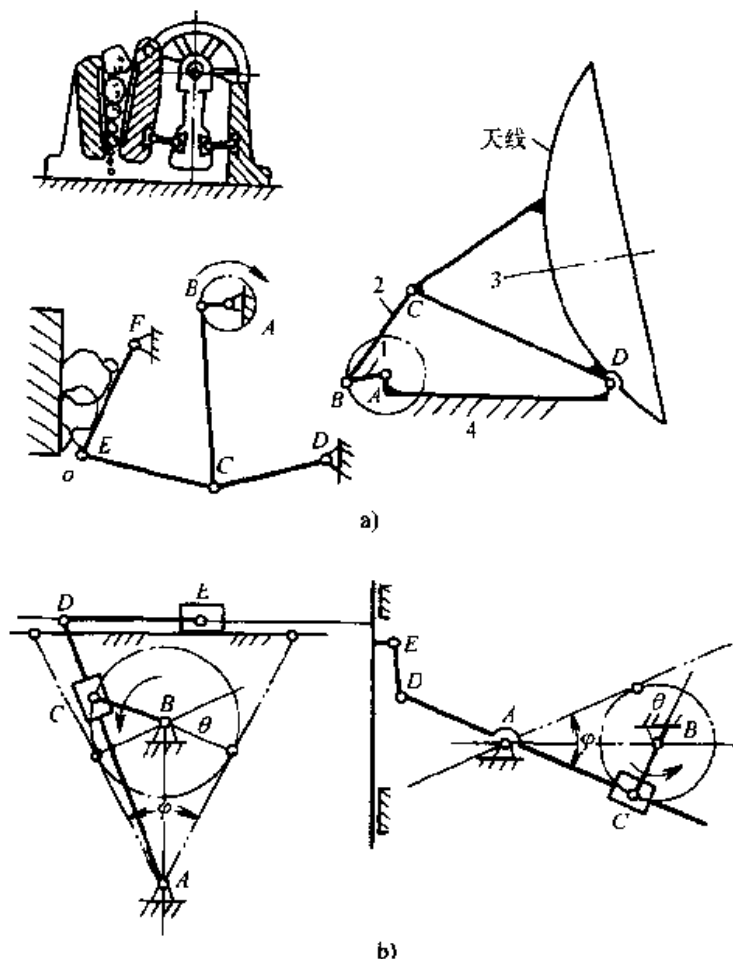


图 2-23 转动转换为往复摆动的机构应用

a) 颚式碎石机和雷达天线俯仰机构 b) 牛头刨和插床

以上两类机构的主从件的运动变换形式在一定条件下是可逆的，例如内燃机是以活塞为主动，将活塞的往复直线运动转换为转动的典型例子。

3. 实现转动→间歇运动的转换 主动件连续运动从动件能作短暂停歇的运动称为间歇运动。能够实现这种运动形式转换的平面连杆机构有：图 2-24a 所示圆弧导轨摆动导杆机构；图 2-24b 所示圆弧导轨正弦机构。这两种机构当圆弧导轨的

曲率半径与曲柄长度相等时,从动杆分别作间歇摆动和移动。

图 2-24c 所示是采用平面六杆机设计得到的冲压机,该冲压机的冲头能作短暂停歇运动。图中因为曲柄摇杆机构  $ABCD$  的连杆上  $M$  点的轨迹有一段近似圆弧的曲线轨迹  $\widehat{m'm''}$ ,连接冲头的连杆  $\overline{MN}$  的长度设计等于该圆弧的曲率半径,当连杆  $\overline{MN}$  的  $M$  点在  $\widehat{m'm''}$  圆弧上运动时,冲头上的  $N$  点正好位于圆弧  $\widehat{m'm''}$  的圆心上,使冲头在该运动时间内停歇。图 2-24d 所示为螺纹自动切制机中能作停歇运动的平面六杆机构。该六杆机构当曲柄  $AB$  与连杆  $BC$  在共线附近位置运动时,  $C$  点的位移量很小,而这时  $CD$  杆上的  $C'D$  与  $C'E$  杆正好也处于共线位置附近,因此,在该瞬时曲柄的运动对滑块  $E$  的运动几乎没有影响,滑块这时作短暂的停歇运动。

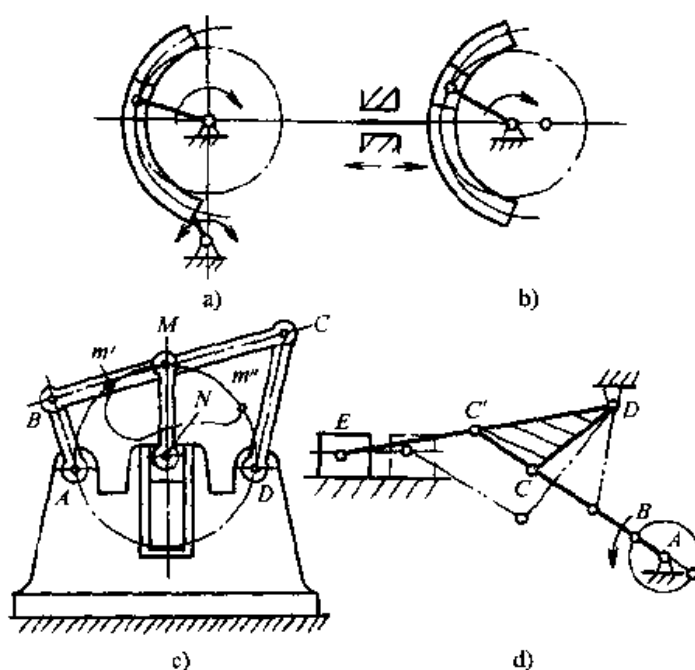


图 2-24 转动转换为间歇运动的机构应用

- a) 圆弧导轨摆动导杆机构 b) 圆弧导轨移动导杆机构  
 c) 可以实现停歇运动的冲床 d) 螺纹自动切制机构

以上主要介绍了原动件为转动的平面连杆机构的运动转换、运动特性与部分应用例子。为了减少机构的数量,提高机构的传动效率,在生产实践中常常采用输出往复运动的原动机(如活塞式气、液压缸,直线电动机,双向电机等)来驱动机构。例如图 2-11a 所示的双滑块机构,它可将原动件的移动转换为另一个方向的移动。图 2-25a 所示形状为等腰梯形的双摇杆机构(简称等腰梯形机构)成功地应用于汽车的方向操纵机构中,操纵该机构中的一个摇杆使车轮转向,便能使固联在两摇杆上的车轮轴在转向过程中保证两轴的延长线始终相交于后轮轴的延长

线于一点，使汽车的四只车轮能在转弯时绕同一点转动，从而可以减轻车轮磨损、减轻驾驶人员操纵车辆的劳动强度。

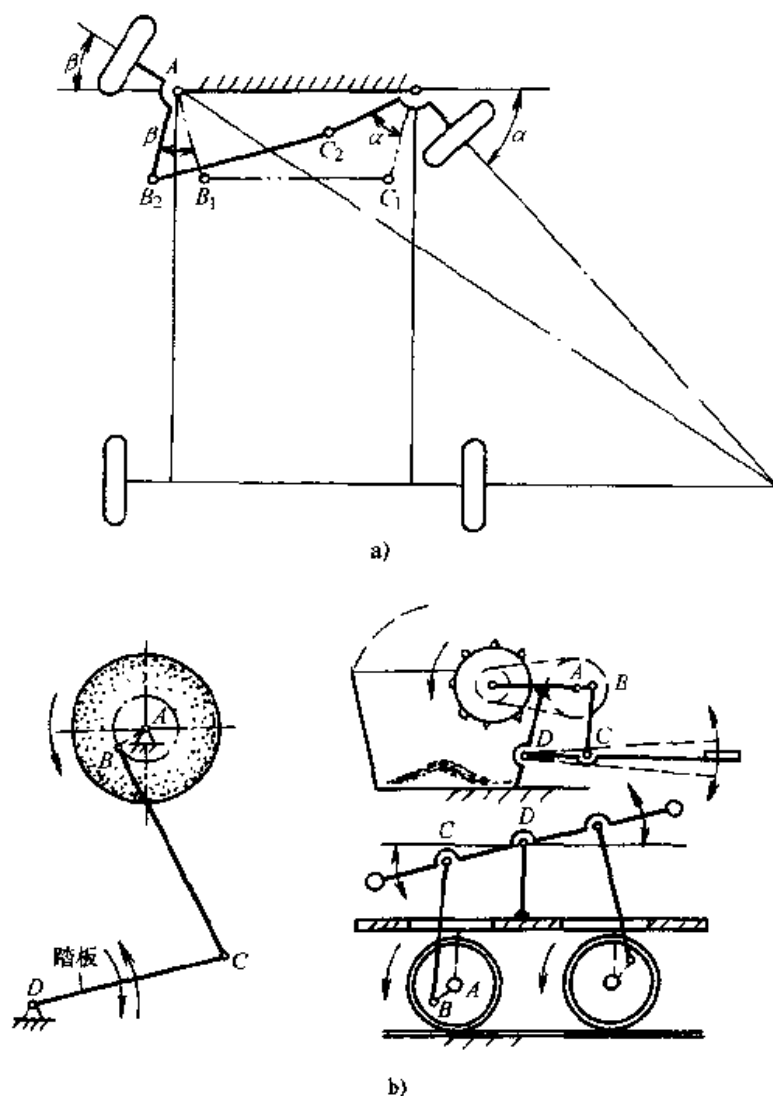


图 2-25 以摇杆为主动件的机构应用

a) 汽车转向机构 b) 脚蹬砂轮机、脚踏脱粒机、手动轨道车

以往复运动为主动转换为从动件转动的机构常见于曲柄摇杆机构和曲柄滑块机构，但这种运动形式的转换当连杆与曲柄共线时常会把曲柄“顶死”，使曲柄无法继续转动，产生这种现象的原因将在后面进一步深入讨论。这种运动形式转换的机构，特别是摇杆为主动件时，比较适合以人力为动力的机械，例如：脚踏式脱粒机、砂轮机、缝纫机、人力轨道车等（图 2-25b）。

## （二）实现运动规律的变换与运动函数的再现

由于机构具有确定的相对运动，机构中任意两构件间的位置、速度和加速度存在着一一对应的函数关系，这些运动函数关系称为机构的传动函数，能够实现



某种传动函数的机构称为该传动函数的函数发生机构。平面连杆机构通常用两连架杆的运动来实现预期的函数关系。例如如图 2-11b 所示正弦机构能通过两连架杆的角位置与位移量的关系再现正弦函数，图 2-12d 所示导杆滑块机构也能通过机构两连架杆的角位置与位移量的关系再现正切函数……。

机构的传动函数用数学表达式来描述通常比较复杂，为了便于对机构的性能进行定性的分析比较，可以直观地用直角坐标曲线来描述：以横坐标表示主动构件的角位移，纵坐标表示从动件的（角）位移、（角）速度和（角）加速度画出的曲线图分别称为：机构的位移线图、速度线图和加速度线图，并统称为机构的运动线图。运用机构运动线图能迅速地了解机构的运动特性。图 2-26 中用实线和虚线，对应示出了具有相同曲柄与连杆长度的对心式曲柄滑块机构和偏置式曲柄滑块机构的运动线图，比较这些线图可以得出以下结论：

1) 偏置式曲柄滑块机构滑块运动有急回，而对心式曲柄滑块机构无急回。

2) 偏置式曲柄滑块机构的行程大于对心式曲柄滑块机构的行程。

3) 偏置式曲柄滑块机构在“慢进”时滑块的加速度较小，运动速度较平稳。

4) 偏置式曲柄滑块机构在“急回”时滑块的加速度较大，加速度值波动较大，在高速运动时，机构的惯性力较大，更容易引起冲击和振动。

由于运动线图能比较直观地反映出机构的传动函数关系和机构在运动学方面的特性，利用机构运动线图能比较方便地对各种机构进行运动学性质方面的比较，有利于设计者根据设计要求对机构作出选择，并对所选择的机构进行定性分析和优化设计，因此，熟习各种典型机构的运动线图的特征对机构设计者是十分有益的。

机构传动函数的性质与机构的几何尺寸有密切的关系。当需要某一平面连杆机构的连架杆在某一运动域内再现某一可能再现的函数时，通常可以通过对机构

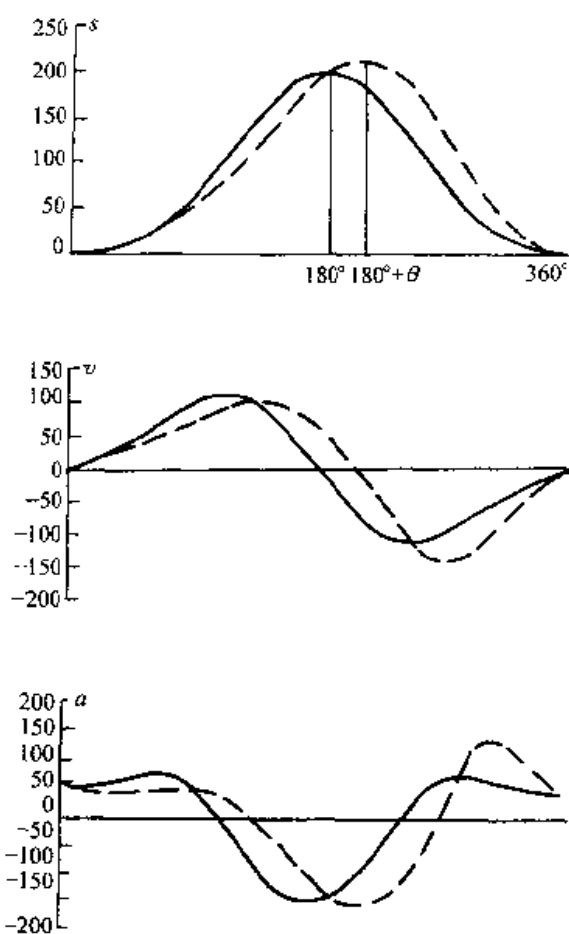


图 2-26 对心式和偏置式曲柄滑块机构  
运动性能的比较  
——对心式 ——偏置式

杆长进行设计来实现, 在绝大多数情况下, 连架杆只能近似再现所要求的函数关系。例如图 2-27 所示两种连架杆能近似再现函数  $y=\lg x$  的铰链四杆机构, 由于两连架杆转角的象限和取值范围不同, 设计得到的四杆机构的几何尺寸也不相同 (图中数据为各杆相对机架的杆长比)。

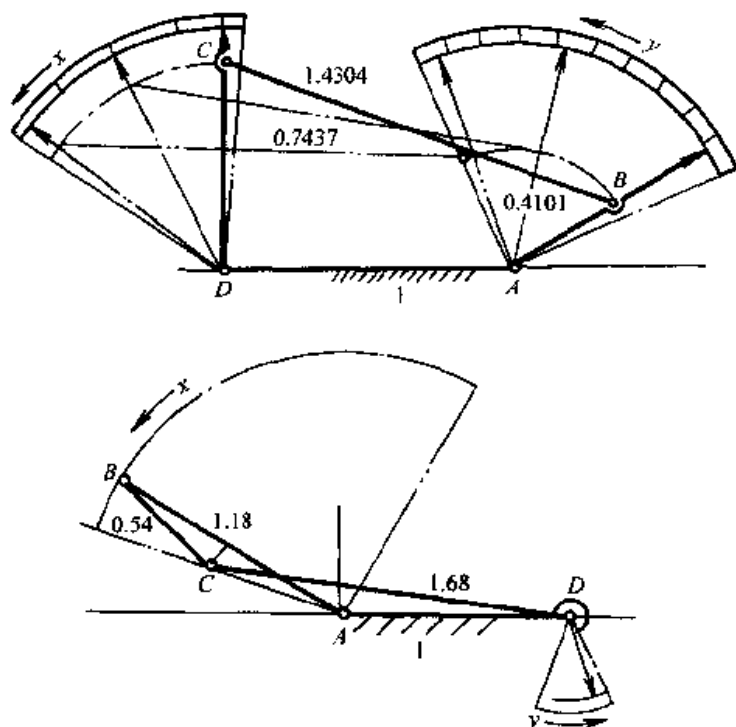


图 2-27 近似再现函数  $y=\lg x$  的平面四杆机构

### (三) 实现轨迹运动

平面连杆机构中, 连杆上不同位置的点随着机构的运动, 会被导引到连杆运动平面不同的位置, 从而描绘出各种形状不同的平面轨迹曲线, 这些轨迹曲线又被特称为连杆曲线。当研究机构的连杆曲线时, 平面连杆机构又被称为轨迹发生机构。可以证明: 铰链四杆机构的连杆曲线是 6 阶代数曲线; 带一个移动副的平面四杆机构的连杆曲线是 4 阶代数曲线。因此, 铰链四杆机构的连杆曲线形状更丰富, 变化也更多、更富有应用价值。图 2-28 所示搅拌机构和热轧钢轨搬运机构是根据搅拌、搬运所需的轨迹曲线设计得到的铰链四杆机构例子。

当需要设计一个平面四杆机构导引连杆上某一点实现预期的轨迹时, 如果对再现轨迹精度要求不高时, 可直接采用连杆曲线图谱来进行设计。

图 2-29a 示出了摆杆滑块机构连杆上一点的连杆曲线; 图 2-29b 示出了曲柄摇杆机构连杆上不同位置点的连杆曲线。机构类型不同、几何尺寸不同、连杆上选取的点不同, 其连杆曲线的形状也各不相同。为了方便设计时选用, 铰链四杆机构的连杆曲线已被收集整理成册, 汇编成“连杆曲线图谱”供使用者查阅。图

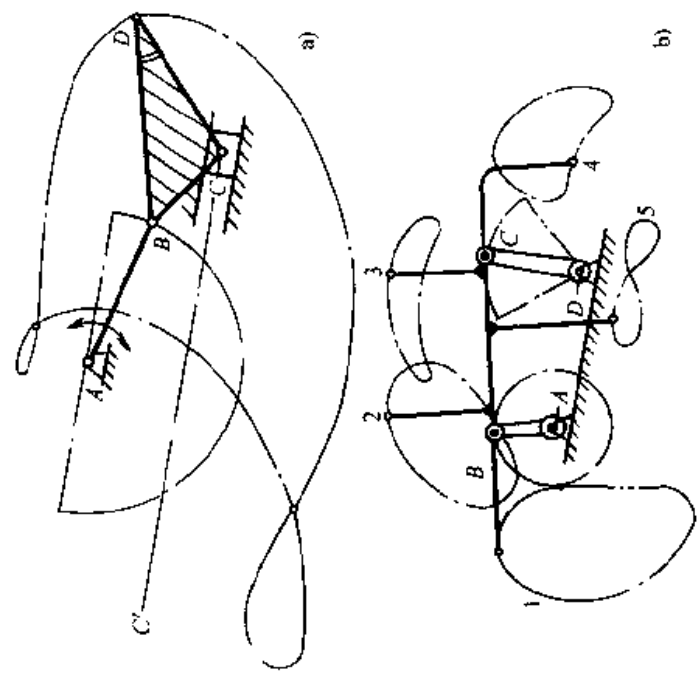


图 2-29 平面四杆机构的连杆曲线  
a) 具有一个移动副的平面四杆机构的连杆曲线  
b) 铰链四杆机构连杆曲线

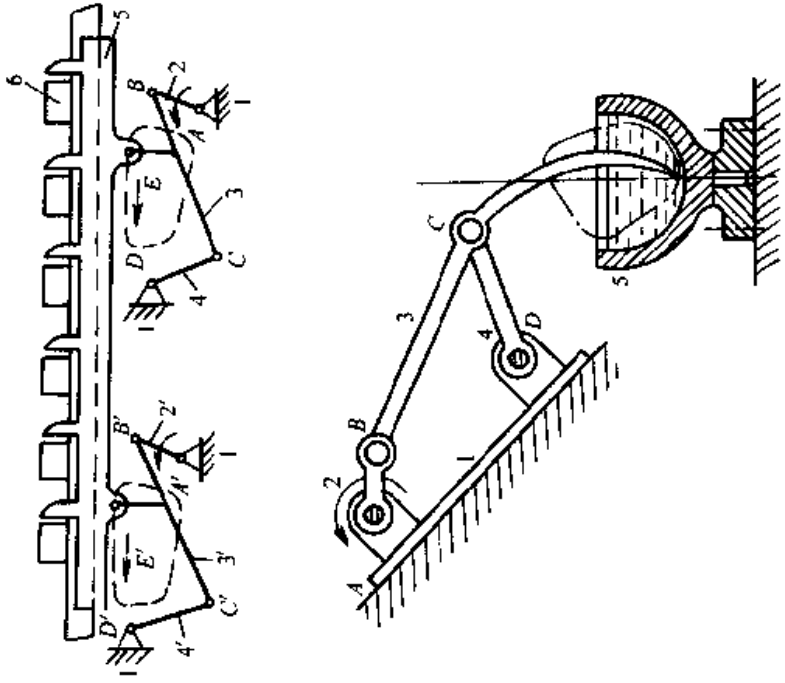


图 2-28 连杆曲线的应用

2-30 为图谱中的一张图。图中右下方的 3、1、2、2.5 分别表示图中各杆的相对长度比，曲线及曲线上的空心小圆表示机构运动至图示位置，连杆上小圆位置的点所描绘出的轨迹曲线，轨迹曲线由 72 段线段构成（图中未画出），每段曲线表示曲柄每转过  $5^\circ$  时连杆上的点运动的轨迹，由此可以大致分析出该点运动时的速度变化情况。设计时可以直接在图谱中查找与设计要求的轨迹相近的曲线及其发生机构，如果查找到的连杆曲线已能满足设计要求时，则直接将发生机构的相对杆长比按比例放大或缩小即可。若尚感不足，也可以用该发生机构尺寸作为计算初值对机构进行优化设计。

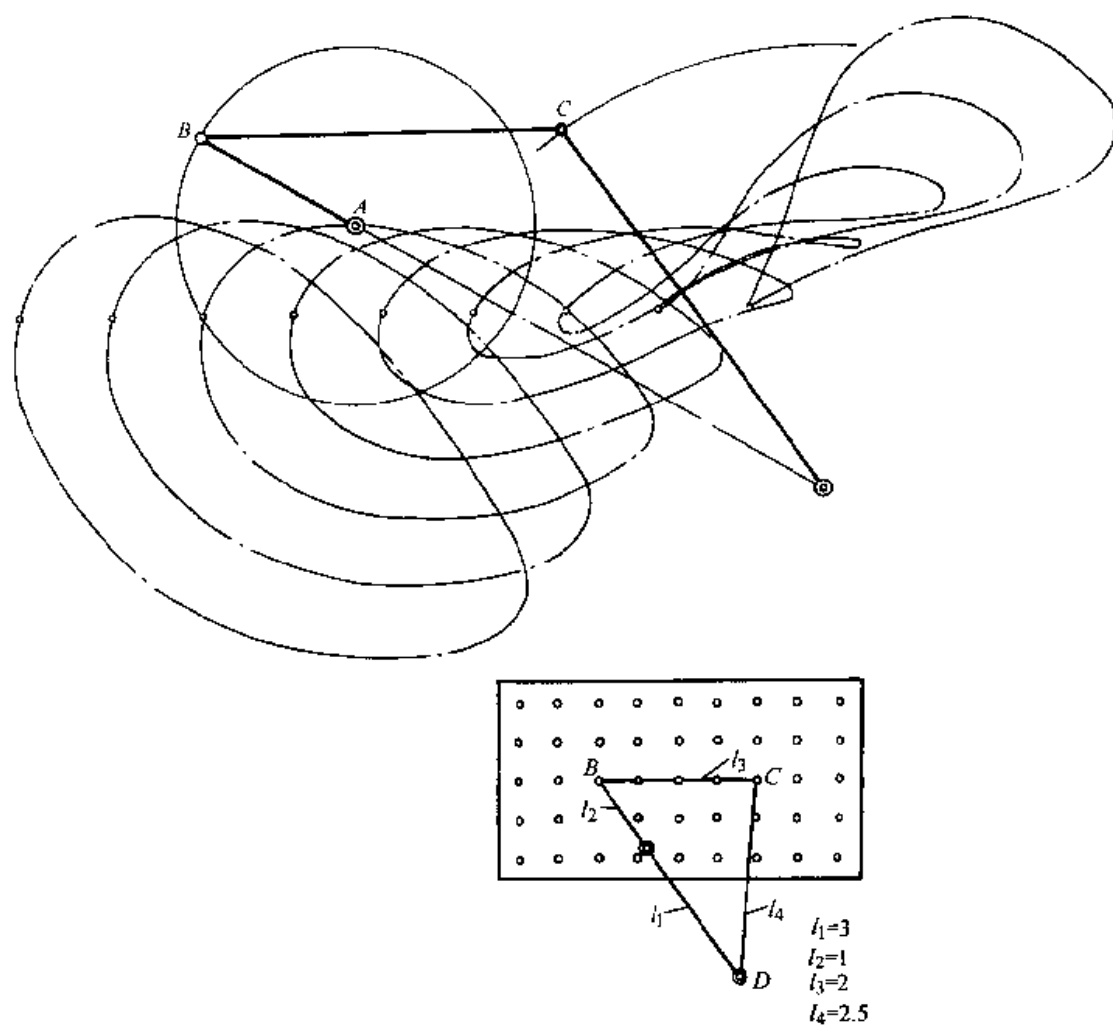


图 2-30 连杆曲线图谱实例

利用连杆曲线也能实现一些特殊的运动设计要求。例如：要求设计一个摆杆能在其摆动的两极限位置均作停歇的连杆机构，我们可以按以下方法进行设计。在连杆曲线图谱中可以找到如图 2-31a 所示的平面四杆机构  $ABCD$ ，各杆的相对长度比分别为：

$CB=CD=CM=1, AD=1.15, AB=0.43, \varphi=95^\circ$ 。

该平面四杆机构连杆上的  $M$  点的轨迹曲线有两段向同侧弯曲的圆弧，且两段圆弧的曲率半径近似相等，通过作图可求出两圆弧的两圆心  $E'$  和  $E''$ ，并确定出圆弧半径的相对长度比  $R=3.34$ ，在  $E'E''$  连线的垂直平分线上任选一点  $F$  作为摆杆的摆动中心，以  $EM=R=3.34$  作为联接摆杆上  $E$  点与四杆机构上  $M$  点的连杆，得到图示平面六杆机构  $ABCDEF$ ，并求出其余各杆的相对长度分别为： $EF=0.41, AF=2.51, DF=1.47$ 。当该六杆机构连杆  $BC$  上  $M$  点沿两圆弧轨迹运动时， $E$  点将分别位于圆心位置  $E'$  和  $E''$  上不动，从而实现摆杆  $EF$  在摆动的两极限位置上停歇。又例如：在设计图 2-1b 所示的鹤式起重机时，为了避免在搬运重物平移时因不必要的升降而消耗能量，要求吊臂上一点的轨迹应尽可能作水平直线运动。从连杆曲线图谱中可以找到很多能导引直线轨迹运动的连杆机构，有如像图 2-31b 所示能精确实现直线轨迹运动的机构；也有如像图 2-31c 所示能在某一运动域中近似实现直线运动的机构。设计最终选定图 2-31d 所示的双摇杆机构，其原因除了考虑能引导重物作水平直线运动外，还考虑了机构的复杂程度、重物运动速度的均匀性、重物与机构的相互位置关以及机构受力及能量消耗等多方面因素。

在对轨迹发生机构进行设计时，有时会出现：轨迹曲线已能满足设计要求，但发生机构几何尺寸不理想或轨迹曲线与发生机构的相对位置关系不理想的情况，这时可用罗伯茨-契贝谢夫定理寻找能实现该轨迹曲线的另外两个四杆机构。罗伯茨-契贝谢夫定理可以表述为：铰链四杆机构连杆上任意一点的轨迹可以由三个不同的铰链四杆机构来再现。三个铰链四杆机构的具体作图求解过程如下：设图 2-32 所示铰链四杆机构  $ABCD$  连杆上  $M$  点的轨迹为另两个四杆机构应再现的轨

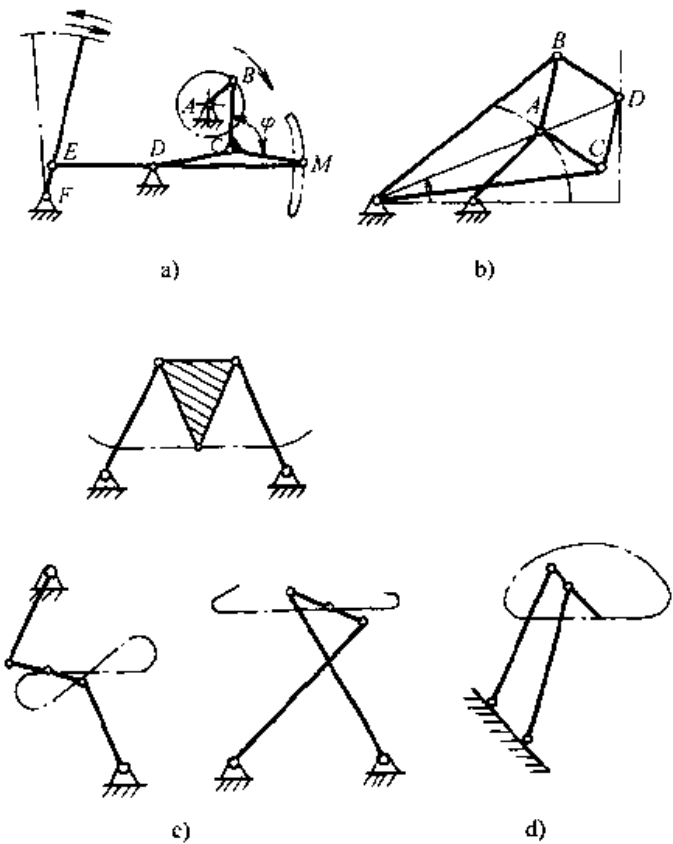


图 2-31 特殊连杆曲线的应用

- a) 间歇摆动平面六杆机构    b) 精确直线运动机构  
c) 实现近似直线运动的机构    d) 鹤式起重机所  
选定的近似直线运动机构

在对轨迹发生机构进行设计时，有时会出现：轨迹曲线已能满足设计要求，但发生机构几何尺寸不理想或轨迹曲线与发生机构的相对位置关系不理想的情况，这时可用罗伯茨-契贝谢夫定理寻找能实现该轨迹曲线的另外两个四杆机构。罗伯茨-契贝谢夫定理可以表述为：铰链四杆机构连杆上任意一点的轨迹可以由三个不同的铰链四杆机构来再现。三个铰链四杆机构的具体作图求解过程如下：设图 2-32 所示铰链四杆机构  $ABCD$  连杆上  $M$  点的轨迹为另两个四杆机构应再现的轨

迹,分别以  $AB$ 、 $BM$  和  $DC$ 、 $CM$  为平行四边形的两条边作两个平行四边形  $ABME$  和  $DCMF$  得  $E$ 、 $F$  两点;再作  $\triangle GEM \sim \triangle MBC \sim \triangle HMF$  得  $G$ 、 $H$  两点,再以  $MG$  和  $MH$  为平行四边形两边作平行四边形  $GMHK$  得  $K$  点,以  $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $M$  点为连接各构件的铰链; $K$  为固定铰链可得到一个自由度等于 1 的十杆机构,当四杆机构  $ABCD$  运动时,其余两个四杆机构  $AEGK$  和  $DFHK$  随  $ABCD$  运动而具有确定的相对运动。十杆机构中  $M$  点的轨迹与四杆机构上  $M$  点的轨迹不变,故当保留其中任意一个四杆机构,其连杆上的  $M$  点均能再现出相同的轨迹曲线。

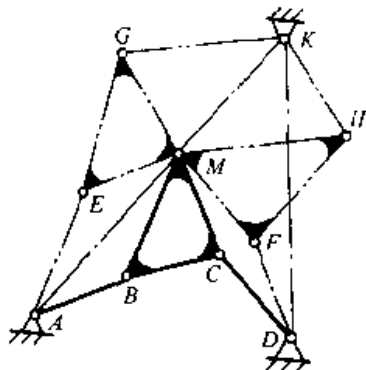


图 2-32 罗伯茨-契贝谢夫机构

#### (四) 导引刚体实现一定的位置姿态要求

平面连杆机构不仅能导引机构上某一点沿给定的轨迹运动,也能导引刚性构件按给定的若干位置按某种姿态运动(简称“位姿”运动)。导引刚性构件按给定位姿运动称为刚体导引,导引刚体按给定位姿运动的机构称为刚体导引机构。这类机构也可认为是将简单的转动(移动)转换为复杂平面运动的转换机构。

刚体导引的应用实例在货物输送作业中很容易观察到。对于那些不适宜于翻动的货物,人们总希望它们在被输送的过程中始终保持一种固定不变的姿态。图 2-33a 所示采用平行四边形机构作为导引货物运动的机构,它可以将货物连续不断地从低位传送带上举起,并保持原来的姿态转运到高位另一传送带上被送走。图 2-33b 所示装卸机械采用了平面六杆机构作为导引机构,该机械能使货物在姿态不变的条件将货物垂直地举起或放下。

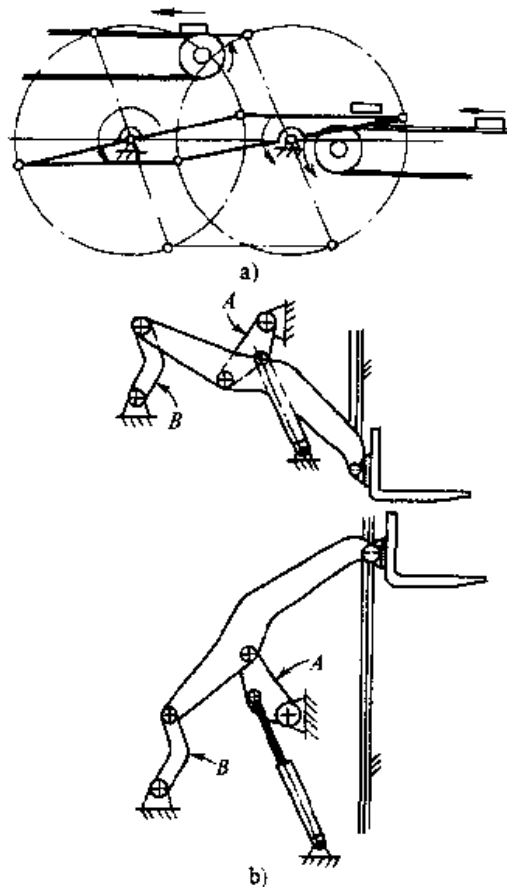


图 2-33 位姿不变的导引机构  
a) 送料机构(平行四边形机构) b) 垂直举升机构(平面六杆机构)

除了采用铰链四杆机构作为刚体导引机构外,实际应用中也有采用多杆机构和带移动副的机构作为刚体导引机构。例如,在设计汽车发动机舱盖的开闭机构时,通常要求导引舱盖运动的机构在舱盖被开启时,能最大限度地暴露发动机舱内的各个机件,并且不妨碍维修人员对发动

机各部分进行检修,此外,还要求舱盖的导引机构的体积要小,以减小机构在机舱内占用的空间和位置,舱盖开启应轻便灵活。图 2-34a 所示六杆机构能充分满足上述设计要求:发动机舱盖将围绕一个位于汽车之外的  $P$  点转动,使舱盖能被充分地托起,同时借助安装在机构上的弹簧使舱盖开启轻便、灵活,并能使舱盖在未被压下时始终保持开启状态。图 2-34b 所示为带有两个滑移副的四杆机构作为导引机构的例子。该机构用液压缸驱动,当导引机构运动时,磁性握持器将板形工件从水平输送滚轮上取出,然后导引工件翻转  $90^\circ$ ,同时向上运动将工件垂直插入两输送辊轮之间,辊轮便可将工件送入下一道工序。

刚性构件的直线导引在实际应用中有十分重要的价值,因为它可以省去维持构件作直线运动的导轨,这对于提高传动效率、降低生产成本、节省机构的空间都非常有利。图 2-35 所示的搅拌器是其应用实例之一,该机构无导轨但能够导引搅拌电动机作近似直线平动,使搅拌头对瓶中的溶液进行搅拌时能方便地放下和举起。

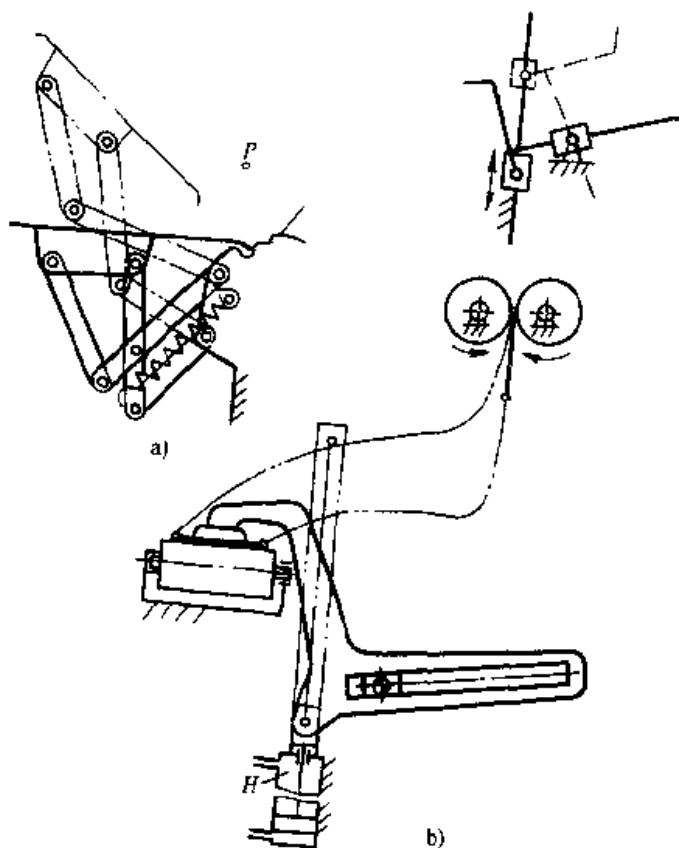


图 2-34 其它刚体导引机构

a) 发动机舱盖启闭机构 b) 送料机

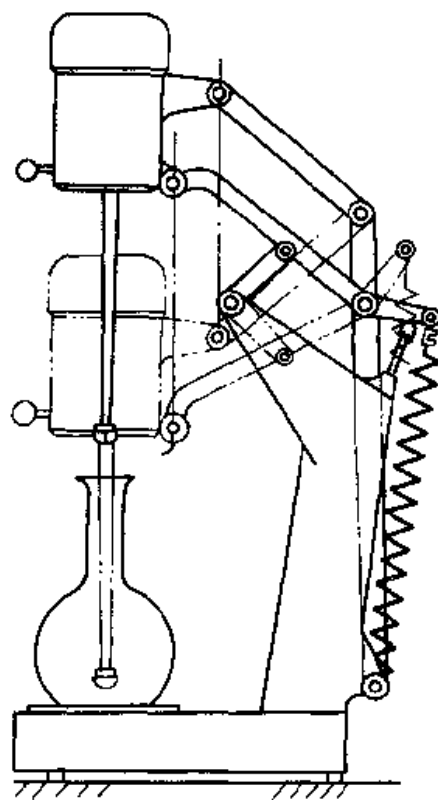


图 2-35 直线导引机构

## 二、平面连杆机构的运动分析方法

### (一) 运动分析的目的与方法

在上一讲中我们讨论了平面连杆机构的运动学特性并介绍了一些比较典型的应用例子。对于一个机构设计者来说,仅知道这些是远远不够的,设计者不仅要熟悉各种机构的性质、应用特点,还应当能够对机构运动的输入与输出关系作出定量的分析,熟悉运动参数的分析计算方法。因为,满足设计运动参数量的要求是机构综合的重要内容之一。例如:

在设计刨床切削运动机构时,为了提高切削的工作效率、提高切削质量、延长刨刀的使用寿命,对刨刀的运动提出了如下一些设计要求:作往复直线运动的刨刀应具有急回特性;切削工作时刨刀的进刀速度应尽可能接近匀速;最大切削速度不得超过  $0.2\text{m/s}$ 。根据上述要求,在具有急回运动特性的机构及其组合机构中初选出图 2-36 所示的三个方案,但这三个方案中哪一个方案能够使刀具获得最平稳的运动?刀具运动最平稳时机构的几何尺寸为多少?原动机的转速为多少时刨刀的最大速度才能小于  $0.2\text{m/s}$ ?所有这些问题都必须通过对机构进行运动分析才能确定。又例如:为了确定机构执行构件的运动行程,考查机构上某些点的运动轨迹是否符合设计要求,运动构件是否会与机壳或其他构件发生运动干涉、碰撞?也必须对机构上某些点的行程、位移或轨迹进行定量的运动分析。此外,对于高速、重载、重型机械、过大的惯性力或惯性力矩会使机械在运动中产生振动和冲击,严重时甚至会破坏机械的正常运转和使用寿命,要减小这些不良影响,也必须对机构进行运动分析,计算各构件的角速度、角加速度和各质心点的加速度,进一步计算出作用在构件上的惯性力和惯性力矩,才有可能分析并找出解决问题的方法。由此可见,机构的运动分析是机构综合必不可少的重要内容之一。

运动分析要解决的问题,是掌握必要的运动分析的方法及其相关理论;在已知机构的几何参数、原动件的运动规律和运动参数的条件下,确定机构上任意点的轨迹、位置、位移、速度和加速度;计算机构中任意构件的角位置、角位移、角

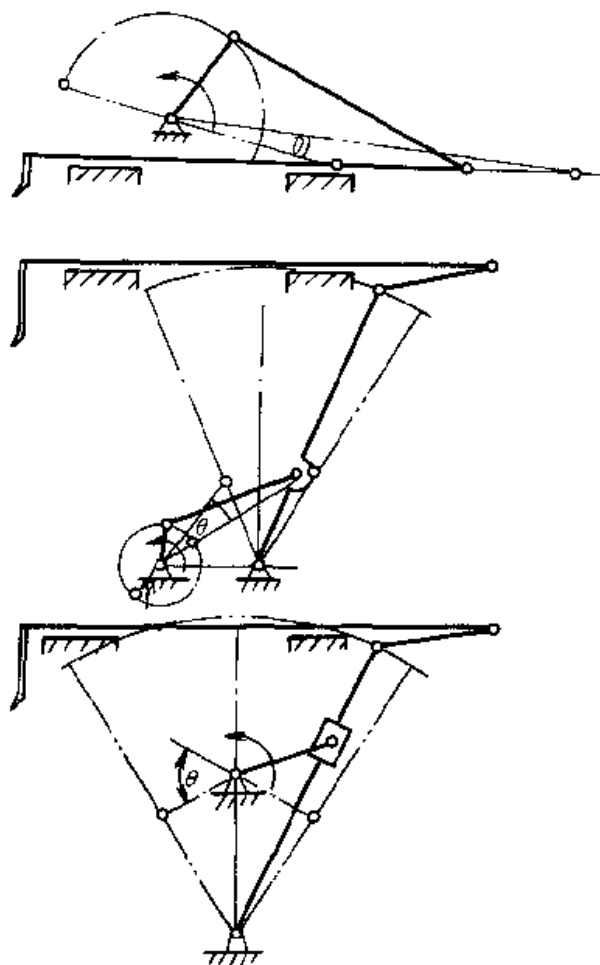


图 2-36 具有急回运动特性的连杆机构应用



速度和角加速度。

机构运动分析方法主要有：实验法、图解法和解析法。本章主要介绍图解法和解析法。在介绍机构运动分析方法时，将忽略构件的弹性变形和运动副间隙对机构运动的影响。

## (二) 平面连杆机构运动分析的图解法与连杆机构基本运动特征参数

图解法直观、实用，在一般工程设计中也有足够的分析精度，故至今仍广泛地被采用。图解法特别适用于以下场合：

1) 作为运动解析法建模和校核的手段。

2) 求解或验证机构运动的某些特殊参数，例如：确定从动杆的运动极限位置；构件的行程或角位移范围；急回运动参数；确定机构死点位置 [参见第三节(一)]；了解构件在运动中的位置与姿态；机构的瞬时传动比及构件的瞬心位置等等。

由于图解法分析计算的精度与作图精度有关，因此，在作图时必须认真确定恰当的作图比例尺  $\mu_l$  [作图比例  $\mu_l = \text{构件的实际长度 (m)} / \text{构件作图的实际长度 (mm)}$ ]，然后按作图比例尺，准确地绘制有足够精度、清晰的机构运动简图，并认真完成作图求解过程中的每一作图步骤。

下面用图解法分析几个典型例题，介绍如何应用图解法求四杆机构基本运动特性的特征参数，并了解图解法的基本原理与作图步骤。

1. 平面连杆机构从动杆的极限位置、行程和机构的急回运动参数 这些都是平面连杆机构重要的基本运动特征参数。用图解法求解简单、直观，借助简单的几何计算便能获得准确的计算结果。当机构较复杂时，用图解法求解上述问题比用解析法求解要方便和容易得多。

**例 2-1** 已知铰链四杆机构  $ABCD$ ， $\overline{AB} = a = 10\text{mm}$ ， $AB$  为原动件， $\overline{BC} = b = 40\text{mm}$ ； $\overline{CD} = c = 30\text{mm}$ ； $\overline{AD} = d = 35\text{mm}$ ， $AD$  为机架，判断该铰链四杆机构的类型？用图解法求作从动杆的最大角位移。

**解**

1) 因为该铰链四杆机构的最短杆与最长杆长度之和 ( $a+b=50\text{mm}$ ) 小于其余两杆长度之和 ( $c+d=65\text{mm}$ )，故该铰链四杆机构最短杆  $AB$  上的两个转动副  $A$ 、 $B$  是整转副， $CD$  杆上的两个转动副  $C$ 、 $D$  是摇转副，因  $AD$  是机架，所以该机构是曲柄摇杆机构， $AB$  是曲柄， $CD$  是摇杆。

2) 选择适当的长度比例尺  $\mu_l$  在图纸上的适当位置水平画出机架  $\overline{AD} = (35/\mu_l)\text{mm}$ ，以  $D$  为圆心，摇杆  $\overline{CD} = (30/\mu_l)\text{mm}$  为半径画圆 (图 2-37)。

3) 分别以连杆与曲柄长度和  $(b+a)/\mu_l = (50/\mu_l)\text{mm}$  和连杆与曲柄长度之差  $(b-a)/\mu_l = (30/\mu_l)\text{mm}$  为半径画弧与以摇杆长  $\overline{CD}$  画的圆交于  $c_1$ 、 $c_2$  和  $c_3$ 、 $c_4$ ，可得四杆长度相同，但装配形式不同的两个曲柄摇杆机构  $AB_1C_1D$  和  $AB_1C_2D$ 。从图

中可以看出：两个曲柄摇杆机构摇杆的摆角均为  $\varphi$ ，两个  $\varphi$  角以机架为对称轴对称。可以证明：铰链四杆机构的四根杆长  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  满足最短杆与最长杆长度之和小于但不等于其余两杆长度之和时，同一组杆长  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  可以装配成两个不同的曲柄摇杆机构，当曲柄转动时，两机构的摇杆以不相同的运动参数摆动，在设计曲柄摇杆机构时应充分注意装配形式（亦称装配模式）对机构运动的影响。

当四杆机构的杆长使  $a+b=c+d$ （连杆最长）或  $a+c=b+d$ （摇杆最长）或  $a+d=b+c$ （机架最长），同一组杆长所得到的两个曲柄摇杆机构摇杆的摆动区域将合二为一，摇杆理论上在以机架对称的位置上下摆动，这时曲柄摇杆机构只有一种装配模式如图 2-38 所示。当曲柄、连杆、摇杆与机架共线，曲柄继续转动时，摇杆会出现摆动方向不确定或只在其摆角一半的区域中摆动的问题。

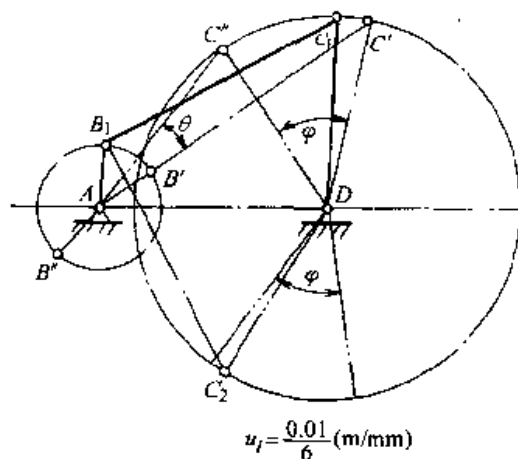


图 2-37 铰链四杆机构装配模式

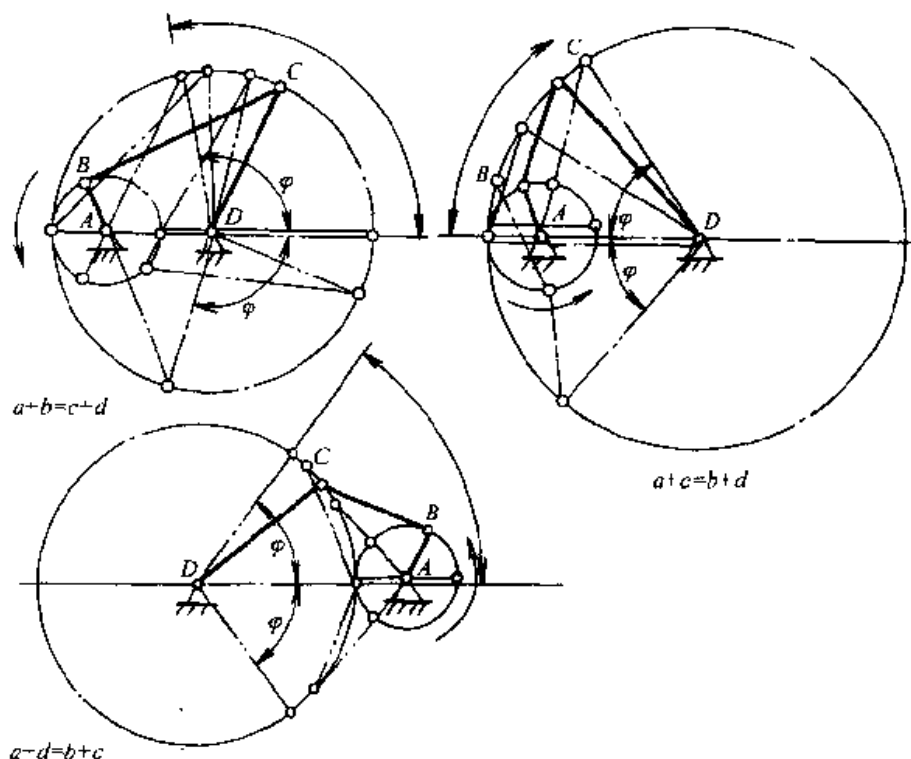


图 2-38 铰链四杆机构杆长的特殊配置

从图 2-37 中可以看出：当曲柄与连杆重叠共线时，作往复运动的摇杆运动至左极限位置  $DC''$ ；当曲柄与连杆伸展共线时，摇杆运动到右极限位置  $DC'$ ，由于摇

杆来回摆动的摆角大小相等, 如果对应摇杆左、右极限位置两次曲柄位置不在同一条直线上, 当曲柄匀速转动一周, 摇杆摆去的时间与摆回的时间不等, 摇杆的往复运动会呈现出急回特性。为了给急回特性作出定量的说明, 工程中将作往复运动(摆动或移动)的从动杆来回运动时间的比值称为机构从动杆往复行程时间比系数, 简称行程时间比系数, 并用字母  $K$  表示, 用以作为机构的基本的运动特征参数。

在图 2-37 实线所示的曲柄摇杆机构中, 当匀速转动的曲柄由  $B'$  逆时针转过  $180^\circ + \theta^\circ$  到  $B''$  位置时, 摇杆由  $C'D$  摆至  $C''D$  所耗时间长, 摇杆的这一行程称为慢行程或工作行程; 曲柄从  $B''$  转过  $180^\circ - \theta^\circ$  到  $B'$  位置, 摇杆由  $C''D$  返回至  $C'D$  耗时短, 摇杆的这一行程称为快行程或空回行程。设: 工作行程摆动耗时为  $t_1$ , 空回行程摆动耗时为  $t_2$  ( $t_1 \geq t_2$ ), 则

$$K = \frac{t_1}{t_2} = \left( \frac{180^\circ + \theta^\circ}{\omega} / \frac{180^\circ - \theta^\circ}{\omega} \right) = \frac{180^\circ + \theta^\circ}{180^\circ - \theta^\circ} \quad (2-9)$$

式中  $\omega$ ——曲柄匀速转动的角速度;

$\theta$ ——作往复运动的从动杆在两极限位置时, 曲柄两位置间夹的锐角, 称为机构的极位夹角, 单位为  $(^\circ)$ 。

根据式 (2-9) 可知:  $\theta = 0^\circ$ ,  $K = 1$ , 机构无急回。 $\theta$  角愈大,  $K$  值也愈大, 机构急回愈厉害。当对机构急回运动有设计要求时, 应先确定  $K$  值,  $K$  值确定后可根据下式求出机构的极位夹角  $\theta$  的大小:

$$\theta = \frac{K-1}{K+1} \times 180^\circ$$

计算出  $\theta$  值以后, 具有急回运动机构的设计就变得比较具体和容易了。

**例 2-2** 已知摆动导杆机构导杆的摆角  $\varphi = 60^\circ$ , 机架  $d = 300\text{mm}$ , 求作该机构的机构运动简图, 并计算其行程时间比系数  $K$  之值。

**解**

1) 在图纸上选择合适的位置作导杆摆角  $\angle c'Dc'' = \varphi$ , 得导杆摆动中心铰链位置  $D$  (图 2-39)。

2) 过  $D$  作  $\angle c'Dc''$  的角平分线  $\overline{Da}$ , 选择适当的长度比例尺  $\mu_l$ , 在角平分线上作  $\overline{DA} = (d/\mu_l)\text{mm}$  得曲柄  $AB$  的回转中心铰链位置  $A$ , 量取  $A$  到直线  $Dc'$  (或  $Dc''$ ) 的距离得曲柄长度:

$$AB = AB' \mu_l = 150\text{mm}$$

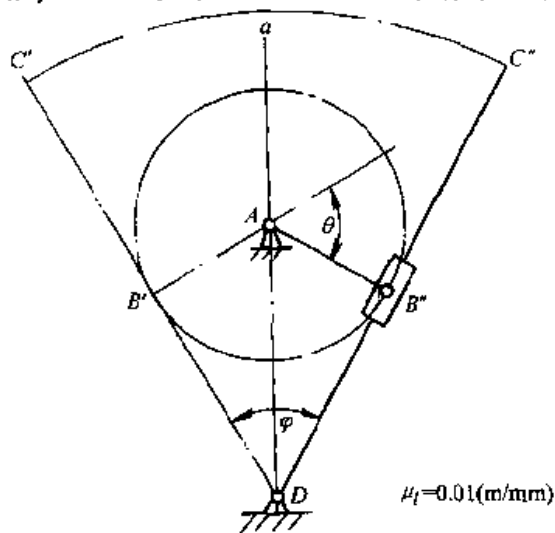


图 2-39 导杆机构的运动特性参数

导杆长应大于  $(300+150)\text{mm}=450\text{mm}$ 。作出机构运动简图如图 2-39 所示。

3) 当导杆摆动至两个极限位置  $Dc'$  和  $Dc''$  时, 曲柄分别位于  $AB'$  和  $AB''$ , 曲柄两次运动位置间夹的锐角为极位夹角  $\theta$ , 容易证明  $\theta=\varphi=60^\circ$ , 故该摆动导杆机构的行程时间比系数  $K=\frac{180^\circ+60^\circ}{180^\circ-60^\circ}=2$ 。

**例 2 3** 已知偏置式曲柄滑块机构偏距为  $e$ 、曲柄与连杆长度分别为  $a$ 、 $b$ , 求作该机构的极位夹角  $\theta$  和滑块的行程  $H$ 。

**解**

1) 在图纸上合适的位置确定曲柄转动中心的位置  $A$ 。选择适当的长度比例尺  $\mu_l$  作与  $A$  距离为  $e/\mu_l$  的导轨直线  $\overline{dd'}$  (图 2-40)。

2) 以  $A$  为圆心, 分别以  $(b+a)/\mu_l$  和  $(b-a)/\mu_l$  为半径画弧与  $\overline{dd'}$  直线分别交于  $c_1$  和  $c_2$  点。所作的机构运动简图中  $\angle c_1Ac_2=\theta$ ,  $H=\overline{c_1c_2} \cdot \mu_l$ 。

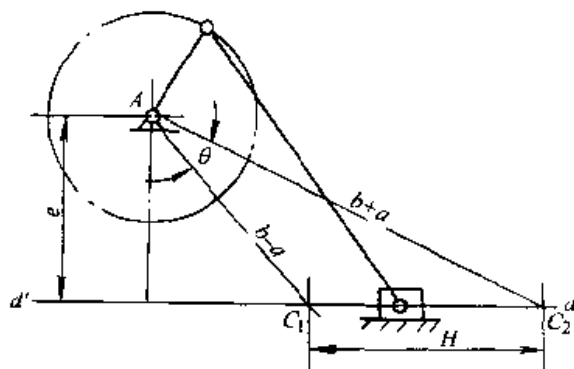


图 2-40 偏置式曲柄滑块机构的运动特性参数

如果需要精确计算  $\theta$  与  $H$  之值, 从图中不难得出:

$$\theta = \arccos\left(\frac{e}{b+a}\right) - \arccos\left(\frac{e}{b-a}\right)$$

$$H = \sqrt{(b+a)^2 - e^2} - \sqrt{(b-a)^2 - e^2}$$

由以上分析可以看出: 曲柄摇杆机构、曲柄滑块机构和摆动导杆机构均能满足有急回的设计要求, 但曲柄摇杆机构和曲柄滑块机构可以设计成  $K=1$  不具有急回特性的机构型式, 例如图 2-100 所示  $K=1$  的曲柄摇杆机构如图 2-22 所示对心式曲柄滑块机构。而摆动导杆机构却不能, 其行程时间比  $K$  总是大于 1, 并且急回特性较显著。

## 2. 速度瞬心及速度分析的瞬心法

(1) 速度瞬心。如图 2-41 所示作相对平面运动的两构件 1、2, 在任一瞬时都可以看作是绕两平面上某一重合点转动, 该重合点称为两构件的瞬时回转中心, 简称瞬心。用  $P_{12}$  (或  $P_{21}$ ) 表示。瞬心有以下特点:

1) 因瞬心是两构件的相对运动回转中心, 故当已知两构件的相对速度方向时, 瞬心必位

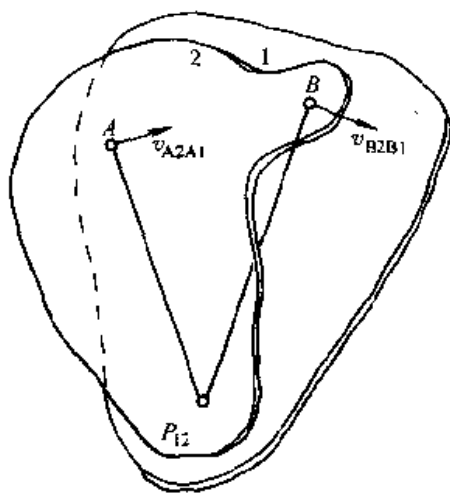


图 2-41 速度瞬心

于两相对运动速度方向垂线的交点上。

2) 两构件在瞬心点相对速度为零, 其绝对速度必然相等。绝对速度相同为零的瞬心称为绝对瞬心, 否则称为相对瞬心。由于两构件在瞬心点绝对速度相等 (大小相等、方向相同), 因此, 瞬心也可以称为两相对运动构件的同速点。

(2) 机构瞬心的数量。因为每两个构件就有一个瞬心, 所以  $n$  杆机构其瞬心的数量  $N$  为:

$$N = \frac{n(n-1)}{2}$$

(3) 机构瞬心的求法如下。

1) 当两构件用转动副联接时, 两构件在转动副中心点速度相同, 故转动副中心点就是其瞬心 (图 2-42a)。

2) 当两构件用移动副联接时, 因相对速度方向是沿导杆方向的, 故瞬心应在垂直于导杆的无穷远处 (图 2-42b)。

3) 当两构件用高副联接时, 如果两高副元素作纯滚动, 滚动接触点就是其瞬心。如果两高副元素作既有滚动、又有滑动的相对运动, 因其相对速度方向在两高副元素接触点的切线上, 故其瞬心应位于两高副元素接触点的公法线上 (图 2-43)。

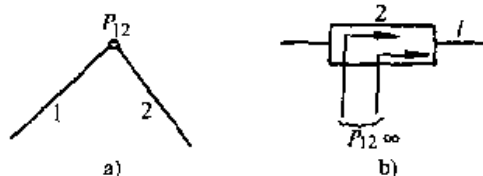


图 2-42 瞬心的求法 (平面低副)

a) 转动副 b) 移动副

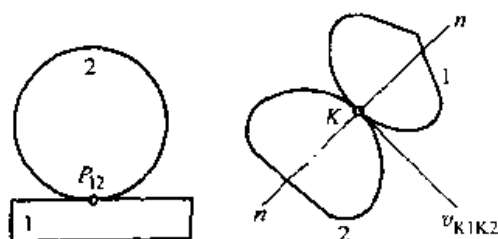


图 2-43 瞬心的求法 (平面高副)

4) 机构中不直接接触的两构件的瞬心可用三心定理来求。所谓三心定理, 即彼此作相互平行平面运动的三个构件共有三个瞬心, 三个瞬心应位于同一直线上。证明如下: 如图 2-44 所示为三个彼此作相互平行的平面运动构件 1、2、3, 它们共有三个瞬心  $P_{12}$ 、 $P_{13}$  和  $P_{23}$ 。为了简化证明过程, 设构件 1 为机架, 2、3 构件用转动副与其相联, 则两转动副中心为瞬心  $P_{12}$ 、 $P_{13}$ 。设 2、3 构件不在  $P_{12}$ 、 $P_{13}$  直线上的任意重合点为  $S$ ,  $S$  点处两构件的绝对速度

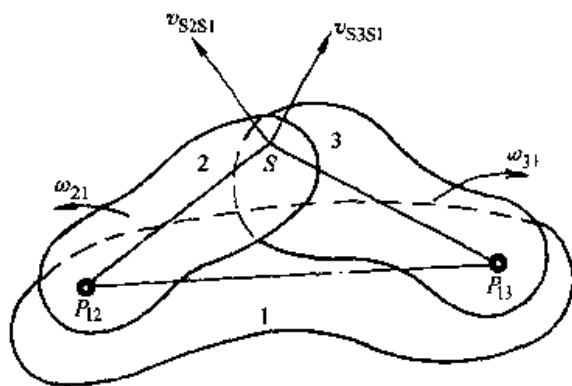


图 2-44 三心定理

方向如图 2-44 所示。因为瞬心  $P_{23}$  应是 2、3 构件上绝对速度大小相等、方向相同的点，两构件上只有在  $\overline{P_{12}P_{13}}$  直线上的点其绝对速度方向才有可能相同，不在  $\overline{P_{12}P_{13}}$  直线上的  $S$  点的绝对速度大小可能相等，但方向决不可能相同，故瞬心  $P_{23}$  必位于  $\overline{P_{12}P_{13}}$  的直线上，即三构件的三个瞬心必位于同一直线上。

当机构的构件数量较多时，可按下面的方法确定应该位于同一直线上的三个瞬心：设三个任意构件编号分别为  $i$ 、 $j$ 、 $k$ ，则  $P_{ij}$ 、 $P_{jk}$  和  $P_{ik}$  应在一条直线上。即： $i$ 、 $j$ 、 $k$  应在  $P$  的下标中各出现两次。

#### \* (4) 速度瞬心在机构速度分析中的应用

**例 2-4** 图 2-45 所示铰链四杆机构  $ABCD$ ，设原动件 1 以  $\omega_1$  沿顺时针方向转动，求机构在图示位置时构件 2、3 的角速度  $\omega_2$ 、 $\omega_3$  的大小及方向。

**解**

平面四杆机构  $ABCD$  四个构件分别用 1、2、3、4 编号如图。根据瞬心的求法知：瞬心  $P_{14}$ 、 $P_{12}$ 、 $P_{23}$  和  $P_{34}$  应分别位于铰链  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  的中心。将构件编号数字 1、2、3、4 进行两位数的组合知：尚有  $P_{13}$ 、 $P_{24}$  未知。根据三心定理和前面所讲确定瞬心的法则，与  $P_{24}$  共线的瞬心应该是  $P_{12}$ 、 $P_{24}$  和  $P_{23}$ 、 $P_{34}$ ，故  $P_{23}$  应在  $AB$  与  $CD$  杆的延长线的交点上。同理，与  $P_{13}$  共线的瞬心应该是  $P_{12}$ 、 $P_{23}$  和  $P_{14}$ 、 $P_{34}$ ，故瞬心  $P_{13}$  应在  $AD$  杆与  $BC$  延长线的交点上。

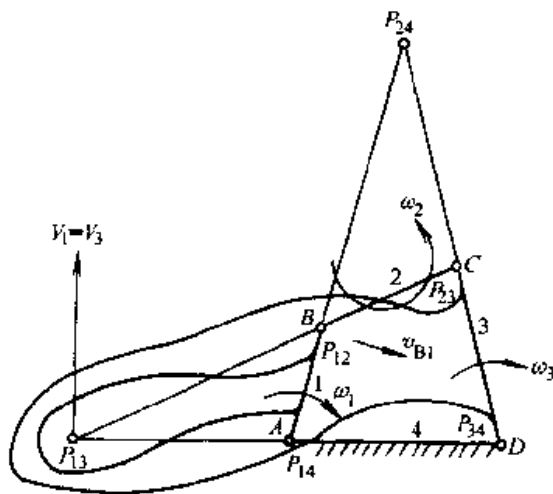


图 2-45 瞬心的应用

根据瞬心的性质： $P_{13}$  点为 1、3 构件绝对速度相同的同速点，即在  $P_{13}$  点有  $V_1 = V_3$  即：

$$\omega_1 \overline{P_{13}P_{14}} = \omega_3 \overline{P_{13}P_{34}}$$

所以

$\omega_3 = \omega_1 \frac{\overline{P_{13}P_{14}}}{\overline{P_{13}P_{34}}}$ 。根据构件 1 在  $P_{13}$  点的速度方向向上知：构件 3 在  $P_{13}$  点的速度方向向上，故  $\omega_3$  的方向应为顺时针。

$P_{24}$  点为 2、4 构件的同速点，而构件 4 为机架，速度为零，故构件 2 此瞬时绕  $P_{24}$  点转动， $P_{24}$  为绝对速度瞬心，而构件 2 上  $B$  点的速度与构件 1 上  $B$  点的速度相等（ $B$  点为 1、2 构件的同速点），即  $v_{B2} = v_{B1} = \omega_2 \overline{P_{12}P_{24}} = \omega_1 \overline{P_{12}P_{14}}$ ，故

$\omega_2 = \omega_1 \frac{\overline{P_{12}P_{14}}}{\overline{P_{12}P_{24}}}$ 。根据  $v_{B1}$  的方向可以判断  $\omega_2$  的方向为逆时针。

**例 2-5** 图 2-46 所示曲柄滑块机构  $ABC$ ，原动件 1 以等角速度沿逆时针方向转动，求构件 2 的角速度  $\omega_2$  的大小和方向以及滑块 3 的速度大小和方向。

**解**

首先在图中注明三个转动副  $A$ 、 $B$ 、 $C$  形成的速度瞬心  $P_{11}$ 、 $P_{12}$  和  $P_{23}$ 。3、4 构件构成滑移副， $P_{34}$  应在垂直于  $AC$  导杆的无穷远处。根据三心定理： $P_{24}$  应在  $\overline{P_{13}P_{34}}$  直线与  $\overline{P_{12}P_{14}}$  直线的交点处； $P_{13}$  应在  $\overline{P_{14}P_{34}}$  直线与  $\overline{P_{23}P_{12}}$  直线的交点上。分别作图求出  $P_{24}$  和  $P_{13}$ 。根据瞬心的性质： $P_{24}$  为

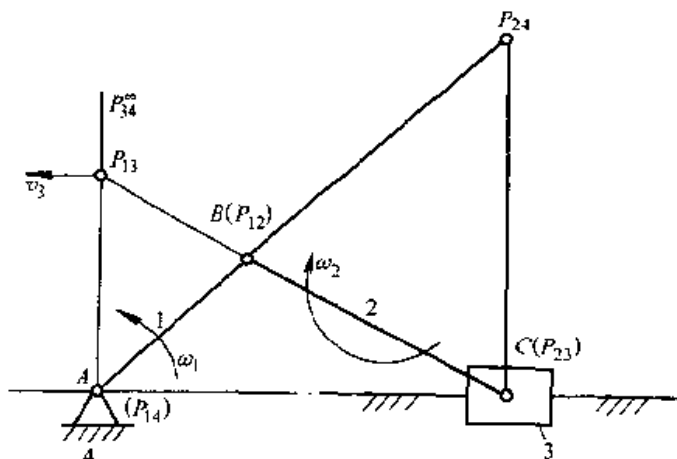


图 2-46 瞬心法在曲柄滑块机构运动分析中的应用

2、4 构件绝对速度相同的同速点，因 4 构件为机架绝对速度为零，构件 2 该瞬时绕  $P_{24}$  点转动，构件 2 上 B 点的速度  $v_B$  大小方向已知，故

$$\omega_2 = \frac{v_B}{P_{12}P_{24}} = \omega_1 \frac{\overline{P_{12}P_{14}}}{\overline{P_{12}P_{24}}} \quad \text{方向：顺时针}$$

根据构件 1、3 在  $P_{13}$  点绝对速度相同知：滑块该瞬时沿水平方向向左移动，其速度大小为：

$$v_3 = \omega_1 \overline{P_{14}P_{13}} \mu_l$$

式中  $\mu_l$ ——机构运动简图的作图比例尺。

以上介绍了用瞬心法对平面 II 级机构进行速度分析的例子，瞬心法也能比较容易地对一些复杂机构进行速度分析。

**例 2-6** 图 2-47 所示按长度比例尺  $\mu_l$  画出的平锻机工件夹紧机构的机构运动简图，该机构是一个复杂的平面 II 级机构。已知原动件  $AB$  的角速度  $\omega_1$  的大小和方向如图所示，求  $\omega_2$ 、 $\omega_3$ 、 $\omega_4$ 、 $\omega_5$  的大小及方向。

**解**

由于构件 2 上 B 点的速度方向及大小已知 ( $v_B = \omega_1 \overline{AB}$ )，如果能求出  $P_{26}$ ，则  $\omega_2$  和  $v_C$  可以求出；如果再能求出  $P_{36}$ ，则根据  $v_C$  可以求出  $\omega_3$ 、 $v_D$  和  $v_E$ ，于是可以解出  $\omega_4$  和  $\omega_5$ 。所以解题的关键在于求出绝对瞬心  $P_{26}$  与  $P_{36}$  的位置。 $P_{36}$  和  $P_{26}$  的位置可按以下方法求出：

标出图中各铰链所示的瞬心  $P_{16}$ 、 $P_{12}$ 、 $P_{23}$ 、 $P_{34}$ 、 $P_{35}$ 、 $P_{46}$  和  $P_{56}$ 。根据三心定理， $P_{36}$  应位于  $\overline{P_{35}P_{56}}$  直线与  $\overline{P_{46}P_{34}}$  直线的交点上，在图上作出  $P_{36}$ 。 $P_{26}$  应位于  $\overline{P_{16}P_{12}}$  直线与  $\overline{P_{36}P_{23}}$  直线的交点上，在图上作出  $P_{26}$ 。按前面的分析

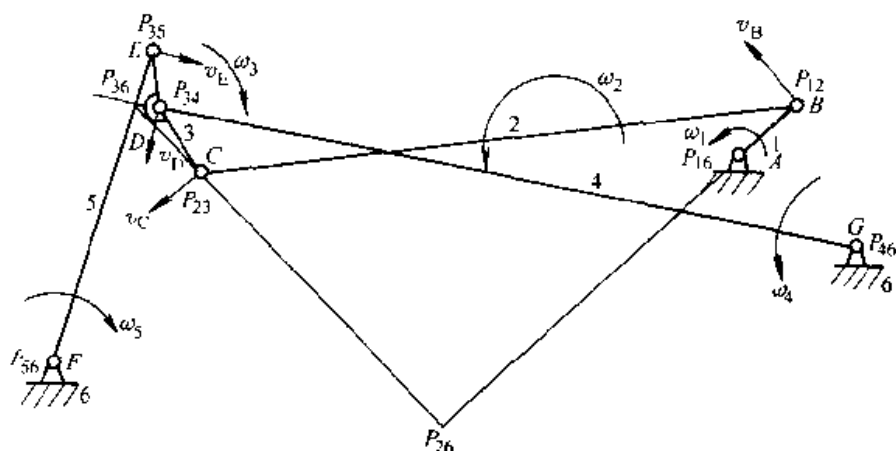


图 2-47 瞬心法在平面Ⅰ级机构运动分析中的应用

$$\omega_2 = \frac{v_B}{\overline{P_{12}P_{26}}} = \omega_1 \frac{\overline{P_{12}P_{16}}}{\overline{P_{12}P_{26}}}, \text{方向: 逆时针。}$$

$v_C = \omega_2 \overline{P_{26}P_{23}} \mu_l$ , 方向垂直  $\overline{P_{26}P_{23}}$  向左。  $\mu_l$  为该机构运动简图的作图长度比例尺。

故

$$\omega_3 = \frac{v_C}{\overline{P_{23}P_{36}}} = \omega_2 \frac{\overline{P_{23}P_{26}}}{\overline{P_{23}P_{36}}} = \omega_1 \frac{\overline{P_{12}P_{16}}}{\overline{P_{12}P_{26}}} \frac{\overline{P_{23}P_{26}}}{\overline{P_{23}P_{36}}}, \text{方向: 顺时针。}$$

所以:

$$v_D = \omega_3 \overline{P_{34}P_{36}} \mu_l, \text{方向如图。}$$

$$v_E = \omega_3 \overline{P_{35}P_{36}} \mu_l, \text{方向如图。}$$

$$\omega_4 = \frac{v_D}{\overline{DG} \mu_l} = \omega_3 \frac{\overline{P_{34}P_{36}}}{\overline{P_{34}P_{46}}} = \omega_1 \frac{\overline{P_{12}P_{16}}}{\overline{P_{12}P_{26}}} \frac{\overline{P_{23}P_{26}}}{\overline{P_{23}P_{36}}} \frac{\overline{P_{34}P_{36}}}{\overline{P_{34}P_{46}}}, \text{方向: 逆时针。}$$

$$\omega_5 = \frac{v_E}{\overline{EF} \mu_l} = \omega_3 \frac{\overline{P_{35}P_{36}}}{\overline{P_{35}P_{56}}} = \omega_1 \frac{\overline{P_{12}P_{16}}}{\overline{P_{12}P_{26}}} \frac{\overline{P_{23}P_{26}}}{\overline{P_{23}P_{36}}} \frac{\overline{P_{35}P_{36}}}{\overline{P_{35}P_{56}}}, \text{方向: 顺时针。}$$

应用瞬心法对平面高副机构进行速度分析也十分简便。

**例 2-7** 图 2-48 所示按长度比例尺  $\mu_l$  作出的平面凸轮高副机构。已知凸轮以角速度  $\omega_1$  沿逆时针方向转动, 求从动杆在图示瞬时的运动速度。

**解**

对于图 2-48 所示的凸轮机构, 在图上标出转动副 A 所示的瞬心  $P_{13}$ , 因  $P_{23}$  在垂直于从动杆的无穷远处, 过  $P_{13}$  作从动杆的垂线  $\overline{Ax}$ , 根据三心定理  $P_{12}$  应位于  $\overline{Ax}$  直线上, 又根据构件 1、2 的相对速度方向切于凸轮轮廓,  $P_{12}$  应在过两高副元素接触点的公法线上。过两高副元素接触点 C 作两高副元素的公法线与  $\overline{Ax}$  直线的相交得  $P_{12}$  点。构件 2 与构件 1 在  $P_{12}$  点速度相同, 故

$$v_2 = v_1 = \omega_1 \overline{P_{13}P_{12}} \mu_l, \text{方向: 向上。}$$



对于滚子从动杆凸轮机构可将滚子与从动杆固结, 再根据三心定理求出瞬心  $P_2$ 。

3. 平面连杆机构运动分析的相对运动图解法 相对运动图解法是根据“点的绝对运动是牵连运动与相对运动的合成”的基本原理。在运动分析时列出机构中运动参数待求点与运动参数已知点间的运动分析矢量方程式; 选择适当的作图比例尺根据所列的矢量方程式作矢量多边形; 借助矢量多边形封闭, 从封闭矢量多边形中求出待求运动参数的大小或方向的一种图解方法。

下面通过几个具体的例子来说明这种方法的应用过程。

**例 2-8** 已知铰链四杆机构如图 2-49a 所示, 曲柄  $AB$  以  $\omega_1$  向顺时针方向匀速转动。求: 机构中  $E$  点的速度  $v_E$  和加速度  $a_E$  以及 2、3 构件的角速度  $\omega_2$ 、 $\omega_3$  和角加速度  $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$ 。

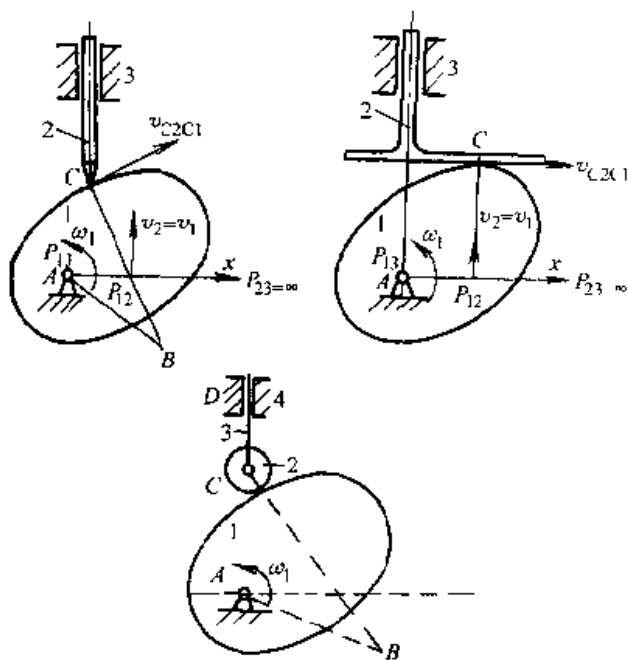


图 2-48 瞬心法在高副机构运动分析中的应用

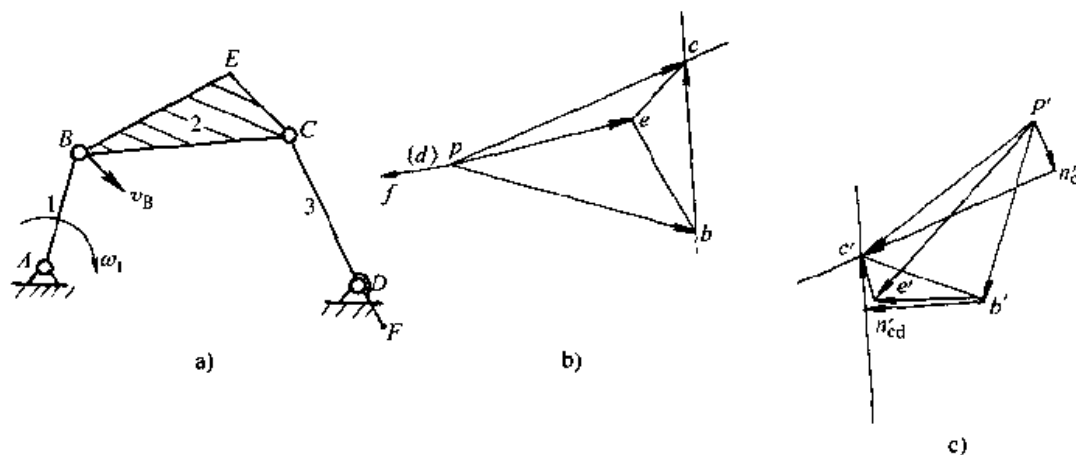


图 2-49 铰链四杆机构运动分析

a) 机构运动简图 b) 速度多边形图 c) 加速度多边形图

**解**

### 1. 速度分析

(1) 构件 1、2 在铰链  $B$  中心点速度相等,  $v_B = \omega_1 l_{AB}$ ,  $v_B$  的方向垂直于  $\overline{AB}$  如图 2-49a 中所示。

(2) 根据运动合成原理, 作一般平面运动的连杆 2 上的各点的运动, 可视为随已知基点  $B$  平移的牵连运动及绕  $B$  点的相对转动的合成, 从而可写出构件 2 上  $E$  点与  $B$  点间运动分析矢量方程:

$$\mathbf{v}_E = \mathbf{v}_B + \mathbf{v}_{EB}$$

大小	?	$\omega_2 \overline{AB}$	?
方向	?	$\perp \overline{AB}$	$\perp \overline{EB}$

式中  $\mathbf{v}_{EB}$  ——  $E$  相对于  $B$  的相对转动速度, 其大小为  $\omega_2 \overline{EB}$ ,  $\omega_2$  为构件 2 的角速度, 为待求运动参数。

由于一个向量方程只能求解两个未知量 (大小或者方向), 但上式中有三个未知量, 因此不能求解。而构件 2 上铰链  $C$  的速度方向已知 (垂直于  $\overline{CD}$ ), 故应先建立  $C$  点与  $B$  点的运动分析矢量方程, 待求出构件 2 的角速度  $\omega_2$  或  $C$  点的速度后, 再求  $E$  点速度。同理可写出:

$$\mathbf{v}_C = \mathbf{v}_B + \mathbf{v}_{CB}$$

大小	?	$\omega_2 \overline{AB}$	?
方向	$\perp \overline{CD}$	$\perp \overline{AB}$	$\perp \overline{CB}$

式中  $\mathbf{v}_{CB}$  ——  $C$  相对于  $B$  转动的相对运动速度,  $\mathbf{v}_{CB} = \omega_2 \overline{CB}$ ,  $\mathbf{v}_C = \omega_3 \overline{CD}$ ;

$\omega_3$  —— 构件 3 的角速度, 为待求运动参数。

(3) 为了便于根据机构运动简图画各构件位置的垂线或平行线, 在机构运动简图旁的图纸上选择合适的位置点  $p$  为作矢量多边形的起始点 ( $p$  点称为速度极点)。选择合适的速度比例尺  $\mu_v = a \text{ (m/s) / mm}$  (即用图纸上 1mm 线段表示  $a \text{ m/s}$  的速度,  $a$  值的大小应根据所作图形大小比例适度, 便于量度和计算来选取), 将上式中各速度用速度比例尺换算成一定长度带箭头的向量, 按先作大小、方向已知的矢量; 后作方向已知而大小未知的矢量的作图顺序, 从极点出发作矢量方程等式一端的矢量, 然后再从极点出发作矢量方程等式另一端的矢量, 最后利用矢量多边形封闭, 求出未知矢量的大小和方向。在所作的速度矢量多边形 (简称速度多边形) 中, 为了说明矢量所代表的速度, 在矢量矢端用和速度下标相同的英文小写字母表示该速度。

根据上述作图方法和原则, 从  $p$  点开始先作方程等式右端的矢量 ( $\mathbf{v}_B + \mathbf{v}_{CB}$ )。过  $p$  点在  $\overline{AB}$  垂直的方向上画出  $\overrightarrow{pb} = \mathbf{v}_B / \mu_v$ , 矢端为  $b$ 。因  $\mathbf{v}_{CB}$  只知与  $\overline{BC}$  垂直, 矢量所指的方向未知, 过  $b$  点作  $\overline{BC}$  垂线 (图 2-49b)。

从  $p$  点开始作方程左端矢量  $\mathbf{v}_C$ , 过  $p$  点作  $\overline{CD}$  的垂线与过  $b$  点作的  $\overline{BC}$  垂线相交于  $c$ , 得  $\mathbf{v}_C = \overrightarrow{pc} \mu_v$ ,  $C$  点速度方向由矢量  $\overrightarrow{pc}$  所示, 即由  $p$  指向  $c$ 。因此,  $\omega_3 = \frac{\overrightarrow{pc} \mu_v}{\overline{CD}}$ ,

方向为顺时针方向。

根据矢量方程知： $\vec{bc}$ 表示C相对于B的相对转动速度  $v_{CB} = \omega_2 \overline{BC} = \overline{bc} \cdot \mu_v$ ，故  $\omega_2 = \frac{\overline{bc} \mu_v}{\overline{BC}}$ ，图为速度多边形图中  $b \rightarrow c$  的方向为机构运动简图中C相对于B转动的速度方向，故  $\omega_2$  方向为顺时针方向。

(4) 求  $\mathbf{v}_E$ 。写出构件2上E点与B点或E点与C点的速度分析矢量方程：

$$\mathbf{v}_E = \mathbf{v}_B + \mathbf{v}_{EB} = \mathbf{v}_C + \mathbf{v}_{EC}$$

大小	?	图中已	$\omega_2 \overline{EB}$	图中已	$\omega_2 \overline{EC}$
方向	?	作出	$\perp EB$	作出	$\perp EC$

(5) 根据上式中的任意一个等式即可用作图的方法求出  $\mathbf{v}_E$ 。求  $\mathbf{v}_E$  更简单的方法是：在已作好的速度多边形图 2-49b 的基础上，过  $b$  作  $\overline{EB}$  的垂线与过  $c$  作  $\overline{CE}$  的垂线相交即得  $e$  点， $v_E = \overline{pe} \mu_v$ ， $\mathbf{v}_E$  的方向为  $\overrightarrow{pe}$  所示方向。

对比观察图 2-49b 和图 2-49a 可以发现一个重要规律：因为  $\overline{be} \perp \overline{EB}$ ； $\overline{ce} \perp \overline{EC}$ ； $\overline{bc} \perp \overline{CB}$ ，故  $\triangle bce \sim \triangle BCE$ ， $\triangle bce$  的位置是  $\triangle BCE$  沿  $\omega_2$  转  $90^\circ$  的位置，两三角形顶角字母排列顺序完全一致，即： $b \rightarrow c \rightarrow e$  沿三角周边按逆时针顺序排列， $B \rightarrow C \rightarrow E$  也按相同的顺序排列。我们把图形  $\triangle bce$  称为构件  $\triangle BCE$  的速度影像。

影像方法为我们进行运动分析提供了一个简便的方法，即：当已知一个构件上两点的速度需求该构件上第三点的速度时，可以不必再根据运动向量方程作图来求解，而可以直接利用影像与该构件上对应位置构成的图形相似的方法来求解，从而可以大大地节约作图求解的时间。此外，速度多边形中速度极点  $p$  是机构中所有速度为零点的影像（即： $p$  点是  $A$ 、 $D$  点的影像），因此，如果要求图 2-49a 中构件 3 上  $F$  点的速度时，也可能直接利用影像的方法来求解。因构件 3 上  $C$  的速度在图 2-49b 中已作出， $D$  点的速度影像为  $p$  点，根据  $\overline{CDF}$  在一条直线上，在图 2-49b 中  $\overline{cp}$  的延长线上作  $f$  点，使  $\overline{cpf}$  也在一条直线上，且  $\overline{CD} : \overline{DF} = \overline{cp} : \overline{pf}$ ，则可求出  $\mathbf{v}_F$ ， $\mathbf{v}_F = \overline{pf} \mu_v$ 。利用影像方法进行运动分析应当注意的是：影像方法只适用于已知一个构件上两点的速度来求该构件上其他任意点的速度，而不能套用于机构的运动分析中，即：不能根据已知机构两点的速度去影像该机构上任意一点的速度。

## 2. 加速度分析

当速度分析完成后，弄清构件上各点的相对速度和各构件的角速度的大小及方向后，便可对机构进行加速度分析。加速度分析的方法与速度分析所采用的方法是完全一样的，不过由于加速度有切向加速度  $a^t$  和法向加速度  $a^n$  之分，从而使加速度分析矢量方程中矢量的数量增加了，矢量封闭多边形的形状更复杂了。加速度大小计算的失误或矢量方向判断的错误都容易造成整个分析计算结果的错

误, 因此, 应当特别注意加速度大小的计算和加速度方向的判断。

(1) 构件 2 上  $B$  的加速度等于构件 1 上  $B$  点的加速度。而构件 1 上  $B$  点是绕固定点  $A$  转动的, 且  $\omega_1$  为常数, 故其切向加速度  $a^t=0$ , 而  $B$  点的法向加速度即为向心加速度, 则  $a_B = a_B^n = \omega_1^2 L_{AB}$ 。其方向从机构运动简图上看是由  $B$  指向  $A$  的。

(2) 和速度分析一样, 先列出构件 2 上待求点  $C$  与已知点  $B$  间的加速度分析矢量方程, 注意每一点的加速度均等于切向和法向加速度矢量之和, 故

$$a_C^n + a_C^t = a_B + a_{CB}^n + a_{CB}^t$$

大小	$\omega_2^2 \overline{CD}$	?	$\omega_2^2 \overline{AB}$	$\omega_2^2 \overline{CB}$	?
方向	$C \rightarrow D$	$\perp \overline{CD}$	$A \rightarrow B$	$C \rightarrow B$	$\perp \overline{CB}$

上式中所有的法向加速度的方向从机构运动简图中看都是指向其相对回转中心的, 例如  $a_{CB}^n$  为:  $C$  相对于  $B$  转动的法向加速度, 其回转中心为  $B$ , 故其方向为  $C \rightarrow B$ 。 $a_C^n$  的方向是  $C \rightarrow D$ 。所有切向加速度方都是与相应的法向加速度方向垂直的。

(3) 在图 2-49a 和图 2-49b 的附近位置的图纸上, 选择作加速多边形的起始点  $p'$  ( $p'$  点称为加速度极点, 它是机构中所有加速度为零点的影像), 为了区别速度多边形, 加速度多边形中矢端字母均用带 “'” 的小写英文字母表示。

选择加速度作图比例尺  $\mu_a = b \text{ (m/s}^2\text{) / mm}$ ; 将已知加速度用加速度比例尺换算成带箭头的线段,  $b$  值的大小应根据所作图形大小、比例适度和便于量度和计算来选取。从  $p'$  出发, 先作矢量方程等式一端的那些大小、方向已知的矢量, 后作含有未知量的矢量, 等式一端的矢量全部作完后, 再从  $p'$  出发作等式另一端的矢量; 最后由矢量多边形封闭求那些大小或方向未知的矢量。

按上述作图的方法和原则算出  $a_B^n$  的大小, 用加速度作图比例尺算出其线段长  $\overline{p'b'}$ , 按机构运动简图中  $B \rightarrow A$  的方向, 过  $p'$  点作矢量  $\overline{p'b'}$  表示  $a_B^n$ , 过矢端  $b'$  点按机构运动简图上  $C \rightarrow B$  的方向作  $\overline{b'n'_{cb}}$  表示  $a_{CB}^n$ 。因  $a_{CB}^t$  垂直于  $\overline{CB}$  但具体指向未知, 过矢端  $n'_{cb}$  点作  $\overline{CB}$  的垂线。

从  $p'$  出发按机构运动简图中  $C \rightarrow D$  的方向作  $\overline{p'n'_c}$  表示  $a_C^n$ , 过矢端  $n'_c$  点作  $\overline{p'n'_c}$  的垂线与过  $n'_{cb}$  点作的  $\overline{CB}$  的垂线相交得  $c'$  点。则  $a_C = \overline{p'c'} \mu_a$ ,  $a_C$  的方向为  $p'$  指向  $c'$ 。 $a_C^t = \overline{n'_c c'} \mu_a$ , 故构件 3 的角加速度  $\alpha_3 = \frac{\overline{n'_c c'} \mu_a}{\overline{CD}}$ , 根据  $a_C^t$  的方向为  $n'_c$  指向  $c'$  (向左) 知:  $\alpha_3$  的方向为逆时针。 $a_{CB}^t = \overline{n'_{cb} c'} \mu_a$ , 故构件 2 的角加速度  $\alpha_2 = \frac{\overline{n'_{cb} c'} \mu_a}{\overline{CB}}$ , 注意到  $C$  相对于  $B$  的切向加速度方向由  $n'_{cb}$  指向  $c'$  (向上), 故角加速度  $\alpha_2$  的方向逆时针 (图 2-49c)。

(4) 求解  $a_E$ 。根据相对运动原理可以列出下面的加速度分析矢量方程:

$$a_E = a_B + a_{EB}^n + a_{EB}^t = a_C + a_{EC}^n + a_{EC}^t$$

大小	?	图中已	$\omega_2^2 \overline{EB}$	$a_2 \overline{EB}$	图中已	$\omega_2^2 \overline{EC}$	$a_2 \overline{EC}$
方向	?	作出	$E \rightarrow B$	$\perp EB$	作出	$E \rightarrow C$	$\perp EC$

(5) 由于矢量方程中各矢量的大小、方向均已知, 在已作出的加速度多边形的基础上, 根据矢量方程的任意一个等式依次作出各矢量不难求出  $e'$  点, 则  $\overrightarrow{p'e'} \mu_a = a_E$  (图 2-49c)。在图 2-49c 中,  $\overrightarrow{b'e'} \mu_a = a_{CB} = a_{CB}^n + a_{CB}^t$ , 其中:  $a_{CB}^n$  的方向与机构运动简图中  $\overline{CB}$  平行,  $a_{CB}^t$  的方向与  $\overline{CB}$  垂直, 故  $\overrightarrow{b'e'}$  与  $\overline{CB}$  杆夹角为  $\varphi = \arctg\left(\frac{a_{CB}^t}{a_{CB}^n}\right) = \arctg\left(\frac{\alpha_2}{\omega_2^2}\right)$ 。同理,  $\overrightarrow{b'e'} \mu_a = a_{EB} = a_{EB}^n + a_{EB}^t$ , 故  $\overrightarrow{b'e'}$  与  $\overline{EB}$  的夹角为:  $\arctg\left(\frac{a_{EB}^t}{a_{EB}^n}\right) = \arctg\left(\frac{\alpha_2}{\omega_2^2}\right) = \varphi$ ,  $\overrightarrow{c'e'}$  与  $\overline{EC}$  的夹角为  $\arctg\left(\frac{a_{EC}^t}{a_{EC}^n}\right) = \arctg\left(\frac{\alpha_2}{\omega_2^2}\right) = \varphi$ 。因此加速度多边形中的  $\triangle b'c'e'$  与构件  $\triangle BCE$  图形相似,  $\triangle b'c'e'$  位置是  $\triangle BCE$  位置转过  $\varphi$  角的位置, 两个三角形顶点的字母转绕三角形按相同顺序方向排列。加速度多边形中  $\triangle b'c'e'$  称为构件  $\triangle BCE$  的加速度影像。当已知一个构件上的两点的加速度时, 可以利用加速度影像来求该构件上其他任意点的加速度。求解的方法和用速度影像进行速度分析采用的方法完全相同。

**例 2-9** 图 2-50a 所示导杆机构中, 已知  $AB=BC$ ,  $\angle BAC=45^\circ$ ,  $DE \perp AC$ , 曲柄  $AB$  以  $\omega_1$  沿顺时针方向匀速转动, 用相对运动图解法求: 构件 3 的角速度  $\omega_3$  和角加速度  $\alpha_3$ 。

**解**

### 1. 速度分析

(1) 构件 2 上  $B$  的速度已知, 大小为  $\omega_1 l_{AB}$ , 方向  $\perp AB$  ( $\swarrow$ )。

(2) 写出滑块 2、3 导杆在重合点  $B$  的运动分析矢量方程。根据运动合成原理, 构件 2 的运动, 可视为随构件 3 运动的牵连转动及构件 2 相对于构件 3 相对移动的合成。故 2、3 构件上重合点  $B_2$ 、 $B_3$  的速度方程为:  $v_{2B} = v_{3B} + v_{2B3B}$ 。由于  $v_{2B}$  已知, 待求为  $v_{3B}$ , 则通过移项可得:

$$v_{3B} = v_{2B} - v_{2B3B}$$

$$= v_{2B} + v_{3B2B}$$

大小	?	$\omega_1 \overline{AB}$	?
方向	$\perp BC$	$\perp AB(\swarrow)$	$// DE$

将上式与例 2-7 中的速度分析矢量方程进行比较, 可以看出其中差异: 例 2-7 中的相对运动是同一刚体上位置不相同的两点作相对转动, 两点间的相对位置

不变，其相对运动速度方向垂直于两点的连线。而在本例题中，其相对运动关系是构成移动副的两个刚体在同一点作相对移动，其相对运动的方向为移动副的导杆方向。

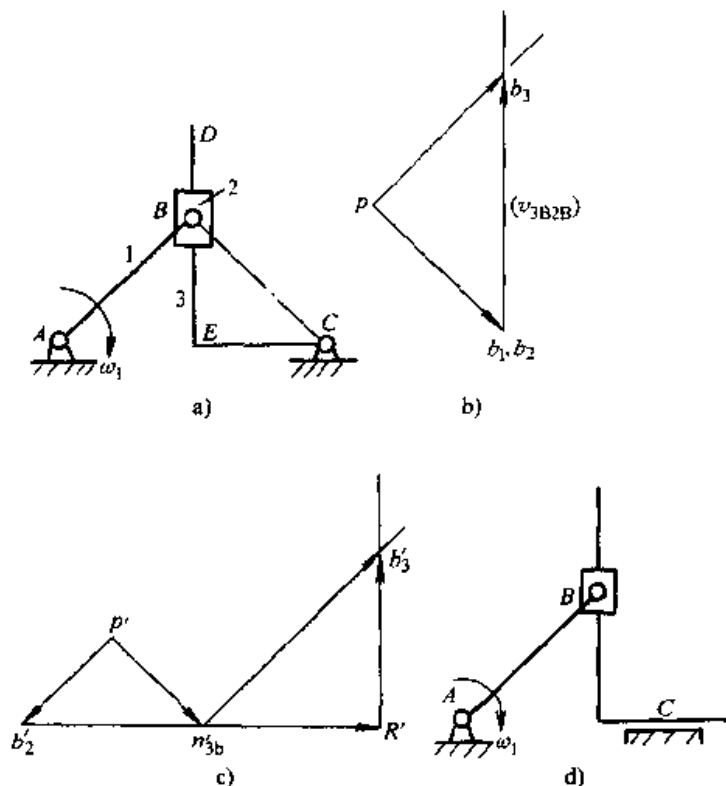


图 2-50 导杆机构运动分析

a) 机构运动简图 b) 速度多边形图 c) 加速度多边形图 d) 无哥氏加速度的正弦机构

(3) 选择合适的速度比例尺  $\mu_v$ ，在机构运动简图附近作速度多边形如图 2-50b 所示。由图知： $\overline{pb_3} = \overline{pb_2}$ ，故  $\omega_3 = \omega_2 = \omega_1$ ， $\omega_3$  与  $\omega_2$  方向相同为沿顺时针转动（滑块与导杆用移动副相联，其角速度相同）。

## 2. 加速度分析

(1) 因构件 1 作匀速转动，B 点只有法向加速度，故构件 2 上 B 的加速度大小为： $\omega_1^2 l_{AB}$ ，方向是由机构运动简图上的 B 指向 A。

(2) 写出 2、3 构件间加速度分析的矢量方程：

$$\mathbf{a}_{3B}^n + \mathbf{a}_{3B}^t = \mathbf{a}_{2B} + \mathbf{a}_{3B2B}^n + \mathbf{a}_{3B2B}^t + \mathbf{a}_{3B2B}^k$$

大小	$\omega_3^2 \overline{BC}$	?	$\omega_1^2 \overline{AB}$	0	?	$2\omega_2 v_{B2B}$
方向	$B \rightarrow C$	$\perp BC$	$B \rightarrow A$	0	$\parallel DE$	$\omega_2 \times v_{B2B}$

上式中，由于构件 2 是沿直导杆 3 作相对移动，相对加速度中法向加速度  $\mathbf{a}_{3B2B}^n$  为零（如果是弧形导轨则不为零）而只有沿导杆方向的切向加速  $\mathbf{a}_{3B2B}^t$ ，为了

便于记忆,对于直导轨的情形,今后将 $a_{3B2B}^r$ 均用 $a_{3B2B}^r$ 表示。由于构件3由构件2牵连以 $\omega_2=\omega_3$ 的角速度转动,构件2、3间又有相对移动,根据哥氏加速度产生的条件知:构件2、3间将产生附加的哥氏加速度 $a_{3B2B}^k$ ,其大小和方向可以用牵连角速度向量 $\omega_2$ 和两构件间的相对速度矢量 $\vec{v}_{3B2B}$ 的差积表示为: $a_{3B2B}^k=2\omega_2\times\vec{v}_{3B2B}$ ,在作图时也可以将速度多边形图中的矢量 $\vec{p_2p_3}$  ( $\vec{p_2p_3}$ 的方向即 $\vec{v}_{3B2B}$ 的方向)沿 $\omega_2$ 转过 $90^\circ$ 来确定 $a_{3B2B}^k$ 的方向。

在分析哥氏加速度时应注意,第一,两构件必须构成移动副(具有相对移动的条件);第二,移动副中的导杆必须转动(具有牵连运动为转动的条件),只有当上述两个条件均满足时,两构件间才会产生哥氏加速度。像图2-50d所示的正弦机构,虽然构件2、3构成移动副,但导杆3作平移而不转动,故构件2、3间不会产生哥氏加速度。

(3) 选择合适的加速度比例尺 $\mu_a$ ,在机构运动简图旁的图纸上按矢量方程作加速度多边形如图2-50c所示。从图中量出 $\overline{n'_{3b}b'_3}$ 的大小,则构件3上B点的切向加速度 $a_{3B}^r=\overline{n'_{3b}b'_3}\mu_a$ ,构件3的角加速度 $\alpha_3=\frac{\overline{n'_{3b}b'_3}}{BC}\mu_a$ ,根据 $a_{3B}^r$ 的方向由 $n'_{3b}$ 指向 $b'_3$ 知: $\alpha_3$ 的方向为顺时针方向。

**例 2-10** 已知机构运动简图如图2-51a所示,图中已知 $AB=100\text{mm}$ , $BC=400\text{mm}$ , $CD=DE=200\text{mm}$ , $EF=400\text{mm}$ ,A、B、C共线, $CD\perp BC$ , $DF\parallel BC$ ,AB以匀角速度 $\omega_1=10\text{rad/s}$ 沿顺时针方向转动,求 $\omega_5$ 、 $\alpha_5$ 的大小和方向。

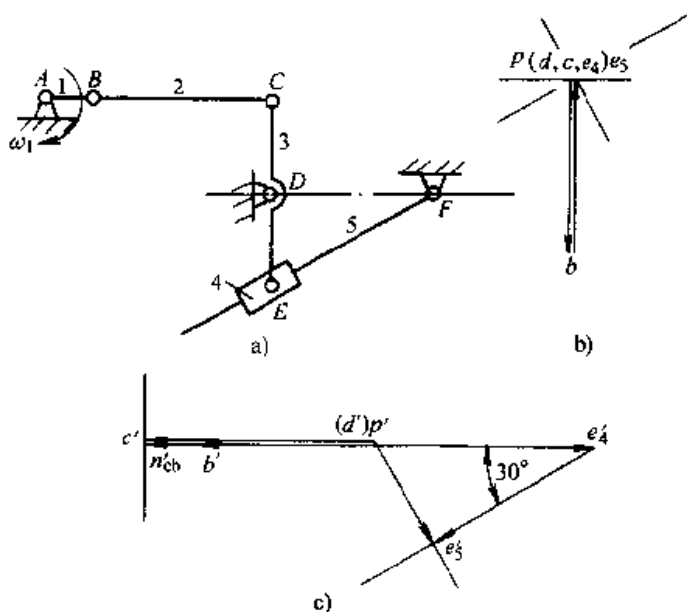


图 2-51 六杆机构运动分析

a) 机构运动简图 b) 速度多边形图 c) 加速度多边形图

解

## 1. 速度分析

(1)  $v_B = \omega_1 \overline{AB} = 1000 \text{ mm/s}$ , 方向垂直于  $AB$  向下。(2)  $\boldsymbol{v}_C = \boldsymbol{v}_B + \boldsymbol{v}_{CB}$ 

大小	?	1m/s	?
方向	$\perp CD$	$\perp AB$	$\perp CB$

(3) 选  $\mu_v = 0.05 \text{ (m/s) / mm}$  作速度多边形图如图 2-51b 所示。根据矢量封闭原则知:  $v_C = 0$ , 故  $\omega_3 = 0$ ,  $\boldsymbol{v}_{CB} = -\boldsymbol{v}_B$ ,  $\boldsymbol{v}_{CB} = \overrightarrow{bp} \mu_v = 1000 \text{ mm/s}$ , 方向由  $b \rightarrow p$ , 故  $\omega_2 = \frac{v_{CB}}{CB} = 2.5 \text{ s}^{-1}$ , 方向为逆时针方向。

(4) 用影像法求  $\boldsymbol{v}_E$ 。因  $C$ 、 $D$  的影像均在  $p$  点, 故构件 3、4  $E$  点的影像也在  $p$  点, 即  $v_E = 0$ 。

(5) 建立构件 4、5 间的运动分析矢量方程:

$$\boldsymbol{v}_{5E} = \boldsymbol{v}_{4E} + \boldsymbol{v}_{5E4E}$$

大小	?	图中已	?
方向	$\perp EF$	作出	$\parallel EF$

(6) 在图 2-51b 的基础上, 过  $e_4$  点 (即  $p$  点) 作  $EF$  的平行线, 与过  $p$  点作  $EF$  的垂线交于  $p$  点, 故:  $\boldsymbol{v}_{5E} = 0$ ,  $\omega_5 = 0$ 。

## 2. 加速度分析

(1) 因  $\omega_1$  为匀速,  $a_1 = 0$ ,  $a_B = a_B^n = \omega_1^2 \overline{AB} = 10000 \text{ mm/s}^2$ , 方向  $B \rightarrow A$ 。(2)  $a_{CB}^n = \omega_2^2 \overline{CB} = 2500 \text{ mm/s}^2$ , 方向  $C \rightarrow B$ 。因  $\omega_3 = 0$ ,  $a_C^n = 0$ 。

$$\boldsymbol{a}_C^n + \boldsymbol{a}_C^t = \boldsymbol{a}_B + \boldsymbol{a}_{CB}^n + \boldsymbol{a}_{CB}^t$$

大小	0	?	10m/s <sup>2</sup>	2.5m/s <sup>2</sup>	?
方向		$\perp CD$	$B \rightarrow A$	$C \rightarrow B$	$\perp CB$

(3) 选加速度比例尺  $\mu_a = 0.5 \text{ (m/s}^2\text{) / mm}$ , 作加速度多边形如图 2-51c 所示, 得  $c'$  点, 故  $a_C = \overrightarrow{p'c'} \mu_a = 12500 \text{ mm/s}^2$ , 方向: 水平向左。

(4) 用影像法求  $\boldsymbol{a}_E$ 。根据  $C$ 、 $D$ 、 $E$  在一直线上, 且  $\overline{CD} = DE$ 。在加速度多边形图中, 作  $c'$ 、 $d'$ 、 $e'$  在一直线上, 且  $\overline{c'd'} = \overline{d'e'}$  得  $e'$  点 (即 3、4 构件上的  $e'_3$  和  $e'_4$  点),  $\boldsymbol{a}_E = \overrightarrow{p'e'} \mu_a = 12500 \text{ mm/s}^2$ , 方向: 水平向右。

(5) 建立构件 4、5 间的加速度分析矢量方程:



$$\alpha_{E_5}^n + \alpha_{E_5}^t = \alpha_{E_4} + \alpha_{E_5 E_4}^r + \alpha_{E_5 E_4}^t$$

大小	0	?	图中已	?	0
方向		$\perp EF$	作出	$\parallel EF$	

式中：因  $\omega_5 = 0$ ,  $\alpha_{E_5}^n = 0$ ,  $\alpha_{E_5 E_4}^t = 2\omega_5 v_{E_5 E_4} = 0$

(6) 按矢量方程作矢量图得  $e'_5$  点。因为  $\angle e'_5 e'_4 p' = 30^\circ$ ,  $\overline{e'_5 p'} = \frac{1}{2} \overline{e'_4 p'}$ ,  $a_{E_5} = a_{E_5}^t$   
 $= \overline{p' e'_5} \mu_a = \frac{1}{2} p' e'_4 \mu_a = 6250 \text{ mm/s}^2$ , 方向垂直于  $\overline{EF}$  向下 (图 2-51c)。构件 5 的角加  
 速度  $\alpha_5 = \frac{a_{E_5}^t}{EF} = 15.625 \text{ s}^{-2}$ , 方向为逆时针方向。

4. 平面连杆机构运动分析的解析法 用图解法对平面机构进行运动分析, 虽然比较简洁直观, 但分析精度较低, 对机构进行速度分析尚比较简单, 但进行加速度分析就比较麻烦。此外, 当对机构不同运动位置进行分析, 或需作出机构的运动线图时, 需大量地重复作图, 费工费时, 而且不便于把机构分析与综合问题联系起来。因此, 随着对机构设计要求的不断提高, 随着电子计算技术的不断发展, 解析法得到愈来愈广泛的应用, 成为机构运动分析的主要方法。

用解析法对机构进行运动分析, 首先需要建立被分析机构各构件位置关系的数学表达式 (称为机构位置方程), 位置方程一旦求出, 只需将位置方程中的变量对时间 (或对原动件的角位置变量) 求导, 即可得到机构速度方程, 再将速度分析方程中的变量对时间求导即得机构加速度方程, 解上述这些方程便可得到所需的分析结果。因此, 如何建立机构的位置方程是机构运动分析的关键, 也是本节将讨论的重点。

建立机构位置方程的方法很多, 方程的形式与采用的数学工具 (如代数、三角、向量、复数以及矩阵等等) 及所选择的分析对象有关, 主要的方法有: 矢量投影法、复数矢量法等。上述方法的主要特点是: 将机构中的各杆作为长度不变的矢量来建立机构的封闭矢量多边形, 通过矢量方程来表达各构件之间的位置关系式。例如对图 2-52a 所示曲柄滑块机构的滑块进行运动分析时, 可将曲柄滑块机构各杆的位置关系用图 2-52b 所示的封闭矢量多边形表示为:

$$\vec{L}_1 + \vec{L}_2 = \vec{X}_c$$

用复数表示矢量, 或将矢量分别向直角坐标系的  $O-xy$  的  $x$ 、 $y$  轴投影可

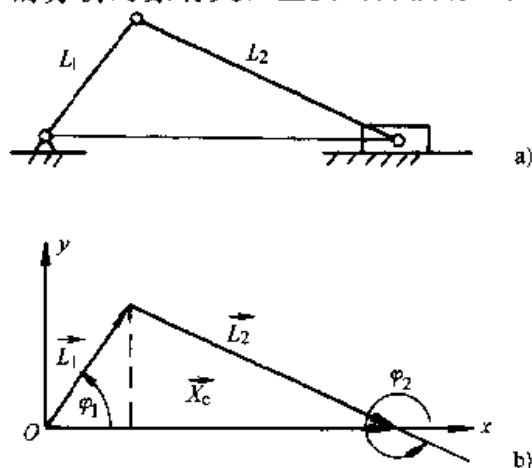


图 2-52 曲柄滑块机构运动分析

得

$$\left. \begin{aligned} l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 &= 0 \\ x_c &= l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 \end{aligned} \right\}$$

为了求出用角变量  $\varphi_1$  表示  $x_c$  比较简洁的解析解。设  $\frac{l_1}{l_2} = \lambda$ ，由上式中的第一式得

$$\sin \varphi_2 = -\lambda \sin \varphi_1 \quad \text{或} \quad \cos \varphi_2 = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi_1}$$

用幂级数将  $\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi_1}$  展开取前两项表示  $\cos \varphi_2$  (已能精确到小数点后三位)，得：

$$\cos \varphi_2 = 1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \sin^2 \varphi_1 = 1 - \frac{\lambda^2}{4} + \frac{\lambda^2}{4} \cos 2\varphi_1$$

所以

$$\left. \begin{aligned} x_c &\approx l_1 \left( \cos \varphi_1 + \frac{1}{\lambda} - \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4} \cos 2\varphi_1 \right) \\ v_c &\approx -l_1 \omega_1 \left( \sin \varphi_1 + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi_1 \right) \\ a_c &\approx -l_1 \omega_1^2 (\cos \varphi_1 + \lambda \cos 2\varphi_1) \end{aligned} \right\} \quad (2-10)$$

式中  $\omega_1$ ——曲柄的角速度。

从上面分析过程可知：这种方法几何意义清楚，方程易于建立，但常需解超越方程，当机构比较复杂时，求解不太容易。另一方面，上述方法需根据机构的具体结构来建立机构运动分析的数学模型，通用性不强。本节将介绍更加通用的、按基本杆组建立运动的分析模型的基本杆组法。

下面以平面运动刚体和机构中最常见的三种 I 级基本杆组为例，分别讨论其运动分析方程的建立过程。建立运动分析方程主要采用的方法是矢量投影，即用矢量表示刚体，用封闭矢量表示杆组，通过向坐标系投影得到其运动分析方程表达式。

(1) 平面运动刚体的运动分析方程。在图 2-53 所示平面直角坐标系  $O-xy$  中，设刚体  $P_1P_2P_3$  上  $\overrightarrow{P_1P_2}$  与  $x$  轴夹角为  $\theta$ ， $\overrightarrow{P_1P_2}$  与  $\overrightarrow{P_1P_3}$  夹角为  $\varphi$ ； $\theta$ 、 $\varphi$  角以  $x$  轴沿逆时针方向计算为正。 $\overrightarrow{P_1P_2} = r$ ， $\overrightarrow{P_1P_3} = s$ ， $P_1$  点的运动参数已知：位置为  $(x_1, y_1)$ ，速度为  $(\dot{x}_1, \dot{y}_1)$ ，加速度为  $(\ddot{x}_1, \ddot{y}_1)$ ，刚体运动

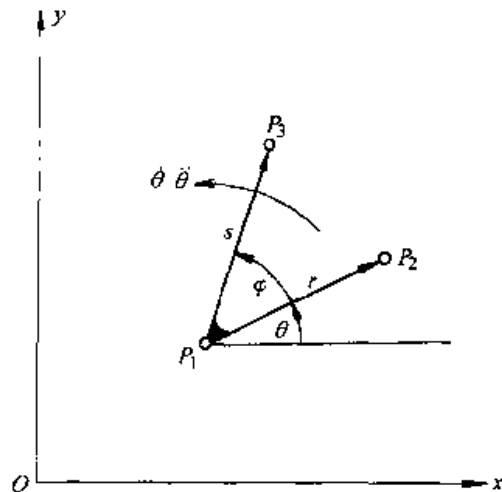


图 2-53 平面运动刚体运动分析

的角速度和角加速度分别为  $\dot{\theta}$  和  $\ddot{\theta}$ ， $\dot{\theta}$ 、 $\ddot{\theta}$  以逆时针方向为正。求刚体上  $P_2$  及  $P_3$  点的位置、速度和加速度。刚体上  $P_2$ 、 $P_3$  点的位置坐标为：

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= x_1 + r \cos \theta \\ y_2 &= y_1 + r \sin \theta \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} x_3 &= x_1 + s \cos (\varphi + \theta) \\ y_3 &= y_1 + s \sin (\varphi + \theta) \end{aligned} \right\}$$

将上两式对时间微分得  $P_2$ 、 $P_3$  点的速度和加速度分析方程：

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_2 &= \dot{x}_1 - \dot{\theta} r \sin \theta \\ \dot{y}_2 &= \dot{y}_1 + \dot{\theta} r \cos \theta \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_2 &= \ddot{x}_1 - \ddot{\theta} r \sin \theta - \dot{\theta}^2 r \cos \theta \\ \ddot{y}_2 &= \ddot{y}_1 + \ddot{\theta} r \cos \theta - \dot{\theta}^2 r \sin \theta \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_3 &= \dot{x}_1 - \dot{\theta} s \sin (\varphi + \theta) \\ \dot{y}_3 &= \dot{y}_1 + \dot{\theta} s \cos (\varphi + \theta) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_3 &= \ddot{x}_1 - \ddot{\theta} s \sin (\varphi + \theta) - \dot{\theta}^2 s \cos (\varphi + \theta) \\ \ddot{y}_3 &= \ddot{y}_1 + \ddot{\theta} s \cos (\varphi + \theta) - \dot{\theta}^2 s \sin (\varphi + \theta) \end{aligned} \right\}$$

对于原动曲柄，其角速度  $\dot{\theta}$  和角加速度  $\ddot{\theta}$  已知。如果将曲柄上  $P_1$  点的坐标设在坐标原点，则  $x_1=0$ ， $y_1=0$ ， $\dot{x}_1=0$ ， $\dot{y}_1=0$ ， $\ddot{x}_1=0$ ， $\ddot{y}_1=0$ 。将这些参数和曲柄的几何参数  $r$ 、 $s$  和  $\varphi$  一并代入上式，可求出曲柄上任意两点  $P_2$ 、 $P_3$  的运动参数。

(2) 第一类 II 级基本杆组运动分析方程。第一类 II 级基本杆组由两个构件和三个转动副构成，如图 2-54a 所示。已知两构件杆长分别为  $r_1$  和  $r_2$ ，在直角坐标系  $O-xy$  中，两外接运动副  $P_1$ 、 $P_2$  的运动参数为  $(x_1, y_1)$ ， $(\dot{x}_1, \dot{y}_1)$ ， $(\ddot{x}_1, \ddot{y}_1)$  和  $(x_2, y_2)$ ， $(\dot{x}_2, \dot{y}_2)$ ， $(\ddot{x}_2, \ddot{y}_2)$ 。求内接转动副  $P_3$  点位置、速度、加速度及两构件的角速度、角加速度。将杆组用封闭矢量三角形表示如图 2-54a 所示，从图中容易求出：

$P_1$  到  $P_2$  点的距离  $d$  为：

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

设  $\overrightarrow{P_1 P_2}$  与  $x$  轴的夹角为  $\varphi$ ，

$$\varphi = \arctg \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right)$$

设  $\overrightarrow{P_1P_3}$  与  $\overrightarrow{P_1P_2}$  间的夹角为  $\alpha$ ,

$$\alpha = \arccos\left(\frac{r_1^2 + d^2 - r_2^2}{2r_1d}\right)$$

因为同一长度的  $r_1$ 、 $r_2$  有两种可能的装配模式, 如图 2-54b 中实线和虚线所示, 故  $\overrightarrow{P_1P_3}$  与  $x$  轴的夹角  $\theta_1$  为

$$\theta_1 = \alpha \mp \varphi$$

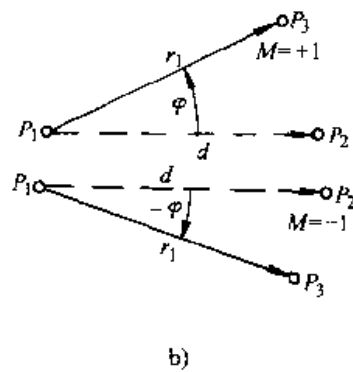
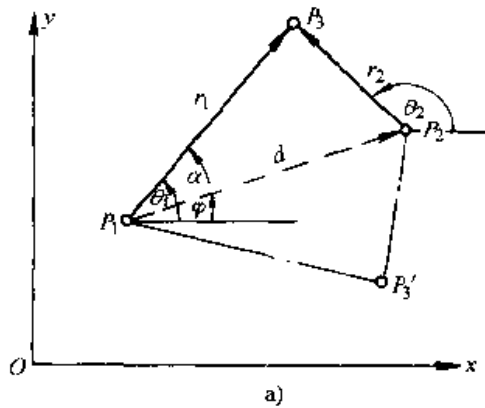


图 2-54 第一类 II 级基本杆组运动分析

在计算机程序中, 由于装配模式是计算机无法自动识别的, 故上式中的正、负号必须人为确定, 在计算机语言中, 用给定装配模式系数  $M$  的方法确定。确定的方法是: 当  $\overrightarrow{P_1P_2}$  矢量沿逆时针方向转动与  $\overrightarrow{P_1P_3}$  矢量重合时, 装配模式系数取 “+1”, 否则取 “-1”。 $\theta_1$  求出后由图 2-54a 可得:

$$\begin{cases} x_3 = x_1 + r_1 \cos \theta_1 \\ y_3 = y_1 + r_1 \sin \theta_1 \end{cases} \quad (2-11)$$

或

$$\begin{cases} x_3 = x_2 + r_2 \cos \theta_2 \\ y_3 = y_2 + r_2 \sin \theta_2 \end{cases} \quad (2-12)$$

所以

$$\theta_2 = \arctg\left(\frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}\right)$$

联立式(2-11)和式(2-12)并对时间微分, 代入已知条件可解出:

$(x_3, y_3), (\dot{x}_3, \dot{y}_3), (\ddot{x}_3, \ddot{y}_3), \dot{\theta}_1, \ddot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$  和  $\ddot{\theta}_2$  (详见附录)。

(3) 第二类 II 级基本杆组运动分析方程。第二类 II 级基本杆组的两个外接运动副一个为转动副, 另一个为移动副, 内接运动副为转动副如图 2-55a 所示。已知, 外接传动副  $P_1$  点的运动参数  $(x_1, y_1), (\dot{x}_1, \dot{y}_1), (\ddot{x}_1, \ddot{y}_1)$  和  $P_1$  到  $P_3$  的距离  $r_1$ , 导杆上的任选外接转动副点  $P_2$  的运动参数  $(x_2, y_2), (\dot{x}_2, \dot{y}_2), (\ddot{x}_2, \ddot{y}_2)$ ;

导杆的角位置  $\beta$ 、角速度  $\dot{\beta}$  及加速度  $\ddot{\beta}$ 。求：内接副  $P_3$  点的位置、速度、加速度，构件  $\overline{P_1P_3}$  的角位置  $\theta_1$ 、角速度  $\dot{\theta}_1$ 、角加速度  $\ddot{\theta}_1$  及滑块在导杆上的相对位置  $r_2$ 、相对速度  $\dot{r}_2$  和相对加速度  $\ddot{r}_2$ 。该基本杆组的运动分析可按如下过程进行：

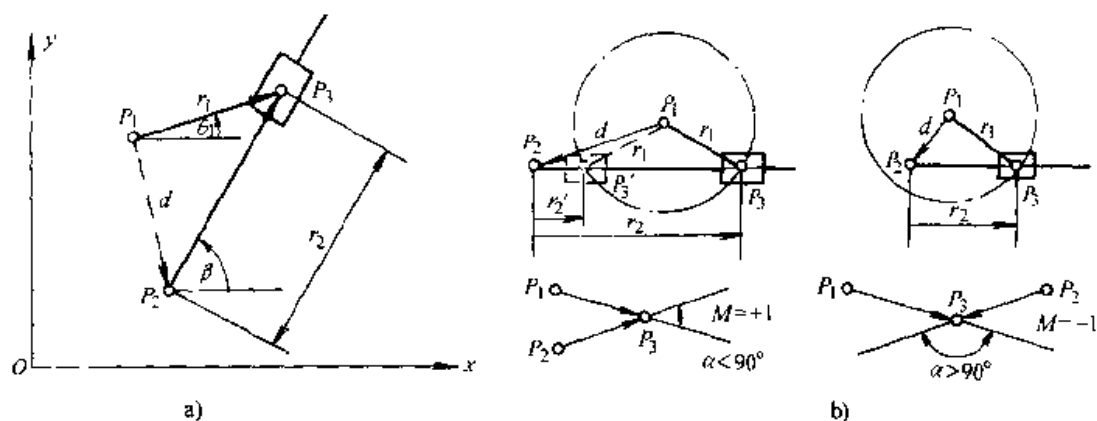


图 2-55 第二类 II 级基本杆组运动分析

a) 向量三角形图 b) 装配模式的确定

在直角坐标系  $O-xy$  中建立封闭矢量三角形如图 2-55a 所示。

设  $P_1$  到  $P_2$  的距离为  $d$ ， $P_3$  到  $P_2$  点的距离为  $r_2$ ，由图 2-55a 可知：

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \quad (2-13)$$

$$r_1^2 = (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2$$

$$\left. \begin{aligned} x_3 &= x_2 + r_2 \cos \beta \\ y_3 &= y_2 + r_2 \sin \beta \end{aligned} \right\}$$

所以

$$r_1^2 = (x_2 + r_2 \cos \beta - x_1)^2 + (y_2 + r_2 \sin \beta - y_1)^2$$

展开上式，注意到式(2-13)得：

$$r_1^2 = d^2 + r_2^2 + 2r_2[(x_2 - x_1)\cos\beta + (y_2 - y_1)\sin\beta] \quad (2-14)$$

令

$$E = 2[(x_2 - x_1)\cos\beta + (y_2 - y_1)\sin\beta]$$

$$F = d^2 - r_1^2 \quad (2-15)$$

由式(2-14)得：

$$r_2^2 + r_2 E + F = 0 \quad \text{或} \quad r_2 = \frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 4F}}{2} \quad (2-16)$$

从式(2-16)解  $r_2$ ，有三种可能结果，必须根据基本杆组的结构进行处理：

1) 舍去负根。

2) 当  $4F > E^2$  时， $r_2$  为虚根，对机构分析无意义应舍去。

3) 当  $4F < E^2$ , 且  $F > 0$  时, 由式 (2-15) 知这时  $d > r_1$ ,  $r_2$  有两个实数解; 式 (2-16) 根号前取正号,  $r_2$  有较大值, 基本杆组如图 2-55b 实线所示形式装配; 根号前取负号,  $r_2$  有较小值, 基本杆组按虚线所示形式装配。当  $4F < E^2$ , 但  $F < 0$ , 由式 (2-15) 知:  $d < r_1$ ,  $r_2$  只有一个解, 根号前应取正值。上述正、负号的选取, 应由设计者用装配模式系数  $M$  来确定。确定的方法是: 在机构运动简图中观察:  $\overrightarrow{P_1P_2}$  矢量与  $\overrightarrow{P_2P_3}$  矢量夹角锐角取 “+1”, 否则取 “-1”。

当  $r_2$  确定后, 因为

$$\left. \begin{aligned} x_3 &= x_2 - r_2 \cos \beta = x_1 + r_1 \cos \theta_1 \\ y_3 &= y_2 + r_2 \sin \beta = y_1 + r_1 \sin \theta_1 \end{aligned} \right\}$$

从上式中可求出  $(x_3, y_3)$  和  $\theta_1$ 。再分别用上式对时间微分, 可进一步解出  $(\dot{x}_3, \dot{y}_3)$ ,  $(\ddot{x}_3, \ddot{y}_3)$ ,  $\dot{\theta}_1$ ,  $\ddot{\theta}_1$  和  $\dot{r}_2$ ,  $\ddot{r}_2$  (滑块相对  $P_2$  点的相对速度和相对加速度)。

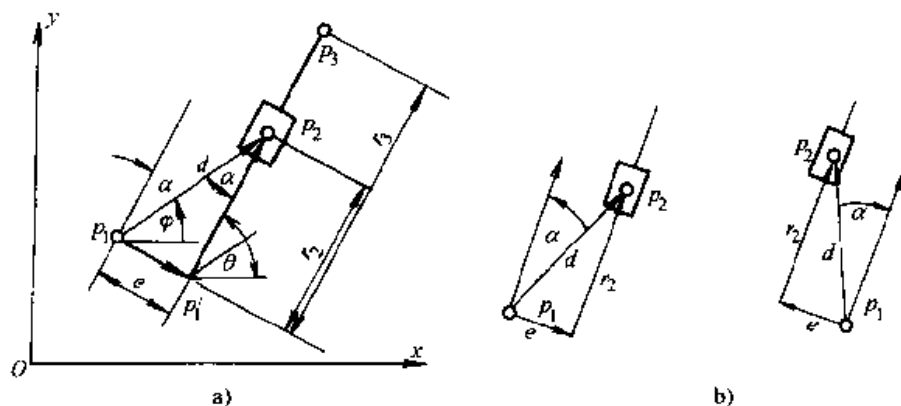


图 2-56 第三类 II 级基本杆组运动分析

a) 矢量三角形图 b) 装配模式的确定

(4) 第三类 I 级基本杆组运动分析方程。第三类 I 级基本杆组两外接副为转动副, 内接副为移动副, 如图 2-56a 所示。为了便于对该基本杆组相连的其他基本杆组进行运动分析, 在该基本杆组导杆上增设了  $P_3$  点。在直角坐标系  $O-xy$  中, 已知两外接运动副  $P_1$ 、 $P_2$  点的运动参数分别为  $(x_1, y_1)$ ,  $(\dot{x}_1, \dot{y}_1)$ ,  $(\ddot{x}_1, \ddot{y}_1)$ ;  $(x_2, y_2)$ ,  $(\dot{x}_2, \dot{y}_2)$ ,  $(\ddot{x}_2, \ddot{y}_2)$  和  $P_1$  点到导杆的距离  $\overline{P_1P'_1} = e$ ,  $P_3$  在导杆的相对位置  $r_3$ , 求导杆的位置角  $\theta$ 、角速度  $\dot{\theta}$ 、角加速度  $\ddot{\theta}$  及滑块在导杆上的相对位置  $r_2$ 、相对速度  $\dot{r}_2$ 、相对加速度  $\ddot{r}_2$  和  $P_3$  点的位置  $(x_3, y_3)$ , 速度  $(\dot{x}_3, \dot{y}_3)$  和加速度  $(\ddot{x}_3, \ddot{y}_3)$ 。

首先建立矢量三角形如图 2-56a 所示, 图中

$$\varphi = \arctg \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right)$$

从图 2-56 中可知:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$r_2 = \sqrt{d^2 - e^2}$$

$$\alpha = \arcsin \left( \frac{e}{d} \right)$$

所以

$$\theta = \varphi \pm \alpha$$

角  $\alpha$  前的正、负号应根据杆组的具体结构确定: 当矢量  $\overrightarrow{P_1 P_2}$  沿逆时针方向转动与导杆平行时 (图 2-56a),  $\alpha$  前取正号; 当矢量  $\overrightarrow{P_1 P_2}$  沿顺时针方向转动与导杆平行 (图 2-56b),  $\alpha$  前取负号, 在计算机语言中也用装配模式系数  $M$  取 “+1” 或 “-1” 表示。

$\theta$  求出后, 由图 2-56 可得:

$$\left. \begin{aligned} x_3 &= x_1 + r_1 \cos \theta + e \sin \theta \\ y_3 &= y_1 + r_1 \sin \theta - e \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (2-17)$$

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= x_1 + r_2 \cos \theta + e \sin \theta \\ y_2 &= y_1 + r_2 \sin \theta - e \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (2-18)$$

由式 (2-18) 消去  $r_2$  后对时间微分可求出  $\dot{\theta}$  和  $\ddot{\theta}$ 。将式 (2-17) 对时间微分后, 代入  $\dot{\theta}$ 、 $\ddot{\theta}$  可解出  $(\dot{x}_3, \dot{y}_3)$ 、 $(\ddot{x}_3, \ddot{y}_3)$ 。将式 (2-18) 对时间微分, 代入  $\dot{\theta}$ 、 $\ddot{\theta}$  可解出  $\dot{r}_2$ 、 $\ddot{r}_2$  (滑块相对  $P_1$  点的相对滑动速度和相对滑动加速度)。

将以上运动分析方程编写成计算机子程序, 根据待分析机构的结构特征及已知条件, 从机构的原动件开始, 依次调用相应的刚体或基本杆组的子程序, 即可很方便地完成机构的运动分析。所有子程序及分析示例可参考机械原理课程设计手册。

### 三、平面四杆机构的合理选用

运动分析的目的, 一是为了校核所设计出的机构是否达到了预期的运动要求; 二是为机构的力分析提供必需的运动参数, 除此之外, 通过运动分析可以了解常用典型机构的运动规律, 为选用提供正确的依据。下面列举了一些常用平面四杆机构通过运动分析比较所得出的一些结论, 对合理地选择机构有一定的意义, 可供设计者参考。

(1) 平行四边形机构和双转块机构均能实现主、从动构件运动参数不变的运动传递, 从图 2-57 可知, 双转块机构中  $\varphi_1 = \varphi_3 = \frac{1}{2} \varphi_2$ ,  $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_3 = \frac{1}{2} \dot{\varphi}_2$ , 即十字滑

块的转动速度是输入转速的一倍，其质心产生的离心惯性力大，且不能被完全平衡，对机构运动的平稳性影响较大，故这种机构不适用于高速转动的场合。相比之下，平行四边形机构连杆质心的惯性力容易实现完全平衡，故它更适合转速相对较高的场合使用。图 2-58 中，转动导杆机构当曲柄与机架长度相等时，曲柄转角  $\varphi_1$  与导杆转角  $\varphi_3$  之间存在  $\varphi_1 = 2\varphi_3$ ； $\dot{\varphi}_1 = 2\dot{\varphi}_3$ ，曲柄匀速转动，导杆也匀速转动，但曲柄转速是导杆转速的一倍，曲柄转两周，导杆转一周。与之类似图 2-5b 所示的等腰双曲柄机构短曲柄转两周，长曲柄转一周，但不同的是当短曲柄匀速转动时，长曲柄作变速转动。

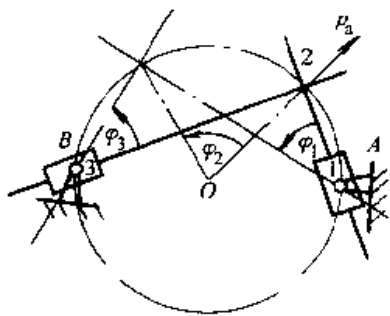


图 2-57 双转块机构运动分析

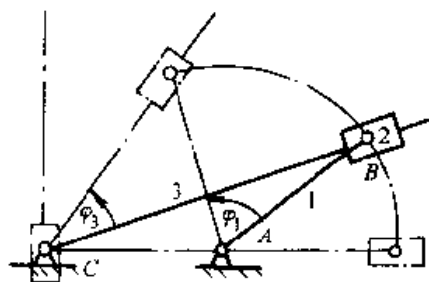


图 2-58 转动导杆机构运动分析

(2) 十字滑块曲柄机构（正弦机构）可以看成是曲柄滑块机构将滑块上的转动副变异成移动副得到的。因此，十字滑块曲柄机构可以看成是具有无限长连杆的曲柄滑块机构。十字滑块曲柄机构的滑块的行程为  $S = l_1 \cos \varphi_1$ ，微分可得滑块的速度和加速度： $v = -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1$ ， $a = -l_1 \omega_1^2 \cos \varphi_1$ ，而曲柄滑块机构的运动要复杂得多，由式 (2-10) 知

$$S = l_1 \left( \cos \varphi_1 + \frac{l_2}{l_1} - \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4} \cos 2\varphi_1 \right)$$

$$v = -l_1 \omega_1 \left( \sin \varphi_1 + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi_1 \right)$$

$$a = -l_1 \omega_1^2 (\cos \varphi_1 + \lambda \cos 2\varphi_1)$$

式中： $\lambda$  等于曲柄长  $l_1$  与连杆长  $l_2$  之比值，当连杆长无穷大时  $\lambda = 0$ ，将  $\lambda = 0$  代入上式中得十字滑块曲柄机构的速度与加速度公式。由此可知：曲柄滑块机构的速度与加速度的最大值均比十字滑块曲柄机构大。

(3) 偏置式曲柄滑块机构、曲柄摇杆机构和摆动导杆机构均能实现从动构件的急回运动，但从保证机构具有良好的运动性能方面考虑（见受力分析关于传动角一节内容），偏置式曲柄滑块机构和曲柄摇杆机构的行程时间比系数  $K$  不能取得太大，通常不超过 1.3，而摆动导杆机构  $K$  值可以达到 2 左右，机构的行程时间比系数愈大，机构执行构件在“慢进”时的运动相对愈平稳，故导杆机构是往



复运动从动杆能实现较大  $K$  值的急回运动, 且运动性能和动力性能均比较好的四杆机构。图 2-59a 给出了导杆机构和具有相同行程时间比系数的曲柄摇杆机构的运动输出构件的速度线图, 图 2-59b 是在具有相同的行程时间比系数情况下画出的导杆机构曲柄摇杆机构摇杆的加速度线图。通过比较可以看到: 导杆机构的输出速度在慢行程中比较平稳, 而后者的加速度变化比较剧烈。

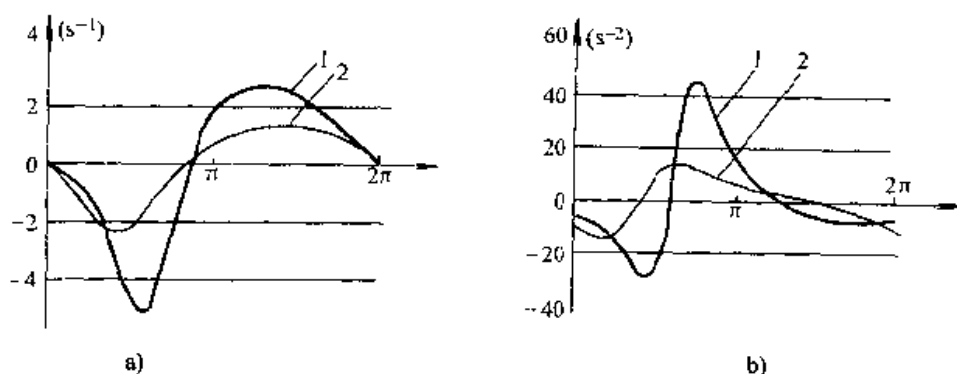


图 2-59 导杆机构与曲柄摇杆机构运动输出特性比较

a) 速度特性 b) 加速度特性

1—曲柄摇杆机构 2—导杆机构

(4) 平行四边形机构的连杆可作刚体平移导引, 其他平面四杆机构的连杆能实现复杂平面轨迹运动和刚体的导引, 但曲柄摇杆机构的连杆曲线变化最丰富、最复杂, 并且有比较系统、详细的图册可查阅, 故最富有应用价值。

(5) 表 2-1 中所示的双滑块机构可以实现两个不同方向移动的运动变换。因为该机构连杆中点  $O_1$  的运动轨迹为以两导路交点  $O$  为圆心的圆, 故可以在  $O$  点和连杆中点  $O_1$  之间安装一个长度为  $\overline{OO_1}$  的曲柄来驱动两滑块运动。根据运动分析知: 连杆的绝对瞬心  $P_{24}$  的运动轨迹 (称瞬心线) 是圆心在  $O_1$  直径为连杆长的圆, 由于连杆中点  $O_1$  绕  $O$  点转动, 故机构也可以变异为半径等于  $\overline{OO_1}$  的小圆在半径为 2 倍  $\overline{OO_1}$  大圆中作纯滚动的高副机构 (称为行星齿轮机构) (图 2-60), 这时可将两滑块用转动副 (或高副) 联接在小圆的圆周上, 并使滑块的导路通过大圆的中心  $O$  点, 从而实现用其他机构实现相同的运动输出。

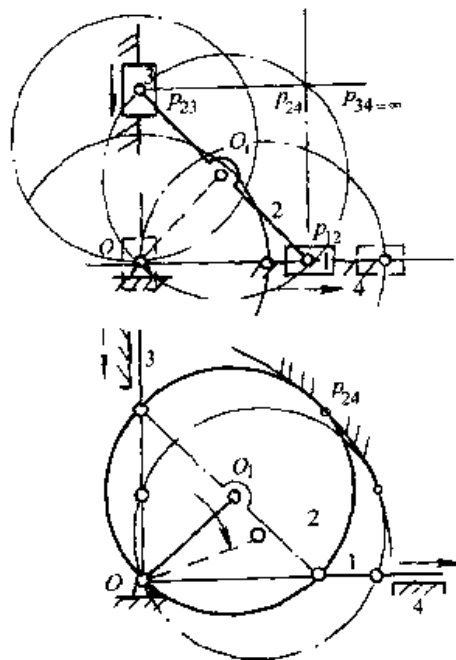


图 2-60 双滑块机构及其变异机构

### 第三节 平面四杆机构的传力特性与受力分析

机构的设计方案不仅要能实现理想的运动,还必须满足设计提出的各种受力要求,在考虑如何使机构能获得理想运动的同时,还必须考虑如何用体积最小、重量最轻、最经济的材料使机构能有较高的使用寿命;如何使机构在运动时有较高的传动效率;选用什么样的原动机、多大的功率才能使机构正常运转…。另一方面,由于机构中的摩擦力(矩)、运动构件上的惯性力(矩)以及作用在机构上的生产阻力与驱动力的复杂性与多样性,使机构的运动不仅仅只取决于机构的几何尺寸和结构形式,而且也与作用在机构上的各种力的性质有关。设计者对作用在机构上力的影响估计不足,力的分析失误,都可能影响机构的设计质量,或造成机构工作效率低,机构在运动时有强烈的振动、噪声、冲击,影响机构的正常使用,甚至还可能造成构件的损坏,使机构无法使用…。因此,了解机构的传力特性,对机构作正确的受力分析是机构设计者必须掌握的重要内容。

#### 一、机构中的摩擦及传动效率

##### (一) 作用在机构上的力

按力对运动的影响分,作用在机构上的力可分为驱动力和阻力两大类。

平面运动构件上凡是与构件运动速度方向夹锐角的力称为驱动力,与运动角速度方向一致的力矩称为驱动力矩。原动机发出的力是驱动力;构件质心位置下降时,重力是驱动力;构件作减速运动时,惯性力(矩)是驱动力(矩);摩擦传动中的摩擦力是驱动力。

平面运动构件上凡是与构件运动速度方向夹钝角的力称为阻力,与构件角速度方向相反的力矩称为阻力矩。阻力(矩)分为工作阻力和有害阻力。冲床在冲压金属时,金属材料对冲头的阻力是工作阻力;吊车在起吊重物时,重力是工作阻力,由于克服了这些阻力,机器作出了有益功,故工作阻力(矩)又称为有益阻力(矩)。阻碍作有益功的力(矩)称为有害阻力(矩);运动副中的摩擦力(矩)是机械运动的一种主要有害阻力。

作用在运动副元素上的力称为约束力(或约束反力)。对机构而言,约束力是内力;对构件而言,它们是外力。单独由惯性力(矩)引起的约束反力称为附加动压力。约束反力可分为沿运动副元素接触点的法向力和切向力,法向力是唯一运动而不作功的力;切向力即运动副中的摩擦力,计入摩擦力的约束反力称为运动副中的总反力。摩擦除了使运动副磨损造成运动精度降低缩短机械的使用寿命外,还是影响机械传动效率的主要因素。因此,我们首先来分析运动副中的摩擦和机构效率的计算方法。

##### (二) 低副中的摩擦

(1) 移动副中的摩擦力和总反力。图 2-61 所示移动副，当载荷为  $Q$  的滑块 1 在驱动力  $P$  水平作用下相对构件 2 以匀速  $v_{12}$  水平移动时，根据库仑定理，构件 2 作用在滑块 1 上的法向反力  $N_{21}$  与摩擦力有以下关系：

$$f_{21} = N_{21} \mu = Q \mu$$

式中  $\mu$ ——摩擦系数，当运动副元素是平面时，不同材料组合测得的摩擦系数参见表 2-2。

由于  $\frac{f_{21}}{N_{21}} = \mu$  是一个常数，在计入摩擦的受力分析时，为了简化分析过程，通常不单独分析  $N_{21}$  和  $f_{21}$ ，而研究它们的合力  $R_{21}$ ， $R_{21}$  称为构件 2 对构件 1 的总反力。从图 2-61 中可以看到： $R_{21}$  与  $N_{21}$  之间的夹角  $\varphi = \arctg\left(\frac{f_{21}}{N_{21}}\right) = \arctg \mu$ ， $\varphi$  称为构件的摩擦角。因为  $R_{21}$  与  $v_{12}$  之间夹  $90^\circ + \varphi$  角，故  $R_{21}$  是运动的阻力。引入摩擦角的概念对分析构件的运动十分方便，当与滑移副导轨的垂直方向夹  $\alpha$  角的驱动力  $P$  的作用线作用在摩擦角以内时（即  $\alpha < \varphi$  时），无论驱动力  $P$  加到多大，其水平分力永远小于摩擦力  $f_{21}$ ，滑块原来不动将永远不会运动；如果滑块原来在运动，则

图 2-61 移动副的受力分析

将作减速运动，直至运动停止。当  $\alpha > \varphi$  时滑块将加速运动。当  $\alpha = \varphi$  时滑块原来不动仍不会运动，原来在运动将继续保持原方向匀速运动。

表 2-2 两运动副元素是平面，不同材料组合的摩擦系数表

材料副名称	摩擦系数			
	静摩擦		动摩擦	
	无润滑剂	有润滑剂	无润滑剂	有润滑剂
钢-钢	0.15	0.10~0.12	0.10	0.05~0.10
钢-铸铁	0.2~0.3		0.16~0.18	0.05~0.15
钢-青铜		0.10~0.15	0.15~0.18	0.07
铸铁-铸铁		0.15~0.16	0.15	0.07~0.12
铸铁-青铜	0.28	0.16	0.15~0.21	0.07~0.15
青铜-青铜			0.15~0.20	0.04~0.10
皮革-铸铁或钢			0.30~0.50	0.12~0.15
橡胶-铸铁			0.8	0.5

摩擦力除了与正压力和两运动副元素的材料有关，也与两运动副元素的几何形状有关。在实际工程应用中，为了保证滑移副沿确定的方向运动，通常总是将滑块与导杆的接触面作成 V 形的槽面接触如图 2-62a 所示。设 V 形槽面的槽形角为  $2\theta$ ，因为  $N_{21} = \frac{Q}{\sin\theta}$ ，所以作用在 V 形槽面上的摩擦力

$$f_{21} = N_{21}\mu = \frac{\mu}{\sin\theta}Q$$

令

$$\mu_0 = \frac{\mu}{\sin\theta}$$

则

$$f_{21} = \mu_0 Q$$

式中  $\mu_0$ ——当量摩擦系数。

从上式可以看出：因为  $\sin\theta < 1$ ，所以  $\mu_0 > \mu$ ，即槽面接触使两构件间的摩擦力增大。因此，为了增大联接螺纹与螺母间的摩擦，使螺母不易松脱，联接螺纹的牙形常作成三角形。为了增加带轮与传动带之间的摩擦，增大传动的转矩，传动带也常作成三角形，使之与带轮能保持三角形的槽面接触（图 2-62b）。

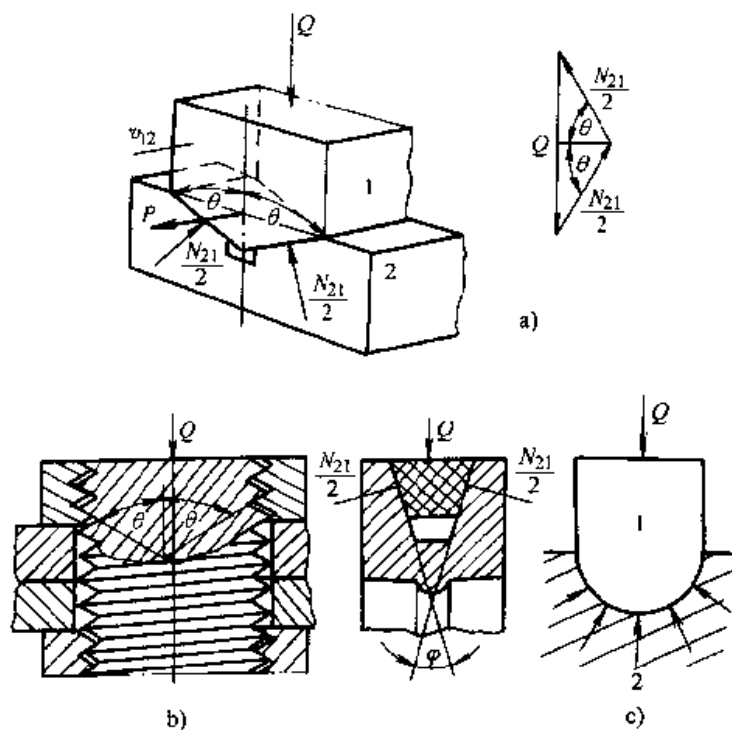


图 2-62 槽面的受力分析

a) 槽面的受力分析 b) 槽面摩擦的应用 c) 圆弧面接触的受力

引入当量摩擦系数后，不论两运动副元素的几何形状如何，均可以用统一计算公式来计算两构件间的摩擦力、摩擦角和总反力，这时只需根据运动副元素的

几何形状, 采用相应的当量摩擦系数即可, 从而为运动副元素是复杂曲面的摩擦力的计算提供了方便。例如图 2-62c 所示两构件沿一圆弧面接触, 在载荷  $Q$  的作用下, 构件 1 所受的反力沿整个接触面的法向分布, 其法向分力的铅垂方向分量之和与  $Q$  相等, 显然计算这些法向分力和由这些力产生摩擦力是比较复杂的。采用当量摩擦系数  $\mu_0$ , 计算由  $Q$  力引起的摩擦  $f_{21}$  就比较简单,

$$f_{21} = \mu_0 Q$$

$$\mu_0 = k\mu$$

式中  $\mu$  ——两运动副元素是平面时的摩擦系数, 其值可从表 2-2 中查出;

$k$  ——通过实验测得, 其值为  $1 \sim 1.57$ 。

需要指出的是: 根据两构件接触面的形状, 采用不同的当量摩擦系数来计算两构件相对运动时产生的摩擦力, 这并不是因为两构件的摩擦系数发生了变化, 而是运动副元素的几何形面使法向反力的计算发生了变化。采用根据理论和实验分析得到的当量摩擦系数, 可以不必计算这些复杂的法向反力就可以求出作用在运动副中的摩擦力, 从而大大地简化了摩擦力的分析计算过程。

## (2) 转动副中的摩擦与总反力。

当两构件形成转动副时, 支承转轴的零件称为轴承, 转轴上被轴承支承的部分称为轴颈。按受力状态分, 轴颈可分为两种: 载荷沿直径方向作用的轴颈, 称为径向轴颈 (图 2-63a)。载荷沿轴方向作用的轴颈, 称为轴踵 (图 2-63b) 也称止推轴颈。

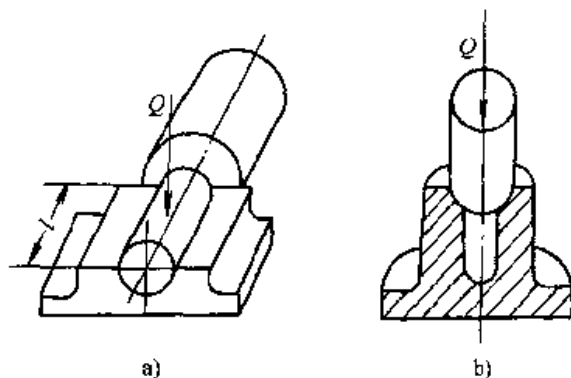


图 2-63 转动副在工程中的应用

a) 径向轴颈 b) 止推轴颈

1) 径向轴颈中的摩擦。径向轴颈是转动副最常见的结构形式。设径向轴颈 1 上沿轴的直径方向上作用有载荷  $Q$ , 在驱动力矩  $M_d$  的作用下, 轴以等角速度  $\omega_{12}$  相对轴承 2 转动 (图 2-64a)。轴承对轴颈的法向反力在圆柱面上分布比较复杂, 为此, 引入当量摩擦系数来计算轴颈上的摩擦力,

$$f_{21} = \mu_0 Q$$

根据实验及理论分析: 对于配合紧密未经跑合的轴颈,  $\mu_0 = 1.57\mu$ ; 对于配合轻松跑合过的轴颈,  $\mu_0 = 1.27\mu$ ,  $\mu$  为运动副元素是平面时的摩擦系数。

设摩擦力  $f_{21}$  在轴颈上形成的摩擦力矩为  $M_f$

$$M_f = f_{21} r = Q \mu_0 r$$

式中  $r$  ——轴颈的半径。

当轴颈以匀角速度  $\omega_{12}$  相对轴承匀速转动时, 根据作用在轴颈上力的平衡条件

可知：轴颈上的总反力  $R_{21}$  与载荷  $Q$  大小相等、方向相反，形成阻力矩  $M_f$  与驱动力矩  $M_d$  平衡，设  $Q$  与  $R_{21}$  的距离为  $\rho$ ，则

$$R_{21}\rho = M_d = M_f = Q\mu_0 r = R_{21}\mu_0 r$$

所以

$$\rho = \mu_0 r \quad (2-19)$$

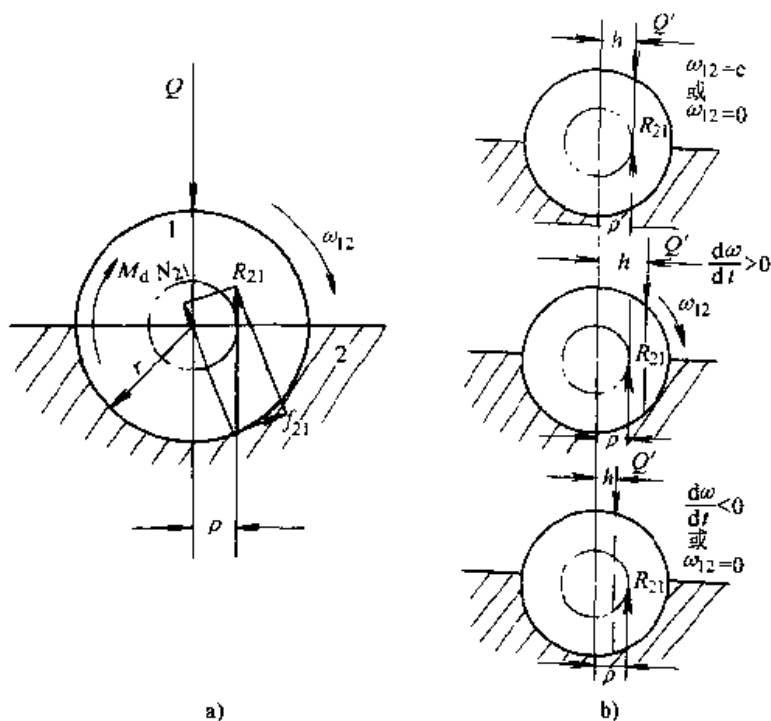


图 2-64 径向轴颈的受力分析

a) 匀速转动的径向轴颈 b) 径向载荷改变对轴运动的影响

因为  $\mu_0$ 、 $r$  为常数，故  $\rho$  是一定值。 $\rho$  确定了总反力  $R_{21}$  与轴的回转中心的距离。当轴上载荷的方向改变时， $R_{21}$  的方向也将发生改变，但  $R_{21}$  与轴的回转中心距离  $\rho$  不会改变。因此，我们可以根据  $R_{21}$  始终与半径为  $\rho$  的圆相切，方向是使轴沿  $\omega_{12}$  方向相反方向转动，来确定  $R_{21}$  的方向与力的作用位置。半径为  $\rho$  的圆称为摩擦圆。

引入摩擦圆的概念便于用图解法进行受力分析时确定总反力的方位，并有利于对轴在力作用下的相对运动进行分析。将图 2-64a 中作用在转轴上的载荷  $Q$  和驱动力矩  $M_d$  用图 2-64b 所示的用偏离转轴中心的载荷  $Q'$  来代替，设驱动力  $Q'$  与轴心的距离为  $h$ ，则  $h = M_d / Q$ ， $Q'$  偏离  $Q$  的方向以  $Q'$  对轴心之矩的方向与  $M_d$  的方向相同来确定，由力的平衡原理可知，无论  $Q'$  及  $h$  的大小如何变化，由  $Q'$  引起的约束反力  $R_{21}$  大小总是与之相等并切于半径为  $\rho$  的摩擦圆上。因此，当  $h = \rho$  时，即  $Q'$  与  $R_{21}$  共线，轴 1 若原来以匀角速度  $\omega_{12}$  转动，现仍将以  $\omega_{12}$  继续转动；若轴 1 原来不动，现仍将不动。当  $h > \rho$  时，即力  $Q'$  作用在摩擦圆以外，轴 1 将加速转动；

当  $h < \rho$  时, 力  $Q'$  作用于摩擦圆以内, 若轴原来以  $\omega_{12}$  转动, 轴将减速转动, 直至转动停止; 如果轴原来不动, 由于这时  $Q'$  力对转轴形成的驱动力矩总是小于总反力  $R_{23}$  形成的阻力矩, 无论  $Q'$  力多大, 轴均不能转动。

根据上面的分析可知: 当机构中出现作用力作用在摩擦角内的移动副, 或作用力作用在摩擦圆内的转动副时, 无论作用在机构上的驱动力怎样增大, 连接上述运动副的两构件都不能产生相对运动, 机构也不能运动, 机构这种与驱动力大小无关不能运动的现象称为“机构自锁”。

分析机构自锁的条件在机构设计中有十分重要的意义, 一方面通过分析自锁发生的原因可以避免机构发生自锁; 另

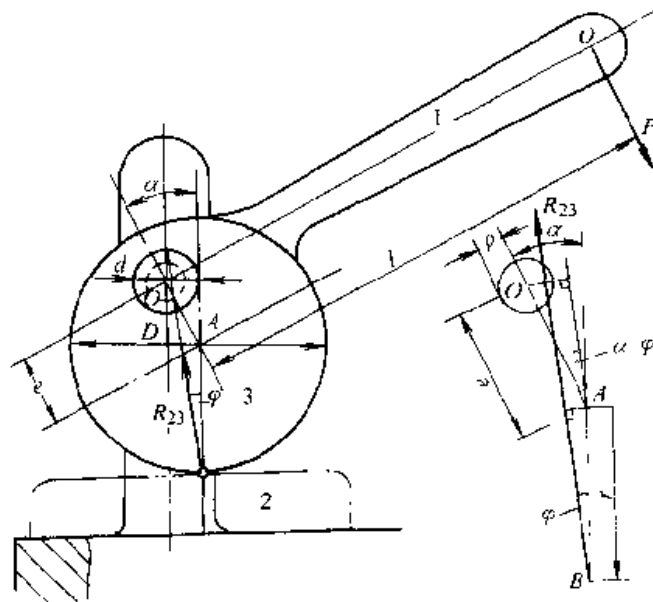


图 2-65 偏心夹具

一方面可以利用机构自锁使机构在有较大载荷作用的条件下使各构件能保持某种相对固定不动的状态, 实现可控制的暂时稳定。例如在图 2-65 所示的偏心夹具, 为了使作用在手柄上的  $P$  力卸掉后, 偏心圆盘 3 能将工件 2 继续夹紧, 应使工件给偏心圆盘的总反力  $R_{23}$  作用在偏心圆盘上转动副的摩擦圆内 (图 2-65 中转轴中的虚线圆), 使机构自锁, 让各构件处于暂时固定不动的状态。由此可以导出该夹具设计的几何条件为:

$$e \sin(\alpha - \varphi) - r \sin \varphi \leq \rho$$

即

$$\alpha \leq \arcsin \left( \frac{r \sin \varphi + \rho}{e} \right) + \varphi$$

式中  $r$ ——偏心圆盘的半径;

$e$ ——转动副中心至偏心圆中心的距离;

$\rho$ ——摩擦圆半径  $\rho = \mu_0 r$ ;

$\mu_0$ ——转动轴颈的当量摩擦系数;

$\varphi$ ——偏心圆盘与工件间的摩擦角。

对于既有滚动又有滑动的高副, 由于滚动摩擦远远小于滑动摩擦, 可以近似用滑动摩擦系数来计算高副处的摩擦角。

2) 止推轴颈中的摩擦。止推轴颈是以轴端面与轴承平面相接触的。实验表明: 在轴向载荷  $Q$  的作用下轴端面上的压强分布是不均匀的, 外圆周的压强相对较

小,内圆中心压强较大,容易磨损,故一般将止推轴颈做成中空形如图 2-66a 所示。

对于未跑合过的止推轴颈,其轴端面压强近似相等,按此条件计算轴端面上单位圆环面积上的正压力为  $dN = p 2\pi \rho d\rho$  (图 2-66b)。

式中  $p$ ——单位面积上的压强;

$\rho$ ——单位圆环的内径。

设:轴端中空小圆半径为  $r$ ,轴的半径为  $R$ ,作用在轴端面上的摩擦力矩  $M_f$  可以由下式算出。

$$M_f = \int_r^R \rho \mu dN \quad \text{即}$$

$$M_f = \int_r^R p \mu 2\pi \rho^2 d\rho = p \frac{2}{3} \pi \mu (R^3 - r^3) \quad (2.20)$$

面整个环面上的正压力为

$$N = \int_r^R p ds = \pi p (R^2 - r^2) = Q$$

故

$$p = \frac{Q}{\pi(R^2 - r^2)}$$

将  $p$  代入式(2-20)中得

$$M_f = \frac{2}{3} Q \mu \frac{(R^3 - r^3)}{(R^2 - r^2)}$$

对于跑合止推轴颈,由于外圆周相对速度大磨损快,经一段时间磨损后外圆周接触较中部松。实验表明:当压强与回转半径之积为常数时,止推轴颈接触状态保持相对稳定,即对于跑合止推轴颈可按  $p \cdot \rho = \text{常数}$  来推导作用在轴端面上的摩擦力矩,根据这一结论按上述类似的方法推导可得

$$M_f = \frac{1}{2} Q \mu (R + r)$$

(3) 螺旋副中的摩擦。螺旋副的摩擦分析可以简化为斜面摩擦来分析,其实质是一个移动副的摩擦分析。如果将螺栓直立,将螺母上与螺纹接触的一小部分视为滑块,则滑块将沿与水平面成一定螺旋升角的斜面运动,当螺母向上旋进时,滑块的重力和滑块上的载荷将成为阻力,向下旋进时,重力和载荷将成为驱动力。

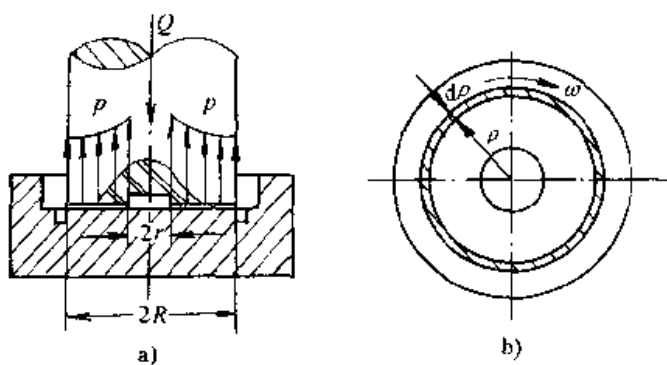


图 2-66 止推轴颈的受力分析

a) 推力轴颈的一般结构及载荷分布 b) 止推轴颈端面的正压力求解



### (三) 机构的传动效率

由于运动副中摩擦的存在, 机构在运动中总有一部分能量要用来克服摩擦而损失掉, 从而使输入功的有效利用程度降低。工程中把克服工作阻力所作的有益功与输入功的比值称为机械效率。

对于稳定运转的机械, 原动件的速度和加速度从某一数值开始变化, 经过最短时间又回复到原来数值的时间称为机械的运动周期。机械一个运动周期的运动过程称为机械的一个运动循环。质量不变的机械系统在稳定运转的一个运动循环开始与结束时, 由于速度没有改变, 机械的动能没有改变, 因此, 机械的输入功  $A_d$  应等于克服工作阻力作的有益功  $A_r$  与克服有害阻力作的有害功  $A_f$  之和, 即

$$A_d = A_r + A_f$$

设以  $\eta$  表示机械的效率, 根据机械效率的定义

$$\eta = \frac{A_r}{A_d} = 1 - \frac{A_f}{A_d}$$

将上式中分子、分母同除以运动周期时间  $T$ , 可得用平均功率表示的机械效率公式

$$\eta = \frac{N_r}{N_d}$$

对于可近似认为作匀速运动的机械, 其机械效率也可以用驱动力(矩)与生产阻力(矩)的比值来表示。在图 2-67 所示机械系统中, 当该机械系统有摩擦存在, 设驱动重力为  $P$  的重物以匀速  $v_p$  速度下降时, 能使阻力为  $Q$  的重物以匀速  $v_Q$  上升, 该瞬时机械的效率为

$$\eta = \frac{N_r}{N_d} = \frac{Qv_Q}{Pv_p} < 1 \quad (2-21)$$

如果该机械为没有摩擦的理想机械, 即  $\eta = 100\% = 1$ , 这时驱动重力为  $P$  的重物在以匀速  $v_p$  速度下降时, 由于不必消耗能量去克服摩擦, 必然会提起比  $Q$  更重的重物  $Q_0$  以匀速  $v_Q$  上升, 即

$$\eta = \frac{Q_0 v_Q}{P v_p} = 1 \quad \text{或} \quad \frac{v_Q}{v_p} = \frac{P}{Q_0} \quad (Q_0 > Q) \quad (2-22)$$

或者说, 阻力为  $Q$  的重物以匀速  $v_Q$  上升时, 只需要用比  $P$  小的重力  $P_0$  就能以匀速  $v_p$  下降,

$$\text{即} \quad \eta = \frac{Q v_Q}{P_0 v_p} = 1 \quad \text{或} \quad \frac{v_Q}{v_p} = \frac{P_0}{Q} \quad (P_0 < P) \quad (2-23)$$

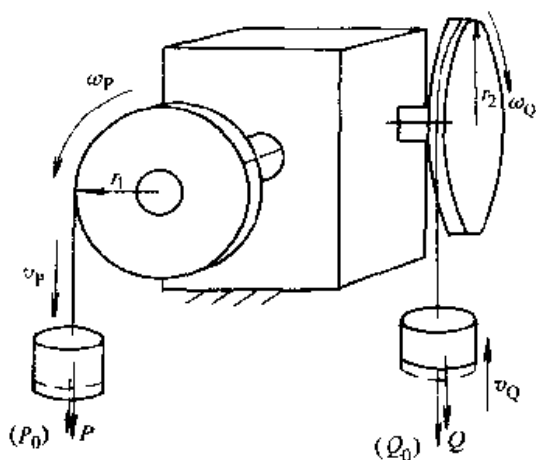


图 2-67 匀速机构效率分析

将式(2-22)或式(2-23)代入式(2-21)中得:

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{Q}{Q_0} < 1 \quad (2-24)$$

式(2-24)表明:机械效率等于在工作阻力 $Q$ 不变的条件下,同一机械计入摩擦时的驱动力 $P$ 与不计摩擦时的驱动力 $P_0$ 的比值;或者说,在驱动力 $P$ 不变的条件下,同一机械不计摩擦时能克服的生产阻力 $Q_0$ 与计入摩擦时能克服的生产阻力 $Q$ 的比值。

将式(2-24)改写为:

$$\eta = \frac{Qr_Q}{Pr_p} = \frac{Qr_2\omega_Q}{Pr_1\omega_p} = \frac{M_r\omega_Q}{M_d\omega_p} < 1$$

式中  $r_1$  —— 驱动力距轴心的半径;

$r_2$  —— 阻力距轴心的半径;

$M_r$  —— 工作阻力矩;

$M_d$  —— 驱动力矩。

和上述推导过程一样,可得

$$\eta = \frac{M_d^0}{M_d} = \frac{M_r}{M_r^0}$$

式中  $M_d^0$  —— 克服相同生产阻力矩 $M_r$ 不计摩擦时所需的驱动力矩;

$M_r^0$  —— 在驱动力矩 $M_d$ 不变的条件下不计摩擦时所能克服的生产阻力矩。

机械在正常工作时,  $0 < \eta < 1$ 。但如果  $A_d = A_r$ ,  $\eta = 0$ , 则  $A_r$  必为零, 说明机械不能输出功。这时的机械如果原来在运动, 现在仍将维持原状态继续运动但不能对外作功, 机械的这种运动状态称为空转。如果机械原来是静止的, 因没有多余的功可以转变为机械的动能, 机械肯定无法动起来。如果  $A_d < A_r$ ,  $\eta < 0$ , 这时机械完成的功尚不足克服有害阻力所需的功, 所以不论机械原来的运动情况如何, 最终必将减速直至运动停止; 原来是静止不动的机械, 肯定不能再运动起来。机械出现上述状态称为机械自锁。故机械发生自锁的条件可以表述为:

$$\eta \leq 0$$

根据机械自锁的条件也可以对机构的几何参数进行设计。

**例 2-11** 如图 2-68a 所示楔块式压榨机, 水平运动楔块的楔紧角(楔块斜面与楔块运动方向夹的锐角)较小为  $\lambda$ ; 竖直运动楔块的楔紧角较大为  $90^\circ - \lambda$ ; 楔块各摩擦面的摩擦系数均为  $\mu$ 。求: 当不继续向水平运动楔块施加压力, 而被榨物体不致松开时, 楔块的楔紧角  $\lambda$  应为多少?

**解**

设压榨机向被压榨物体加压时, 水平驱动力为  $P$ , 这时被压物体所承载荷为  $Q$ 。2、3 构件之间为一斜平面移动副, 将斜面上的受力简化, 用集中于接触面中央

的集中力代替, 其总反力与斜面的法线夹一摩擦角。根据机构各构件间的几何关系及相对运动方向, 画出楔块 2、3 的受力分析图和力封闭多边形如图 2-68b 所示, 从力封闭多边形可得:

$$P = \frac{R_{32} \sin(\lambda + 2\varphi)}{\cos \varphi}$$

$$Q = \frac{R_{23} \cos(\lambda - 2\varphi)}{\cos \varphi}$$

式中:  $\varphi = \arctg \mu$

因为

$$|R_{23}| = |R_{32}|$$

所以

$$P = Q \operatorname{tg}(\lambda + 2\varphi) \quad (2-25)$$

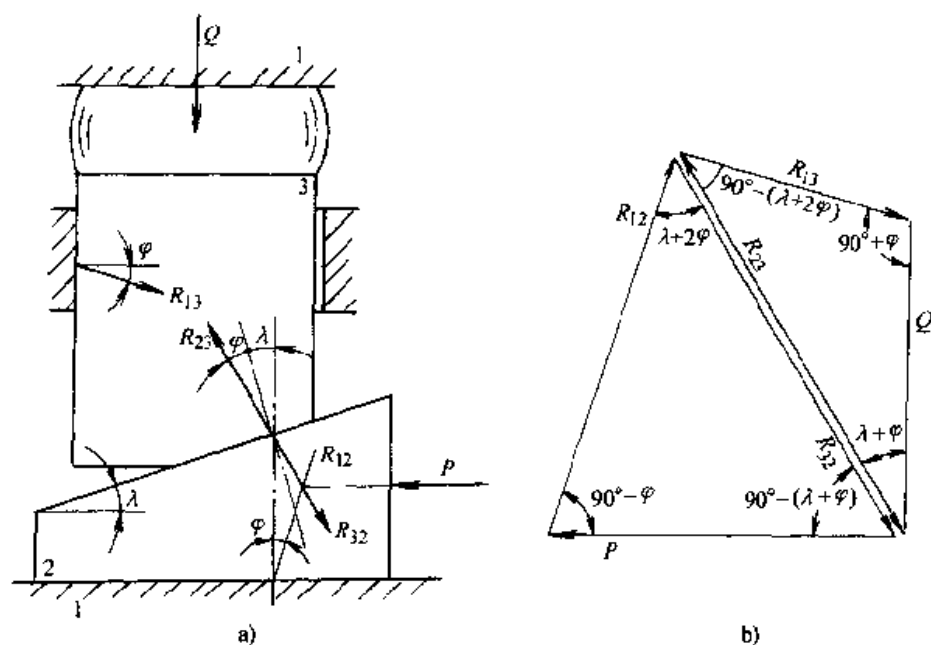


图 2-68 楔块式压榨机的受力分析

a) 受力分析图 b) 力封闭多边形

令式(2-25)中  $\varphi = 0$ , 得无摩擦的理想压榨机驱动力  $P_0$  与生产阻力  $Q$  的关系式

$$P_0 = Q \operatorname{tg} \lambda$$

根据机械效率的定义, 当  $P$  为驱动力向被压物体施压时的效率为:

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{\operatorname{tg} \lambda}{\operatorname{tg}(\lambda + 2\varphi)} \quad (2-26)$$

为了避免机械这时发生自锁, 应使  $\eta > 0$ , 故

$\operatorname{tg}(\lambda + 2\varphi) > 0$ , 即  $\lambda + 2\varphi < 90^\circ$ , 于是得机构的楔紧角  $\lambda$  为:

$$\lambda < 90^\circ - 2\varphi \quad (2-27)$$

当停止施压时, 被压物体的重力和弹性恢复力  $Q$  成为机构运动的驱动力, 这

时机构中各构件的运动方向与压榨时相反, 将式 (2-25) 中的摩擦角  $\varphi$  用  $-\varphi$  代替得:

$$P = Q \operatorname{tg}(\lambda - 2\varphi)$$

上式为在驱动力  $Q$  作用下机构匀速运动时应在楔块 1 上施加的阻力  $P$  与  $Q$  的关系式。在不计摩擦的理想压榨机中, 令  $\varphi = 0$  得理想机械的生产阻力  $P_0$  与  $Q$  的关系式

$$P_0 = Q \operatorname{tg} \lambda$$

根据机械效率的定义, 得在  $P$  为阻力时的机械效率为:

$$\eta' = \frac{P}{P_0} = \frac{\operatorname{tg}(\lambda - 2\varphi)}{\operatorname{tg} \lambda} \quad (2-28)$$

这时若要保证被榨物不被松开, 应使机构自锁, 令  $\eta' \leq 0$  得:

$$\lambda - 2\varphi \leq 0 \quad \text{即} \quad \lambda \leq 2\varphi \quad (2-29)$$

比较式 (2-28) 和式 (2-30) 知: 因  $2\varphi$  远远小于  $90^\circ$ , 在  $\lambda \leq 2\varphi$  的条件下, 压榨机既能向被压榨物体加压, 又能在加压停止后保证被压榨物不被松开 (即机构反行程将自锁)。当  $2\varphi < \lambda < (90^\circ - 2\varphi)$  时, 机构将不会自锁, 可在力的作用下沿正、反两个方向运动, 但效率不一定相等。

将式 (2-28) 除以式 (2-26) 得:

$$\frac{\eta}{\eta'} = \frac{\operatorname{tg}^2 \lambda}{\operatorname{tg}(\lambda + 2\varphi) \operatorname{tg}(\lambda - 2\varphi)} = \frac{\operatorname{tg}^2 \lambda}{\operatorname{tg}^2 \lambda - \operatorname{tg}^2 2\varphi} = \frac{\operatorname{tg}^2 \lambda - \operatorname{tg}^4 \lambda \operatorname{tg}^2 2\varphi}{\operatorname{tg}^2 \lambda - \operatorname{tg}^2 2\varphi}$$

当  $\lambda = 45^\circ$  时,  $\eta = \eta'$ 。

当  $2\varphi < \lambda < 45^\circ$  时, 因为  $\operatorname{tg}^4 \lambda < 1$ , 所以  $\frac{\eta}{\eta'} > 1$ , 即  $\eta > \eta'$ , 说明: 当驱动力作用于楔紧角较小的楔块使机构运动时, 比驱动力作用于楔紧角大的楔块使机构运动时的效率高, 同一楔块机构正反行程运动时的机械效率并不相等。这一现象在机构中普遍存在, 在正、反行程运动均需要利用的机构设计中, 应分别对其正反行程的效率进行计算。

机械正、反行程效率不等这一性质在工程设计中也被广泛的应用。图 2-69 所示螺旋千斤顶就是其中的设计应用例子。螺旋千斤顶中的螺纹一般采用矩形螺纹, 在螺纹的螺旋面上, 螺纹内径的螺旋升角大, 而外径的螺旋升角小, 工程中为了简化计算, 常以螺纹中径 (即内径与外径的平均值) 上的螺旋升角来计算螺旋副

中的受力。设中径上的螺纹升角为  $\lambda$ , 则  $\lambda = \arctg \left( \frac{zp}{\pi d} \right)$ 。

式中  $z$ ——螺纹的头数;

$p$ ——螺距;

$d$ ——螺纹中径,  $d = \frac{r_{内} + r_{外}}{2}$ 。

千斤顶中的螺杆可以看成是将升角为  $\lambda$  的斜面包裹在一圆柱体上形成的 (图 2-69b), 螺杆与螺母之间的相对运动关系如同一个滑块沿斜平面运动, 这种情况与 [例] 2-11 讲的压榨机的受力情况相似, 当螺旋升角  $\lambda \leq 2\varphi$  时, 驱动螺杆, 螺杆向上运动托起重物; 但驱动停止时, 由于反行程机构自锁, 螺杆将重物顶住不致下落。

从上面的分析可以看出, 摩擦对机械的工作带来许多不利的影响: 它使机械的效率降低; 使运动副磨损, 降低了机械的使用寿命和工作精度。但摩擦又不可避免, 在设计时应采取措施降低摩擦对机械工作带来的不利影响。例如: 尽量减少机械中运动副的数量; 减轻构件的自重和惯性力; 用滚动副替代移动副; 选用合理的运动副元素的材料; 选择合适的润滑等等。另一方面, 摩擦也有其有利的一面。例如: 带传动、摩擦式

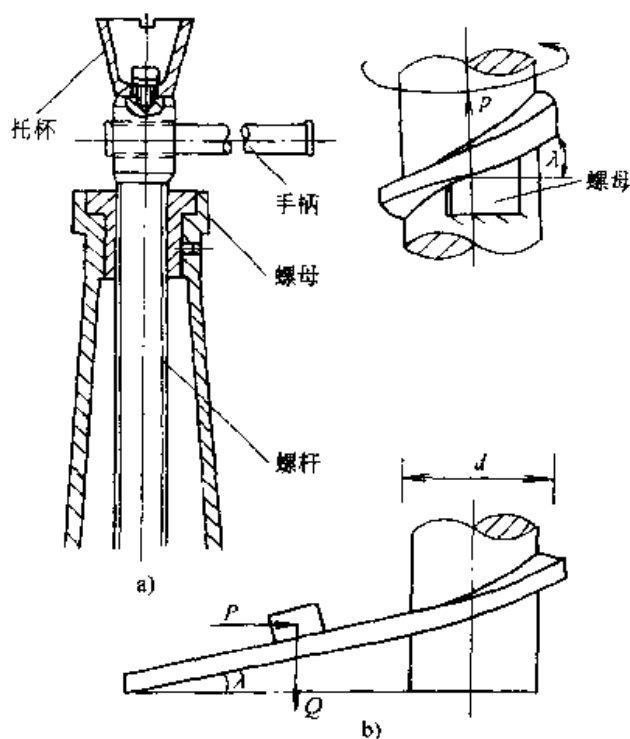


图 2-69 螺旋机构受力分析

a) 结构示意图 b) 受力分析图

离合器均是利用摩擦来实现运动和动力的传递; 三角螺纹借助增大摩擦来提高联接的可靠性; 图 2-65 所示的例子是利用摩擦使机构自锁设计而成的夹具。除此之外, 千斤顶、摩擦式制动器等都是充分利用摩擦有利的一面而设计制造的。因此, 减少摩擦和巧妙地利用摩擦, 对机械设计者是同样重要的两个方面。《摩擦学》这门新兴的学科也正是在人们对摩擦理论不断深入的认识中而逐渐形成的。关于摩擦学方面的内容可查阅有关书籍和文献。

## 二、平面连杆机构的传力特性

机构在传递运动的同时也要传力和对外作功, 机构传力性能和对外作功能力的好坏是我们评价和选择机构的重要内容, 也是机构设计必须研究的重要问题。机构传力特性通常是通过机构压力角、传动角及与之相关的力学结构特征分析来描述的。

### (一) 平面连杆机构的压力角与传动角

平面连杆机构传力最显著的特点是: 机构传力和对外作功的能力随机构运动位置的变化而改变。例如如图 2-70 所示曲柄摇杆机构, 在忽略了构件的惯性力、重力、运动中的摩擦力的条件下, 设从动杆受力为  $F$ ; 受力点的绝对速度为  $v$ , 从动

杆上瞬时输出功率为：

$$F \cdot v = F_v \cos \alpha = F_t v$$

式中  $F_t$ ——连杆传给机构从动件的力在力作用点速度方向上的投影；

$\alpha$ ——机构从动杆受力点处力的方向与受力点速度方向夹的锐角，称为机构的压力角。

显然，平面连杆机构在运动中压力角  $\alpha$  愈小，机构对外作功能力愈强，机构的传动效率愈高，对机构的运动愈有利。为了能比较方便地从平面连杆机构运动简图中直接观察机构传力性能的好坏、判断机构的传动质量，同时也为了能方便地对机构进行设计，特定义连杆机构中连杆与从动杆夹的锐角为机构的传动角，用  $\gamma$  表示。如果  $\gamma$  是钝角，应计算其补角。因为  $\alpha + \gamma = 90^\circ$ ，故  $\gamma$  值愈接近  $90^\circ$ ，机构的传力性能愈好，对机构的运动愈有利。由于传动角随机构运动在不断地变化，因此，在设计时应尽可能保证机构在运动的全过程中传动角之值较大，尤其是当机构从动杆运动至需对外输出力（矩）时，更应注意保证传动角的值较大。例如图 2-71 所示采用连杆机构设计的手动金属板剪，该设计充分利用了力杠杆可以增力的特点，将板剪的手柄做得较长而剪刀刃边做得较短，并且使剪刀刃在剪切金属板时，机构的传动角接近  $90^\circ$ ，从而使工人能比较省力地剪断金属板材。

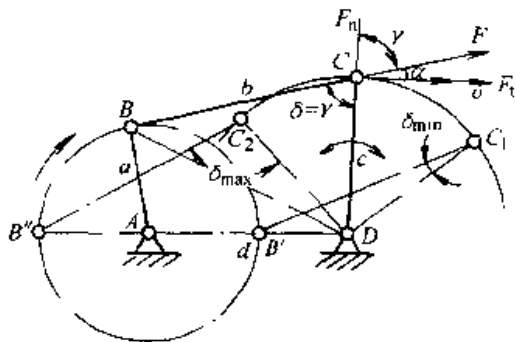


图 2-70 机构的压力角与传动角

由于平面连杆机构的传动角随机构的运动在不断地变化，考虑到运动副中摩擦力和重力、惯性力对机构运动不利方面的影响，为了保证机构传动性能良好，在设计平面连杆机构时应保证机构的最小传动角  $\gamma_{\min}$  不应小于  $40^\circ$ ；在高速和大功率机械中，不应小于  $50^\circ$ 。新设计的平面连杆机构，在其他设计要求均已满足时，应校验  $\gamma_{\min}$  是否符合上述要求。

曲柄摇杆机构的最小传动角及其机构在最小传动角时的位置可用下面的方法求出。在图 2-70 所示四杆机构 ABCD 中，设曲柄、连杆、摇杆和机架长度分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$  和  $d$ ，设连接 B、D 铰链的线段长度为  $k$ ，则：

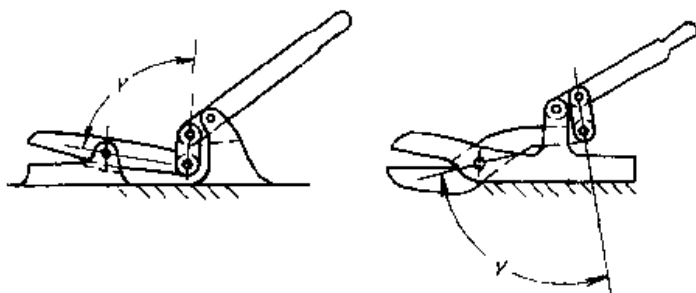


图 2-71 增力机构传动角的设计

曲柄摇杆机构的最小传动角及其机构在最小传动角时的位置可用下面的方法求出。在图 2-70 所示四杆机构 ABCD 中，设曲柄、连杆、摇杆和机架长度分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$  和  $d$ ，设连接 B、D 铰链的线段长度为  $k$ ，则：

$$\cos \delta = \frac{b^2 + c^2 - k^2}{2bc} = \frac{b^2 + c^2 - (d^2 + a^2 - 2ad \cos \varphi_1)}{2bc} \quad (2-30)$$

式中  $\varphi_1$  一曲柄  $a$  与机架  $d$  的夹角。

当曲柄与机架共线、铰链  $B$  运动至  $B'$  位置时,  $\varphi_1 = 0$ ,  $k$  有极小值  $k_{\min} = d - a$ ; 当铰链  $B$  运动至  $B''$  位置时,  $\varphi_1 = 180^\circ$ ,  $k$  有极大值  $k_{\max} = d + a$ 。将  $k_{\min}$  和  $k_{\max}$  分别代入式 (2-30) 中, 求出  $\delta_{\min}$  和  $\delta_{\max}$ ,

$$\cos \delta_{\min} = \frac{b^2 + c^2 - (d - a)^2}{2bc}$$

$$\cos \delta_{\max} = \frac{b^2 + c^2 - (d + a)^2}{2bc}$$

如果  $\delta_{\max}$  是锐角, 机构的最小传动角  $\gamma_{\min} = \delta_{\min}$ ; 如果  $\delta_{\max}$  是钝角,  $\gamma_{\min}$  应为  $\delta_{\min}$  和  $180^\circ - \delta_{\max}$  中的最小者。

分析式 (2-30) 可知: 在条件许可的情况下, 减小曲柄  $a$  的长度有利于增大机构的最小传动角。

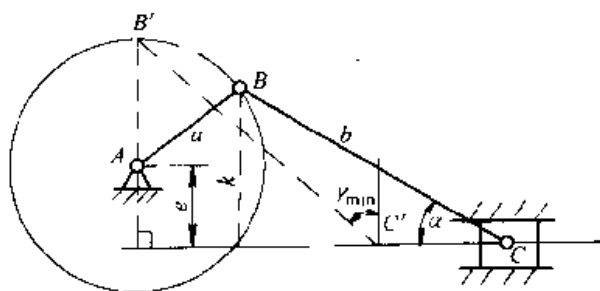


图 2-72 曲柄滑块机构最小传动角位置

对于曲柄滑块机构, 由于  $\sin \alpha = \frac{k}{b}$  (图 2-72), 故当曲柄与滑块导路垂直时机构的压力角最大, 因为  $\gamma_{\min} = 90^\circ - \alpha_{\max}$ , 所以曲柄与滑块导路垂直时机构的传动角最小。因此, 要增大机构的最小传动角, 在满足  $a + e \leq b$  的条件下适当减小曲柄  $a$  和偏距  $e$  的尺寸或增大连杆  $b$  的长度, 有利于增大机构的最小传动角。

导杆机构由于导杆受力与受力点的速度方向夹角在机构运动中始终为零, 故机构的传动角为  $90^\circ$  不变 (图 2-73)。

多杆机构由于机构中构件的运动和受力情况比较复杂, 一般不能直接用连杆与从动杆的夹角来确定机构的传动角。图 2-74 所示瓦特型铰链六杆机构, 其传动角  $\gamma$  可按两个铰链四杆机构分别进行分析。

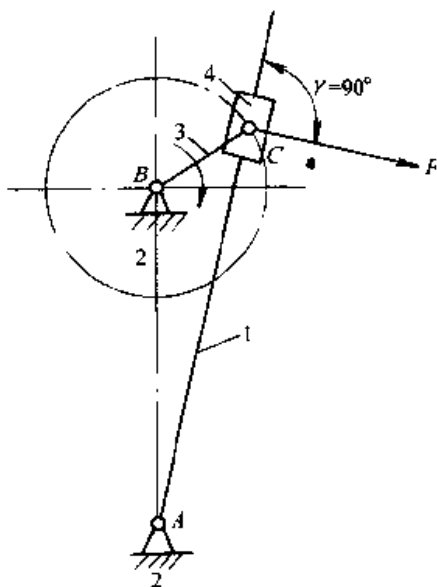


图 2-73 导杆机构传动角

## (二) 机构中力的增益与“死点”

曲柄滑块机构和曲柄摇杆机构当曲柄与连杆运动至接近共线位置时, 曲柄上较小的力矩能在从动构件 (滑块或摇杆) 上产生很大的输出力 (矩)。这一特征常称为力的增益, 并常

常被设计者在设计中加以利用。冲压机床中普遍采用曲柄滑块机构作为冲压机构，总是将冲压零件的位置设计在曲柄与连杆接近共线的位置附近，使机构的传动角 $\gamma$ 接近 $90^\circ$ ，从而使冲头（滑块）能向工件施加更大的冲压力。反过来，若以滑块或摇杆为主动件，当从动连架杆与连杆接近共线时，由于机构的传动角 $\gamma$ 很小，作用于摇杆或滑块上的驱动力却很难使从动连架杆转动。当机构的传动角 $\gamma=0$ 时，整个机构被“顶死”而无法运动。故以往复运动构件为主动、连杆与从动连架杆共线，机构传动角 $\gamma=0$ 的位置称为机构的死点（图 2-75）机构在死点位置。从动连架杆在死点位置有两种受力状态：受拉或者受压。如果从动连架杆在死点受压，由于压杆极易在外力的干扰下失稳，故可以用较小的外力来破坏被顶死的机构，使机构重新运动。利用连杆机构的这一性质，工程中设计出如图 2-76a 所示的工件夹紧机构，图 2-76b 所示为可远距离操纵的电源分合闸机构等等。

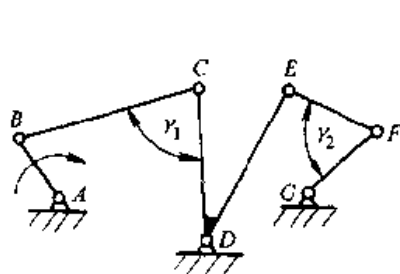


图 2-74 瓦特型六杆机构的传动角

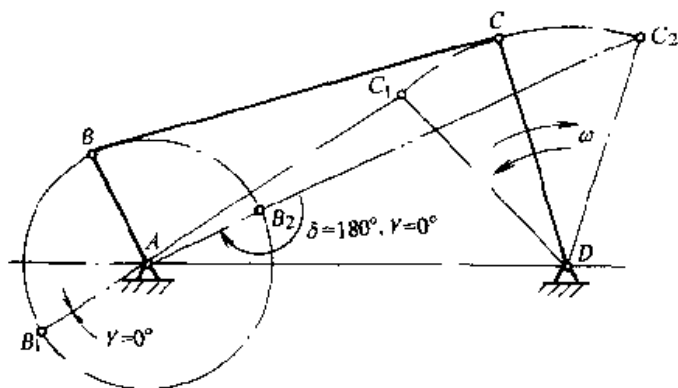


图 2-75 铰链四杆机构的死点位置

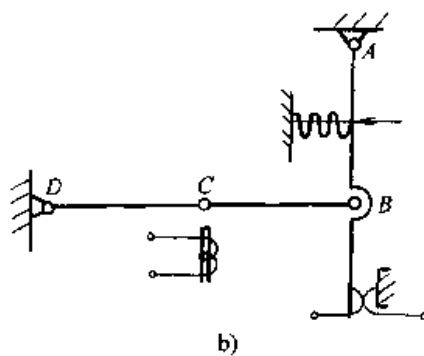
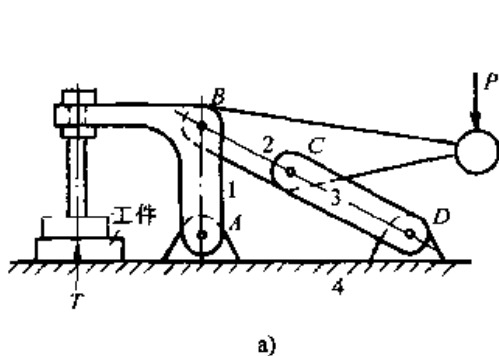


图 2-76 铰链四杆机构死点应用

a) 夹紧机构 b) 电源分合闸机构

当不希望以往复运动构件为主动驱动曲柄转动的机构在死点位置被顶死，可根据机构的结构特点采取相应的措施。例如脚踏式缝纫机和单缸柴油机，是用安装飞轮，借助飞轮较大的转动惯量来克服死点；火车头上的蒸汽机和汽车上的内燃机，用多套机构错位安装，使驱动同一曲柄的每套机构死点位置相互错开，以避免机构因死点而被顶死（图 2-77）。



双摇杆机构也会出现死点(图 2-78a)。避免双摇杆机构因死点被顶死的办法,是限制摇杆的摆动范围。

需要指出的是:平行四边形机构当从动曲柄与连杆位置共线时,虽然这时机构的传动角 $\gamma=0$ ,但由于机构中无往复运动的原动件,因此机构不会被顶死。但随着机构的传动角逐渐趋于零,机构的传动性能变坏,机构向外输出力(矩)和对外作功的能力逐渐丧失。当机构传动角等于零时,从动曲柄可能向正、反两个方向中的任意一个方向运动。增大从动曲柄的转动惯量,可以解决从动曲柄运动方向不确定的问题。如果采用多套机构错位排列(即增加虚约束构件),既能解决从动曲柄运动方向不确定的问题,又能改善机构的传力性能(图 2-78b)。

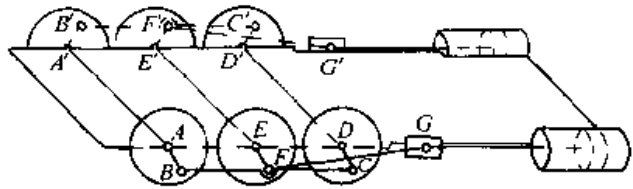


图 2-77 多套机构的错位安装

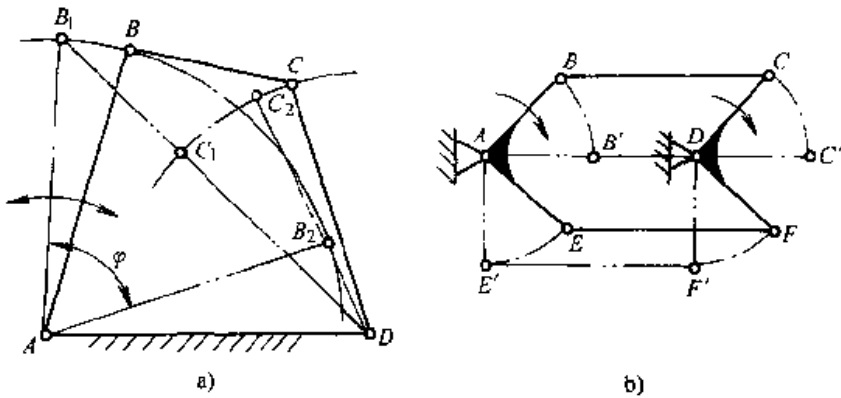


图 2-78 机构的死点及运动不确定性

a) 双摇杆机构的死点位置 b) 平行四杆机构的错位结构

### 三、平面连杆机构的静力学分析

在分析机构由其结构所确定的传力特性和原动力的有效利用程度或力的增益时,一般可以采取不考虑动力的静力分析方法。对于运动速度较低的机械,在分析其受力状况,计算各构件及运动副元素中所受的力时,也可用静力平衡的分析方法。因此静力分析仍是连杆机构受力分析的一个基本内容,也是动力分析的基础。

静力分析已在力学中作了详细的介绍。在此我们将针对连杆机构这一具体工程对象,讨论如何更方便地建立实用的力分析模型的方法,以进一步了解机构的受力分析过程和传动效率计算方法以及受力分析的应用。

平面连杆机构受力分析方法主要有图解法和解析法。图解法比较简单,也有

一定的分析精度，在一般工程问题中有一定的适用性。此外，弄清图解法的分析过程，有助于加深对解析法的理解。本节主要介绍静力分析的图解法。

### (一) 连杆机构忽略摩擦时的静力分析

通常，力分析是取单个构件为示力体来进行的，采用图解法时，不仅作图工作量大，还会反复作那些大小相等、方向相反的作用力和反作用力。由于平面连杆机构中仅有转动副和移动副，在不计摩擦的条件下，转动副中的约束反力的作用点是通过回转中心的，仅大小、方向两个量未知；移动副中的约束反力方向是垂直导轨的，仅大小和力的作用点位置两个量未知，故在有  $P_L$  个低副的连杆机构中，共有  $2P_L$  个力的未知量。根据力的平衡条件，一个构件可以列出 3 个力的平衡方程，有  $n$  个可动构件的连杆机构，共可列出  $3n$  个力的平衡方程。如果  $2P_L$  个待求参数可以全部解出，则应有

$$3n - 2P_L = 0$$

而这一条件正好也是基本杆组的结构条件，就是说：作用于基本杆组上的力是静定的，以基本杆组为力多边形，其力多边形是封闭的。因此，连杆机构在进行力分析时，可以采用以基本杆组为示力体，从而可以使作图求解过程更加简洁、清楚，也有利于提高分析精度。

图解法是通过作基本杆组受力的力封闭多边形，来求未知力的大小和方向的。因为作用在基本杆组上力的方向总是与基本杆组各构件的位置密切相关的，为了使分析结果更加准确，必须先准确地画出机构运动简图及各基本杆组图。其次，应选择合适的力比例尺，使力多边形的图形大小适度，便于计量。力比例尺  $\mu_F$  的单位是 ( $a \text{ N/mm}$ )，即图上每毫米长度代表  $a$  牛顿力。

**例 2-12** 图 2-79a 所示为用长度比例尺  $\mu_l$  画出的四杆机构  $ABCD$ ，原动件  $AB$  上作用有驱动力矩  $M_d$  使原动件匀速运动，从动杆  $CD$  上在  $E$  点作用有阻力  $Q$ 。要求用图解法在不考虑运动副中的摩擦、重力和惯性力时，求各运动

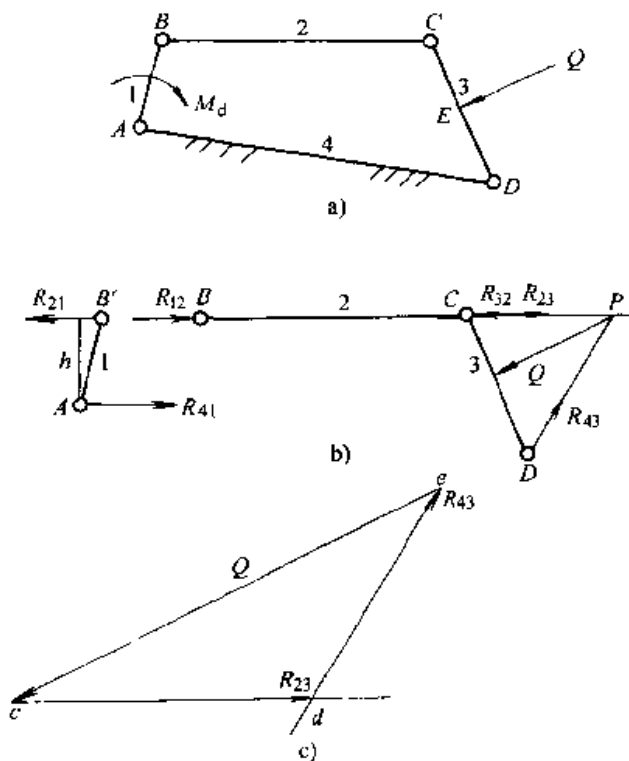


图 2-79 铰链四杆机构的静力分析

a) 机构运动简图及受力 b) 基本杆组及原动件的受力分析 c) 力封闭多边形

副中的约束反力及原动件上的驱动力矩  $M_d$  的大小。

解

该机构是由一个 I 级基本杆组组成的 II 级机构。画出原动件和 II 级基本杆组如图 2-79b 所示。

作用在基本杆上的三力  $R_{12}$ 、 $Q$  和  $R_{43}$  应汇交于一点。因构件 2 为无力偶作用的二力构件，作用在构件  $BC$  上的二力  $R_{12}$  与  $R_{32}$  共线通过  $\overline{BC}$ ，故基本杆组  $BCD$  上的三个力  $R_{12}$ 、 $Q$  和  $R_{43}$  应汇交于  $Q$  与  $BC$  杆延长线的交点  $P$  上，从而确定出三力的作用线。选用力比例尺  $\mu_F$  画出  $Q$ ，过  $Q$  的两端作  $R_{23}$  和  $R_{43}$  力的平行线得出力封闭三角形  $\triangle cde$  如图 2-79c 所示。故

$$R_{12} = R_{23} = \overline{cd} \mu_F, \text{ 方向: 沿 } BC \text{ 杆向右; } R_{43} = \overline{de} \mu_F, \text{ 方向: 由 } D \text{ 指向 } P。$$

在原动件上  $B'$  点作  $R_{12}$  的平行矢量  $R_{21}$ ，量得  $R_{21}$  至  $A$  的距离为  $h$ ，则：

$$M_d = R_{12} h \mu_F = \overline{cd} \mu_F h \mu_l,$$

$R_{41} = R_{12}$ 。 $R_{41}$  与  $R_{21}$  大小相等，平行而方向相反。

(二) 考虑摩擦的静力分析

对于受力比较简单的平面连杆机构，掌握了转动副、移动副中总反力的作图方法，就不难对平面连杆机构作计入摩擦时的静力分析。在机构的同一运动位置，分别作出计入和忽略摩擦时的图解计算结果代入效率计算公式，就可以求出机构在该运动位置时的传动效率。下面举例说明其分析过程。

**例 2-13** 在图 2-80a 所示的曲柄滑块机构中，已知各构件尺寸，各转动副的半径和当量摩擦系数以及滑块与导路间的摩擦系数。设不计各构件的自重和惯性力，求在图示位置当滑块上作用有生产阻力  $Q$  时，原动件上

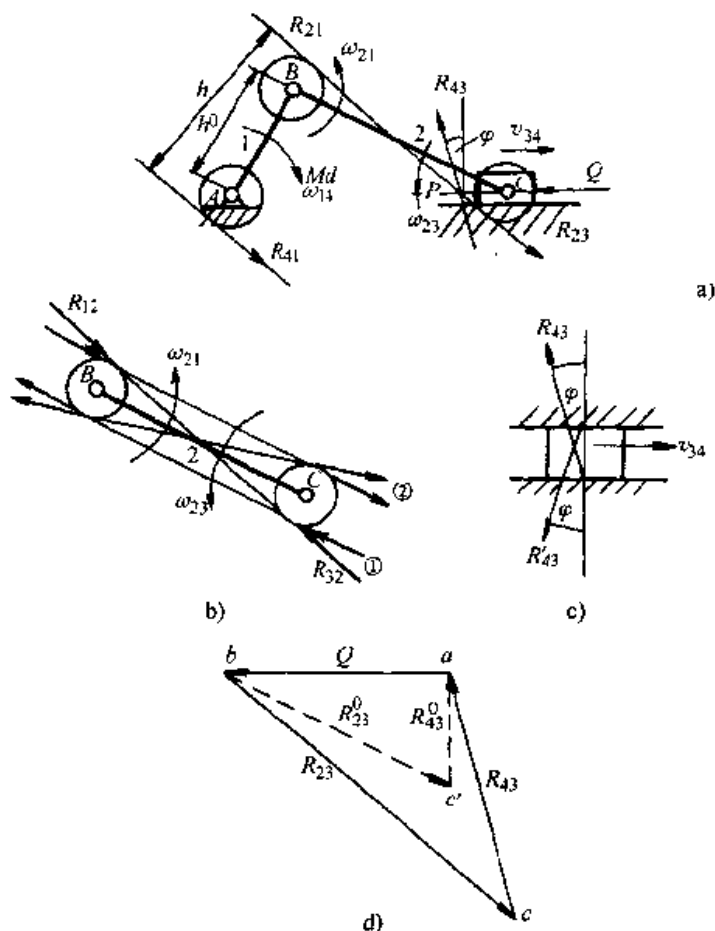


图 2-80 考虑摩擦时曲柄滑块机构的受力分析

a) 机构运动简图及受力分析 b) 连杆上约束反力方向的分析 c) 机架作用于滑块的约束反力方向的分析 d) 用力封闭多边形计算机构的传动效率

的驱动力矩  $M_d$ ，并求该位置机构的效率。

解

1) 在图纸上选择适当的长度比例尺  $\mu_l$  准确地画出机构在该位置时的机构运动简图；画出生产阻力  $Q$  的作用点及方向，根据式 (2-19) 算出各转动副的摩擦圆半径，并在机构图上画出这些摩擦圆。

2) 用虚位移法确定在  $M_d$  驱动下各构件间的相对运动方向。所谓虚位移法即假定原动件沿驱动力（矩）的作用方向运动一个微小位移，分析各运动副联接的两构件间位置或角位置的变化，从而确定出两构件间的相对运动速度或相对角速度方向的方法。用转动副联接的 1、2 构件如果夹角  $\varphi$  变大，则  $\omega_{12}$ 、 $\omega_{21}$  的方向是使两构件夹角变大的方向转动；用移动副联接的 1、2 构件，构件 1 相对构件 2 的位移的方向即  $v_{12}$  的方向。

从图 2-80 中容易看出：在  $M_d$  的驱动下， $\angle ABC$  变大，故  $\omega_{21}$  的方向为逆时转动（ $\omega_{21}$  和  $\omega_{12}$  中只需确定一个即可）。 $\angle BCA$  变小，故  $\omega_{23}$  的方向为逆时转动。滑块向右移，故  $v_{34}$  水平向右。

3) 作计入运动副中的摩擦时各构件上的约束反力及力的作用线。

曲柄上作用有  $R_{21}$ 、 $R_{41}$ 、 $M_d$ ，为有力偶矩作用的二力构件，故  $R_{21}$ 、 $R_{41}$  平行、方向相反，形成的力偶与  $M_d$  大小相等，方向相反。

连杆上仅作用有  $R_{12}$ 、 $R_{32}$ ，故二力共线，因连杆受压， $R_{12}$ 、 $R_{32}$  力矢量的箭头方向相对。

滑块上作用有  $R_{23}$ 、 $R_{43}$ 、 $Q$ ，因无力偶矩作用，三力应汇交于一点。

为了确定作用在滑块上三力的汇交点，图解过程从无力偶矩作用的二力构件开始。根据  $R_{12}$  切于摩擦圆，且阻碍  $\omega_{12}$  转动的特点，得出连杆上  $R_{12}$  与  $R_{32}$  应分别切于铰链  $B$ 、 $C$  处的摩擦圆共线，且  $R_{12}$  阻碍构件 2 沿  $\omega_{21}$  转动， $R_{32}$  阻碍构件 3 沿  $\omega_{23}$  转动的受力情况如图 2-80b 所示有四种可能。其中只有①、②两种受力情况可以构成平衡力系，根据连杆受压可以确定：作用于连杆上的总反力  $R_{12}$ 、 $R_{32}$  的作用线如图 2-80b 中①线所示。在机构运动简图上画出  $R_{12}$  和  $R_{32}$ 。

再分析滑块受力。因  $R_{23}$  和  $R_{32}$  是一对大小相等、方向相反的约束力与约束反力，故  $R_{23}$  的方向与力的作用线已知，作出  $R_{23}$  的作用线与  $Q$  力作用线的交点  $P$ ， $R_{43}$  也应汇交于  $P$ ，因  $R_{43}$  与  $v_{34}$  夹  $90^\circ + \varphi$  角有两种可能方向如图 2-80c 所示，通过作力封闭多边形知， $R_{43}$  方向应向上与  $v_{34}$  夹  $90^\circ + \varphi$  角。选用力比例尺  $\mu_F$  作滑块上三力平衡的力封闭三角形可确定  $R_{43}$ 、 $R_{23}$  的大小及方向如图 2-80d 所示。

最后画曲柄的受力图。曲柄上  $R_{41}$  应切于铰链  $A$  处的摩擦圆，方向为阻碍  $\omega_{14}$  转动并与  $R_{21}$  平行， $R_{41}$  与  $R_{21}$  方向相反构成力偶与  $M_d$  平衡。从而可以确定出  $R_{41}$  切于铰链  $A$  处的摩擦圆下端。因为  $R_{21} = R_{12} = R_{32} = R_{23}$ ，故  $M_d = \overline{bc} \mu_F h \mu_t$ 。  
式中  $h$ —— $R_{41}$  与  $R_{21}$  的距离。

4) 作不计摩擦时的机构受力分析图。

当不计摩擦时机构中的摩擦圆半径和摩擦角均为零, 故连杆上二力共线, 方向与连杆方向相同。滑块上三力应汇交于  $C$  铰链点,  $R_{43}$  过  $C$  点铅垂向上。  $R_{41}$  应过  $A$  铰链点, 方向与连杆  $BC$  平行。量得  $A$  与连杆的距离为  $h^0$ 。

在计入摩擦时的  $Q$ 、 $R_{43}$ 、 $R_{23}$  的力封闭三角形中 (图 2-80d), 过  $Q$  矢量的两端分别作连杆的平行线和滑块导路的垂线交于  $c'$  点, 则求出在工作阻力  $Q$  不变的条件下不计摩擦时的总反力  $R_{23}^0 = \overline{bc'} \mu_F$ , 因为  $R_{21}^0$  与  $R_{23}^0$  大小相等, 故不计摩擦时机构的驱动力矩为:

$$M_d^0 = \overline{bc'} \mu_F h^0 \mu_1$$

根据效率的计算公式

$$\eta = \frac{M_d^0}{M_d}$$

所以, 机构在该瞬时的机械效率为

$$\eta = \frac{\overline{bc'} h^0}{bch}$$

**例 2-14** 在图 2-81 所示双滑块机构中, 已知  $AB = l$ , 转动副的半径为  $r$ , 其当量摩擦系数为  $\mu_0$ , 滑块与导路间的摩擦系数为  $\mu$ 。不计各构件的重力, 求机构在  $P$  力作用下自锁的条件。

**解**

根据式 (2-19) 算出转动副的摩擦圆半径  $\rho$ , 并在转动副  $A$ 、 $B$  上绘出两摩擦圆。分析连杆  $AB$  的受力, 并画出滑块 3 上所受力  $R_{23}$  (即转动副  $B$  中的总反力) 如图 2-81 所示, 若  $R_{23}$  作用于滑块的摩擦角内, 机构将发生自锁, 即

$$\alpha \geq \frac{\pi}{2} - \varphi$$

因为

$$\alpha = \beta + \gamma = \arccos\left(\frac{x}{l}\right) + \arcsin\left(\frac{2\rho}{l}\right)$$

所以

$$\alpha = \arccos\left(\frac{x}{l}\right) + \arcsin\left(\frac{2\rho}{l}\right) \geq \frac{\pi}{2} - \arctg \mu$$

整理得

$$x \leq l \cos \left[ \frac{\pi}{2} - \arctg \mu - \arcsin \left( \frac{2r\mu_0}{l} \right) \right] = l \sin \left[ \arctg \mu + \arcsin \left( \frac{2r\mu_0}{l} \right) \right]$$

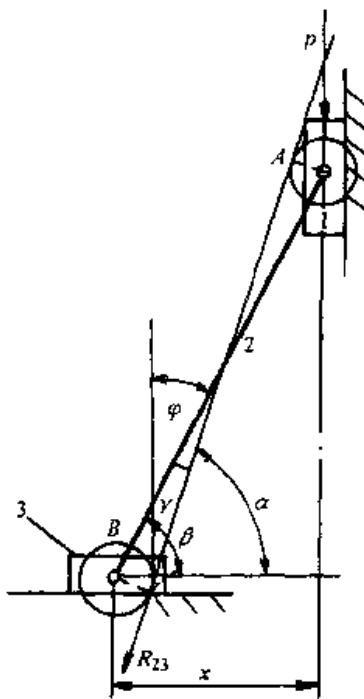


图 2-81 双滑块机构考虑摩擦时的受力分析

即：当铰链  $B$  与铰链  $A$  在水平方向上的距离  $x$  小于或等于  $l \sin \left[ \arctg \mu + \arcsin \left( \frac{2r\mu_0}{l} \right) \right]$  时，机构将自锁而不会侧滑。从式中可知：加大  $A$ 、 $B$  铰链的轴径，可以进一步增大不侧滑的距离  $x$ 。

#### 四、根据受力分析合理地选择和设计平面连杆机构

机构是传递、变换运动和力的装置。运动和力（力矩）在机构的工作过程中，既相互联系、相互影响，而作为机构的工作性能指标又是相对独立的。常常会出现设计出的机构在运动学上是满足的，而其传动角、机械效率可能是不理想的。因此在选择和设计机构时，必须注意分析和校核其力的传递和变换特性。如传动角、压力角、摩擦与效率、承载能力与寿命，以及在后面将要研究的动力学性能等，结合机构的运动、受力和结构等多方面要求进行综合分析，才能获得最有实用价值的设计结果。

例如，在设计牛头刨床的切削运动机构时，根据设计对刨刀提出作急回运动的要求，我们在第二节中曾从有急回特性的机构中选出了三种机构设计方案如图 2-36 所示，但哪一种方案更好呢？由图 2-72 知：偏置式曲柄滑块机构的最小传动角  $\cos \gamma_{\min} = \frac{a+e}{b}$ ，显然减小曲柄长  $a$  和偏距  $e$ ，增大连杆长  $b$  有利于增大  $\gamma_{\min}$ ，但减小  $e$ ，由图 2-40 知：机构的极位夹角  $\theta$  将减小，机构的急回特性变差。减小  $a$ ，滑块的行程将变小；增大  $a$ ，要保持机构的最小传动角较大，则必须加长  $b$ ；而增大  $b$ ，则机构的尺寸将变大，机构质量产生的惯性力和惯性力矩将变得更大，而连杆机构的惯性力和惯性力矩通常是很难实现完全平衡，从而使机构的运动和动力性能变差。因此，偏置式曲柄滑块机构作为牛头刨床切削运动机构不理想。再比较图 2-36 所示曲柄摇杆机构、摆动导杆机构与摇杆滑块机构的组合机构方案，通过对两个方案受力分析进行比较可得出结论：由导杆机构组成的方案 b 比由曲柄摇杆机构组成的方案 a 更好，其理由是：

1) 方案 b 中机构的传动角  $\gamma$  大，并且始终为  $90^\circ$ ，而方案 a 的传动角是随机构运动不断变化的。方案 b 的传动性能更好。

2) 方案 b 机构占用的运动空间更小，其运动构件产生的惯性力和惯性力矩更容易实现完全平衡，有利于机构的平稳运动；有利于改善构件的受力；有利于减轻机构的振动与冲击；从而有利于提高机构的使用寿命，降低生产制造成本。

对方案 b 作进一步的受力分析还可以确定：滑块的导轨应位于导杆摆动弧线的顶点和两极限点  $c-c$  连线的中间，并与  $cc$  连线平行（图 2-82），因为这样可以保证滑块在运动中压力角的最大值最小；滑块应采用实线所示的连杆与导杆相联（假设工作阻力如图所示），从而可以避免如虚线所示的连杆在工作时受压造成压

杆失稳引起的振动,有利于提高切削质量。

在牛头刨床切削运动机构的方案设计中,将曲柄置于摆动导杆的中部,从而用较小尺寸的曲柄获得了滑块较大的工作行程。如果将此机构设计方案用于工作行程较小的插床时,采用力杠杆的原理将曲柄置于图 2-83 所示导杆的另一端,从而可以利用杠杆的增力作用,用较小功率的原动机使机构产生较大的切削力。

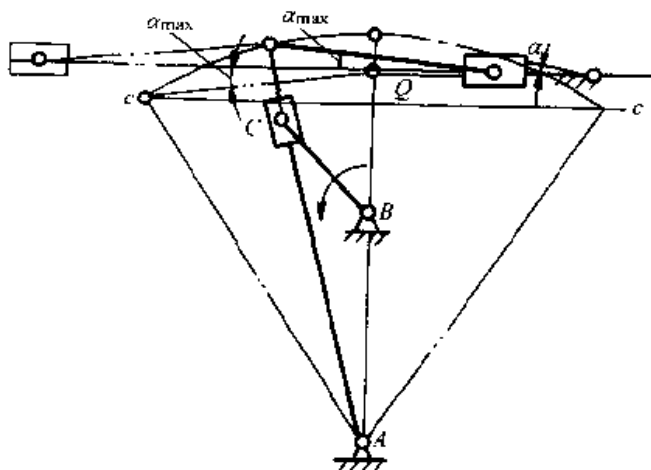


图 2-82 牛头刨机构按传力特性的设计

在进行机构设计时,通常总是将设计任务中的运动要求(实现运动规律、传动函数、轨迹和刚体导引要求)放在第一位。而同等重要的是:也要求机构运转平稳;传动角大、机构的

传力性能好;运动副受力小、机构寿命长;构件受力好、机构重量轻、电动机输入力矩波动小、以及机构运动的能耗小、占用空间小和造价低等等。要完全实现上述各项目标,需要对机构进行复杂的优化设计,于是设计者在设计时必须面临抉择:是对机构进行全面的或部分的优化设计;或是主要考虑一个设计要求或是兼顾几个设计要求。抉择的主要依据应该是机构的应用目的以及由此确定的技术要求。

例如:选择设计一个曲柄摇杆机构,用于图 2-84 所示的剪切连续运动薄钢带的剪切机构时,在满足刀刃运动轨迹水平速度分量近似匀速的条件下,受力分析及动力设计应当主要保证:机构的传力性能好、运行平稳。如果将曲柄摇杆机构用于汽车的雨刮器,这时机构执行构件运动的不均匀性对

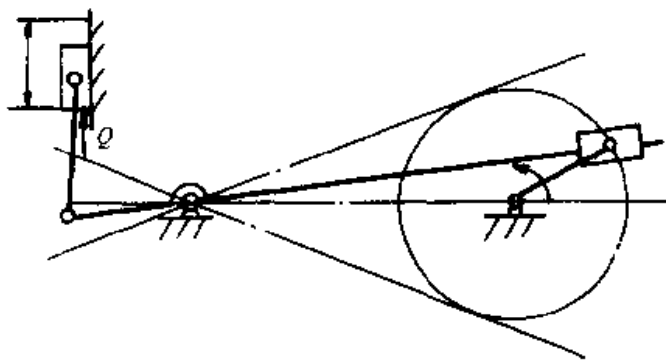


图 2-83 小型插床导杆机构

刮雨并不起重要的影响,而雨刮器的使用寿命是需要主要考虑的,于是设计者应通过对机构的受力分析,找出减小运动副受力的措施,使机构能有较长的使用寿命。如果将曲柄摇杆机构用于图 2-23a 所示的颚式碎石机中,这时设计者应当考虑的主要设计内容是:如何提高机构抗冲击和振动的能力,如何改善电动机输出力矩的巨大波动使机构平稳地运行。

从改善机构受力方面考虑,在选择和设计机构时应注意以下一些问题:

1) 所选择的机构的结构应尽可能简单。机构构件数量愈少,运动副也愈少,运动累积误差愈小,运动副的摩擦磨损愈小,能耗也愈少,传动效率愈高,制造成本愈低。当选择输出运动作往复直线运动的机构时,可考虑直接采用气、液压缸来实现往复直线运动,从而可以省去运动变换机构,简化系统结构。

2) 在能满足运动要求的条件下应尽可能地缩小机构体积和尺寸,缩小构件的运动空间,从而降低生产成本,减少机构的能耗与动负荷。

3) 注意机构中运动副类型对机构动力性能的影响。转动副制造容易,容易保证运动精度,效率较高。若采用标准轴承,更容易实现高精度、高效率、高灵敏度、标准化和系列化。移动副实现高精度配合较困难,由于沿导轨方向需有必要的长度,因此,体积、重量较大。滑动摩擦的移动副效率相对较低,对润滑要求较高,设计制造不好还容易产生楔紧和爬行等问题。此外,滑块在往复直线运动中产生的惯性力要实现完全平衡比较困难。

在移动滑块上的转动副与导路形成的偏距  $e$  (图 2-85) 对机构的运动在一般情况下没有影响,但对机构的受力会带来不同程度的影响。例如图 2-85 所示曲柄滑块机构,铰链  $C$  与导轨形成偏距  $e$  以后,滑块上将受到一个力矩的作用,滑移副中的摩擦将增大。

4) 作平面运动构件难以实现惯性力和惯性力偶矩的完全平衡,应尽量减小其质量与转动惯量。较大偏心质量的回转构件、较大质量的往复直线运动的构件,在运动时,尤其是在变速、高速运动时,容易使机构产生振动与冲击。实验表明:运动副中的反力迅速改变在达到峰值时,机构将产生强烈振动,在无法避免时应采取降低输入转速,以避免共振范围;安装平衡质量或平衡机构;改变机构尺寸以减小加速度峰值;减小运动副过大的间隙以避免冲击;安装飞轮以减轻原动机输入转矩的波动;选择其他的机构方案等方法来尽量减轻机构在运动中可能产生的振动与冲击,提高机构运动和工作质量。

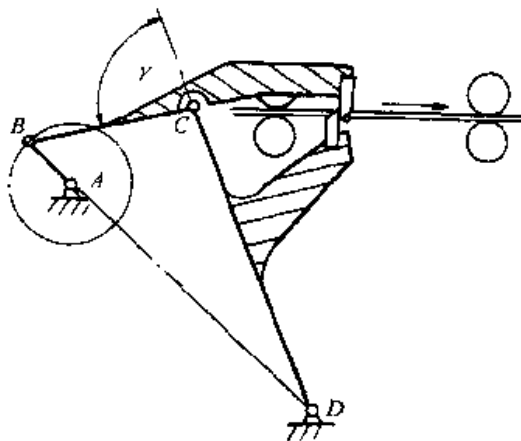


图 2-84 剪切机构

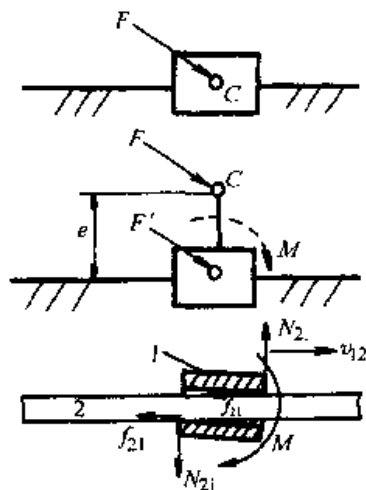


图 2-85 移动副受力分析



在上述分析中,我们谈到机构设计的一些动力学问题,例如:机构惯性力(矩)的平衡;飞轮的安装;原动机输入转矩波动的平衡;机构的振动、冲击等问题,有关这些内容将在机械动力学一章中作进一步详细讨论。

## 第四节 平面四杆机构综合的内容与方法

平面四杆机构综合的基本问题是:根据设计要求选定平面四杆机构的类型,并确定出所选平面四杆机构运动简图尺寸参数。

平面四杆机构的综合内容可以归纳为以下三类问题:

1) 满足位置要求或运动规律要求。例如:要求连杆按一定的位姿顺序运动;要求两连架杆转角满足给定的传动函数关系。

2) 实现给定的轨迹曲线要求。

3) 满足综合运动要求。不少机构根据其工作需要,既有运动规律的要求,又有轨迹曲线的要求。例如图 2-84 所示的剪切机构,既要求上下剪刀完成一定形状的轨迹,以满足剪断一定厚度钢板的要求,同时还要求在进入剪切区时,其水平分速度与钢板的运动速度相等,以满足同步要求,甚至还会有传动角及尺寸范围的要求等等。

本章将就以下的平面四杆机构综合问题进行讨论,这些内容包括:

1) 刚体导引机构的综合。

2) 两连架杆实现预期运动规律机构的综合,即函数发生机构的综合。

3) 有急回运动要求机构的综合。

4) 实现运动轨迹曲线机构的综合,即轨迹发生机构的综合。

平面四杆机构的综合方法主要有:

(1) 图解法。图解法直观、易懂,能满足精度要求不高的设计。图解法能将解析法的理论形象化,有助于对解析法的理解。图解法也能为需要优化求解的解析法提供必要的计算初值。因此,本章将有选择地介绍几种图解综合方法。

(2) 解析法。解析法是根据给定的运动参数,建立起机构运动简图参数与运动参数之间的关系式,再根据机构的运动及几何约束条件来建立机构的综合方程组,求解此方程组,以解出机构运动简图参数的一种方法。由于机构综合方程组通常为多维非线性方程组,一般均需借助计算机求其数值优化解。虽然这种方法和求解过程相对图解法较为复杂,但所获得的设计结果较为精确,更重要的是:它能结合机构的综合过程,解决一些其他设计方法无法解决的问题,例如:机构的优化设计、机构的精度分析等等。因此,这种方法是当前和未来机构综合的主要方法,也是本章讨论的重点。

(3) 实验法。实验法是用实物模型,通过重演设计要求来确定机构运动简图

参数。这种方法在解决某些比较复杂的设计时,例如:近似实现轨迹曲线、引导刚体按四位姿顺序运动等设计中,也十分有效。因此,实验法仍不失为一种有用的机构综合方法。有关这部分内容将留给实验课去研究。

### 一、平面四杆刚体导引机构的综合

平面四杆刚体导引机构综合的要求是:设计一平面四杆机构,使其连杆在作平面运动时能够引导刚体按给定的若干位姿顺序运动。

刚体的运动位姿通常用刚体上一点  $P$  (称为标点) 的有限个位置坐标  $(x_{Pi}, y_{Pi})$  和过标点的直线 (称为标线) 的位置角  $\theta_i$  (称为标角) ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 给出。

例如:在矿山采掘、仓库码头连续装载散粒物料的蟹爪式装载机的设计中,要求在传送带输入端两旁对称布置两个曲柄错位  $180^\circ$  的扒取四杆机构  $ABCD$  如图 2-86 所示。要求:当曲柄连续转动时,连杆的伸出端  $P$  点能仿“蟹爪”作图示的扒取运动,并要求:

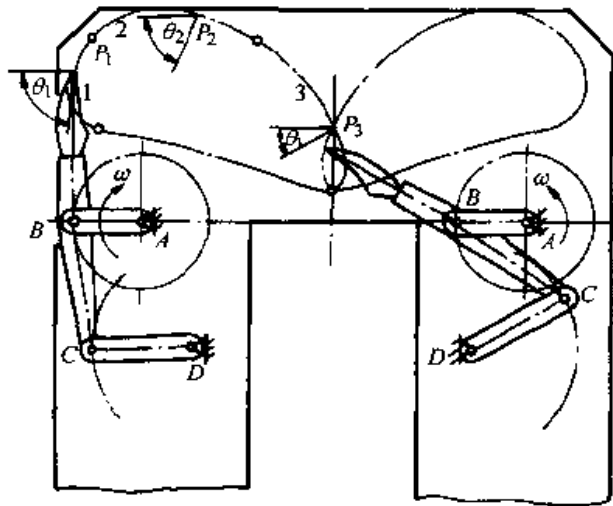


图 2-86 蟹爪式装载机

1) 当扒爪在轨迹曲线上的标点  $P_1$  点 (坐标为  $x_1, y_1$ ) 插入料堆,扒爪这时的标线与水平方向的夹角,即标角  $\theta_1$  最好接近  $90^\circ$ ,以减少扒爪插入物料时的阻力。

2) 为了有效地扒集物料,扒爪在轨迹曲线上的标点  $P_2$  点 (坐标为  $x_2, y_2$ ) 的标角  $\theta_2$  最好为  $65^\circ$ 。

3) 为了将扒取出来的物料尽可能多地推入传送带中,扒爪在轨迹线上的标点  $P_3$  点 (坐标为  $x_3, y_3$ ) 的标角  $\theta_3$  最好为  $40^\circ$ 。

如何根据上述的设计要求,综合出能满足设计要求的导引机构,是本节讨论的主要内容。

刚体导引机构的综合可以采用图解法或解析法。当刚体位姿要求在三个以上 (但不超过五个)、设计精度要求较高时宜采用解析法。

#### (一) 刚体导引机构综合的图解法

图 2-87a 示出了用标点的三个位置  $P_1$ 、 $P_2$  和  $P_3$  以及标线的三个标角  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$  给出的刚体运动时的三个位姿,要求设计一平面四杆机构  $ABCD$ ,使固接在连杆上的刚体在运动时,能顺序实现这三个位姿。

由于对铰链四杆机构的四个铰链点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  的位置未作要求,故连杆上  $B$ 、 $C$  铰链位置可以任意选定。直接以标线位置作为连杆位置,以  $P$  点作为  $B$  铰链点,在标线上任取  $C$  铰链位置;按  $\overline{B_1C_1} = \overline{B_2C_2} = \overline{B_3C_3}$  分别确定出  $B$ 、 $C$  铰链随

连杆运动时的三组对应位置。由于与  $B$ 、 $C$  铰链相联的两连架杆分别以  $A$ 、 $D$  为圆心作圆周运动，故过  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$  和  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$  分别作圆心，即求出  $A$ 、 $D$  铰链的位置，连接  $AC_1B_1D$  得到所综合的四杆机构在起始位置时的机构运动简图参数。由于  $B$ 、 $C$  铰链位置是任选的，所以满足给出三个刚体运动位姿的平面四杆机构有无穷多综合结果。例如：如果  $B$ 、 $C$  铰链不直接在标线上选取，可在与标线位置相对固定的其他任意直线上选取如图 2-87b 所示的  $\overline{B_1C_1}$ ，以  $\overline{B_1C_1}$  为引导机构连杆的第一位置，按图形全等的方法作出连杆的另外两个运动位置  $\overline{B_2C_2}$ 、 $\overline{B_3C_3}$ ，再用过三点求作圆心的方法，即可综合出能满足导引刚体通过三位姿运动的另一个平面四杆机构。

如果设计要求只给出刚体运动的二个位姿，因  $A$ 、 $D$  铰链可以分别在  $\overline{B_1B_2}$  和  $\overline{C_1C_2}$  的垂直平分线处任选，故能满足设计要求的平面四杆机构有无穷多个。

从图 2-87 所示刚体导引机构的综合过程，可以得到这类机构综合的目标是：在作平面运动刚体上寻找这样一些特殊位置的点，它们在随刚体按有限个给定位姿运动时，其运动轨迹上对应的有限个位置点能分布在同一半径的圆上。刚体上能满足这一运动条件的点称为“圆周点”，圆周点的圆心称为“中心点”。当以圆周点作为连杆与连架杆的铰链点时，中心点即为连架杆与机架的铰链点。因此，刚体导引机构的综合，可以归结为求平面运动刚体上的圆周点和与其对应的中心点问题。

当要求刚体按 2~3 个给定的位姿运动时，可以在刚体上任意选择一点（如图 2-87 中的  $B$ 、 $C$  点）作为圆周点，在确定了它们在运动中对应的位置后，便可以通过求圆心的方法求出中心点的位置。当要求刚体按 4~5 个给定位姿运动时，就不能在刚体上任选一点作为圆周点，这时只能采用运动几何学法、实验法或解析法来求圆周点。理论上可以证明：刚体按 4 个要求的位姿运动时，刚体上能满足运动要求的圆周点仍有无穷多组（2 个圆周点为 1 组）；而刚体按 5 个要求的位姿运动时，刚体上的圆周点可能有 2 组、1 组或者没有。下面我们来讨论如何用解析法进行刚体导引机构的综合。

## （二）刚体导引机构综合的解析法

用解析法综合平面四杆机构，首先须建立机构综合方程，建立平面四杆机构

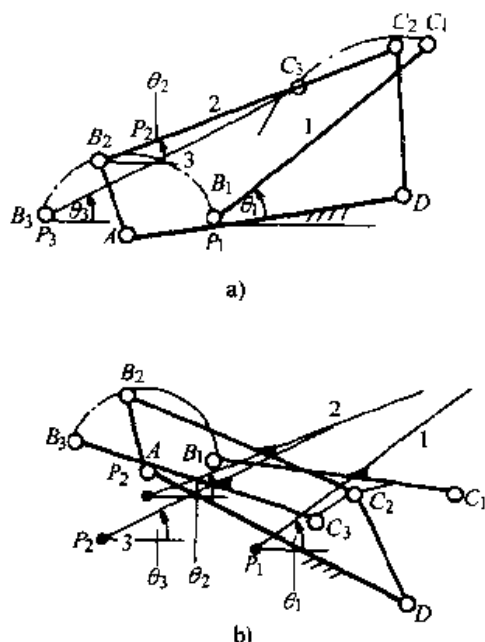


图 2-87 给定刚体运动三个位姿综合的图解法

- a)  $B$ 、 $C$  铰链在标点和标线上任意选取  
b)  $B$ 、 $C$  铰链在标线以外的位置任意选取

综合方程的方法主要有两种：

其一，是以各杆的长度和结构角为待求运动参数，以各杆形成满足给定要求的封闭向量多边形为约束条件来建立机构的综合方程。其二，是以各运动副位置坐标为待求运动参数，以杆长不变为约束条件来建立四杆机构的综合方程。两种方法各有其优缺点，但第二种方法适用性更强，所以本章主要介绍第二种方法。

以运动副位置坐标来建立综合方程的基本思路是：首先建立以标点  $P_i$  坐标和标角  $\theta_i$  确定的平面运动刚体上的任意铰链点  $B$ ，从  $B_1$  位置运动到  $B_i$  位置的一系列坐标  $(x_{B_i}, y_{B_i})$ ，并将  $B_i$  位置的坐标均表示为  $B_1$  位置坐标的函数，以杆长不变为约束条件，将  $B_1, B_2, \dots, B_i$  约束在以  $A$  为圆心的圆上得约束方程，展开该约束方程，即可得包含给定运动要求  $(P_i, \theta_i)$  和待求机构简图参数  $(x_{B1}, y_{B1})$  (圆周点) 和  $(x_A, y_A)$  (圆心点) 的机构综合方程。

当要综合含有移动副的平面连杆机构时，其  $B_1, B_2, \dots, B_i$  点的约束方程将不是圆，而是过某一点的一条直线（定向直线或动直线），从而可以建立起相应的机构综合方程。为此，我们首先来研究随刚体运动的任意点  $B$  的有限运动位置点的坐标  $(x_{B_i}, y_{B_i})$  与起始运动位置点的坐标  $(x_{B1}, y_{B1})$  之

间的相对位移关系式，并且把这些点与点之间的位移关系用给定标点的坐标  $(x_{P_i}, y_{P_i})$  和标线相对角位移  $(\theta_i - \theta_1)$  为元素的矩阵来表示，这个矩阵称为刚体位移矩阵。刚体位移矩阵是建立机构综合方程的基础。下面我们首先来推导作平面运动刚体上任意一点从 1 位置运动到  $i$  位置的刚体位移矩阵方程。

1. 刚体位移矩阵方程 一个作平面运动的刚体从位置 1 运动至位置  $i$ ，可以看成是由平移和绕定点转动的合成（图 2-88a）。为此，我先分别讨论刚体平移矩阵方程和刚体绕定点转动的位移矩阵方程。

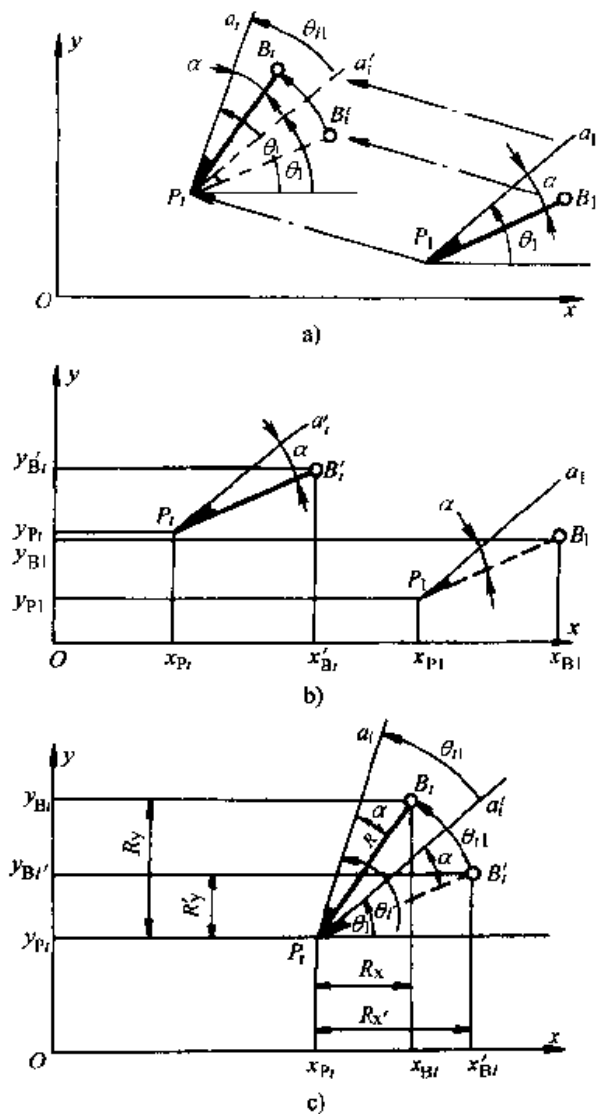


图 2-88 刚体的平面运动

a) 刚体平面运动 b) 刚体平移 c) 刚体绕定点转动

(1) 刚体平移矩阵方程。(图 2-88b) 示出了刚体由 1 位置平移到  $i'$  位置。图中:  $P$  为标点;  $\overline{Pa}$  为标线。  $B$  为刚体上任取的铰链点  $B$ 。当标线由  $\overline{P_1a_1}$  平移至  $\overline{P_ia_i'}$  时,  $\overline{P_1B_1}$  也相应平移至  $\overline{P_iB_i'}$ 。从图中容易得出  $B_1$  位置的坐标与  $B_i'$  位置坐标存在着如下关系:

$$\left. \begin{aligned} x_{B_i'} &= x_{B_1} + (x_{pi} - x_{p1}) \\ y_{B_i'} &= y_{B_1} + (y_{pi} - y_{p1}) \end{aligned} \right\}$$

写成矩阵形式得刚体平移位移矩阵方程:

$$\begin{bmatrix} x_{B_i'} \\ y_{B_i'} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_{pi} - x_{p1} \\ 0 & 1 & y_{pi} - y_{p1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{B_1} \\ y_{B_1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-31)$$

(2) 刚体绕定点转动的刚体位移矩阵方程。在图 2-88c 中, 刚体绕定点  $P$  转动, 标线由  $\overline{p_1a_1}$  转动到  $\overline{p_ia_i'}$ , 铰链点  $B_1'$  点也相应转到  $B_i'$  点。  $\overline{p_1a_1}$  的标角为  $\theta_1$ ,  $\overline{p_ia_i'}$  的标角为  $\theta_i$ , 刚体从位置 1 到位置  $i$  的相对角位移为  $\theta_{i1} = \theta_i - \theta_1$ 。设  $B$  点到  $P$  点的距离为  $R$ ,  $\overline{p_1B_1}$  在刚体运动平面坐标系  $O-xy$  中  $x$ 、 $y$  轴上的投影分别为  $R'_x$ 、 $R'_y$ ;  $\overline{p_iB_i'}$  在  $x$ 、 $y$  轴上的投影分别为  $R_x$ 、 $R_y$ 。由图 2-88c 可得:

$$\left. \begin{aligned} x_{B_i'} &= x_{p1} + R_x \\ y_{B_i'} &= y_{p1} + R_y \end{aligned} \right\} \quad (2-32)$$

设  $\overline{P_iB_i'}$  与  $\overline{P_ia_i'}$  间的夹角为  $\alpha$ , 则

$$\left. \begin{aligned} R_x &= R \cos(\theta_i + \theta_{i1} - \alpha) = R \cos(\theta_1 - \alpha) \cos \theta_{i1} - R \sin(\theta_1 - \alpha) \sin \theta_{i1} \\ &= R'_x \cos \theta_{i1} - R'_y \sin \theta_{i1} \\ R_y &= R \sin(\theta_i + \theta_{i1} - \alpha) = R \sin(\theta_1 - \alpha) \cos \theta_{i1} + R \cos(\theta_1 - \alpha) \sin \theta_{i1} \\ &= R'_y \sin \theta_{i1} + R'_x \cos \theta_{i1} \end{aligned} \right\}$$

因为

$$R'_x = x_{B_1} - x_{p1}, \quad R'_y = y_{B_1} - y_{p1}$$

所以

$$\left. \begin{aligned} R_x &= (x_{B_1} - x_{p1}) \cos \theta_{i1} - (y_{B_1} - y_{p1}) \sin \theta_{i1} \\ R_y &= (y_{B_1} - y_{p1}) \sin \theta_{i1} + (x_{B_1} - x_{p1}) \cos \theta_{i1} \end{aligned} \right\} \quad (2-33)$$

将式(2-33)代入式(2-32)中整理可得

$$\left. \begin{aligned} x_{B_i'} &= x_{B_1} \cos \theta_{i1} - y_{B_1} \sin \theta_{i1} + (1 - \cos \theta_{i1}) x_{p1} + \sin \theta_{i1} y_{p1} \\ y_{B_i'} &= y_{B_1} \sin \theta_{i1} + x_{B_1} \cos \theta_{i1} + (1 - \cos \theta_{i1}) y_{p1} - \sin \theta_{i1} x_{p1} \end{aligned} \right\} \quad (2-34)$$

将式(2-34)写成矩阵形式, 得刚体上  $B$  点绕定点  $P$  转动  $\theta_{i1}$  角的位移矩阵方程

$$\begin{bmatrix} x_{B_i'} \\ y_{B_i'} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{i1} & -\sin \theta_{i1} & (1 - \cos \theta_{i1}) x_{p1} + \sin \theta_{i1} y_{p1} \\ \sin \theta_{i1} & \cos \theta_{i1} & (1 - \cos \theta_{i1}) y_{p1} - \sin \theta_{i1} x_{p1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{B_1} \\ y_{B_1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-35)$$

(3) 刚体作平面运动位移矩阵方程。将式(2-31)代入式(2-35)中, 得刚体上铰

链  $B$  从  $B_1$  位置作平面运动至  $B_i$  位置的位移矩阵方程

$$\begin{bmatrix} x_{B_i} \\ y_{B_i} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{i1} & -\sin\theta_{i1} & (1-\cos\theta_{i1})x_{p1} + \sin\theta_{i1}y_{p1} \\ \sin\theta_{i1} & \cos\theta_{i1} & (1-\cos\theta_{i1})y_{p1} - \sin\theta_{i1}x_{p1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_{p1} - x_{p1} \\ 0 & 1 & y_{p1} - y_{p1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{B1} \\ y_{B1} \\ 1 \end{bmatrix}$$

整理可得:

$$\begin{bmatrix} x_{B_i} \\ y_{B_i} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{i1} & -\sin\theta_{i1} & x_{p1} - x_{p1}\cos\theta_{i1} + y_{p1}\sin\theta_{i1} \\ \sin\theta_{i1} & \cos\theta_{i1} & y_{p1} - x_{p1}\sin\theta_{i1} - y_{p1}\cos\theta_{i1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{B1} \\ y_{B1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-36)$$

令

$$[P]_{i1} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{i1} & -\sin\theta_{i1} & x_{p1} - x_{p1}\cos\theta_{i1} + y_{p1}\sin\theta_{i1} \\ \sin\theta_{i1} & \cos\theta_{i1} & y_{p1} - x_{p1}\sin\theta_{i1} - y_{p1}\cos\theta_{i1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-37)$$

$[P]_{i1}$  称为作平面运动刚体从位置 1 运动到位置  $i$  的位移矩阵。位移矩阵中的所有元素均以刚体上标点  $P$  的坐标和标线的相对角位移  $\theta_{i1}$  表示,  $\theta_{i1} = \theta_i - \theta_1$ ,  $\theta_1$ 、 $\theta_i$  均以逆时针方向为“+”, 计算时都应计及其正、负号。如果已知标点和标线在位置 1 和位置  $i$  的坐标和标角, 矩阵中各元素的值可全部求出。采用式 (2-37) 后,  $B$  点从位置 1 随刚体作平面运动到位置  $i$  的位移矩阵方程式可以简单表示为:

$$\begin{bmatrix} x_{B_i} \\ y_{B_i} \\ 1 \end{bmatrix} = [P]_{i1} \begin{bmatrix} x_{B1} \\ y_{B1} \\ 1 \end{bmatrix}$$

展开后得

$$\left. \begin{aligned} x_{B_i} &= f_1(x_{B1}, y_{B1}) \\ y_{B_i} &= f_2(x_{B1}, y_{B1}) \end{aligned} \right\}$$

由于  $B$  是在作平面运动刚体上任选的点, 如果在同一刚体上任选另一点  $C$ , 同样有:

$$\begin{bmatrix} x_{C_i} \\ y_{C_i} \\ 1 \end{bmatrix} = [P]_{i1} \begin{bmatrix} x_{C1} \\ y_{C1} \\ 1 \end{bmatrix}$$

展开后得

$$\left. \begin{aligned} x_{C_i} &= f_1(x_{C1}, y_{C1}) \\ y_{C_i} &= f_2(x_{C1}, y_{C1}) \end{aligned} \right\}$$

2. 刚体导引机构综合方程及求解方法 当给定了作平面运动的刚体从位置 1 运动到位置  $i$  刚体上标点的坐标和标线的标角, 刚体位移矩阵中各元素的值可全部求出, 于是刚体上铰链  $B$ 、铰链  $C$  在  $i$  位置的坐标可用其在 1 位置时的坐标表示

为

$$\left. \begin{aligned} x_{B_i} &= f_{i1}(x_{B1}, y_{B1}) \\ y_{B_i} &= f_{i2}(x_{B1}, y_{B1}) \end{aligned} \right\} \quad (i=2, 3, \dots, n) \quad (2-38)$$

和

$$\left. \begin{aligned} x_{C_i} &= f_{i1}(x_{C1}, y_{C1}) \\ y_{C_i} &= f_{i2}(x_{C1}, y_{C1}) \end{aligned} \right\} \quad (i=2, 3, \dots, n) \quad (2-39)$$

如果所讨论的刚体就是四杆机构  $ABCD$  的连杆  $BC$ , 则  $B_1, B_2, \dots, B_i$  点和  $C_1, C_2, \dots, C_i$  点的轨迹, 应分别是绕固定铰  $A, D$  的圆。设  $A$  点的坐标为  $(x_A, y_A)$ 、 $D$  点的坐标为  $(x_D, y_D)$ , 写出  $A, B$  点和  $C, D$  点的位置约束方程为

$$\left. \begin{aligned} (x_{B_i} - x_A)^2 + (y_{B_i} - y_A)^2 &= (x_{B1} - x_A)^2 + (y_{B1} - y_A)^2 \\ (x_{C_i} - x_D)^2 + (y_{C_i} - y_D)^2 &= (x_{C1} - x_D)^2 + (y_{C1} - y_D)^2 \end{aligned} \right\} \quad (i=2, 3, \dots, n) \quad (2-40)$$

将式(2-38)和式(2-39)分别代入式(2-40)中, 得刚体导引机构  $ABCD$  的机构综合方程

$$\left. \begin{aligned} F_i(x_A, y_A, x_{B1}, y_{B1}) &= 0 \\ F_i(x_D, y_D, x_{C1}, y_{C1}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (i=2, 3, \dots, n)$$

从上式可以看出: 求解  $(x_A, y_A)$ 、 $(x_{B1}, y_{B1})$  和  $(x_D, y_D)$ 、 $(x_{C1}, y_{C1})$  的机构综合方程形式完全相同, 即  $(x_A, y_A)$ 、 $(x_{B1}, y_{B1})$  和  $(x_D, y_D)$ 、 $(x_{C1}, y_{C1})$  是同一机构综合方程的两组数值不相同的解。由于机构综合方程是一个非线性的方程组, 满足该方程组的解可以很多, 故在解该方程组时, 可根据机构的具体设计要求从中选出所需要的解即可。如果用机构综合方程求解四杆机构  $ABCD$  中  $A, B_1$  或  $(C_1, D)$  的四个坐标分量, 由机构综合方程的内容知: 必须给出五个标点的坐标和五条标线的标角, 才能联立到机构综合的四个方程, 解由四个非线性方程联立的方程组才能得到机构在位置 1 时的两个铰链的位置坐标分量。求解该方程组可以采用线性迭加方法进行数学处理, 得到一个高阶机构综合方程, 理论上可得机构综合的解析解。在大多数情况下, 求解该方程组普遍采用诸如: 阻力最小二乘法、遗传算法等数值优化方法, 可以得到有足够精度的数值解。设需综合平面四杆机构  $ABCD$  的  $A, B_1$  铰链坐标为  $(x_A, y_A)$ 、 $(x_{B1}, y_{B1})$ , 数值解的基本过程如下:

1) 给定刚体的五个运动位姿参数, 得机构综合的四个方程, 任意选取  $(x_A, y_A)$ 、 $(x_{B1}, y_{B1})$  一组计算初值代入机构综合方程组中, 通常这些机构综合方程  $F_i \neq 0$  ( $i=1, 2, 3, 4$ )。

2) 以四个机构综合方程计算结果的平方和  $S = \sum_{i=1}^4 F_i^2 \Rightarrow$  极小为目标, 给出计算控制量  $\epsilon$ , 如果  $S \leq \epsilon$  即终止计算, 并认为这时所得的  $(x_A, y_A)$ 、 $(x_{B1}, y_{B1})$  之值即是机构综合方程的解, 否则继续采用阻尼最小二乘法进行寻优迭代, 直到满足控制量所规定的条件为止。

**例 2-15** 综合一平面四杆机构, 使其连杆能引导刚体实现五个位姿的运动, 这五个位姿用标点坐标和标线的标角表示为:

$$P_1(13.84, 188.47), \theta_1=0^\circ$$

$$P_2(-31.07, 140.64), \theta_2=8.88^\circ$$

$$P_3(-51.64, 96.33), \theta_3=22.1^\circ$$

$$P_4(44.74, 113.95), \theta_4=63.68^\circ$$

$$P_5(66.27, 215.07), \theta_5=-3^\circ$$

**解**

1) 计算刚体运动的相对角位移  $\theta_{i1}=\theta_i-\theta_1 (i=2,3,4,5)$ ,

$$\theta_{21}=8.88^\circ, \theta_{31}=22.1^\circ, \theta_{41}=63.38^\circ, \theta_{51}=-3^\circ$$

2) 将标点的坐标值及相对角位移值  $\theta_{i1}$  代入刚体位移矩阵式(2-37)中得

$$[P]_{21} = \begin{bmatrix} 0.988 & -0.154 & -15.650 \\ 0.154 & 0.988 & -47.707 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[P]_{31} = \begin{bmatrix} 0.927 & -0.376 & 6.444 \\ 0.376 & 0.927 & -83.500 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[P]_{41} = \begin{bmatrix} 0.448 & -0.894 & 207.030 \\ 0.894 & 0.448 & -17.129 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[P]_{51} = \begin{bmatrix} 0.999 & -0.052 & 42.585 \\ -0.052 & 0.999 & 27.583 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$3) \text{ 根据 } \begin{bmatrix} x_{B_i} \\ y_{B_i} \\ 1 \end{bmatrix} = [P]_{i1} \begin{bmatrix} x_{B1} \\ y_{B1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (i=2,3,4,5)$$

将  $(x_{B_i}, y_{B_i})$  表示为  $(x_{B1}, y_{B1})$  的函数, 代入约束方程  $(x_{B_i}-x_A)^2+(y_{B_i}-y_A)^2=(x_{B1}-x_A)^2+(y_{B1}-y_A)^2$  得四个方程组成的机构综合方程组。

例如: 铰链  $B$  在位置 2 与位置 1 的位移坐标有如下关系:

$$\begin{bmatrix} x_{B2} \\ y_{B2} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.988 & -0.154 & -15.650 \\ 0.154 & 0.988 & -47.707 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{B1} \\ y_{B1} \\ 1 \end{bmatrix}$$

于是得:

$$\left. \begin{aligned} x_{B2} &= 0.988x_{B1} - 0.154y_{B1} - 15.650 \\ y_{B2} &= 0.154x_{B1} + 0.988y_{B1} - 47.707 \end{aligned} \right\}$$



将上式代入约束方程  $(x_{B2} - x_A)^2 + (y_{B2} - y_A)^2 = (x_{B1} - x_A)^2 + (y_{B1} - y_A)^2$  展开得平面四杆机构的一个机构综合方程

$$F_1 = -22.828x_{B1} - 44.718y_{B1} + 15.651x_A + 47.707y_A \\ + 0.012(x_{B1}x_A + y_{B1}y_A) + 0.154(y_{B1}x_A - x_{B1}y_A) + 25.105 = 0$$

可以看出：方程是一个非线性方程。按上述相同的方法，可求出其余三个机构综合方程（推导从略）。

$$F_2 = -25.429x_{B1} - 79.781y_{B1} - 6.444x_A + 83.50y_A \\ + 0.074(x_{B1}x_A + y_{B1}y_A) + 0.376(y_{B1}x_A - x_{B1}y_A) + 41.874 = 0 \\ F_3 = -108.084x_{B1} - 177.409y_{B1} - 207.03x_A - 17.129y_A \\ + 0.552(x_{B1}x_A + y_{B1}y_A) + 0.894(y_{B1}x_A - x_{B1}y_A) + 103.869 = 0 \\ F_4 = 41.083x_{B1} - 29.77y_{B1} - 42.858x_A - 27.583y_A \\ + 0.0001(x_{B1}x_A + y_{B1}y_A) - 0.052(y_{B1}x_A - x_{B1}y_A) + 25.369 = 0$$

4) 给出迭代计算初值（可用图解法求，也可以用解析法按刚体运动五个位姿中选三个位姿得到两个线性方程求解获得）：

$$x_A = 0.001, y_A = 0.001, x_{B1} = -79.4, y_{B1} = 79.2$$

将上述初值代入机构综合方程得

$$F_1 = -902, F_2 = -1515.83, F_3 = -2322.67, F_4 = 761.20$$

所有方程均不为零。

5) 以目标函数  $S = \sum_{i=1}^4 F_i^2 \Rightarrow$  极小，给出控制量  $\epsilon = 10^{-4}$  进行寻优迭代，当  $S = 6.68 \times 10^{-6} < \epsilon$  时求出：

$$x_A = -4.53 \times 10^{-4}, \\ y_A = -1.58 \times 10^{-6} \\ x_{B1} = -82.512, \\ y_{B1} = 70.711$$

6) 同理，给出  $C, D$  铰链位置坐标的初值

$$x_{C1} = 86.4, y_{C1} = 175.6, \\ x_D = 190.4, y_D = 1.0$$

用同样的方法得出四个综合方程的计算结果为：

$$F_1 = -404.55, F_2 = -219.99, F_3 = -1604.28, F_4 = 418.13$$

7) 以目标函数  $S = \sum_{i=1}^4 F_i^2 \leq \epsilon$  进行寻优迭代，最后求出：

$$x_{C1} = 89.68, y_{C1} = 158.2 \\ x_D = 190.4, y_D = 1.0$$

8) 综合所得机构运动简图如图 2-86 所示，计算各杆长为

$$L_{AB} = 108.67$$

$$L_{BC} = 193.15$$

$$L_{CD} = 186.70$$

$$L_{DA} = 190.40$$

综合出来的机构为一个曲柄摇杆机构。机构导引刚体顺序通过五个位姿的情况如图 2-89 所示。

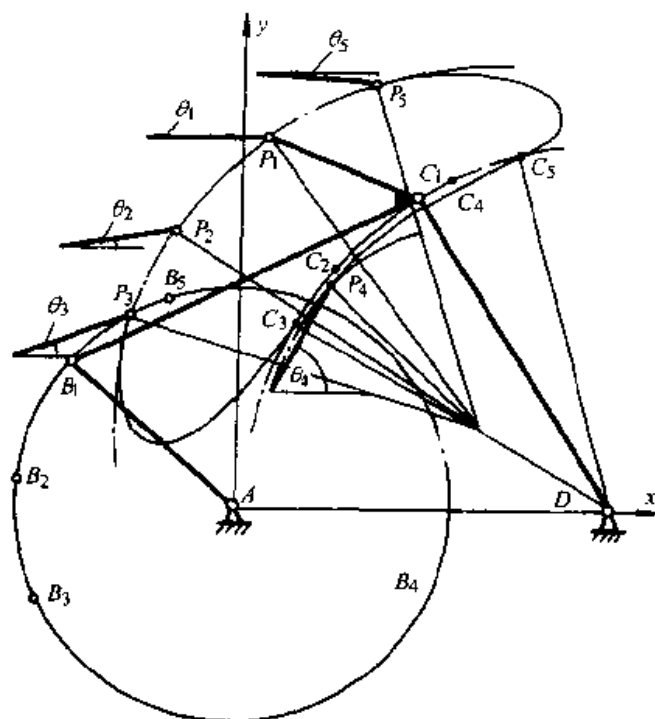


图 2-89 实现刚体五个位姿的综合

实现刚体导引也可以采用曲柄滑块机构，综合方法与铰链四杆机构类似。

例如以图 2-90 所示偏置式曲柄滑块机构的连杆  $BC$  来导引刚体  $\overline{Pa}$  运动，当给定有限个标点  $P_i$  的坐标  $(x_{pi}, y_{pi})$  和标线的标角  $\theta_i$  后  $(i=1, 2, \dots, n)$ ，将  $P_i$  的坐标值和标线的相对角位移  $\theta_{ai}$  代入式 (2-37) 中即可求出连杆  $BC$  的位移矩阵  $[P]_{ai}$ ，滑块上铰链  $C_i$  位置与  $C_1$  位置的位移方程为：

$$\begin{bmatrix} x_{Ci} \\ y_{Ci} \\ 1 \end{bmatrix} = [P]_{ai} \begin{bmatrix} x_{C1} \\ y_{C1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-41)$$

由于铰链  $C$  随滑块在直线上运

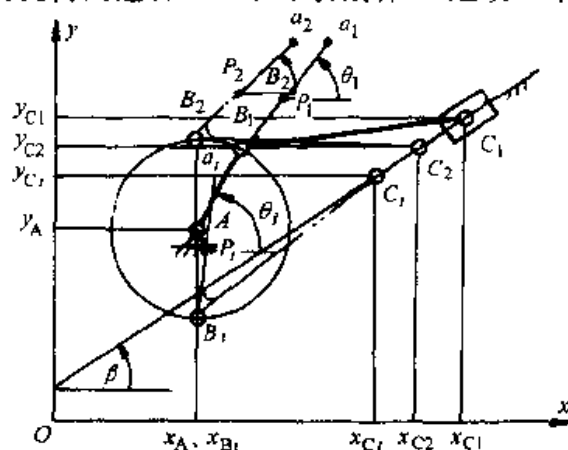


图 2-90 偏置曲线滑块机构综合

动, 所以约束方程与铰链四杆机构连架杆的约束方程不同, 其约束条件为  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$  三点须在一直线上, 故有:

$$\frac{y_{Ci} - y_{C1}}{x_{Ci} - x_{C1}} = \frac{y_{C2} - y_{C1}}{x_{C2} - x_{C1}} \quad (i=3, 4, \dots, n)$$

整理上式得偏置式曲柄滑块机构滑块运动的约束方程:

$$(y_{Ci} - y_{C1})(x_{C2} - x_{C1}) - (y_{C2} - y_{C1})(x_{Ci} - x_{C1}) = 0 \quad (i=3, 4, \dots, n)$$

从约束方程可知: 欲解出  $(x_{C1}, y_{C1})$  两个未知量, 必须从式(2-41)中解出  $(x_{C2}, y_{C2})$ 、 $(x_{C3}, y_{C3})$  和  $(x_{C4}, y_{C4})$  三组坐标与  $(x_{C1}, y_{C1})$  的位移关系式, 并将这些关系式分别代入约束方程, 得两个约束方程才能求解出  $(x_{C1}, y_{C1})$ 。用式(2-41)要解出三组坐标与  $(x_{C1}, y_{C1})$  的关系式, 只需给出刚体运动的四个位姿, 而只给出四个位姿无法将曲柄  $A$ 、 $B$  铰链的位置坐标  $(x_A, y_A)$ 、 $(x_B, y_B)$  四个待求参数全部求出(需五个位姿), 故应在  $(x_A, y_A)$ 、 $(x_{B1}, y_{B1})$  中预先确定一个值。根据  $(x_A, y_A)$  是  $(x_B, y_B)$  的圆心, 于是用约束方程:

$$(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 - (x_{B1} - x_A)^2 - (y_{B1} - y_A)^2 = 0 \quad (i=2, 3, 4)$$

可得综合铰链  $A$ 、 $B$  位置的三个机构综合方程, 解出三个待求参数。而根据刚体运动的四个位姿得滑块上  $C_i$  点 ( $i=2, 3, 4$ ) 与  $C_1$  点的关系式, 将其代入滑块运动的约束方程中, 可得综合  $(x_{C1}, y_{C1})$  的两个机构综合方程, 解这两个方程可求出  $(x_{C1}, y_{C1})$ 。

最后用下式求出滑块导轨的位置角  $\beta$

$$\tan \beta = \frac{y_{C2} - y_{C1}}{x_{C2} - x_{C1}}$$

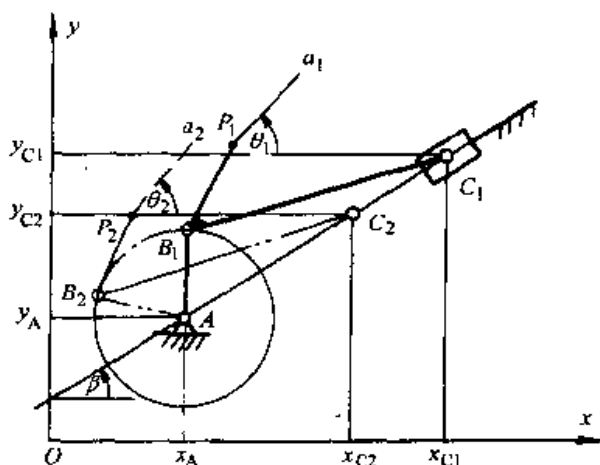


图 2-91 对心式曲柄滑块机构综合

对于如图 2-91 所示对心式的曲柄滑块机构, 因铰链  $A$  在滑块导轨的延长线上, 故铰链  $C$  的约束条件为:

$$\frac{y_{Ci} - y_A}{x_{Ci} - x_A} = \frac{y_{C1} - y_A}{x_{C1} - x_A} \quad (i=2, 3, \dots, n)$$

整理上式得对心式曲柄滑块机构滑块的运动约束方程。将滑块的运动约束方程与曲柄  $AB$  的运动约束方程联立得:

$$\left. \begin{aligned} (y_{Ci} - y_A)(x_{C1} - x_A) - (y_{C1} - y_A)(x_{Ci} - x_A) &= 0 \\ (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 - (x_{B1} - x_A)^2 - (y_{B1} - y_A)^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (i=2, 3, \dots, n) \quad (2-42)$$

给出连杆上刚体的四个运动位姿, 用连杆  $BC$  的刚体位移矩阵分别求出

$(x_{C_1}, y_{C_1})$  和  $(x_{B_1}, y_{B_1})$  与  $(x_A, y_A)$ 、 $(x_{B_1}, y_{B_1})$  和  $(x_{C_1}, y_{C_1})$  的关系式, 将这些关系式代入式(2-42)中得关于  $(x_A, y_A)$ 、 $(x_{B_1}, y_{B_1})$ 、 $(x_{C_1}, y_{C_1})$  六个待求参数的六个机构综合方程, 联立解这个六个方程可解出这六个待求参数。当全部参数求出后, 滑块运动方向可由下式算出:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}$$

## 二、两连架杆实现预期运动规律的平面四杆机构综合

此类机构综合一般称为函数发生机构或传动机构综合。当用两连架杆实现预期运动规律或传动函数  $\varphi = \varphi(\alpha)$  时, 通常是在主动连架杆的转角  $\alpha$  和从动连架杆的转角  $\varphi$  中, 选定有限个角位置  $\alpha_i$  与  $\varphi_i$  的对应值满足传递函数  $\varphi = \varphi(\alpha)$  来进行机构综合的。其综合特点是: 两连架杆的传递函数与杆长的绝对值无关, 仅与其相对值有关。故在机构综合时可预先选定某一杆的长度, 通常是先确定机架的长度, 即先确定机架上两铰链的位置。当机架长度确定后, 机构的待求参数为两连架杆的长度, 即两连架杆上连接连杆铰链的四个坐标分量。

根据机构在运动中各构件的相对位置是唯一确定的原理, 将机构以某一连架杆位置为基础将其转化为机架, 便可以将函数发生机构的综合问题转化为刚体导引机构的综合问题。上述转化过程称为机构综合的“反转原理”。

### (一) 反转原理在函数发生机构综合中的应用

如图 2-92 所示, 给出机架  $AD$  的长度以及两连架杆的三组对应角位置  $(\alpha_1, \varphi_1)$   $(\alpha_2, \varphi_2)$  和  $(\alpha_3, \varphi_3)$ , 综合的主要问题是确定出  $B$ 、 $C$  铰链在两连架杆上的位置。

为了弄清楚设计的基本原理和方法, 假定图 2-92 为已设计好的四杆机构  $ABCD$ , 当原动件位于第一位置  $AB_1$  时, 从动杆位于  $C_1D$ , 从动杆上  $E$  点在  $E_1$  位置。当  $AB_1$  转至  $AB_2$  位置时,  $C_1D$  转动至  $C_2D$ ,  $E_1$  点运动至  $E_2$  点,  $D$ 、 $E_2$ 、 $B_2$  三点相对位置关系构成  $\triangle DE_2B_2$ 。当  $AB_1$  继续转动于  $AB_3$ , 从动杆相应转动到  $C_3D$  时,  $D$ 、 $E_3$ 、 $B_3$  构成  $\triangle DE_3B_3$ 。机构运动时, 无论从机架  $AD$  上去观察, 还是从  $CD$  杆上去观察, 机构运动至 2、3 位置时  $D$ 、 $E$ 、 $B$  三点构成的三角形  $DE_2B_2$  和  $DE_3B_3$  的形状是不会改变的。因

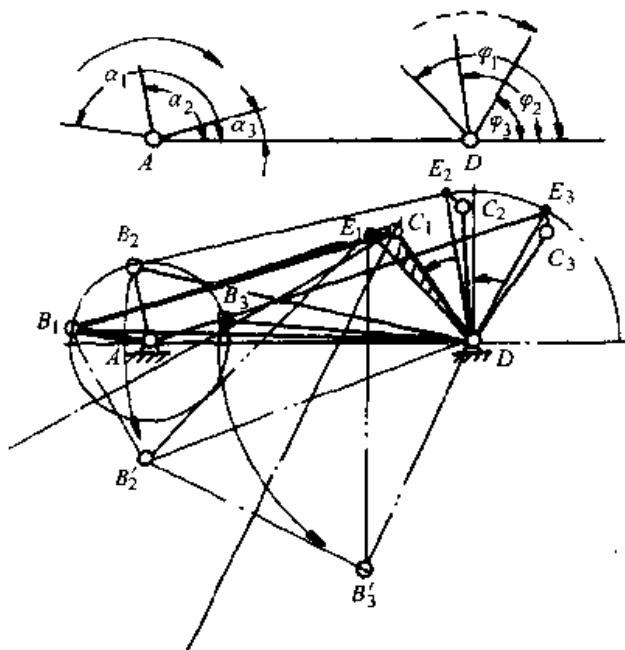


图 2-92 传动机构综合的反转法 (三位置图解)

此, 如果以  $CD$  杆的第一位置为参考位置观察四杆机构的运动, 即视  $C_1D$  杆为机架, 四杆机构  $ABCD$  将按与  $CD$  杆转动方向相反的方向转动, 当  $DE_2$  反转至与  $DE_1$  重合时,  $\triangle DE_2B_2$  的形状不变, 只是  $B_2$  点反转运动到  $B'_2$  点。同理, 当  $DE_3$  反转至与  $DE_1$  重合时,  $B_3$  点将反转运动到  $B'_3$  点。由于连杆在运动中长度不变, 即  $\overline{B_1C_1} = \overline{B'_2C_1} = \overline{B'_3C_1}$ , 故  $C_1$  位置应该是  $B_1$ 、 $B'_2$  和  $B'_3$  三点的圆心, 根据这一原理可分别用图解和解析求圆心的方法求出机构中  $C_1$  铰链点的位置。

根据上述分析, 函数发生机构综合的图解法可按下列作图步骤进行:

1) 选择适当的比例尺  $\mu_l$  作出两连架杆回转中心  $A$ 、 $D$ , 并分别在  $A$ 、 $D$  上作出两连架杆的三组对应位置角  $(\alpha_1, \varphi_1)$ 、 $(\alpha_2, \varphi_2)$ 、 $(\alpha_3, \varphi_3)$ 。

2) 在原动件上任选铰链  $B$  的位置, 并分别作出铰链  $B$  随原动件运动的三位置  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$ 。在从动杆上任选参考点  $E$ , 分别作出  $E$  随从动件运动的三位置  $E_1$ 、 $E_2$  和  $E_3$  点。

3) 作  $\triangle DE_2B_2 \cong \triangle DE_1B'_2$  和  $\triangle DE_3B_3 \cong \triangle DE_1B'_3$ , 分别求作出  $B'_2$  和  $B'_3$  点, 过  $B_1$ 、 $B'_2$ 、 $B'_3$  作出圆心  $C_1$ 。连接  $AB_1C_1D$  得所求平面四杆机构在第一位置时的机构运动简图。  $L_{AB} = \overline{AB_1} \cdot \mu_l$ ,  $L_{BC} = \overline{B_1C_1} \cdot \mu_l$ ,  $L_{CD} = \overline{C_1D} \cdot \mu_l$ ,  $L_{AD} = \overline{DA} \cdot \mu_l$ 。

从作图过程知: 由于  $B$  铰链的位置是任选的, 故满足两连架杆三组对应角位置的平面四杆机构有无穷多个。如果给出两连架杆四组对应角位置则很难用图解法求解, 这时用解析法求解相对比较容易。

## (二) 函数发生机构综合的解析法

如图 2-93 所示, 给出两连架杆  $AP$  和  $DQ$  的五组对应位置, 设以  $DQ_1$  的第一运动位置为机构综合的基础位置, 分别将  $Q_2DAP_2$ 、 $Q_3DAP_3$ 、 $Q_4DAP_4$  和  $Q_5DAP_5$  固化, 以和  $DQ$  转动相反的方向绕  $D$  点反转, 使  $Q_2D$ 、 $Q_3D$ 、 $Q_4D$  和  $Q_5D$  分别与  $Q_1D$  重合, 得  $AP$  反转后的五个位置:  $AP_1$ 、 $A_2P'_2$ 、 $A_3P'_3$ 、 $A_4P'_4$  和  $A_5P'_5$ 。以  $DQ_1$  为机架, 则上述  $AP$  的五个位置转化为连杆上的五条标线;  $A$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_4$  和  $A_5$  成为五个标点。因  $AD$  这时转化为连架杆, 因此  $A$  又是转化机构连杆  $AB$  上的一个铰链点, 机构综合的问题转化为求连杆上的另一个铰链点  $B$  和机架  $DC$  上  $C$  点的位置坐标。由此可见, 经上述方法转化后, 机构的综合变为: 已知连杆运动的五个位姿, 综合一个刚体导引平面四杆机构, 导引连杆顺序通过上述五个位姿的设计问题, 于是可以用刚体位移矩阵来建立机构的综合方程。下面具体求转化机构的刚体位移矩阵:

设  $A$  为坐标原点,  $\overrightarrow{AD}$  方向为直角坐标系  $O-xy$  中  $x$  轴的正方向, 设  $AD$  长度为  $L$ , 故  $D$  点的坐标为  $(L, 0)$ 。 $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_4$  和  $A_5$  在该直角坐标系中的坐标可由下式求出:

$$\left. \begin{aligned} x_{Ai} &= L - L \cos(\varphi_i) \\ y_{Ai} &= L \sin(\varphi_i) \end{aligned} \right\} \quad (i=2, 3, 4, 5)$$

式中:  $\varphi_{i1} = \varphi_i - \varphi_1$  ( $i=2, 3, 4, 5$ )。  $\varphi_i$  及  $\varphi_1$  均以逆时针方向为正。

标线的第一位置  $AP_1$  的标角  $\theta_1 = \alpha_1$ , 其他 4 个位置的标角为:

$$\theta_i = -\varphi_{i1} + \alpha_i \quad (i=2, 3, 4, 5)$$

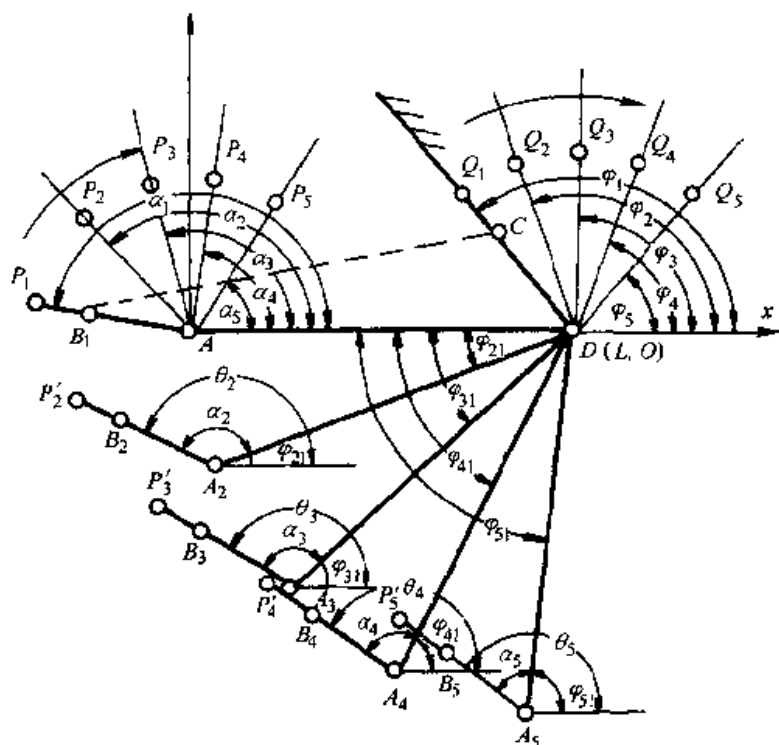


图 2-93 传动机构综合解析法

因此各标线相对于标线的第一位置的相对角位移为:

$$\theta_{i1} = \theta_i - \theta_1 = -\varphi_{i1} + \alpha_i - \alpha_1 = \alpha_{i1} - \varphi_{i1} \quad (i=2, 3, 4, 5)$$

将标点坐标和  $\theta_{i1}$  分别代入式 (2-37) 中, 注意到  $x_{A1} = y_{A1} = 0$ , 得连杆  $AB$  的刚体位移矩阵:

$$[P]_{i1} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{i1} - \varphi_{i1}) & -\sin(\alpha_{i1} - \varphi_{i1}) & L - L\cos(\varphi_{i1}) \\ \sin(\alpha_{i1} - \varphi_{i1}) & \cos(\alpha_{i1} - \varphi_{i1}) & L\sin(\varphi_{i1}) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (i=2, 3, 4, 5) \quad (2-43)$$

因此, 连杆上  $B$  点的位移方程为:

$$\begin{bmatrix} x_{B_i} \\ y_{B_i} \\ 1 \end{bmatrix} = [P]_{i1} \begin{bmatrix} x_{B1} \\ y_{B1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (i=2, 3, 4, 5) \quad (2-44)$$

设经反转后转化机构机架  $DQ_1$  上的固定铰链为  $C$ , 则转化机构中连架杆  $BC$  的约束方程为:

$$(x_{B_i} - x_C)^2 + (y_{B_i} - y_C)^2 = (x_{B1} - x_C)^2 + (y_{B1} - y_C)^2 \quad (2-45)$$

从式(2-44)中分别解出 $(x_B, y_B)$ 代入式(2-45)中,得关于求解 $(x_B, y_B)$ 、 $(x_C, y_C)$ 四个未知量的四个机构综合方程,解这个方程组即可求出 $B_1$ 、 $C$ 铰链的坐标,再根据 $A$ 、 $B_1$ 、 $C$ 、 $D$ 的坐标,可求出平面四杆机构各杆长。

**例 2-16** 综合一铰链四杆机构 $ABCD$ ,要求原动连架杆 $AB$ 与从动连架杆 $CD$ 的转角能近似实现函数 $y=\log x$  ( $1 \leq x \leq 10$ )的变化。设机架 $l_{AD}=100\text{mm}$ ,  $AB$ 杆的起始角为 $60^\circ$ ,其转角范围为 $100^\circ$ ,  $CD$ 杆的标线起始角为 $240^\circ$ ,转角范围为 $60^\circ$ 。

**解**

用两连架杆的角位移连续变化之值来满足任意连续函数的变化规律一般是很难实现的,故通常只能用两连架杆若干对应点之值满足给定的函数来综合四杆机构。

设所综合四杆机构 $ABCD$ 在直角坐标系 $O-xy$ 的坐标原点为 $A$ ,  $D$ 铰链位于该直角坐标系的 $x$ 轴上。即: $x_A=y_A=0$ ,  $x_D=100$ ,  $y_D=0$ 。机构在起点位置时 $B$ 、 $C$ 铰链的坐标 $(x_{B1}, y_{B1})$ 、 $(x_{C1}, y_{C1})$ 为待求参数。由于连架杆 $AB$ 的起始角为 $60^\circ$ ,由 $\tan 60^\circ = \frac{y_{B1}}{x_{B1}}$ 知: $x_{B1}$ 、 $y_{B1}$ 中只有一个是独立的,当 $AB$ 杆位置角一定时, $CD$ 杆的位置角是由 $y=\log x$ 函数确定的, $CD$ 杆上 $C$ 铰链的两个坐标分量 $x_{C1}$ 、 $y_{C1}$ 中也只有一个量是独立的。故该平面四杆机构的位置综合参数只有两个,因此只能给出两连架杆三组对应位置来进行综合。为了使这三组对应位置能在连架杆运动的全程范围内更有效地反映出 $y=\log x$ 的函数关系,可用契贝谢夫插值法在两连架杆的摆角范围中求出三组对应位置来对机构进行综合。

三组对应位置的求法如下:

1) 确定函数 $y=\log x$ 自变量 $x$ 在 $1 \leq x \leq 10$ 区间的三个插值点之值。契贝谢夫插值公式为:

$$x_i = \frac{1}{2}(x_m + x_1) - \frac{1}{2}(x_m - x_1) \cos \frac{2i-1}{2n} \pi \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

在本例题中: $x_1=1$ ,  $x_m=10$ ,  $n=3$

当式中 $i$ 分别等于1、2、3时算出:

$$x_2=1.603, x_3=4.5, x_4=8.397$$

代入 $y=\log x$ 求出:

$$y_2=0.2049, y_3=0.6532, y_4=0.9211$$

2) 用线性插值方法计算两连架杆摆角的对应值。线性插值公式为:

$$\alpha_i = \alpha_1 + \frac{\alpha_m - \alpha_1}{x_m - x_1} (x_i - x_1)$$

式中  $\alpha_1$ ——初始位置角;

$\alpha_m$ ——终结位置角。

在本例题中 $\alpha_1=60^\circ$ ,  $\alpha_m=160^\circ$ ,  $x_1$ 为对应 $\alpha_1$ 的初始值,  $x_m$ 为对应 $\alpha_m$ 的终结位置值,  $x_1=1$ ,  $x_5=10$ 。将 $x_2$ 、 $x_3$ 之和和 $x_4$ 值代入线性插值公式中得: $\alpha_2=66.7^\circ$ ,

$\alpha_1 = 98.89^\circ$ ,  $\alpha_4 = 142.19^\circ$ 。

对于函数  $y$ ,  $y_1 = 0$ ,  $y_5 = 1$ ,  $\varphi_1 = 240^\circ$ ,  $\varphi_5 = 290^\circ$ , 同样用线性插值公式, 将  $y_2$ ,  $y_3$  和  $y_4$  之值代入得  $\varphi_2 = 250.25^\circ$ ,  $\varphi_3 = 272.66^\circ$ ,  $\varphi_4 = 286.21^\circ$ 。

将  $\alpha_i$ 、 $\varphi_i$  和  $D$  点的坐标值分别代入式 (2-43) 中, 得转化机构中连杆  $AB$  的刚体位移矩阵和铰链  $B$  的位移矩阵方程 (以下推导、计算过程从略)。

$$\begin{bmatrix} x_{B_i} \\ y_{B_i} \\ 1 \end{bmatrix} = [P]_{i2} \begin{bmatrix} x_{B2} \\ y_{B2} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (i=3, 4)$$

解出  $x_{B_i}$ ,  $y_{B_i}$  与  $x_{B2}$ ,  $y_{B2}$  的关系式代入约束方程:

$$(x_{B_i} - x_{C2})^2 + (y_{B_i} - y_{C2})^2 = (x_{B2} - x_{C2})^2 + (y_{B2} - y_{C2})^2 \quad (i=3, 4)$$

得到关于  $(x_{B2}, y_{B2})$ 、 $(x_{C2}, y_{C2})$  四个待求参数的两个机构综合方程。

因为  $y_{B2} = x_{B2} \tan \alpha_2$ ,  $y_{C2} = x_{C2} \tan \varphi_2$ , 任意设定两个计算初始值, 例如  $x_{B2}$ 、 $x_{C2}$ , 给定控制量  $\epsilon$  对关于  $(x_{B2}, x_{B2} \tan \alpha_2)$ ,  $(x_{C2}, x_{C2} \tan \varphi_2)$  两个待定参数的目标函数  $S = \sum_{i=1}^4 F_i \Rightarrow$  极小, 进行寻优选代, 最后求出:

$$x_{B2} = 59.033, y_{B2} = 102.248$$

$$x_{C2} = 16.137, y_{C2} = 135.427$$

计算各杆长得:

$$L_{AB} = 118.066, L_{BC} = 54.23, L_{CD} = 168.269, L_{AD} = 100 (\text{单位: mm})$$

作出其机构运动简图如图 2-94 所示。

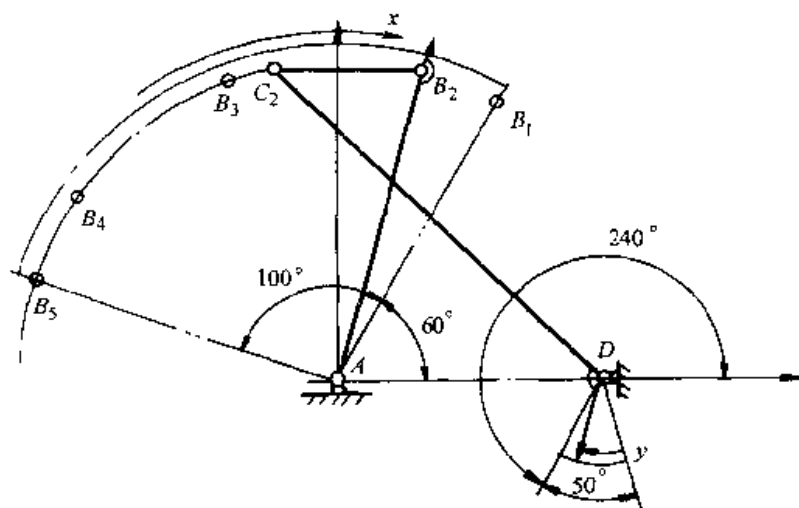


图 2-94 实现  $y = \log x$  的四杆机构

### 三、有急回运动四杆机构的综合

平面四杆机构中有急回特性的机构主要有: 曲柄摇杆机构、偏置式曲柄滑块机构和导杆机构。这些机构应用十分广泛, 如牛头刨床、插床中的切削运动机构,



无级脉动变速器中的运动变换机构等。有急回运动四杆机构的综合可以看成是函数发生机构综合的一种特例，其综合方法采用图解法或解析法均比较方便和有效。

进行机构综合时，首先应根据行程时间比系数  $K$  算出机构的极位夹角  $\theta$ ， $\theta = \frac{K-1}{K+1} \times 180^\circ$ ，然后根据不同的机构类型，结合其他一些辅助条件进行机构综合。

#### (一) 有急回运动平面四杆机构综合的图解法

由于从动连架杆的运动要求是设计考虑的主要内容，故应首先确定从动杆的几何参数和运动参数，而这些参数通常可以根据实际问题预先确定出。

设已知曲柄摇杆机构摇杆  $CD$  的长度为  $c$ ，摆角为  $\varphi$ ，行程时间比系数为  $K$ ，要求设计此四杆机构。

1) 选定作图的长度比例尺  $\mu_l$ ，在图纸上任选铰链  $D$  的位置，以  $D$  为顶点作等腰三角形，使两腰长为  $\frac{c}{\mu_l}$ 、夹角为  $\varphi$  得摆杆摆动的两极限位置  $DC_1$ 、 $DC_2$  (图 2-95)。

2) 以  $\overline{C_1C_2}$  为直角三角形一直角边作直角三角形  $C_2C_1N$ ，使  $\angle C_1NC_2 = \theta$ 。

3) 以  $\overline{NC_2}$  为直径作圆，此圆上任意一点到  $C_1$ 、 $C_2$  点的夹角均为  $\theta$ ，故  $A$  铰链位置应在此圆上选取。该圆也称为对应  $C_1$ 、 $C_2$  点视角为  $\theta$  的等视角圆。

4)  $A$  铰链具体位置应根据其他的辅助设计条件确定，例如：给出曲柄长度  $a$ ；或给出连杆长  $b$ ；或给出机架长  $d$ ；或要求机架与摇杆的相对位置…。根据上述辅助设计条件求出曲柄回转中心铰链  $A$  在等视角圆上的位置。当  $A$  铰链位置确定后，机架  $d = \overline{AD}\mu_l$ 。

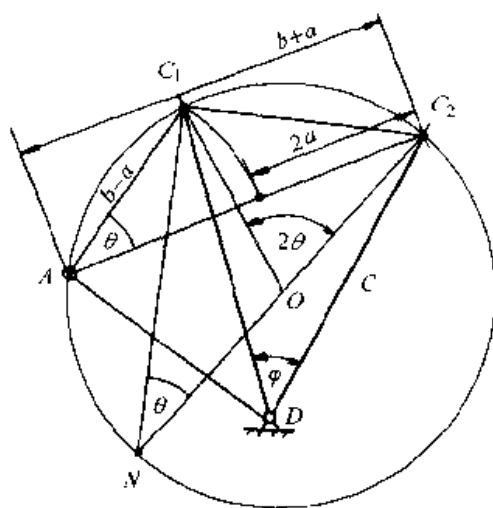


图 2-95 已知行程时间比系数设计四杆机构 (—)

根据  $\overline{AC_1}\mu_l = b - a$ ， $\overline{AC_2}\mu_l = b + a$ ，得： $a = \frac{\overline{AC_2} - \overline{AC_1}}{2}\mu_l$ ，即  $\overline{AC_2}\mu_l$  与  $\overline{AC_1}\mu_l$  之差为两倍曲柄长。 $b = \frac{\overline{AC_2} + \overline{AC_1}}{2}\mu_l$ ，即  $\overline{AC_2}\mu_l$  与  $\overline{AC_1}\mu_l$  之和为两倍连杆长。

**例 2-17** 已知：曲柄长为  $a$ ，摇杆长为  $c$ ，摇杆摆角为  $\varphi$ ，求作行程时间比系数为  $K$  的铰链四杆机构  $ABCD$ 。

**解**

1) 任选作图长度比例尺  $\mu_l$ ，按前面讲的步骤 1)、2)、3) 在图纸上合适位置

确定铰链  $D$  的位置, 以摆杆长  $c$  和摆角  $\varphi$  作视角为  $\theta$  的等视角圆。

2) 过  $C_1$ 、 $C_2$  点作  $\angle C_1OC_2=180^\circ+\theta$  得圆心  $O$ , 以  $O$  为圆心,  $\overline{OC}$  为半径画圆, 以  $C_2$  为圆心,  $\frac{2a}{\mu_l}$  为半径画弧交圆于  $m$  点。连结  $\overline{C_2m}$  作射线交等视角圆于  $A$  点 (图 2-96),  $A$  即为曲柄的回转中心铰链  $A$  的位置。故  $d=AD\mu_l$ ,  $b=AC_2\mu_l-a$ 。

作图的根据是:

因为  $\angle C_1mC_2=90^\circ+\frac{\theta}{2}$   
( $\angle C_1mC_2$  为  $\angle C_1OC_2$  之一半)

所以  $\angle C_1mA=90^\circ-\frac{\theta}{2}$

因为  $\angle C_1Am=\theta$

所以  $\triangle C_1Am$  为等腰三角形, 而  $\overline{mC_2}\mu_l=2a$ , 即满足  $\overline{AC_2}\mu_l$  与  $\overline{AC_1}\mu_l$  之差为  $2a$ ,

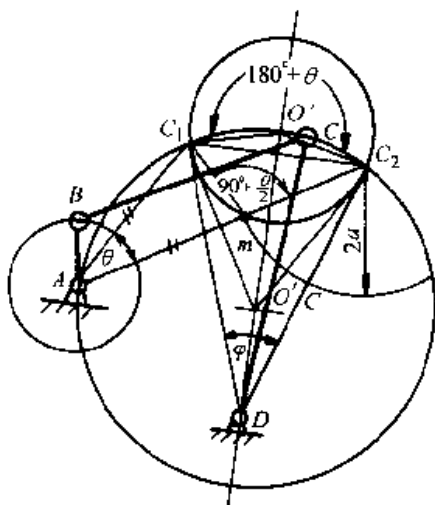


图 2-96 按行程时间比系数综合 (二)

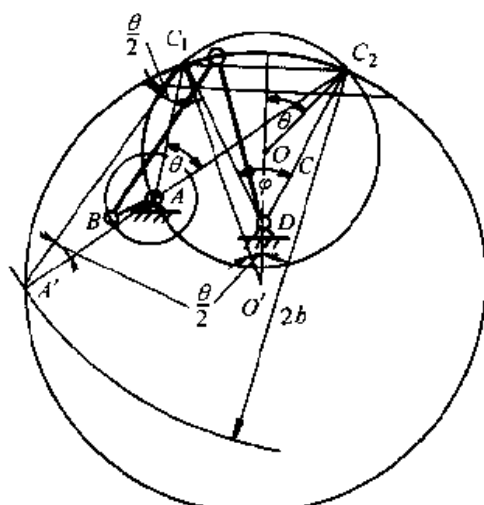


图 2-97 按行程时间比系数综合 (三)

**例 2-18** 已知: 连杆长为  $b$ , 摇杆长为  $c$ , 摇杆摆角为  $\varphi$ , 求作行程时间比系数为  $K$  的铰链四杆机构  $ABCD$ 。

**解**

1) 选合适的作图长度比例尺  $\mu_l$ , 在图纸上任选铰链  $D$  的位置。以  $\frac{c}{\mu_l}$  作  $\angle C_1DC_2=\varphi$ , 求出摇杆上  $C$  点的两极限位置  $C_1$ 、 $C_2$  (图 2-97)。

2) 计算极位夹角  $\theta$ ,  $\theta=\frac{K-1}{K+1}\times 180^\circ$ 。以  $\overline{C_1C_2}$  作视角为  $\theta$  的等视角圆  $O$ , 又以  $\overline{C_1C_2}$  作视角为  $\theta/2$  的等视角圆为  $O'$ 。

3) 以  $C_2$  为圆心,  $\frac{2b}{\mu_l}$  为半径画弧交等视角圆  $O'$  于  $A'$  点, 连结  $\overline{A'C_2}$  交等视角圆

$O$  与  $A$  点,  $A$  即曲柄回转中心位置。故:

$$d = \overline{AD} \mu_l; a = \frac{(\overline{AC_2} - \overline{AC_1}) \mu_l}{2}$$

作图的根据是: 因为  $\angle C_1 A C_2 = \theta$ ,  $\angle C_1 A' C_2 = \frac{\theta}{2}$ , 故  $\triangle C_1 A A'$  为等腰三角形,  $\overline{C_2 A} = \overline{A A'}$ ,  $\overline{C_2 A} \mu_l + \overline{A A'} \mu_l = \overline{C_2 A} \mu_l + \overline{C_1 A} \mu_l = 2b$ 。即  $\overline{AC_1}$  与  $\overline{AC_2}$  之和为连杆长之两倍。

**例 2-19** 已知: 滑块的行程  $H$  和偏距  $e$ , 行程时间比系数  $K$ , 要求设计该曲柄滑块机构。

解

1) 选择作图比例尺  $\mu_l$ , 在图纸上作水平直线  $\frac{\overline{C_1 C_2}}{\mu_l} = H$  (图 2-98)。

2) 根据  $K$  计算  $\theta$ , 以  $\overline{C_1 C_2}$  为直角边作直角三角形  $C_1 N C_2$ , 使  $\angle C_1 N C_2 = \theta$ 。

3) 以  $\overline{NC_2}$  为直径作视角为  $\theta$  的等视角圆。

4) 作与  $\overline{C_1 C_2}$  平行、距离为  $\frac{e}{\mu_l}$  的直线与等视角圆相交于  $A$  (或  $A'$ )。

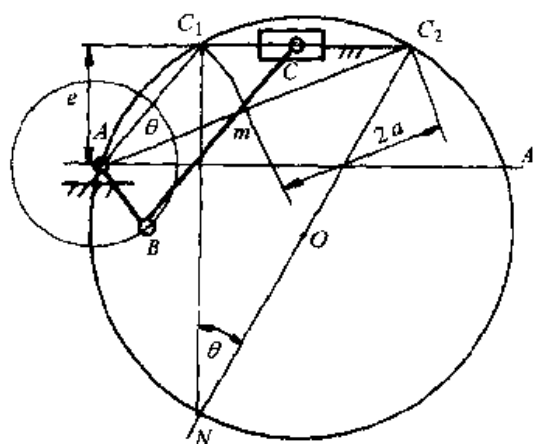


图 2-98 偏置式曲柄滑块机构的综合

5) 以  $A$  为圆心,  $\overline{AC_1}$  为半径作弧交  $\overline{AC_2}$  于  $m$ , 则曲柄长  $l_{AB} = \frac{\overline{mC_2}}{2} \mu_l$ , 连杆长  $l_{BC} = \left( \overline{AC_2} - \frac{\overline{mC_2}}{2} \right) \mu_l$ 。

**例 2-20** 已知: 摆动导杆机构的机架长为  $d$ , 行程时间比系数  $K$ , 要求设计此四杆机构。

解

1) 计算机构的极位夹角  $\theta = \frac{K-1}{K+1} \times 180^\circ$ , 因为摆动导杆机构的极位夹角  $\theta$  与摆杆的摆角  $\varphi$  相等, 故在图纸上选择作图比例尺  $\mu_l$  后, 任选摆杆摆动中心位置  $A$ 。以  $A$  为顶点作两射线, 其夹角为  $\theta$  (图 2-99)。

2) 作  $\theta$  角的角平分线并在此线上截取  $B$ , 使  $\frac{\overline{AB}}{\mu_l} = d$ , 求出曲柄的回转中心位置  $B$ 。

3) 过  $B$  作摆杆的垂线  $BC_1$  (或  $BC_2$ ), 则曲柄长  $L_{BC} = \overline{BC_1} \mu_l$ , 导杆长度应大于  $(\overline{AB} + \overline{BC_1}) \mu_l$ 。

在实际工程问题中, 为了保证设计和精度, 可以在作图的基础上进行几何计

算,也可以根据作图的特殊几何关系列方程求解机构的几何参数。

最后需要指出的是:对心式曲柄滑块机构无急回特性,偏置式曲柄滑块机构和摆动导杆机构总是具有急回特性的,而曲柄摇杆机构当  $A$  铰链位于  $\overline{C_1C_2}$  的延长线上时,也没有急回特性(图 2-100)。

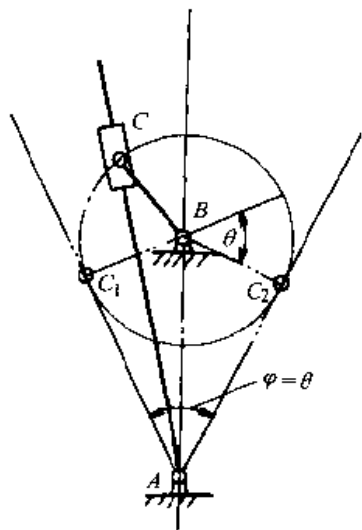


图 2-99 摆动导杆机构综合

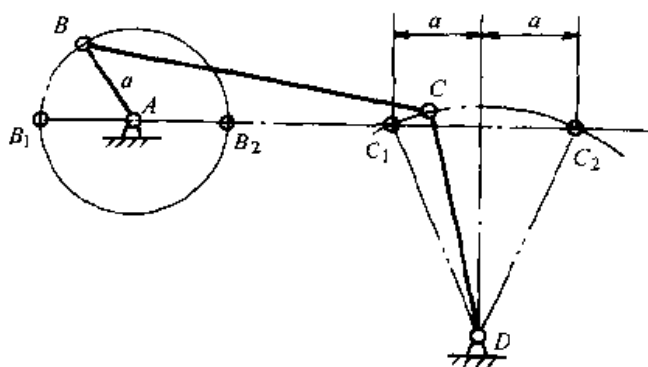


图 2-100  $K=1$  的曲柄摇杆机构综合的图解法

曲柄摇杆机构在只确定了摇杆长度  $c$ 、摇杆的摆角  $\varphi$  和行程时间比系数  $K$ ; 偏置式曲柄滑块机构在只给定了滑块行程  $H$  和行程时间比系数  $K$  (上述条件通常可以根据设计的具体任务确定), 而缺少其他的辅助设计条件时, 可按使机构的最小传动角  $\gamma_{\min}$  大于或等于许用传动角  $[\gamma]$  的条件来进行设计。这时如果采用图解法, 则需用试凑的方法来进行设计。即先根据已知条件画出机构的等视角圆, 然后在圆上任选铰链  $A$  的位置, 求出机构各杆长和机构的最小传动角  $\gamma_{\min}$ ; 验算  $\gamma_{\min}$  是否大于或等于  $[\gamma]$ , 若最小传动角  $\gamma_{\min}$  不满足要求, 则重新选择  $A$  的位置, 重新计算机构的最小传动角  $\gamma_{\min}$ , 若仍达不到要求, 则需重复上述过程直到找到满足设计要求的解 (也可能找不到能满足设计要求的解)。采用解析法可以克服图解设计的盲目性, 提高设计精度。

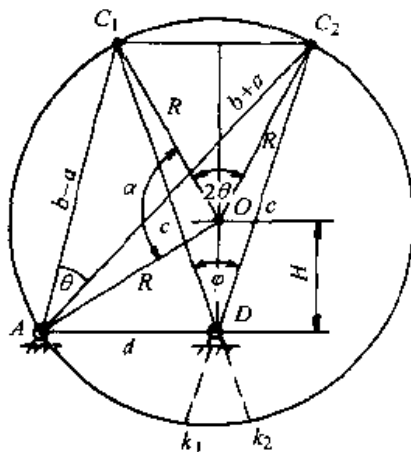


图 2-101  $K \neq 1$  的曲柄摇杆机构的解析设计

#### \* (二) 有急回运动平面四杆机构综合的解析法

1. 曲柄摇杆机构的设计 设已知行程时间比系数  $K$ 、摇杆长  $c$  以及其摆角  $\varphi$ 。要求设计该曲柄摇杆机构  $ABCD$ 。

设图 2-101 中  $\angle AOC_1 = \alpha$ ; 曲柄、连杆和机架的长度分别为  $a$ 、 $b$ 、 $d$ ; 等视角

圆的半径为  $R$ ；圆心  $O$  到铰链  $D$  的距离为  $H$ ，根据图 2-101 中的几何关系，注意到  $a+b=2R\sin\left[\theta+\frac{\alpha}{2}\right]$ ， $b-a=2R\sin\frac{\alpha}{2}$ ，可得曲柄摇杆机构的机构综合方程：

$$\left. \begin{aligned} R &= c\sin(\varphi/2)/\sin\theta \\ H &= c\cos(\varphi/2) - R\cos\theta \\ a &= 2R\cos\left[\frac{\theta+\alpha}{2}\right]\sin(\theta/2) \\ b &= 2R\sin\left[\frac{\theta+\alpha}{2}\right]\cos(\theta/2) \\ d &= \sqrt{R^2 + H^2 + 2RH\cos(\theta+\alpha)} \end{aligned} \right\} \quad (2-46)$$

当再给出第四个设计参数，例如：给出  $a$  或  $b$  或  $d$  的长度，则由 (2-46) 式中的第三、第四或第五式可以解出  $\alpha$ ；或者当  $D$  铰链位于等视角圆内，要求机架  $\overline{AD}$  与摇杆摆角的角平分线垂直，则可以从图 2-101 的  $\triangle ADO$  中直接求出

$$\alpha = \arccos\left\{\frac{\sin[(\varphi/2)-\theta]}{\sin(\varphi/2)}\right\} - \theta \quad (2-47)$$

将求出的  $\alpha$  代回式 (2-46) 中，即可综合出满足行程时间比系数  $K$  的曲柄摇杆机构。

例如：要求设计  $K=1.3$  ( $\theta=23.48^\circ$ )， $c=100\text{mm}$ ， $\varphi=40^\circ$  的曲柄摇杆机构。如果给出  $a=31.4\text{mm}$ ，用式 (2-46) 中的三式可求出  $\alpha=28.49^\circ$ ，将  $\alpha$  代入第四或第五式中解出： $b=73.65\text{mm}$ ， $d=95.95\text{mm}$ 。验算机构的极位夹角为  $23.48^\circ$ ，符合  $K=1.3$  的设计要求。

又如：当  $K=1.3$ ， $c=100\text{mm}$ ， $\varphi=40^\circ$  时，要求机架  $\overline{AD}$  与摇杆摆角角平分线垂直，可用式 2-47 算出  $\alpha=76.74^\circ$ ，代入式 (2-46) 中求出： $a=22.4\text{mm}$ ， $b=128.97\text{mm}$ ， $d=84.48\text{mm}$ 。

除了可以根据机构的几何参数和位置关系计算  $\alpha$  来进行机构综合外，也可以根据机构设计的动力参数确定  $\alpha$ ，例如：当要求机构的最小传动角不小于机构的许用传动角时，将式 (2-46) 代入

$$\cos\gamma_{\min} = \cos[\gamma] = \frac{b^2 + c^2 - (d-a)^2}{2bc} \quad (2-48)$$

得机构的综合方程，由此方程解出  $\alpha$  代回式 (2-46)，可以综合出既满足机构的运动设计参数  $K$  的要求，又满足机构动力设计参数  $[\gamma]$  要求的曲柄摇杆机构。综合出来的四杆机构再根据

$$\gamma' = \arccos\left\{\pm\left[\frac{b^2 + c^2 - (d+a)^2}{2bc}\right]\right\} \quad (\gamma \text{ 为钝角时取“负”})$$

验算用式 (2-48) 算出的传动角是否是最小传动角。

由于该机构综合方程是一个关于  $\alpha$  的超越函数方程，通常只能用数值优化方

法求解。

例如：已知  $K=1.25$ ,  $c=500\text{mm}$ ,  $\varphi=40^\circ$ ,  $[\gamma]=40^\circ$ , 按上述过程建立机构综合方程, 可解出最小传动角等于  $40^\circ$  的两个四杆机构:

$$1) a_1=165.85\text{mm}, b_1=291.626\text{mm}, d_1=499.996\text{mm}.$$

$$2) a_2=146.266\text{mm}, b_2=530.803\text{mm}, d_2=500.008\text{mm}.$$

两曲柄摇杆机构的另一个最小传动角分别为  $69.2^\circ$  和  $77.59^\circ$ , 均符合设计要求。

从上述分析可以看出: 当已知设计参数  $c$ 、 $\varphi$  和  $K$  时, 给出不同的  $[\gamma]$  可以求出不同的  $\alpha$  值, 即可以综合出不同的四杆机构, 于是我们可以根据不同的  $\varphi$ 、 $K$  先画出  $\alpha-\gamma_{\min}$  曲线, 当设计要求给出  $[\gamma]$  时, 可根据  $[\gamma]$  查出  $\alpha$ , 从而比较方便地求出所要综合的四杆机构。

例如: 以摆杆摆角  $\varphi=40^\circ$  画出不同  $K$  值的  $\alpha-\gamma_{\min}$  曲线如图 2-102 所示。若要求设计  $K=1.3$ ,  $\gamma_{\min}=[\gamma]=38^\circ$  的四杆机构, 只需过纵坐标轴上  $\gamma_{\min}=38^\circ$  的点作水平直线与  $K=1.3$  的曲线相交, 求得两交点  $P_1$ 、 $P_2$ , 过  $P_1$ 、 $P_2$  分别作纵坐标轴的平行线与横坐标相交, 求出对应  $P_1$  点的  $\alpha_1$  约为  $15^\circ$ , 对应  $P_2$  点的  $\alpha_2$  约为  $46^\circ$ , 将求出的  $\alpha$  和摆杆长  $c$  分别代回 (2-46) 式中, 即可综合两组杆长不同的四杆机构。设  $c=100\text{mm}$ , 则

$$1) a_1=32.98\text{mm}, b_1=55.39\text{mm}, d_1=98.23\text{mm}, \gamma_{\min}=37.97^\circ.$$

$$2) a_2=28.71\text{mm}, b_2=95.8\text{mm}, d_2=92.29\text{mm}, \gamma_{\min}=37.82^\circ.$$

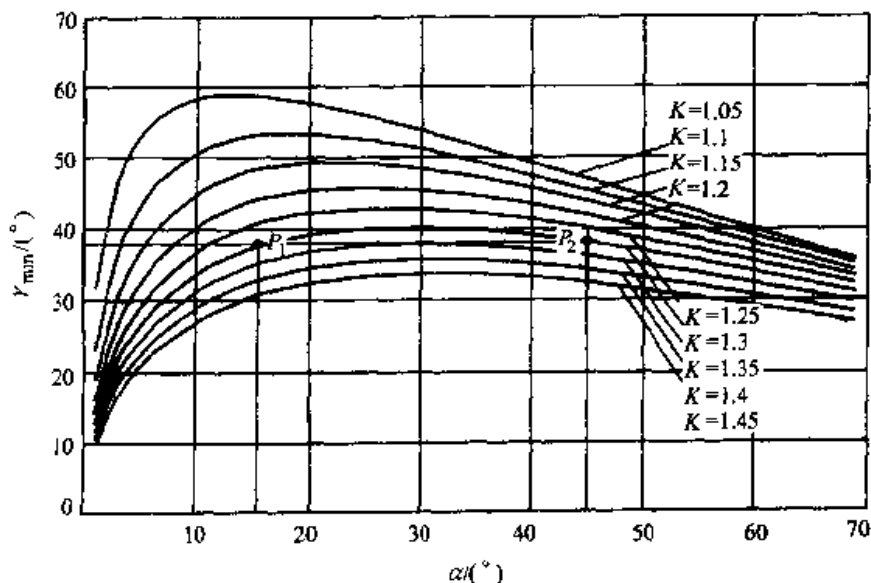


图 2-102 摇杆摆角为  $40^\circ$ , 不同  $K$  值条件下的  $\alpha-\gamma_{\min}$  曲线图

从图 2-102 中可以看出:  $K$  值曲线的抛物线顶点为该  $K$  值最小传动角最大的点, 此点对应的  $\alpha$  求出的四杆机构即为该  $K$  值、摆角  $\varphi=40^\circ$  时最小传动角最大的解, 为此我们可以根据不同的  $K$ 、 $\varphi$  值求出这些最小传动角最大的四杆机构, 并将各杆相对于摇杆的杆长比例在表 2-3 中供设计时参考。

表 2-3 最小传动角最大曲柄摇杆机构设计表

$K$ 杆长比		1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45
$\varphi$										
10°	$a/c$	0.086	0.084	0.083	0.082	0.081	0.080	0.079	0.079	0.078
	$b/c$	0.438	0.319	0.263	0.230	0.206	0.190	0.177	0.166	0.157
	$d/c$	1.011	0.966	0.952	0.942	0.935	0.945	0.945	0.947	0.948
	$(\gamma_{\min})_{\max}$	67.51°	59.41°	53.36°	48.43°	44.21°	40.59°	37.36°	34.15°	31.82°
20°	$a/c$	0.171	0.168	0.165	0.163	0.160	0.158	0.157	0.155	0.151
	$b/c$	0.812	0.616	0.517	0.459	0.417	0.385	0.359	0.338	0.321
	$d/c$	1.164	1.025	0.969	0.939	0.923	0.914	0.909	0.907	0.906
	$(\gamma_{\min})_{\max}$	65.5°	58.43°	53.04°	48.58°	44.76°	41.39°	38.37°	35.65°	33.17°
30°	$a/c$	0.255	0.251	0.247	0.243	0.240	0.236	0.233	0.231	0.228
	$b/c$	1.115	0.866	0.748	0.669	0.613	0.571	0.537	0.509	0.485
	$d/c$	1.356	1.139	1.040	0.982	0.945	0.920	0.903	0.891	0.884
	$(\gamma_{\min})_{\max}$	62.11°	56.26°	51.55°	47.63°	44.24°	41.24°	38.53°	36.07°	33.81°
40°	$a/c$	0.338	0.333	0.328	0.323	0.318	0.314	0.310	0.306	0.302
	$b/c$	1.366	1.077	0.936	0.848	0.786	0.738	0.699	0.666	0.639
	$d/c$	1.542	1.268	1.136	1.055	1.000	0.960	0.929	0.907	0.889
	$(\gamma_{\min})_{\max}$	58.76°	53.33°	49.19°	45.77°	42.81°	40.18°	37.81°	35.65°	33.65°
50°	$a/c$	0.419	0.413	0.408	0.402	0.396	0.391	0.386	0.381	0.376
	$b/c$	1.579	1.254	1.099	1.001	0.933	0.881	0.838	0.804	0.775
	$d/c$	1.712	1.392	1.237	1.140	1.071	1.091	0.979	0.947	0.921
	$(\gamma_{\min})_{\max}$	54.8°	49.93°	46.27°	43.26°	40.67°	38.39°	36.33°	34.45°	32.72°
60°	$a/c$	0.496	0.490	0.484	0.478	0.472	0.466	0.461	0.455	0.450
	$b/c$	1.755	1.401	1.231	1.130	1.057	1.001	0.958	0.921	0.891
	$d/c$	1.858	1.503	1.331	1.222	1.145	1.086	1.039	1.000	0.968
	$(\gamma_{\min})_{\max}$	50.64°	46.25°	42.98°	40.32°	38.04°	36.04°	34.26°	32.63°	31.14°
70°	$a/c$	0.569	0.564	0.558	0.552	0.545	0.539	0.533	0.527	0.522
	$b/c$	1.901	1.524	1.347	1.237	1.160	1.102	1.056	1.020	0.988
	$d/c$	1.980	1.599	1.415	1.297	1.214	1.150	1.098	1.056	1.021
	$(\gamma_{\min})_{\max}$	46.36°	42.38°	39.45°	37.07°	35.07°	33.32°	31.76°	30.35°	29.07°
80°	$a/c$	0.639	0.633	0.627	0.621	0.615	0.609	0.603	0.547	0.591
	$b/c$	2.015	1.622	1.437	1.323	1.244	1.185	1.138	1.100	1.068
	$d/c$	2.076	1.676	1.483	1.361	1.274	1.207	1.154	1.109	1.072
	$(\gamma_{\min})_{\max}$	42°	38.38°	35.74°	33.63°	31.85°	30.32°	28.96°	27.74°	26.64°

例如：当要求综合  $K=1.3$ ， $\varphi=30^\circ$  最小传动角最大的曲柄摇杆机构，可从表 2-3 中直接查出四杆机构各杆相对于摇杆的杆长比：

$a/c=0.236$ ,  $b/c=0.571$ ,  $d/c=0.920$ 。

如果  $c=100\text{mm}$ , 则  $a=23.6\text{mm}$ ,  $b=57.1\text{mm}$ ,  $d=92\text{mm}$ 。

并且可知: 在  $K=1.3$ ,  $\varphi=30^\circ$  条件下, 该曲柄摇杆机构最小传动角的最大值  $(\gamma_{\min})_{\max}=41.24^\circ$ 。

当所综合机构的  $K$  值与  $\varphi$  值不能直接在表中查出时, 例如:  $K=1.27$ ,  $\varphi=35^\circ$ , 可以根据表中提供的值用插值的方法求出所要综合的四杆机构。

进一步分析图 2-102 和机构的综合方程, 可以得出以下结论:

1) 曲柄摇杆机构若规定许用传动角  $[\gamma]=40^\circ$ , 则能满足该设计要求的曲柄摇杆机构的行程速比系数不可能大于 1.324346。  $[\gamma]$  值要求越大, 能满足要求的  $K$  值越小。

2) 在相同  $K$  值的曲柄摇杆机构中, 当摇杆的摆角  $\varphi$  等于机构的极位夹角  $\theta$  时 (即  $A$ 、 $D$  铰链均在同一等视角图上选取) 机构的最小传动角有极大值。即: 当  $\varphi < \theta$  时 ( $D$  铰链位于等视角圆外), 或  $\varphi > \theta$  时 (即  $D$  铰链位于等视角圆内), 机构的最小传动角均小于  $\varphi=\theta$  时机构的最小传动角。证明如下:

将式 (2-48) 对  $\varphi$  求导得:

$$\frac{d(\gamma_{\min})}{d\varphi} = \frac{b^2b'c + 2a'bcd - 2aa'dc - b'c^3 + b'cd^2 - 2ab'cd + a^2b'c}{-4b^2c^2\sin(\gamma_{\min})} \quad (2-49)$$

式中:  $a'$ 、 $b'$  和  $d'$  分别表示  $a$ 、 $b$ 、 $d$  对  $\varphi$  的导数。

将式 (2-46) 对  $\varphi$  求导, 并令式中  $\varphi=\theta$  得:

$$\left. \begin{aligned} a &= c \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta+\alpha}{2}\right) / \cos\left(\frac{\theta}{2}\right); a' = c \cos\left(\frac{\theta+\alpha}{2}\right) / 2 \\ b &= c \sin\left(\frac{\theta+\alpha}{2}\right); b' = c \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta+\alpha}{2}\right) / 2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ d &= c \cos\left(\frac{\theta+\alpha}{2}\right) / \cos\left(\frac{\theta}{2}\right); d' = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-50)$$

将式 (2-50) 代入式 (2-49) 中得:

$$\frac{d(\gamma_{\min})}{d\varphi} = 0$$

通过对  $\varphi$  与  $\theta$  的变化关系进行分析后可知: 当  $\varphi=\theta$  时,  $\gamma_{\min}$  有极大值。因此, 在设计具有急回运动的曲柄摇杆机构时, 如果对摇杆摆角  $\varphi$  的大小无特殊要求, 应力求使  $\varphi$  与机构的极夹角  $\theta$  相等或相近, 以便使机构的最小传动角最大, 从而提高机构的传动质量。

表 2-4 列出不同  $K$  值 (即不同  $\theta$ ) 条件下曲柄摇杆机构最小传动角的极大值, 可供设计时参考。



表 2-4 不同  $K$  值条件下曲柄摇杆机构的最小传动角极大值表

$K$	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45
$\varphi-\theta$	4.37°	8.57°	12.56°	16.36°	20°	23.48°	26.81°	30°	33.06°
$(\gamma_{\min})_{\max}$	67.85°	59.42°	53.4°	48.66°	44.76°	41.44°	38.58°	36.07°	33.85°

2. 偏置式曲柄滑块机构的设计 从图 2-103 中容易得出机构的综合方程:

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{H}{2\sin\theta} \\
 a &= 2R\cos\left(\frac{\theta+\alpha}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right); \\
 b &= 2R\sin\left(\frac{\theta-\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right); \\
 e &= (b-a)\sin\left(\theta+\frac{\alpha}{2}\right)
 \end{aligned} \quad (2-51)$$

当给定  $H$  和  $K$  值后, 若再给出其他设计条件: 例如曲柄长度  $a$ , 连架杆长  $b$  或偏距  $e$ , 则可以分别从式 (2-51) 的第二、第三式或第四式中解出  $\alpha$ , 于是可以综合出能满足设计要求的偏置式曲柄滑块机构。此外, 也可以根据传动角要求来进行机构综合。

当机构位于最小传动角位置时有:

$$\cos\gamma_{\min} = \frac{a+e}{b} \quad (2-52)$$

将 (2-51) 式代入式 (2-52) 中, 得最小传动角最大偏置式曲柄滑块机构的机构综合方程。当给出设计参数: 滑块的行程  $H$ , 行程速比系数  $K$  (即  $\theta$ ) 和许用传动角  $[\gamma]$ , 可由机构综合方程解出  $\alpha$ , 将  $\alpha$  值分别代回 (2-51) 式中, 即

可综合出满足设计要求的曲柄滑块机构。也可以用类似曲柄摇杆机构综合的方法, 根据不同的  $K$  画出如图 2-104 所示的  $\alpha-\gamma_{\min}$  曲线来进行机构综合。

例如: 要求设计  $K=1.25$ ,  $\gamma_{\min} \geq 40^\circ$  的曲柄滑块机构, 在图 2-104 所示  $\alpha-\gamma_{\min}$  曲线的纵坐标上, 过  $\gamma_{\min}=40^\circ$  点作横坐标的平行线, 与  $K=1.25$  的曲线交于  $P_1$ 、 $P_2$  点, 在曲线  $\widehat{P_1P_3P_2}$  上任选一点求出该点对应横坐标上的  $\alpha$  值, 将  $\alpha$  代入 (2-51) 式中, 即可得所要综合的曲柄滑块机构。例如: 分别量出对应  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$  三点的  $\alpha$  值约为:  $15^\circ$ 、 $45^\circ$  和  $25^\circ$ , 将其分别代入 (2-51) 式中, 设滑块的行程  $H=100\text{mm}$ , 于是综合出三个偏置式曲柄滑块机构为:

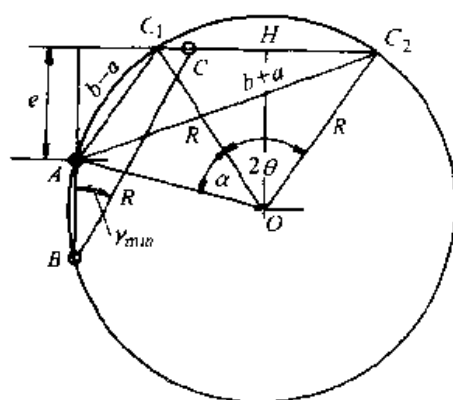


图 2-103 偏置式曲柄滑块机构的解析设计

- 1)  $a_1=48.421\text{mm}$ ;  $b_1=96.582\text{mm}$ ;  $e_1=17.622\text{mm}$ ;  $\gamma_{\min}=40.292^\circ$ 。
- 2)  $a_2=48.82\text{mm}$ ;  $b_2=154.709\text{mm}$ ;  $e_2=75.591\text{mm}$ ;  $\gamma_{\min}=40.059^\circ$ 。
- 3)  $a_3=46.907\text{mm}$ ;  $b_3=110.189\text{mm}$ ;  $e_3=34.002\text{mm}$ ;  $\gamma_{\min}=42.755^\circ$ 。

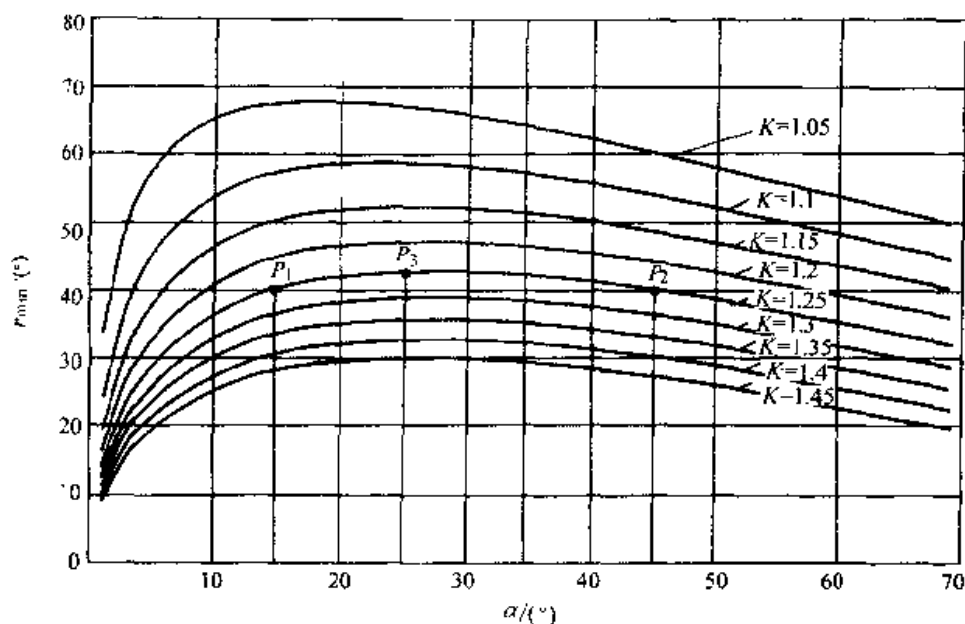


图 2-104 偏置式曲柄滑块机构不同  $K$  值条件下的  $\alpha-\gamma_{\min}$  曲线图

从图 2-104 可以看出:不同  $K$  值曲线的顶点对应不同  $K$  值最小传动角最大的曲柄滑块机构,将各  $K$  值顶点对应的  $\alpha$  值代入机构综合方程中,求出各杆相对于行程  $H$  的相对杆长比列于表 2-5 中得最小传动角最大偏置式曲柄滑块机构设计表。

表 2-5 最小传动角最大偏置式曲柄滑块机构设计表

$K$	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45
杆长比									
$a/H$	0.491	0.483	0.476	0.470	0.466	0.461	0.458	0.455	0.453
$b/H$	2.527	1.796	1.471	1.279	1.149	1.054	0.980	0.921	0.873
$e/H$	0.470	0.446	0.421	0.398	0.378	0.358	0.338	0.321	0.304
$(\gamma_{\min})_{\max}$	$67.64^\circ$	$58.85^\circ$	$52.4^\circ$	$47.2^\circ$	$42.81^\circ$	$39^\circ$	$35.64^\circ$	$32.63^\circ$	$29.92^\circ$

例如:当要求综合满足  $K=1.15$ ,最小传动角最大的偏置式曲柄滑块机构,可直接从表 2-5 中查出:

$$a/H=0.476, b/H=1.471, e/H=0.421$$

设  $H=100\text{mm}$ , 则  $a=47.6\text{mm}$ ,  $b=147.1\text{mm}$ ,  $e=42.1\text{mm}$ 。

在所有  $K=1.15$  的偏置式曲柄滑块机构中,该杆长比的偏置式曲柄滑块机构最小传动角最大为  $52.4^\circ$ 。

通过进一步分析可知：偏置式曲柄滑块机构当要求许用传动角  $[\gamma] = 40^\circ$  时，其行程速比系数  $K$  不可能超过 1.2862。 $[\gamma]$  值要求越大，能满足要求的  $K$  值越小。

#### 四、实现预期轨迹平面四杆机构的综合

平面四杆机构中，铰链四杆机构的连杆曲线最复杂，形态也最丰富，故实现预期轨迹的机构一般都采用铰链四杆机构。这类设计一般是给出轨迹曲线上的若干点的位置坐标  $(x_p, y_p)$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )，要求综合一平面四杆机构  $ABCD$ ，使其连杆上一点  $P$ ，在机构运动时能顺序依次通过这些轨迹点。

上述平面四杆机构的综合，仍然可以采用刚体位移矩阵方程来建立机构的综合方程。具体的方法是：将给出的轨迹点的坐标视为标点的坐标，而将标线的相对角位移  $\theta_{i1}$  暂时作为未知量（实际上并没有标线），根据式 (2-37) 写出连杆  $BC$  的刚体位移矩阵方程，即：

$$\begin{bmatrix} x_{B_i} \\ y_{B_i} \\ 1 \end{bmatrix} = [P]_{i1} \begin{bmatrix} x_{B1} \\ y_{B1} \\ 1 \end{bmatrix} \text{ 和 } \begin{bmatrix} x_{C_i} \\ y_{C_i} \\ 1 \end{bmatrix} = [P]_{i1} \begin{bmatrix} x_{C1} \\ y_{C1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (i=2, 3, \dots, n)$$

求出  $(x_{B_i}, y_{B_i})$ 、 $(x_{C_i}, y_{C_i})$  与  $(x_{B1}, y_{B1})$ 、 $(x_{C1}, y_{C1})$  的关系后，代入约束方程

$$\left. \begin{aligned} (x_{B_i} - x_A)^2 + (y_{B_i} - y_A)^2 &= (x_{B1} - x_A)^2 + (y_{B1} - y_A)^2 \\ (x_{C_i} - x_D)^2 + (y_{C_i} - y_D)^2 &= (x_{C1} - x_D)^2 + (y_{C1} - y_D)^2 \end{aligned} \right\} \quad (i=2, 3, \dots, n)$$

得  $2(n-1)$  个关于  $(x_{B1}, y_{B1})$ 、 $(x_A, y_A)$ 、 $(x_{C1}, y_{C1})$ 、 $(x_D, y_D)$  和含未知量  $\theta_{i1}$  的机构综合方程组。其中  $(n-1)$  个包含待求参数  $(x_{B1}, y_{B1})$  和  $(x_A, y_A)$  的机构综合方程经整理后可以用下式表示为：

$$a_{i1} \sin \theta_{i1} + a_{i2} \cos \theta_{i1} = a_{i3} \quad (i=2, 3, \dots, n) \quad (2-53)$$

式中： $a_{i1}$ 、 $a_{i2}$  和  $a_{i3}$  只含待求参数  $(x_{B1}, y_{B1})$ 、 $(x_A, y_A)$ 。

$(n-1)$  个包含待求参数  $(x_{C1}, y_{C1})$ 、 $(x_D, y_D)$  的机构综合方程经整理后可以表示为：

$$b_{i1} \sin \theta_{i1} + b_{i2} \cos \theta_{i1} = b_{i3} \quad (i=2, 3, \dots, n) \quad (2-54)$$

式中： $b_{i1}$ 、 $b_{i2}$  和  $b_{i3}$  只含待求参数  $(x_{C1}, y_{C1})$ 、 $(x_D, y_D)$ 。

联立式 (2-53) 和式 (2-54) 解出  $\sin \theta_{i1}$ 、 $\cos \theta_{i1}$ 。

$$\sin \theta_{i1} = \frac{\begin{vmatrix} a_{i3} & a_{i2} \\ b_{i3} & b_{i2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{i1} & a_{i2} \\ b_{i1} & b_{i2} \end{vmatrix}} \quad \cos \theta_{i1} = \frac{\begin{vmatrix} a_{i1} & a_{i3} \\ b_{i1} & b_{i3} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{i1} & a_{i2} \\ b_{i1} & b_{i2} \end{vmatrix}}$$

然后利用  $\sin^2 \theta_{i1} + \cos^2 \theta_{i1} = 1$  ( $i=2, 3, \dots, n$ )，消去  $\sin \theta_{i1}$  和  $\cos \theta_{i1}$ ，得  $(n-1)$  个不含  $\theta_{i1}$  的机构的综合方程  $F_i(x_A, y_A, x_{B1}, y_{B1}, x_{C1}, y_{C1}, x_D, y_D) = 0$ 。

由于每个机构综合方程中均含有八个待求参数，因此，要全部解出这些参数

应给出几个轨迹点的坐标。由于这八个方程均为非线性的高次方程,求解比较困难,这时预先设定一些点的位置坐标,例如:设机构的坐标原点在  $A$ ,即  $x_A = y_A = 0$  等,对简化求解过程是十分有利的。此外,迭代初值对计算的速度与精度也至关重要,这时用图解法来求迭代计算的初值是必要的,下面通过一个例题简要说明机构综合的过程。

**例 2-21** 综合一铰链四杆机构  $ABCD$ ,要求其连杆上一点  $P$  能顺次通过以下七点,这七点的在直角坐标系  $O-xy$  的坐标是:

$$P_1(13.84, 188.47); P_2(-31.07, 140.64); P_3(-51.64, 96.33);$$

$P_4(32.95, 99.62); P_5(44.74, 113.95); P_6(58.62, 127.98); P_7(66.27, 215.07)$ , 其中  $P_1, P_2, P_3$  和  $P_7$  点要求分布在半径为 174 的圆弧上,  $P_4, P_5$  和  $P_6$  要求分布在半径为 100 的圆弧上(以上长度单位均为 mm)。

**解**

因为只给出七个标点的坐标值,只能求解六个待定参数,故设  $x_A = y_A = 0$ , 需要求解的六个参数是  $(x_{B1}, y_{B1})$ 、 $(x_{C1}, y_{C1})$  和  $(x_D, y_D)$ 。为了缩短计算机寻优的迭代时间,可采用分段综合的办法来对机构进行综合,即可先对待求参数中的某几个参数赋值,例如对  $(x_D, y_D)$  赋值,并使其在迭代过程中值不变,求出  $(x_{B1}, y_{B1})$  和  $(x_{C1}, y_{C1})$ 。由于只需解四个待定参数值,故只需分别选出在两个圆弧上的五个点来进行综合,这时初选  $P_1, P_2, P_3, P_5$  和  $P_7$  是比较合理的。按上述方法求出第一组解后,改变  $(x_D, y_D)$  的赋值继续进行综合,求出第二组综合结果,在获得足够多的综合结果后,通过作图进行比较,选出最接近七个标点的一组综合结果作为迭代初值,按通过轨迹点为七,用六个机构综合方程中求解  $(x_{B1}, y_{B1})$ 、 $(x_{C1}, y_{C1})$  和  $(x_D, y_D)$ , 直

$$\text{到 } S = \sum_{i=1}^6 F_i^2 \leq \varepsilon。$$

按上述过程:令  $x_A = y_A = 0$ , 用图解法初步确定  $x_D = 190.4, y_D = 1$ , 选  $P_1, P_2, P_3, P_5$  和  $P_7$  点进行机构综合,当  $S = \sum_{i=1}^4 F_i^2 = 0.622 \times 10^{-14} < \varepsilon$  时,求出:

$$x_{B1} = -82.512, y_{B1} = 70.711$$

$$x_{C1} = 39.684, y_{C1} = 158.20$$

根据综合结果,作出四杆机构  $AB_1C_1D$ , 通过比较可知:这时连杆上  $P$  的轨迹与给定的七个标点均比较接近,故采用上述综合结果,按轨迹通过七个点进行综合,当  $S = \sum_{i=1}^6 F_i^2 = 0.222 \times 10^{-13} < \varepsilon$  时,得出:

$$x_A = 0$$

$$y_A = 0$$

$$x_{B1} = -95.524$$

$$y_{B1} = 80.407$$

$$x_{C1} = 76.791$$

$$y_{C1} = 170.535$$

$$x_D = 174.194$$

$$y_D = 18.575$$

最后求出:

$$L_{AB} = 124.86$$

$$L_{BC} = 194.46$$

$$L_{CD} = 180.50$$

$$L_{AD} = 175.18 \text{ (以上单位均为 mm)}$$

画出四杆机构  $AB_1C_1D$  及  $P$  点的轨迹曲线图如图 2-105 所示。

实现预期轨迹曲线机构综合的另一类问题是: 给出轨迹上标点  $P_i$  的有限个位置的坐标值和原动连架杆对应  $P_i$  的有限个位置角  $\alpha_i$ , 要求综合四杆机构。

**例 2-22** 给定连杆上  $P$  点轨迹曲线上的五个点的坐标  $P_1(12.42, 0)$ ,  $P_2(7.98, 1.89)$ ,  $P_3(0.76, 1.47)$ ,  $P_4(1.30, -0.85)$ ,  $P_5(8.83, 0.3)$ , 对应这五个轨迹点曲柄  $AB$  的角位移分别为:  $\alpha_1 = 4.2^\circ$ ,  $\alpha_2 = 64.87^\circ$ ,  $\alpha_3 = 145.82^\circ$ ,  $\alpha_4 = 219.24^\circ$ ,  $\alpha_5 = 303.45^\circ$ , 要求综合一铰链四杆机构  $ABCD$ 。

**解**

首先求曲柄上  $A$ 、 $B$  铰链的位置坐标, 为此先建立曲柄  $AB$  的刚体位移矩阵方程。在图 2-106 所示的曲柄  $AB$  中,  $A$  为标点,  $AB$  为标线, 标线的标角为  $\alpha_i$ , 相对角位移为  $\alpha_{i1} = \alpha_i - \alpha_1$

( $i=2, 3, 4, 5$ )。当曲柄  $AB$  运动时  $A$  点不动, 故  $x_{A1} = x_{Ai} = x_A$ ,  $y_{A1} = y_{Ai} = y_A$ , 将标点坐标  $(x_{A1}, y_{A1})$ ,  $(x_{Ai}, y_{Ai})$  和相对角位移  $\alpha_{i1}$  代入刚体位移矩阵式 (2-37) 中, 得含有待求参数  $(x_A, y_A)$  的曲柄位移矩阵  $[P]_{i1}$ , 由

$$\begin{bmatrix} x_{Bi} \\ y_{Bi} \\ 1 \end{bmatrix} = [P]_{i1} \begin{bmatrix} x_{B1} \\ y_{B1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (i=2, 3, 4, 5)$$

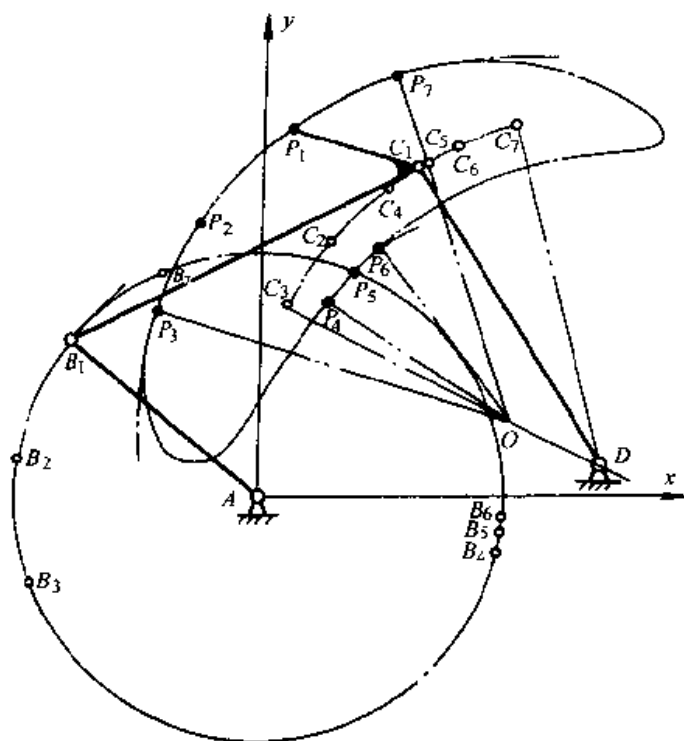


图 2-105 按轨迹点的机构综合

可解出:

$$\left. \begin{aligned} x_{Bi} &= f_{i1}(x_A, y_A, x_{B1}, y_{B1}) \\ y_{Bi} &= f_{i2}(x_A, y_A, x_{B1}, y_{B1}) \end{aligned} \right\} \quad (i=2, 3, 4, 5) \quad (2-55)$$

在连杆上, 由于标点  $P$  到  $B$  铰链的距离不变, 写出  $P$ 、 $B$  两点的位置不变的约束方程:

$$(x_{Bi} - x_{Pi})^2 + (y_{Bi} - y_{Pi})^2 = (x_{B1} - x_{P1})^2 + (y_{B1} - y_{P1})^2 \quad (i=2, 3, 4, 5) \quad (2-56)$$

将式(2-55)和标点的坐标值  $(x_{Pi}, y_{Pi})$  ( $i=1, 2, 3, 4, 5$ ) 分别代入约束方程式(2-56)中, 得四个含  $(x_A, y_A)$ 、 $(x_{B1}, y_{B1})$  的非线性方程, 给出迭代初值:

$$x_A = -5.0, y_A = 1.0, x_{B1} = 0.65, y_{B1} = 1.45。$$

用寻选的方法迭代求出:

$$x_A = -5.46, y_A = 1.17, x_{B1} = 0.74, y_{B1} = 1.54。$$

求出  $(x_A, y_A)$ 、 $(x_{B1}, y_{B1})$  之值后, 用式(2-55)可求出  $(x_{Bi}, y_{Bi})$  ( $i=2, 3, 4, 5$ )。

$$\text{根据 } \theta_i = \arctg \left( \frac{y_{Bi} - y_{Pi}}{x_{Bi} - x_{Pi}} \right) \quad (i=1, 2, 3, 4, 5)$$

求出标线  $\overline{PB}$  的标角  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$ 、 $\theta_4$  和  $\theta_5$  后, 可以求出标线  $\overline{PB}$  的相对角位移  $\theta_{i1} = \theta_i - \theta_1$  ( $i=2, 3, 4, 5$ ), 将相对角位移  $\theta_{i1}$  和标点  $P_i$  之值代入刚体位移矩阵式(2-37)中, 得连杆  $BC$  的刚体位移矩阵  $[P]_{i1}$  ( $i=2, 3, 4, 5$ ), 于是有:

$$\begin{bmatrix} x_{Ci} \\ y_{Ci} \\ 1 \end{bmatrix} = [P]_{i1} \begin{bmatrix} x_{C1} \\ y_{C1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (i=2, 3, 4, 5)$$

将  $(x_{Ci}, y_{Ci})$  与  $(x_{C1}, y_{C1})$  的关系式代入连架杆  $CD$  的约束方程

$$\begin{aligned} (x_{Ci} - x_D)^2 + (y_{Ci} - y_D)^2 &= \\ (x_{C1} - x_D)^2 + (y_{C1} - y_D)^2 & \end{aligned} \quad (i=2, 3, 4, 5)$$

得求解  $C$ 、 $D$  铰链位置的机构的综合方程组, 用图解法求出迭代初值:  $x_{C1} = 14$ ,  $y_{C1} = 12$ ,  $x_D = 8.5$ ,  $y_D = -18$ , 代入机构综合方程组中寻优迭代, 最后求出:

$$\begin{aligned} x_{C1} &= 16.9 & y_{C1} &= 15.29 \\ x_D &= 9.34 & y_D &= -20.54 \end{aligned}$$

求出铰链四杆机构各杆长分别为:

$$L_{AB} = 6.21$$

$$L_{BC} = 21.22$$

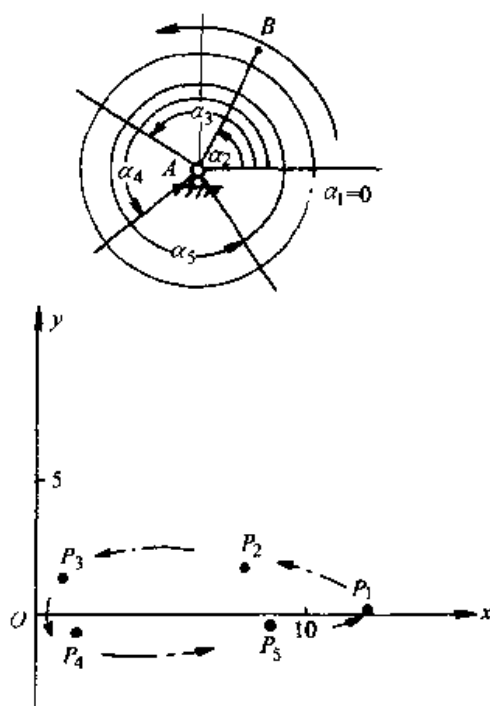


图 2-106 点位对应的给定

$$L_{CD}=36.62$$

$$L_{AD}=26.27$$

画出其机构运动简图及  $P$  点的轨迹曲线图如图 2-107 所示 (以上长度单位均为 mm)。

### \* 五、平面四杆机构优化设计 (简介)

前面所述的机构综合方法, 理论上可求出满足有限位置要求的精确解。但如果设计中提出满足更多给定位置要求时, 上述方法就不便应用了。此外, 上述方法的\*\*最大缺点是: 机构是按单一目标进行综合的, 综合出来的机构常常会遇到以下问题, 诸如虽然满足了机构运动方面的要求, 却可能没有曲柄; 或运动和动力特性很差; 或机构的结构尺寸不理想等等。随着现代工业的发展, 人们对机构的要求愈来愈高, 对机构的综合内容的要求也愈来愈多, 对机构的性能要求也愈来愈优。如何提高机构的设计质量成为现代设计方法中机构设计师普遍关心的课题。

优化设计的主要特点是: 通过寻优过程可以得到多目标、多约束条件、能满足机构多方面性能要求的最佳方案。虽然是近似解, 但采用现代计算方法和手段, 仍然可以求得很高的设计精度。因此, 这种方法是现代设计方法新的发展方向, 得到越来越广泛的应用。

机构优化设计是随着电子计算机的普及而迅速发展起来的一种现代设计方法。它是根据机构设计的理论和最优化数学方法建立数学模型, 借助电子计算机的快速运算, 在受许多因素影响的机构参数中, 选出一组能最优地满足预定要求的参数而得到最优的设计方案。

例如图 2-108 所示的铰链四杆机构, 希望连杆上  $P$  点能实现预期的轨迹曲线运动, 轨迹用  $n$  点坐标值给出:  $(x_{Pi}, y_{Pi})$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )

最优化方法要求: 当四杆机构运动时, 连杆上  $P$  点轨迹与给出的  $n$  点轨迹坐

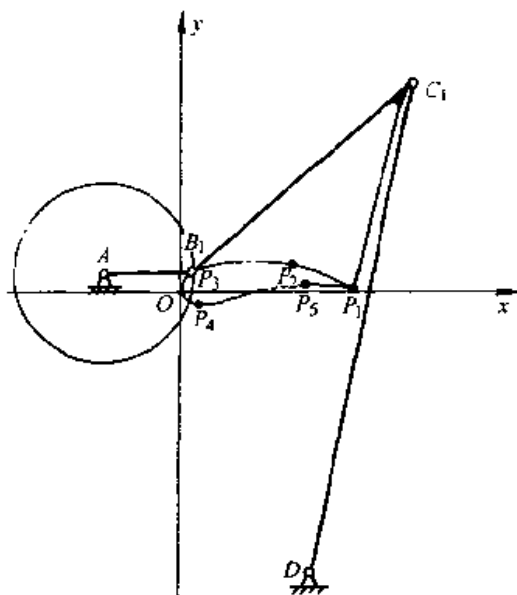


图 2-107 点位对应的轨迹综合

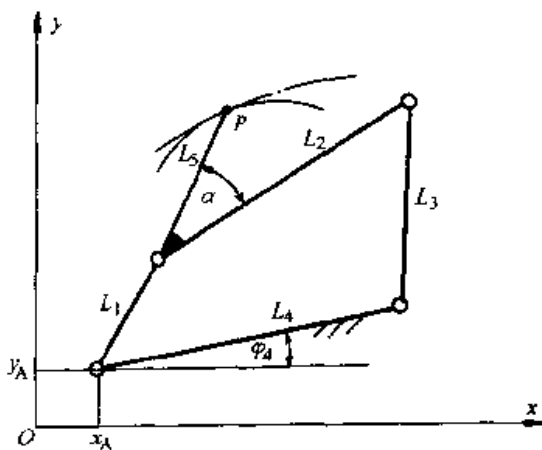


图 2-108 四杆机构优化设计的参数

标偏差最小。

为了求机构的几何参数，应首先写出  $P$  点与四杆机构的几何参数之间的关系。设直角坐标系  $O-xy$  如图 2-108 所示， $P$  点的位置可由以下参数确定：各杆杆长  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$ 、 $l_4$ 、 $l_5$ ； $A$  点的坐标  $(x_A, y_A)$ ； $l_4$  的位置角  $\varphi_4$ ； $l_5$  与  $l_2$  的夹角  $\alpha$ 。在确定上述这些参数的优化区间时，必须考虑各杆长由于结构限制所确定的范围，曲柄存在的条件，动力性能及其他一些约束限制条件。

机构优化设计过程主要包括两方面的内容：

- 1) 建立优化的数学模型。
- 2) 根据数学模型，选用合适的优化方法，在计算机上计算最优解。

本节将重点简要介绍第一部分内容，因为这是优化设计的关键。

### (一) 优化设计的数学模型

机构优化的数学模型包括三个方面内容：确定设计变量；建立目标函数；确定约束条件。现分述如下：

1. 确定设计变量 根据设计要求预先确定数值的参数，称为设计常量。在优化设计中需不断改变数值的参数称为设计变量。例如图 2-108 所示的四杆机构，为了追求  $P$  点与给定轨迹点的逼近的精度，可将  $(x_A, y_A)$  和  $\varphi_4$  作为设计常量，其值预先给出，而将  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$ 、 $l_4$ 、 $l_5$  和  $\alpha$  作为设计变量。设计变量数量愈多，则供优选的方案也愈多，设计也愈灵活，愈容易获得所要求的优化精度，但设计的难度也愈大，所以原则上应根据优化设计的具体要求，适当地减小设计变量的数量。

当优化设计有  $n$  个设计变量  $x_1$ 、 $x_2$ 、……、 $x_n$ ，可用一个矢量  $x$  表示为

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \quad x \in R^n$$

2. 建立目标函数 为了评价设计方案的优劣，可以在众多的设计要求中选出一个或多个要求作为优化设计追求的目标，而将其他要求作为设计的约束限制条件。当目标确定以后，应将这些设计目标如同运动分析和机构尺度综合时那样用设计变量  $x$  的函数  $f(x)$  表示出来。 $f(x)$  称为目标函数。

$$f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

对于有多个目标函数的优化设计，一般采用线性加权和法，即用权因子分别乘以各目标函数然后相加成为一个总目标函数。设目标函数的数量为  $m$ ，则总目标函数可以表示为：

$$f(x) = \sum_{i=1}^m \omega_i f_i(x)$$

式中： $\omega_i$ ——权因子，它反映了该分目标的重要程度。设计者应根据分目标的



重要程度确定权因子值的大小。对于分目标重要的程度是等同的设计,可取  $\omega_i = 1$  ( $i=1, 2, \dots, m$ )。

目标函数的建立是优化设计的关键,若目标函数的形式选取不当,不仅会增加计算的难度,甚至会导致整个优化设计的失败。

下面以图 2-108 所示四杆机构为例,说明以连杆上  $P$  点与预期轨迹点坐标偏差最小为目标,建立目标函数的过程。

由图 2-108 可以看出:四杆机构上  $P$  点的坐标可以用机构的几何参数和运动参数表示为:

$$\begin{cases} x'_{pi} = x_A + l_1 \cos(\varphi_4 + \varphi_{1i}) + l_5 \cos(\alpha + \varphi_{2i}) \\ y'_{pi} = y_A + l_1 \sin(\varphi_4 + \varphi_{1i}) + l_5 \sin(\alpha + \varphi_{2i}) \end{cases} \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

式中:  $\varphi_{1i}$ ,  $\varphi_{2i}$  分别为构件 1、2 对应轨迹曲线点  $P_i$  的角位移。从图中容易求出:

$$\varphi_{2i} = \delta_i (\beta_i - \varphi_4) \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

其中:

$$\begin{cases} \delta_i = \arccos \left\{ \frac{l_3^2 + l_2^2 - l_3^2 + l_4^2 - 2l_3 l_4 \cos \varphi_{1i}}{2l_2 \sqrt{l_3^2 + l_4^2 - 2l_3 l_4 \cos \varphi_{1i}}} \right\} \\ \beta_i = \arctg \left\{ \frac{l_1 \sin \varphi_{1i}}{l_4 - l_1 \cos \varphi_{1i}} \right\} \end{cases} \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

因此,四杆机构连杆上  $P$  的坐标  $(x'_{pi}, y'_{pi})$  与预期轨迹点坐标  $(x_{pi}, y_{pi})$  间的误差分别为:

$$\begin{cases} \Delta x_i = x'_{pi} - x_{pi} \\ \Delta y_i = y'_{pi} - y_{pi} \end{cases} \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

按均方根误差来建立目标函数得:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n [(x'_{pi} - x_{pi})^2 + (y'_{pi} - y_{pi})^2]^{\frac{1}{2}}$$

从目标函数可知:如果给出了轨迹点坐标  $(x_{pi}, y_{pi})$  和  $\varphi_{1i}$  的对应值 ( $i=1, 2, \dots, n$ ), 目标函数中有  $x_A, y_A, l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, \varphi_4, \alpha$  共 9 个设计变量。如果没有给出  $\varphi_{1i}$  与  $(x_{pi}, y_{pi})$  的对应值,  $\varphi_{1i}$  可在其变化域中任取, 这时目标函数共有  $9+n$  个设计变量。

3. 确定约束条件 在优化设计中,常把某些设计要求作为设计约束条件,用数学表达式来说明对寻优目标的约束限制。

约束条件有两种表达形式:

(1) 不等式约束。不等式约束用来限制设计变量的取值范围,约束表达式常用小于或等于零的不等式表示,例如:若有  $m$  个不等式约束,则可将不等式约束表示为:

$$g_i(x) \leq 0 \quad (i=1, 2, \dots, m)$$

当约束不等式大于零时,例如  $g_i(x) \geq 0$ , 可将不等式约束改写为:

$$-g_i(x) \leq 0 \quad (i=1, 2, \dots, m)$$

(2) 等式约束。若优化设计中有  $p$  个等式约束, 则可将等式约束表示为:

$$h_i(x) = 0 \quad (i=1, 2, \dots, p)$$

等式约束的数量  $p$  应当小于设计变量的数量  $n$ 。等式约束也可以用两个不等式约束来代替, 例如  $h(x)=0$  可以用  $g(x) \leq 0$  和  $-g(x) \leq 0$  来代替。

任何一个不等式约束都把设计空间分成了两个部分: 一部分是满足约束条件的称为可行域, 另一部分是不满足约束条件的称为非可行域。对于有约束的优化问题, 其实质就是在可行域中寻求一组设计变量, 使目标函数值最优。机构的优化设计一般都是有约束的优化设计。

平面四杆机构的约束条件常有:

1) 有曲柄的条件。对于曲柄摇杆机构, 若长度为  $l_1$  的构件为曲柄, 其余各杆的长度分别为  $l_2$ 、 $l_3$  和  $l_4$ , 则机构有曲柄的条件为:

$$l_1 + l_2 \leq l_3 + l_4$$

$$l_1 + l_3 \leq l_2 + l_4$$

$$l_1 + l_4 \leq l_2 + l_3$$

因此, 其约束条件表达式为:

$$g_1(x) = l_1 + l_2 - l_3 - l_4 \leq 0$$

$$g_2(x) = l_1 + l_3 - l_2 - l_4 \leq 0$$

$$g_3(x) = l_1 + l_4 - l_2 - l_3 \leq 0$$

2) 传动角  $\gamma_i$  在允许值范围内变化。设  $\varphi_i$  为曲柄的角位移变量, 则

$$\cos \gamma_i = \frac{l_2^2 - l_3^2 - l_1^2 - l_4^2 + 2l_1l_4\cos\varphi_i}{2l_2l_3}$$

设机构传动角的许用值  $[\gamma]_{\min}$ 、 $[\gamma]_{\max}$ , 则应使  $[\gamma]_{\min} \leq \gamma_i \leq [\gamma]_{\max}$  ( $[\gamma]_{\max} = 180^\circ - [\gamma]_{\min}$ )。因此, 写出约束条件为:

$$g_1(x) = \cos \gamma_i - \cos [\gamma]_{\min} \leq 0$$

$$g_2(x) = \cos [\gamma]_{\max} - \cos \gamma_i \leq 0$$

3) 杆长的取值范围。例如, 当要求  $l_{1\min} \leq l_1 \leq l_{1\max}$  时, 其约束条件为:

$$g_1(x) = l_{1\min} - l_1 \leq 0$$

$$g_2(x) = l_1 - l_{1\max} \leq 0$$

4) 保证运动的连续条件。例如, 当要求离散的角位移变量  $\varphi_i$  之值必须按顺序增大时, 即要求  $\varphi_i - \varphi_{i-1} \geq 0$ , 则约束条件可以表示为:

$$g_i(x) = \varphi_i - \varphi_{i-1} \leq 0 \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

4. 优化设计的数学模型 设有  $n$  个设计变量  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ , 它表示  $n$

维空间内的一个点( $x \in R^n$ ), 在可行域内满足  $m$  个不等式约束条件  $g_i(x) \leq 0 (i=1, 2, \dots, m)$  和  $p$  个等式约束条件  $h_i(x) = 0 (i=1, 2, \dots, p)$ , 使得目标函数  $f(x)$  达到最小值, 即  $f(x^*) = \min f(x)$ , 这就是优化设计数学模型的标准形式。 $x^*$  称为优化设计的优化点。

在机构设计中, 有时要求目标函数值最大, 例如目标函数为机构效率, 这时目标函数可以写为  $-f(x^*) = \min f(x)$ 。

优化设计在数学上称为数学规划。若目标函数、约束条件都是设计变量的线函数, 则称为线性规划, 否则称为非线性规划。连杆机构的优化设计问题一般都是有约束的非线性规划问题。

## (二) 优化问题的求解过程

优化问题的实质在数学上就是求目标函数的极小值。由于实际问题的目标函数通常比较复杂, 直接用数学公式来求其极值的方法应用比较困难, 故一般都采用数值迭代的方法求目标函数的近似极小值。

迭代法的基本思想是: 给出一个初始设计点  $x^{(0)}$  的设计参数值, 按适当的步长沿某个可行的搜索方向“搜索”一次(即计算一次)到达  $x^{(1)}$ , 再从  $x^{(1)}$  出发, 再选一个适当步长和可行方向又搜索一次到达  $x^{(2)}$ , 这样一步一步地迭代计算下去, 将产生一系列的设计点  $x^{(0)}, x^{(1)}, \dots, x^{(k)}$ , 而每走一步的方向必须使函数值是逐渐减小的, 如果第  $k$  次和  $k+1$  次的函数值  $f(x^{(k)})$  和  $f(x^{(k+1)})$  满足:

$$\|f(x^{(k)}) - f(x^{(k+1)})\| \leq \epsilon$$

$$\text{或} \quad \|x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}\| \leq \epsilon_i, \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

式中  $\epsilon$ ——搜索精度控制量;

$\epsilon_i$ ——设计变量计算精度控制量。

这时搜索迭代计算结束, 设计参数的最优解为  $x^* = x^{(k+1)}$ 。

在进行数值迭代中, 不同的优化方法其搜索方向的确定和步长的取法各不相同。例如随机方向搜索法是利用计算机在区间  $[0, 1]$  内产生的随机数来确定搜索步长, 根据目标函数的下降性条件和约束可行性条件, 适时改变搜索步长来进行数值迭代计算的。共轭方向法是利用在同中心椭圆簇的两条平行的切线得到两切点, 如果两切点的连线通过椭圆簇的共同中心(图 2-109), 则以两切点的连线方向为搜索方向进行数值迭代。其他各种方法及上述介绍的方法详细内容, 参见有关优化方法的文献。

当迭代计算获得一组设计变量在无约束条件下使目标函数值最小, 即

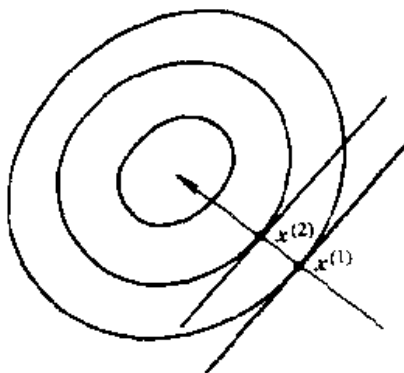


图 2-109 搜索最优解的共轭方向

$$\min_{x \in R^n} f(x) = f(x^*)$$

称为无约束最优解, 无约束最优解是目标函数的极值  $f(x^*)$  及其极值点  $x^*$ 。当迭代计算获得的设计变量在满足约束条件下使目标函数值极小化, 则称最优解  $x^*$  和最优值  $f(x^*)$  为约束最优解, 约束最优解不一定是目标函数的极值点和极值。例如: 已知目标函数  $f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 - 4x_2 + 8$  和约束条件:  $g_1(x) = -x_1 \leq 0$ ,  $g_2(x) = -x_2 \leq 0$ ,  $g_3(x) = x_1^2 + x_2^2 - 4 \leq 0$  和  $h(x) = 73x_1^2 + 52x_2^2 + 72x_1x_2 - 356x_1 - 292x_2 + 433 = 0$ , 要求  $\min f(x_1, x_2)$ 。

从该目标函数的方程可知: 该二次函数是一个顶点在  $x_1=2, x_2=2$  的抛物球面, 在  $x_1Ox_2$  平面上其等值线是圆心在  $x_1=2, x_2=2$  的同心圆 (图 2-110)。三个不等式约束为  $x_1Ox_2$  平面中阴影线所包围的部分, 等式约束是一条椭圆形曲线 (图 2-110 中的实线)。

若不考虑上述约束, 其无约束最优解为等值线簇的圆心  $A$ , 这时  $x_1=2, x_2=2$ , 目标函数有极小值  $f(x_1, x_2)=0$ 。

若考虑所有不等式约束时, 其约束最优解在设计可行域的边界线与目标函数等值线的切点  $B$ , 这时  $x_1=1.4142, x_2=1.4142$ , 目标函数有极小化值  $f(x_1, x_2)=0.6863$ 。

若考虑全部约束, 其约束最优解在不等式约束的可行域内, 等式约束曲线与等值线的切点  $C$ ; 这时  $x_1=0.8, x_2=1.1$ , 目标函数极小化值  $f(x_1, x_2)=2.25$ 。

### (三) 约束优化方法简介

机构优化设计问题绝大多数属于约束非线性规划问题, 对于约束问题的优化方法可分为两类:

1) 直接法。属于这类方法的有: 网格法, 随机试验法等。其特点是算法简单, 对目标函数无特殊要求, 但对于多维问题计算量较大, 所以上述方法适用于小型优化设计。

2) 间接法。这类方法适用于同时存在不等式和等式约束条件的优化设计。其基本思想是将约束优化转换成无约束极值问题。在这类方法中以惩罚函数法

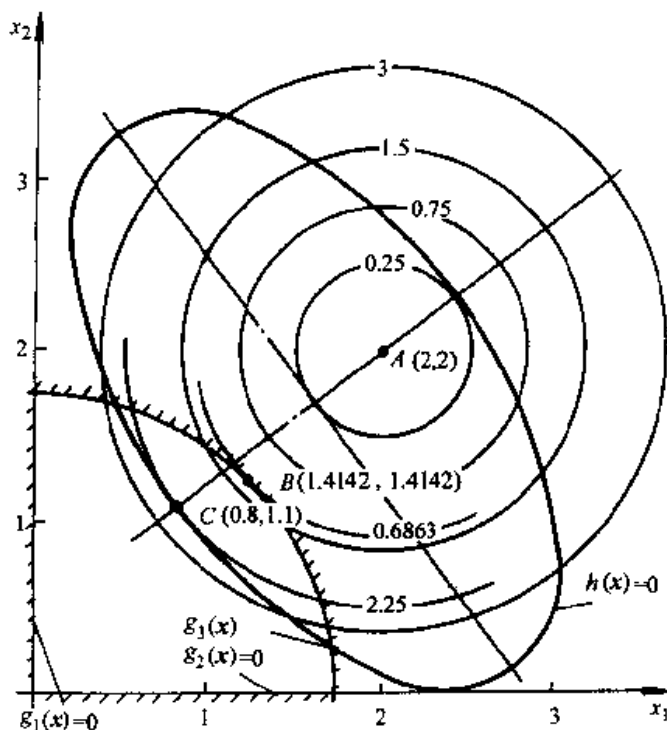


图 2-110 不同约束条件下的约束最优解

应用最广泛。

下面就网格法和惩罚函数法举例作一简单介绍：

网格法是直接在设计变量的可行域内布网格（图 2-111），并计算这些网格点处的目标函数值进行比较，找出其中值较小的点，作为第一次迭代的优化点。然后在第一次迭代优化点附近，取一定范围再细分网格，再找出其中目标函数值较小的点，作为第二次迭代的优化点。重复上述过程直到满足精度要求为止。

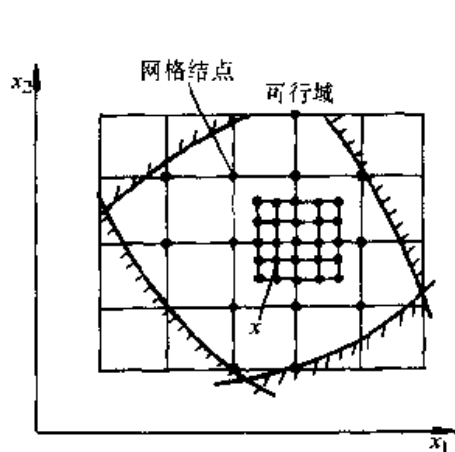


图 2-111 约束优化的网格法

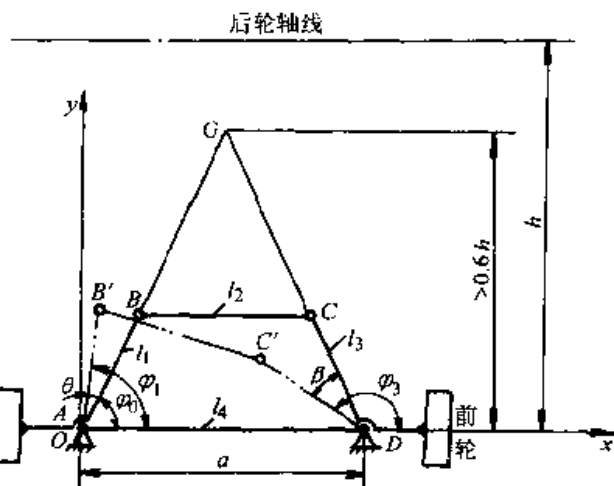


图 2-112 汽车前轮转向机构优化设计变量

**例 2-23** 图 2-112 所示汽车前轮转向等腰梯形机构  $ABCD$ 。已知主动件  $AB$  转角范围  $\theta$  为  $30^\circ$ 。从动件  $CD$  转角  $\beta$ ，为保证汽车转向时两前轮轴线能始终交于后轮轴线于一点，理论上应满足：

$$\beta' = \arctg[\tg\theta / (1 - 0.5\tg\theta)]$$

转向四杆机构中， $AD = a = 1480\text{mm}$ ， $h = 2960\text{mm}$ ，试设计该四杆机构。

**解**

(1) 确定设计变量

该四杆机构的几何参数有： $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$ 、 $l_4$  和主动件的初始角  $\varphi_0$ （图 2-112）。

$$\because l_1 = l_3, l_4 = a$$

$$\therefore l_2 = a - 2l_1 \cos\varphi_0$$

所以只有两个设计变量

$$\mathbf{x} = [l_1, \varphi_0]^T$$

(2) 建立目标函数

取  $A$  为坐标原点建立坐标系  $O-xy$ ，由图 2-112 知：

$$\varphi_1 = \varphi_0 + \theta$$

$$\varphi_3 = 180^\circ - \varphi_0 + \beta \quad (2-57)$$

因此，可求出  $B$ 、 $C$  点的坐标：

$$x_B = l_1 \cos \varphi_1, \quad y_B = l_1 \sin \varphi_1$$

$$x_C = a + l_1 \cos \varphi_3, \quad y_C = l_1 \sin \varphi_3$$

根据连杆  $BC$  在运动中长度不变为  $l_2$ , 得

$$(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 = l_2^2$$

整理可得

$$A \sin \varphi_3 + B \cos \varphi_3 = C$$

式中:

$$A = 2l_1^2 \sin(\varphi_0 + \theta)$$

$$B = 2l_1^2 \cos(\varphi_0 + \theta) - 2al_1$$

$$C = 2l_1^2 + 2al_1 \cos \varphi_0 - 4l_1^2 \cos^2 \varphi_0 - 2al_1(\varphi_0 + \theta)$$

解方程得

$$\varphi_3 = 2 \arctg \left( \frac{A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{B + C} \right)$$

将求出的  $\varphi_3$  代入式 (2-57) 中得  $\beta$  与  $\theta$ 、 $l_1$ 、 $\varphi_0$  的函数关系式。用从动杆  $CD$  的实际转角  $\beta$  与理论要求的转角  $\beta'$  的均方根误差最小建立目标函数得:

$$f(x) = \int_0^{30^\circ} (\beta' - \beta)^2 d\theta$$

采用数值方法, 用梯形求积公式近似计算上式得

$$f(x) = \frac{1}{2}(\beta'_0 - \beta_0)^2 \Delta\theta + \sum_{i=1}^{19} [(\beta'_i - \beta_i)^2 \Delta\theta] + \frac{1}{2}(\beta'_{20} - \beta_{20})^2 \Delta\theta$$

式中 已将主动件  $AB$  转角  $\theta$  分成 20 等分, 故  $\Delta\theta = \frac{30^\circ - 0}{20} = 1.5^\circ$ 。

(3) 确定约束条件

根据汽车设计对转向机构的空间、布置和结构要求得

$$0.1a \leq l_1 \leq 0.4a$$

故

$$g_1(x) = 14.8 - l_1 \leq 0$$

$$g_2(x) = l_1 - 59.2 \leq 0$$

因为  $\overline{AB}$  与  $\overline{CD}$  交点  $G$  离前桥  $\overline{AD}$  的距离必须在  $0.6h$  以外, 故

$$\arctg \left( \frac{1.2h}{a} \right) \leq \varphi_0 \leq 90^\circ$$

即

$$g_3(x) = 1.176 - \varphi_0 \leq 0$$

$$g_4(x) = \varphi_0 - 1.57 \leq 0$$

所以汽车前轮转向机构的优化设计是二维、四个不等式约束的非线性优化问题。用网格法进行优化计算, 当

$$f(x^*) = 2.56 \times 10^{-5} \text{ 时}$$

$$x_1^* = l_1 = 148 \text{ mm}, \quad x_2^* = \varphi_0 = 1.226 \text{ rad}$$

惩罚函数法是将有约束的优化设计问题转变为无约束问题求极值的一种方法。惩罚函数法的基本思想是：重新构造一个包含原目标函数  $f(x)$  和约束条件函数  $g_i(x) (i=1, 2, \dots, m)$  的新目标函数  $\phi(x, r^{(k)})$ ，从而将原约束优化问题转化为新目标函数的无约束优化问题。在可行域内新目标函数

$$\phi(x, r^{(k)}) = f(x) - r^{(k)} \sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i(x)}$$

式中： $-r^{(k)} \sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i(x)}$  称为惩罚项， $r^{(k)}$  称为惩罚因子。当设计点远离约束边界时，惩罚项值很小；当设计点在约束边界时，其值趋于无穷大，从而使新目标函数  $\phi(x, r^{(k)})$  的函数值急剧增大，成为搜索点不能逾越的障碍。如最优解在约束面上，就要逐渐减小惩罚因子  $r^{(k)}$ ，迫使惩罚项趋于零，使目标函数  $\phi(x, r^{(k)})$  的极值点收敛到原目标函数  $f(x)$  的约束最优点。因此，惩罚因子应满足

$$r^{(0)} > r^{(1)} > r^{(2)} > \dots$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} r^{(k)} = 0$$

现用一个简单例子来说明惩罚函数法的基本特点。

例如：求  $\min_{x \in R^n} f(x) = x$  受约束于  $g(x) = 1 - x \leq 0$  的约束最优化问题。从图 2-113 中可以直接看出：最优解为  $x^* = 1$ ， $f(x^*) = 1$ 。若用惩罚函数法求解此约束优化问题，则惩罚函数为：

$$\phi(x, r^{(k)}) = x - r^{(k)} \frac{1}{1-x}$$

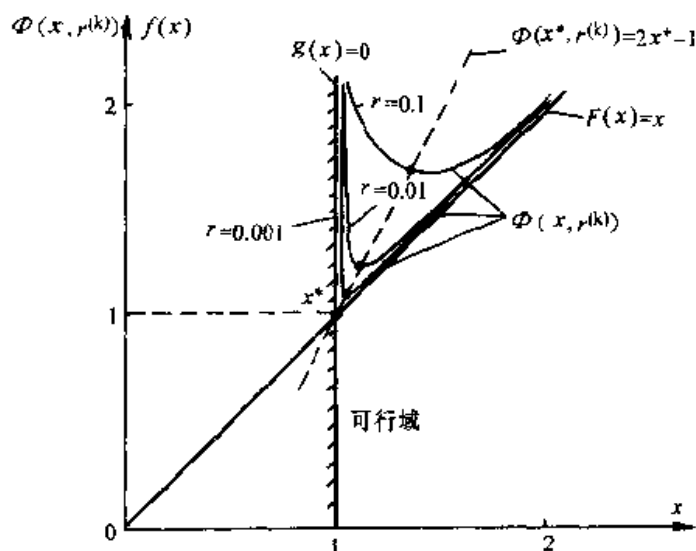


图 2-113 惩罚函数的收敛

通过对惩罚函数求极值知：惩罚函数的极值点为  $1 + \sqrt{r^{(k)}}$ ，惩罚函数的极小值为  $1 + 2\sqrt{r^{(k)}}$ 。当  $r^{(k)} \rightarrow 0$  时，极值点  $x^* = 1$ ，目标函数  $\phi(x, r^{(k)})$  收敛到原目

标函数的约束最优点  $f(x^*)=1$ 。

**例 2-24** 图 2-114 所示四杆机构  $ABCD$ ，给定轨迹曲线上 10 个点的坐标为：

$P_1 (9.50, 8.26)$ ,  $P_2 (9, 8.87)$ ,  $P_3 (7.96, 9.51)$ ,  $P_4 (5.65, 9.94)$ ,  $P_5 (4.36, 9.7)$ ,  $P_6 (3.24, 9)$ ,  $P_7 (3.26, 8.36)$ ,  $P_8 (4.79, 8.11)$ ,  $P_9 (6.58, 8)$ ,  $P_{10} (9.12, 7.89)$ 。要求保证机构最小传动角  $\gamma_{\min} \geq 30^\circ$ ，试设计此平面四杆机构，使连杆上  $P$  点的连杆曲线坐标  $(x'_p, y'_p)$  最佳逼近上述 10 点坐标  $(x_{pi}, y_{pi})$ 。

**解**

(1) 确定设计变量

连杆上点  $P$  在  $O-xy$  坐标系中的位置由以下参数确定： $l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, x_A, y_A, \alpha, \varphi_1$ ，曲柄  $AB$  转角  $\varphi_1$  作为自变量，故设计变量为：

$$x = [l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, x_A, y_A, \alpha, \varphi_1]^T$$

(2) 建立目标函数

由图 2-114 得连杆上点  $P$  的坐标为：

$$\begin{cases} x'_p = x_A + l_1 \cos(\varphi_1 + \varphi_4) + l_5 \cos(\alpha + \delta + \varphi_4) \\ y'_p = y_A + l_1 \sin(\varphi_1 + \varphi_4) + l_5 \sin(\alpha + \delta + \varphi_4) \end{cases} \quad (2-58)$$

式中：

$$\delta = \arccos \frac{l_2^2 + d^2 - l_3^2}{2l_2 d} - \beta$$

$$\beta = \arcsin \frac{l_1 \sin \varphi_1}{d}$$

$$d = \sqrt{l_1^2 + l_4^2 - 2l_1 l_4 \cos \varphi_1}$$

用图解法作图求出各设计变量的初始方案，将曲柄  $AB$  的一周转角分为 10 等分，得  $\varphi_1^{(1)}, \varphi_1^{(2)}, \dots, \varphi_1^{(10)}$  分别代入式 (2-58) 中，可得连杆上点  $P$  的坐标值  $(x'_{pi}, y'_{pi})$  ( $i=1, 2, \dots, 10$ )。为了使连杆曲线最佳逼近已知曲线坐标  $(x_{pi}, y_{pi})$  ( $i=1, 2, \dots, 10$ )，用 10 个点的均方根误差最小来建立目标函数，即：

$$f(x) = \sum_{i=1}^{10} [(x'_{pi} - x_{pi})^2 + (y'_{pi} - y_{pi})^2]^{\frac{1}{2}}$$

(3) 约束条件

1) 必须保证四杆机构中  $l_1$  为曲柄得：

$$g_1(x) = l_1 + l_4 - l_2 - l_3 \leq 0$$

$$g_2(x) = l_1 + l_3 - l_2 - l_4 \leq 0$$

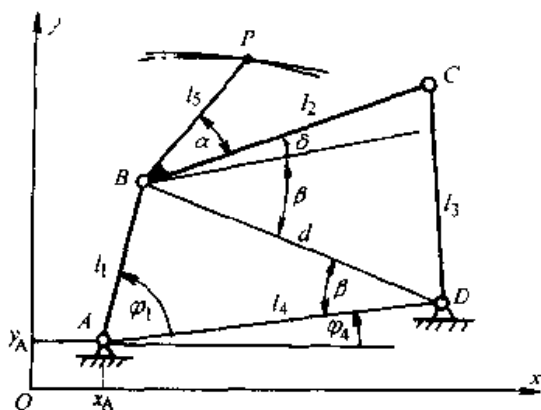


图 2-114 优化设计示例



$$g_3(x) = l_1 + l_2 - l_3 - l_4 \leq 0$$

2) 各杆长必须大于零, 由于曲柄  $l_1$  为最短杆, 所以只需:

$$g_4(x) = -l_1 \leq 0$$

3) 满足最小传动角要求  $\gamma_{\min} \geq 30^\circ$  得:

$$g_5(x) = 30^\circ - \arccos \left[ \frac{l_2^2 + l_3^2 - (l_4 - l_1)^2}{2l_2l_3} \right] \leq 0$$

$$g_6(x) = 30^\circ - \left[ 180^\circ - \arccos \frac{l_2^2 + l_3^2 - (l_4 + l_1)^2}{2l_2l_3} \right] \leq 0$$

该问题为九维、六个不等式约束的非线性优化问题, 用惩罚函数法求得最优方案

$$l_1^* = 1.678, l_2^* = 5.819, l_3^* = 5.407, l_4^* = 7.03$$

$$l_5^* = 7.973, x_A^* = 2.066, y_A^* = 2.249, \alpha^* = 79.016^\circ, \varphi_1^* = -70.29^\circ$$

## \* 第五节 空间连杆机构

构件不都对同一平面作相互平行的平面运动的连杆机构, 称为空间连杆机构。组成空间连杆机构的运动副, 除转动副 (R) 和移动副 (P) 外, 还可能有球面副 (S)、球销副 (S')、圆柱副 (C) 和螺旋副 (H) 等 (图 2-115)。空间连杆机构可分为闭链型和开链型两类。闭链型的空间连杆机构在轻工机械、农业机械和航空运输机械中得到较多的应用, 例如图 2-21 所示万向联轴节和图 2-1 所示的飞机起落架等等。开链型空间连杆机构在机械手和机器人中应用较多, 例如图 2-116 所示的工业机器人。

与平面连杆机构比较, 空间连杆机构结构紧凑, 运动可靠。空间连杆机构所能实现的运动, 不仅多样而且更加复杂。需要用复杂的平面连杆机构才能实现的运动, 以及用平面连杆机构根本无法实现的运动, 基本上都可以通过空间连杆机构来实现。

由于空间连杆机构运动学和动力学特性以及空间运动副的结构比较复杂、不易想象, 缺少便于为一般设计人员掌握应用的分析设计资料, 因此使其应用受到一定的限制。随着电子计算机的普遍应用, 空间连杆机构的分析获得

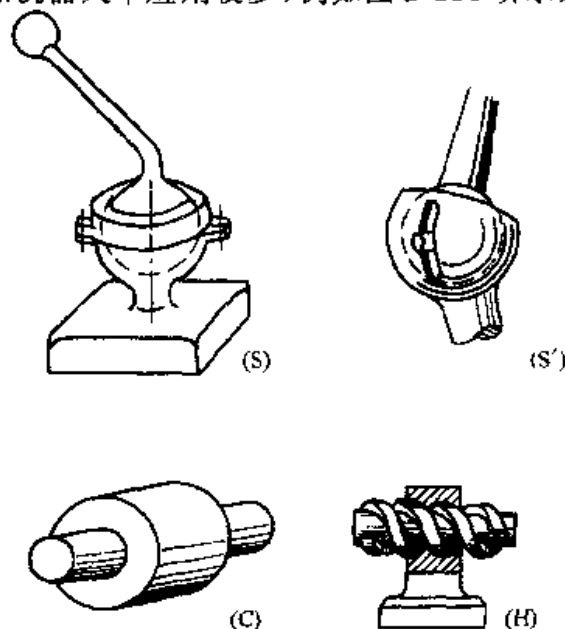


图 2-115 常用空间运动副

迅速的发展,借助电子计算机辅助分析的解析方法成为研究空间连杆机构的主要方法。按照所用数学工具的不同,空间连杆机构的解析法种类也不少,本节主要介绍基于坐标变换矩阵运算的解析法。下面先来讨论坐标变换。

### 一、坐标变换

在对机构进行运动分析时,为了确定空间机构中各运动构件的位置,常需要以运动构件为基础建立多个运动坐标系。为了确定各运动参数间的相互关系,又必须将各运动坐标系的运动参数变换到一个统一的坐标系中。因此,坐标变换是研究空间机构运动分析的重要数学工具。下面介绍几种空间机构运动分析常用的坐标变换矩阵。

#### (1) 共原点的坐标变换

1) 绕一个坐标轴旋转的坐标变换。如图 2-117a 所示,坐标系  $O-x_jy_jz_j$  (以下简称  $j$  坐标系) 可以认为是由  $i$  坐标系  $O-x_iy_iz_i$  绕  $z_i$  轴转过角  $\varphi_{ij}$  得到的。转角  $\varphi_{ij}$  的下标表示由  $i$  坐标到  $j$  坐标。转角  $\varphi_{ij}$  的正负按右手定则确定:即右手的姆指端与坐标转轴正方向一致,四指端握转的方向为  $\varphi_{ij}$  正方向。

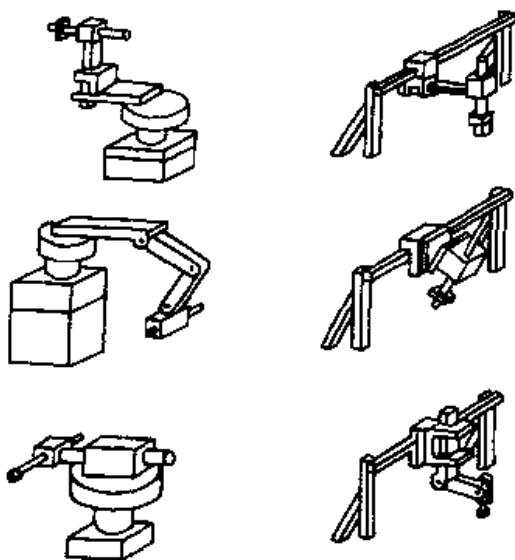


图 2-116 机器人结构型式

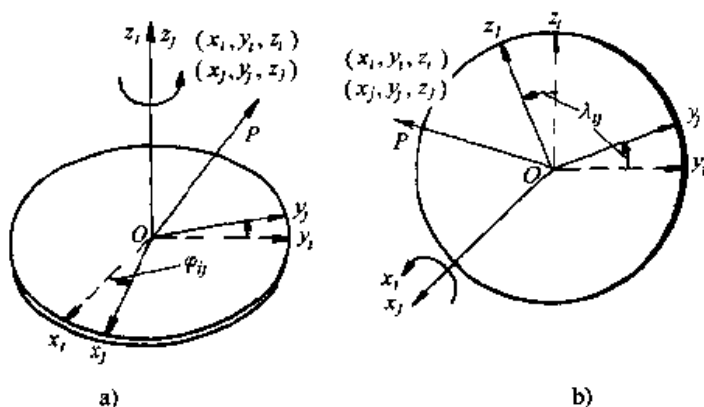


图 2-117 共原点的坐标变换

a) 绕  $Z$  轴旋转的坐标变换 b) 绕  $X$  轴旋转的坐标变换

设空间一点  $P$  的位置由矢量  $r = \overrightarrow{OP}$  唯一确定,  $P$  点在  $i$ 、 $j$  坐标系的坐标分别为:  $P(x_i, y_i, z_i)$  和  $P(x_j, y_j, z_j)$ , 则点  $P$  由  $j$  坐标系到  $i$  坐标系的坐标变换为:

$$\left. \begin{aligned} x_i &= x_j \cos \varphi_{ij} - y_j \sin \varphi_{ij} + 0 \cdot z_j \\ y_i &= x_j \sin \varphi_{ij} + y_j \cos \varphi_{ij} + 0 \cdot z_j \\ z_i &= 0 \cdot x_j + 0 \cdot y_j + z_j \end{aligned} \right\}$$

将其表示为矩阵为:

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{R}_{ij} \mathbf{r}_j \quad (2-59)$$

式中:  $\mathbf{r}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$ ,  $\mathbf{r}_j = [x_j, y_j, z_j]^T$

$$\mathbf{R}_{ij} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{ij} & -\sin\varphi_{ij} & 0 \\ \sin\varphi_{ij} & \cos\varphi_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-60)$$

$\mathbf{R}_{ij}$ 的下标  $ij$  表示该变换为  $j$  坐标系到  $i$  坐标系的变换。

因为矩阵  $\mathbf{R}_{ij}$  的行列式  $\det \mathbf{R} \neq 0$ , 故  $\mathbf{R}_{ij}$  有逆阵  $\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_{ij}^{-1}$ , 将式 (2-59) 两端同乘以  $\mathbf{R}_{ij}^{-1}$  得:

$$\mathbf{r}_j = \mathbf{R}_{ij}^{-1} \mathbf{r}_i = \mathbf{R}_i \mathbf{r}_i$$

式中:

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_{ij}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{ij} & \sin\varphi_{ij} & 0 \\ -\sin\varphi_{ij} & \cos\varphi_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-61)$$

式 (2-61) 即为点  $P$  由  $i$  坐标系到  $j$  坐标系的坐标变换矩阵。可以看出:  $\mathbf{R}_{ij}$  和  $\mathbf{R}_i$  既互为逆矩阵, 又互为转置矩阵, 即  $\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_{ij}^{-1} = \mathbf{R}_{ij}^T$ 。事实上, 将点  $P$  由  $j$  坐标系到  $i$  坐标系的转角  $\varphi_{ij}$  改为  $-\varphi_{ij}$ , 将  $-\varphi_{ij}$  代入式 (2-60) 中, 即可得到式 (2-61)。

图 2-117b 所示坐标系  $O-x_j y_j z_j$  可以看成是由坐标系  $O-x_i y_i z_i$  绕  $x_i$  轴转过  $\lambda_{ij}$  得到的, 转角  $\lambda_{ij}$  的正负仍按右手定则确定。按上述方法不难得到绕  $x_i$  轴的旋转变换矩阵:

$$\mathbf{R}_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\lambda_{ij} & -\sin\lambda_{ij} \\ 0 & \sin\lambda_{ij} & \cos\lambda_{ij} \end{bmatrix} \quad (2-62)$$

$$\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\lambda_{ij} & \sin\lambda_{ij} \\ 0 & -\sin\lambda_{ij} & \cos\lambda_{ij} \end{bmatrix}$$

2) 绕两个坐标轴旋转的坐标变换。图 2-118 所示坐标系  $O-x_j y_j z_j$  可以看成是先由坐标系  $O-x_i y_i z_i$  绕  $z_i$  轴旋转角  $\varphi_{ij}$ , 得到中间过渡坐标系  $O-x_k y_k z_k$ , 再由坐标系  $O-x_k y_k z_k$  绕  $x_k$  轴旋转角  $\lambda_{ij}$  得到的。因此, 坐标系中的点  $P$  由  $j$  坐标系到  $k$  坐标系的坐标变换为:

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{R}_{kj} \mathbf{r}_j$$

由  $k$  坐标系到  $i$  坐标的坐标变换为:

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{R}_{ik} \mathbf{r}_k$$

故点  $P$  由  $j$  坐标系到  $i$  坐标的坐标变换为:

$$r_i = R_{ik} R_{kj} r_j$$

式中：旋转变换矩阵  $R_{ik}$  和  $R_{kj}$  的形式分别如式 (2-60) 和式 (2-62) 所示。将上述两式代入得  $j$  坐标系到  $i$  坐标系的坐标变换矩阵

$$\begin{aligned} R_{ij} = R_{ik} R_{kj} &= \begin{bmatrix} \cos \varphi_{ij} & -\sin \varphi_{ij} & 0 \\ \sin \varphi_{ij} & \cos \varphi_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \lambda_{ij} & -\sin \lambda_{ij} \\ 0 & \sin \lambda_{ij} & \cos \lambda_{ij} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \varphi_{ij} & -\cos \lambda_{ij} \sin \varphi_{ij} & \sin \lambda_{ij} \sin \varphi_{ij} \\ \sin \varphi_{ij} & \cos \lambda_{ij} \cos \varphi_{ij} & -\sin \lambda_{ij} \cos \varphi_{ij} \\ 0 & \sin \lambda_{ij} & \cos \lambda_{ij} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-63)$$

同理，点  $P$  由  $i$  坐标系到  $j$  坐标系的坐标变换为：

$$r_j = R_{ij}^{-1} r_i = R_{kj}^{-1} R_{ik}^{-1} r_i = R_{kj}^T R_{ik}^T r_i = [R_{ik} R_{kj}]^T r_i = R_{ji} r_i$$

式中：

$$R_{ji} = R_{ij}^T = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{ij} & \sin \varphi_{ij} & 0 \\ -\cos \lambda_{ij} \sin \varphi_{ij} & \cos \lambda_{ij} \cos \varphi_{ij} & \sin \lambda_{ij} \\ \sin \lambda_{ij} \sin \varphi_{ij} & -\sin \lambda_{ij} \cos \varphi_{ij} & \cos \lambda_{ij} \end{bmatrix} \quad (2-64)$$

需要指出：矩阵乘法不具有交换律的性质，即  $R_{ik} R_{kj} \neq R_{kj} R_{ik}$ 。也就是说，先绕  $z$  轴转  $\varphi_{ij}$  角，再绕  $x_i$  轴转  $\lambda_{ij}$  角得到的坐标变换与先绕  $x_i$  轴转  $\lambda_{ij}$  角再绕  $z_i$  轴转  $\varphi_{ij}$  角得到的坐标变换是不相同的。

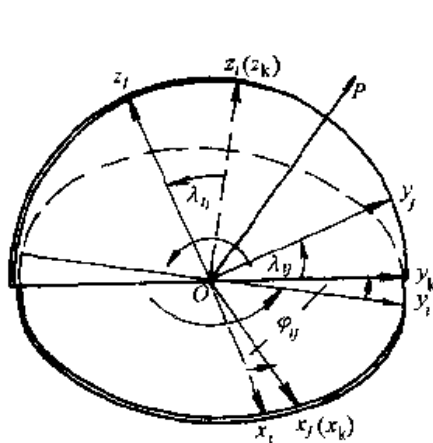


图 2-118 绕两个坐标轴旋转的坐标变换

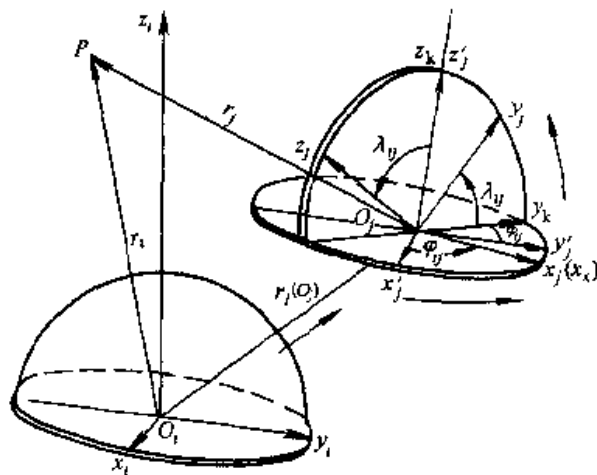


图 2-119 不共原点的坐标变换 (一)

## (2) 不共原点的坐标变换

1) 平移旋转坐标变换。图 2-119 所示坐标系  $O-x_i y_i z_i$  的变换，可以看成是： $i$  坐标系随其原点  $O_i$  沿  $\overline{O_i O_j}$  平移到  $O_j-x'_j y'_j z'_j$  坐标系的  $O_j$  点，再先后绕  $z'_j$  轴转过  $\varphi_{ij}$  角后，再绕  $x_j$  轴旋转  $\lambda_{ij}$  角得到的。

设  $O_i$  点在  $i$  坐标系中的位置矢量为  $r_i^{(oj)}$ ,  $P$  点在  $i$  坐标系中的位置矢量为  $r_i$ , 在  $j'$  坐标系中的位置矢量为  $r_j'$ 。  $P$  点由  $j$  坐标系到  $j'$  坐标系的坐标变换为:

$$r_j' = R_{ij} r_j$$

故

$$r_i = r_i^{(oj)} + r_j' = r_i^{(oj)} + R_{ij} r_j$$

式中:

$$r_i = [x_i, y_i, z_i]^T, r_j = [x_j, y_j, z_j]^T,$$

$$r_i^{(oj)} = [x_i^{(oj)}, y_i^{(oj)}, z_i^{(oj)}]^T, R_{ij} \text{ 由式 (2-63) 确定}$$

上式可进一步合并、简写为下面的矩阵:

$$\begin{bmatrix} r_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{ij} & r_i^{(oj)} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_j \\ 1 \end{bmatrix} = M_{ij} \begin{bmatrix} r_j \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-65)$$

式中:  $M_{ij}$  为  $4 \times 4$  的方阵。式 (2-65) 给出了坐标系经平移、旋转后, 坐标系  $j$  相对于坐标系  $i$  的坐标变换关系。

2) H-D 矩阵。H-D 矩阵是 Hartenberg-Denavit 矩阵的简称, 它是空间低副机构运动分析的基本矩阵之一, 它对于由转动副、移动副、圆柱副及螺旋副等组成的空间连杆机构的运动分析十分方便。

因为矩阵中只包含有两个相对转动参数, 而球面副具有三个相对转动参数, 因此它不适用于有球面副的场合。H-D 矩阵实质上是另一种形式的  $M_{ij}$  矩阵。

如图 2-120 所示, 在推导点  $P$  由  $i$  坐标系到  $j$  坐标系的坐标变换时, 坐标系  $O_j-x_jy_jz_j$  可以看成是沿坐标系  $O_i-x_iy_iz_i$  沿  $z_i$  轴平移距离  $S_i$  到  $O_k-x_ky_kz_k$  坐标系, 然后绕  $z_i$  轴转  $\varphi_{ij}$  角后, 沿  $x_j$  轴平移距离  $h_j$ , 然后再绕  $x_j$  轴转  $\lambda_j$  角所得到的。从图中可以得出:

$$r_i^{(oj)} = S_i^{(ok)} + h_j^{(oj)}$$

式中,  $r_i^{(oj)}$ 、 $S_i^{(ok)}$  分别表示点  $O_j$  和  $O_k$  在

$i$  坐标系中的位置矢量;  $h_j^{(oj)}$  为点  $O_j$  在  $j$  坐标系中的位置矢量。将  $h_j^{(oj)}$  从  $j$  坐标系变换到统一的  $i$  坐标系得

$$r_i^{(oj)} = S_i^{(ok)} + R_{ij} h_j^{(oj)}$$

式中:

$S_i^{(ok)} = [0, 0, S_i]^T$ ,  $h_j^{(oj)} = [h_j, o, o]^T$ , 矩阵  $R_{ij}$  由式 (2-63) 确定。将式 (2-63) 代入上式得:

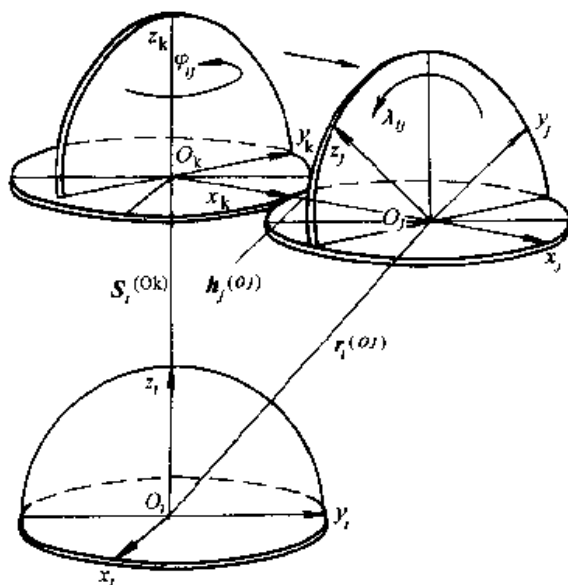


图 2-120 不共原点的坐标变换 (二)

$$\mathbf{r}_i^{(\alpha)} = \begin{bmatrix} x_i^{(\alpha)} \\ y_i^{(\alpha)} \\ z_i^{(\alpha)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ S_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\varphi_{ij} & -\cos\lambda_{ij}\sin\varphi_{ij} & \sin\lambda_{ij}\sin\varphi_{ij} \\ \sin\varphi_{ij} & \cos\lambda_{ij}\cos\varphi_{ij} & -\sin\lambda_{ij}\cos\varphi_{ij} \\ 0 & \sin\lambda_{ij} & \cos\lambda_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_j \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_j\cos\varphi_{ij} \\ h_j\sin\varphi_{ij} \\ S_i \end{bmatrix} \quad (2-66)$$

将式 (2-66) 代入 (2-65) 中得:

$$\mathbf{M}_{ij} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{ij} & -\cos\lambda_{ij}\sin\varphi_{ij} & \sin\lambda_{ij}\sin\varphi_{ij} & h_j\cos\varphi_{ij} \\ \sin\varphi_{ij} & \cos\lambda_{ij}\cos\varphi_{ij} & -\sin\lambda_{ij}\cos\varphi_{ij} & h_j\sin\varphi_{ij} \\ 0 & \sin\lambda_{ij} & \cos\lambda_{ij} & S_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-67)$$

$\mathbf{M}_{ij}$  的逆矩阵  $\mathbf{M}_{ji} = \mathbf{M}_{ij}^{-1}$  可以由下面的方法推出。将  $\mathbf{M}_{ij}$  分解

$$\mathbf{M}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ij} & \mathbf{r}_i^{(\alpha j)} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{r}_i^{(\alpha j)} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ij} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

根据可逆矩阵的反序定律

$$\mathbf{M}_{ji} = \mathbf{M}_{ij}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ij} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{r}_i^{(\alpha j)} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

用分块矩阵的求逆公式, 并注意到  $\mathbf{R}_{ij}^{-1} = \mathbf{R}_{ji}$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ij} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ij}^{-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ji} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{r}_i^{(\alpha j)} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{r}_i^{(\alpha j)} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

因此,

$$\mathbf{M}_{ji} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ji} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{r}_i^{(\alpha j)} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ji} & \mathbf{R}_{ji}(-\mathbf{r}_i^{(\alpha j)}) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

将式 (2-64) 和式 (2-66) 代入  $\mathbf{R}_{ji}(-\mathbf{r}_i^{(\alpha j)})$  中可得

$$\mathbf{R}_{ji}(-\mathbf{r}_i^{(\alpha j)}) = \begin{bmatrix} -h_j \\ -S_i\sin\lambda_{ij} \\ -S_i\cos\lambda_{ij} \end{bmatrix} = \mathbf{r}_j^{(\alpha)}$$

$\mathbf{r}_j^{(\alpha)}$  为在  $i$  坐标系中的矢量, 经  $i$  坐标系到  $j$  坐标系的坐标变换后,  $\overrightarrow{O_j O_i}$  在  $j$  坐标系中的矢量为  $\overrightarrow{O_j O_i} = \mathbf{r}_j^{(\alpha)} = -\mathbf{r}_i^{(\alpha j)}$ ;  $O_i$  点在  $j$  坐标系的坐标为

$$[-h_j, -S_i\sin\lambda_{ij}, -S_i\cos\lambda_{ij}]^T$$

所以:

$$\mathbf{M}_{ji} = \mathbf{M}_{ij}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{ij} & \sin\varphi_{ij} & 0 & -h_j \\ -\cos\lambda_{ij}\sin\varphi_{ij} & \cos\lambda_{ij}\cos\varphi_{ij} & \sin\lambda_{ij} & -S_i\sin\lambda_{ij} \\ \sin\lambda_{ij}\sin\varphi_{ij} & -\sin\lambda_{ij}\cos\varphi_{ij} & \cos\lambda_{ij} & -S_i\cos\lambda_{ij} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-68)$$

必须指出：当位移矢量  $S_i^{(ok)}$  和  $h_j^{(oj)}$  方向分别与  $z_i$  轴和  $x_j$  轴正向一致时，式 (2-67) 和 (2-68) 中的  $S_i$  和  $h_j$  取正值，否则取负值。

利用 H-D 矩阵及其逆矩阵，点  $P$  在  $i$ 、 $j$  两坐标系中坐标变换的关系为：

$$\begin{bmatrix} r_i \\ 1 \end{bmatrix} = M_{ij} \begin{bmatrix} r_j \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} r_j \\ 1 \end{bmatrix} = M_{ji} \begin{bmatrix} r_i \\ 1 \end{bmatrix} = M_{ij}^{-1} \begin{bmatrix} r_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

## 二、闭链型空间四杆机构的运动分析

与平面机构的运动分析一样，空间四杆机构运动分析的关键也是建立构件间的相对位移方程。位移方程一旦确立，对时间求导数就能很容易地解出各构件的速度和加速度。利用前面讲过的 H-D 矩阵，能够比较方便地建立起闭链型空间四杆机构构件间的位移方程。

1. 空间 RSSR 四杆机构运动分析 空间 RSSR 四杆机构  $ABCD$  的结构简图及机构运动简图如图 2-121 所示。图示空间 RSSR 四杆机构  $AB$  构件为曲柄，长度为  $l_1$ ， $CD$  构件为摇杆，长度为  $l_3$ （两连架杆均用转动副和机架相联），故又常称为空间曲柄摇杆机构。连杆  $BC$  用两球面副  $S$  和两连架杆相联，计算该机构的自由度可知：该机构存在局部自由度 ( $F=3 \times 6 - 2 \times 3 - 2 \times 5 = 2$ )。在高速机械中，为了减小球面副中的摩擦和噪声，常把两个球面副中的一个改为球销副  $S'$ （图 2-121a 中的  $C$  运动副），这时  $F=3 \times 6 - 3 - 4 - 2 \times 5 = 1$ 。

为了比较方便地确定曲柄

与摇杆之间的角位移关系，设想将连杆 2 拆离，将原机构变为两连架杆 1、3 与机架 4 组成的两个开链，然后利用 H-D 矩阵分别建立两连架杆上  $B$ 、 $C$  铰链点在同

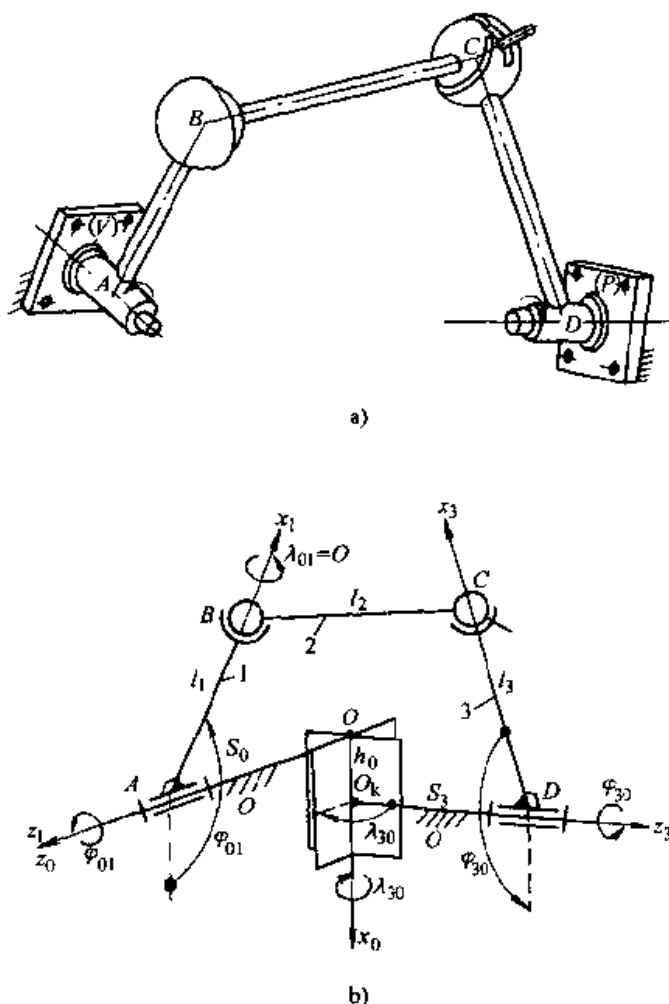


图 2-121 空间四杆机构的运动分析  
a) 机构结构图 b) 坐标系及运动参数

一定坐标系中的位置关系,再利用  $BC$  杆长为定长作为  $B$ 、 $C$  位置的约束条件,建立起整个机构的位置方程。为了运用 H-D 矩阵进行位置分析,按上节所述坐标选取原则来确定各坐标系。

在图 2-121 所示的空间四杆机构  $ABCD$  中,主动件  $AB$  上固结有坐标系  $A-x_1(y_1)z_1$ ,其中  $x_1$  轴与  $\overrightarrow{AB}$  重合,  $z_1$  轴与  $AB$  杆的回转轴重合,方向如图所示(为了图示更清楚,图中所有坐标系的  $y$  轴均不画出,  $y$  轴的方向可用右手定则来确定)。从动杆  $CD$  上固结有坐标系  $D-x_3(y_3)z_3$ ,其中  $x_3$  轴与  $\overrightarrow{CD}$  重合,  $z_3$  轴与  $CD$  杆的回转轴重合方向如图所示。机架上的坐标系为  $O-x_0(y_0)z_0$ ,其中  $z_0$  与  $z_1$  方向一致,  $x_0$  轴为  $z_3$  轴与  $z_1$  轴的公垂线,方向如图向下。  $x_0$  与  $z_0$  和  $z_3$  轴的交点分别在  $O$  和  $O_K$ 。在给出了机构的结构参数:  $l_1$ 、 $S_0$ 、 $h_0$ 、 $\lambda_{30}$ 、 $S_3$ 、 $l_3$  和相对运动参数  $\varphi_{01}$ 、 $\varphi_{03}$  后,根据图 2-121 容易看出坐标系  $O-x_0(y_0)z_0$  和  $A-x_1(y_1)z_1$  的坐标变换途径为:

$$O-x_0(y_0)z_0 \xrightarrow[\text{平移 } S_0]{\text{沿 } z_0 \text{ 轴}} A-x_0(y_0)z_0 \xrightarrow[\text{转 } \varphi_{01} \text{ 角}]{\text{绕 } z_0 \text{ 轴}} A-x_1(y_1)z_1$$

设球面副中心  $B$  在机架坐标系  $O-x_0(y_0)z_0$  中的坐标分量为  $(x_B, y_B, z_B)$ ,  $B$  点在  $A-x_1(y_1)z_1$  中的坐标为  $(l_1, 0, 0)$ ,故

$$\begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \\ 1 \end{bmatrix} = M_{01} \begin{bmatrix} l_1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

式中,  $M_{01}$  由式 (2-67) 确定。注意到 (2-67) 式中,  $\varphi_j = \varphi_{01}$ ,  $\varphi_{01}$  为  $x_0$  轴到  $x_1$  轴的夹角,按右手定则判别其值为正。  $\lambda_j = \lambda_{01} = 0$ ,  $h_j = 0$ ,  $S_i = S_0$ , 将这些参数代入  $M_{ij}$  中,可求出  $M_{01}$ , 再根据上式得:

$$\begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cos \varphi_{01} \\ l_1 \sin \varphi_{01} \\ S_0 \end{bmatrix} \quad (2-69)$$

坐标系  $D-x_3(y_3)z_3$  到  $O-x_0(y_0)z_0$  的坐标变换途径为:

$$D-x_3(y_3)z_3 \xrightarrow[\text{绕 } z_3 \text{ 轴转 } \varphi_{30} \text{ 角}]{\text{沿 } z_3 \text{ 轴平移 } -S_3} O_K-x_3(y_3)z_3 \xrightarrow[\text{绕 } x_0 \text{ 轴转 } \lambda_{30} \text{ 角}]{\text{沿 } x_0 \text{ 轴平移 } -h_0} O-x_0(y_0)z_0$$

设  $C$  点在机架坐标系  $O-x_0(y_0)z_0$  中的坐标为  $(x_C, y_C, z_C)$ ,  $C$  点在  $D-x_3(y_3)z_3$  中的坐标为  $(l_3, 0, 0)$ , 故

$$\begin{bmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \\ 1 \end{bmatrix} = M_{03} \begin{bmatrix} l_3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = M_{30}^{-1} \begin{bmatrix} l_3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$



将  $\varphi_{01}$ 、 $\lambda_{30}$ 、 $-S_3$ 、 $-h_0$  代入式 (2-68) 中得  $M_{30}^{-1}$ , 注意到  $\varphi_{30} = -\varphi_{01}$ , 根据上式可得:

$$\begin{bmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_3 \cos \varphi_{01} + h_0 \\ l_3 \cos \lambda_{30} \sin \varphi_{01} + S_3 \sin \lambda_{30} \\ -l_3 \sin \lambda_{30} \sin \varphi_{01} - S_3 \cos \lambda_{30} \end{bmatrix} \quad (2-70)$$

B、C 两点在运动中的距离不变, 等于连杆长度  $l_2$ , 因此有:

$$(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 + (z_C - z_B)^2 = l_2^2$$

将式 (2-69) 和 (2-70) 代入上式中得:

$$A \sin \varphi_{01} + B \cos \varphi_{01} + C = 0 \quad (2-71)$$

式中:

$$A = \frac{S_0 \sin \lambda_{30}}{l_1} - \cos \lambda_{30} \sin \varphi_{01}$$

$$B = \frac{h_0}{l_1} - \cos \varphi_{01}$$

$$C = \frac{l_1^2 + l_3^2 - l_2^2 + S_0^2 + S_3^2 + h_0^2}{2l_1 l_3} - \frac{S_3 \sin \lambda_{30} \sin \varphi_{01} + h_0 \cos \varphi_{01}}{l_3} + \frac{S_0 S_3 \cos \lambda_{30}}{l_1 l_3}$$

解此关于  $\varphi_{01}$  的方程得:

$$\varphi_{01} = 2 \arctg \frac{A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{B - C}$$

式中根号前的“ $\pm$ ”表明: 给出主动件一个角位置  $\varphi_{01}$ , 从动件有两个可能的位置, 即机构有两种装配模式。因此, 具体取值应根据机构运动简图及运动连续性来确定。

将上式对时间求导数, 代入原动件的运动参数即可求出从动构件的角速度和角加速度。

2. 球面四杆机构(万向联轴节)的运动分析 单万向联轴节的结构简图如图 2-122a 所示, 单万向联轴节中所有的转动副均分布在同一球面, 它们的轴线都汇交于一点, 故这种空间四杆机构称为球面四杆机构。运动输入轴 1 与运动输出轴 3 均为端部带叉的结构, 连接两叉的中间构件——连杆为十字架形状。当轴 1 与轴 3 共线时, 输出角速度与输入角速度相等; 当轴 1 与轴 3 不共线夹  $\alpha$  角时, 轴 1 作等速回转, 轴 3 作变速回转, 它们之间的转动关系, 可用解析法求出。分析时采用拆杆法, 即设想将连杆 2 拆离, 但运动输出轴的叉平面与运动输入轴的叉平面必须相互垂直, 并以此作为约束条件来建立运动输入轴与输出轴的角位置关系。

为了建立运动输入轴 1 与输出轴 3 的角位置关系, 在图 2-122b 所示的机构简图中, 设置了随轴转动的动坐标系:  $O-x_1 y_1 z_1$ 、 $O-x_3 y_3 z_3$  和两个固定坐标系:

$O-x_4y_4z_4$ 、 $O-x'_4y'_4z'_4$  在垂直于运动输入轴 1 的回转平面 I 上, 以两叉端连线为  $x_1$  轴, 以轴 1 的回转轴为  $z_1$  轴建立动坐标系  $O-x_1y_1z_1$ 。固定坐标系  $O-x_4y_4z_4$  的  $z_4$  轴与  $z_1$  轴共线且方向相同,  $x_1$  轴与  $y_4$  轴的夹角  $\theta_1$  为叉端面相对机架坐标的转角。在垂直于运动输出轴 3 的回转平面 III 上, 以从动叉两端连线为  $x_3$  轴, 以从动轴轴线为  $z_3$  轴建立动坐标系  $O-x_3y_3z_3$ ,  $x_3$  轴与  $x_1$  轴相互垂直。固定坐标系  $O-x'_4y'_4z'_4$  的  $z'_4$  轴与  $z_3$  轴共线且方向相同,  $x_3$  轴与  $x'_4$  轴的夹角  $\theta_3$  为从动叉端面相对于机架的角位移。主动轴 1 与从动轴 3 的轴间夹角为  $\alpha$ 。设沿  $x_1$  轴正向有单位矢量  $e^{(1)}$ , 沿  $x_3$  轴正向有单位矢量  $e^{(3)}$ 。从图中可以看出:  $e^{(1)}$  在  $O-x_4y_4z_4$  坐标系的坐标  $e_4^{(1)}$  为  $(-\sin\theta_1, \cos\theta_1, 0)$ ;  $e^{(3)}$  在  $O-x'_4y'_4z'_4$  坐标系的坐标  $e_4^{(3)}$  为  $(\cos\theta_3, \sin\theta_3, 0)$ , 因为坐标系  $O-x'_4y'_4z'_4$  可以看成是由坐标系  $O-x_4y_4z_4$  绕  $x_4$  轴转过角  $\alpha$  得到的, 根据绕  $x_1$  轴的旋转变换矩阵公式 (2-62), 注意到从平面 I 到平面 III 的转角  $\alpha$  为负得:

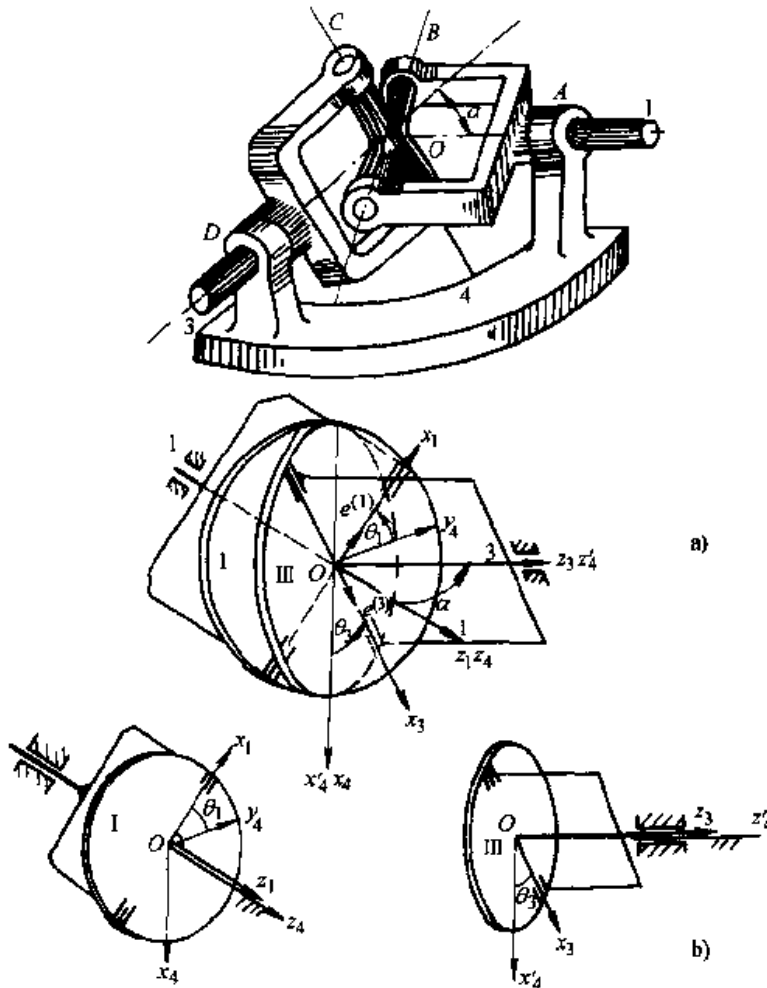


图 2-122 球面四杆机构的运动分析

a) 机构结构图 b) 坐标系及运动参数

$$R_{44'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

故  $e_4^{(3)}$  在  $O-x_4y_4z_4$  坐标系的坐标  $e_4^{(3)}$  为:  $e_4^{(3)} = R_{44'} e_4^{(3)}$

$$e_4^{(3)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_3 \\ \sin\theta_3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 \\ \cos\alpha\sin\theta_3 \\ -\sin\alpha\sin\theta_3 \end{bmatrix}$$

因为  $e_4^{(1)}$  与  $e_4^{(3)}$  在运动中始终垂直, 即  $e_4^{(1)} e_4^{(3)} = 0$ 。将  $e_4^{(1)}$  和  $e_4^{(3)}$  代入上式得:

$$-\sin\theta_1 \cos\theta_3 + \cos\theta_1 \cos\alpha \sin\theta_3 = 0$$

整理可得主、从动轴角位移方程

$$\tan\theta_1 = \tan\theta_3 \cos\alpha$$

将上式对时间求导得两轴的角速度之比:

$$i_{31} = \frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{\cos\alpha}{1 - \sin^2\alpha \cos^2\theta_1} \quad (2-72)$$

取不同的  $\alpha$  值, 画出  $i_{31}$  随  $\theta_1$  的变化线图如图 2-123a 所示。从图中可以看出: 随着两轴夹角  $\alpha$  增大, 传动比  $i_{31}$  的波动增大, 即  $\omega_3$  的变化幅值变大。从式 (2-72) 可知: 当  $\alpha = 90^\circ$  时,  $i_{31} = 0$ , 即两轴不能进行传动, 考虑到摩擦和传动效率等方面因素, 在实际应用中, 夹角  $\alpha$  一般不超过  $35^\circ \sim 45^\circ$ 。

当  $\alpha$  值一定时, 单万向联轴节的输出角速度  $\omega_3$  是主动轴角位移  $\theta_1$  的函数, 当  $\theta_1$  为  $0^\circ$  或  $180^\circ$  时,  $\omega_3$  有最大值为  $\frac{\omega_1}{\cos\alpha}$ ; 当  $\theta_1$  为  $90^\circ$  或  $270^\circ$  时,  $\omega_3$  有最小值为  $\omega_1 \cos\alpha$ 。

为了避免单万向联轴节传动中的不均匀性, 可采用双万向联轴节 (图 2-123b)。即用一个中间轴 C 将两个单万向联轴节的主动轴与从动轴联接起来。为了保证传动比  $i_{31}$  恒等于 1, 必须保证:

1) 中间轴与主动轴和从动轴的

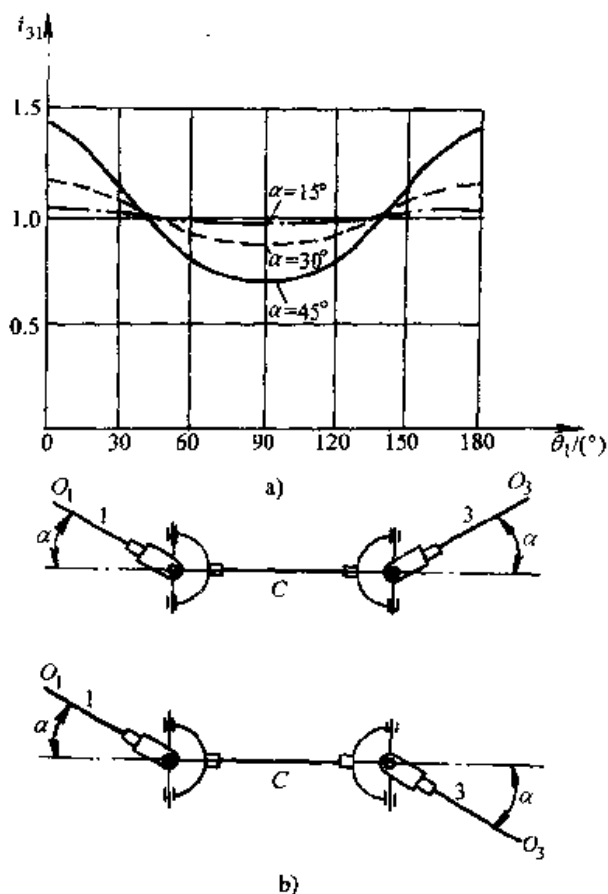


图 2-123 球面四杆机构的运动特性

a) 运动线图 b) 传动比恒为 1 的结构要求

夹角必须相等, 即  $\alpha_1 = \alpha_3$ 。

2) 中间轴两端的叉平面必须位于同一平面内, 因为: 设想以中间轴  $C$  为主动轴, 由单万向联动节传动比计算公式得:

$$\frac{\omega_1}{\omega_c} = \frac{\cos \alpha_1}{1 - \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \theta_1} \text{ 和 } \frac{\omega_3}{\omega_c} = \frac{\cos \alpha_3}{1 - \sin^2 \alpha_3 \cos^2 \theta_3}$$

两式相除得:

$$i_{31} = \frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{\cos \alpha_3 (1 - \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \theta_1)}{\cos \alpha_1 (1 - \sin^2 \alpha_3 \cos^2 \theta_3)}$$

当中间轴两端叉平面在同一平面时,  $\theta_1$  与  $\theta_3$  角位移值相同, 如果  $\alpha_1 = \alpha_3$ , 则  $\omega_1 = \omega_3$ 。在这种条件下, 当以  $\omega_1$  为主动时, 才能使  $\omega_1 = \omega_3$ ,  $i_{31}$  恒等于 1。

### 三、开链型空间连杆机构的运动分析

开链型空间连杆机构在工业机器人和机械手中应用十分普遍。在机器人和机械手中各构件以机架为基础, 用低副 (不含球面副) 依次连接, 形成如图 2-124 所示机器人中的腰、肩、肘、腕和手 (亦称夹持器) 和各个关节。这类问题的运动分析通常是要求出夹持器在机架坐标系中的工作空间位置和姿态, 以保证使机械手能到达设计所要求的空间位置, 准确地取送、移动、翻转工件并保证在完成这些运动时的速度及加速度要求。对这类开链型的连杆机构进行运动分析时, 仍然必须先确定出夹持器的位置方程, 然后对方程求导解出其速度与加速度。夹持器的位置姿态一般可用夹持器上的一点  $P$  在机架坐标系中的坐标  $(x_0, y_0, z_0)$  和该点上的两个相互垂直的单位矢量  $e^{(1)}$ 、 $e^{(3)}$  的方向余弦  $(l, m, n)$  和  $(u, v, w)$  来确定 (单位矢量  $e^{(2)}$  用右手定则确定, 故省略不写)。为了确定  $P$  在机架坐标系中的坐标和两单位矢量  $e^{(1)}$ 、 $e^{(3)}$  在机架坐标

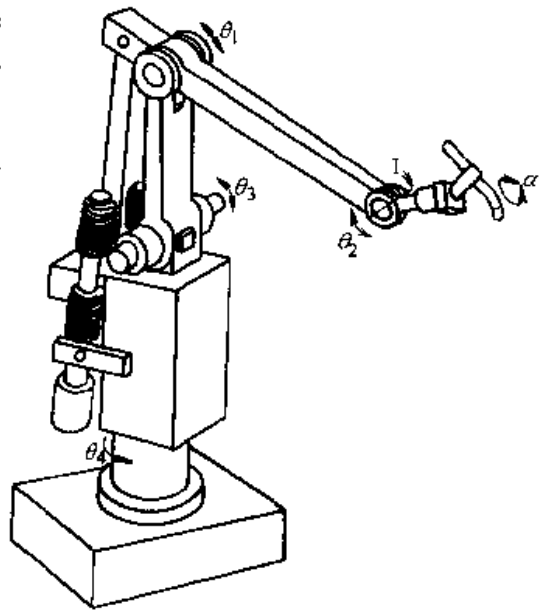


图 2-124 工业机器人机构

中的方向余弦, 必须在各运动构件上固结一坐标系。设各构件上的坐标系设置如图 2-125 所示:  $P$  点在各坐标系中的位置矢量分别用  $r_0, r_1 \cdots r_{n-1,n}, r_n$  表示,  $M_{01}, M_{12} \cdots M_{n-1,n}$  依次为每两个相邻坐标系之间的坐标变换矩阵, 它们均具有式 (2-65) 中矩阵  $M_{ij}$  的形式。

利用式 (2-65) 依次递推, 可得点  $P$  由  $n$  坐标系到机架坐标系的坐标变换关系:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} r_0 \\ 1 \end{bmatrix} = M_{01} \begin{bmatrix} r_1 \\ 1 \end{bmatrix} = M_{01} \cdot M_{12} \begin{bmatrix} r_2 \\ 1 \end{bmatrix} = M_{01} \cdot M_{12} \cdots M_{n-1,n} \begin{bmatrix} r_n \\ 1 \end{bmatrix} \\
 &= M_{0n} \begin{bmatrix} r_n \\ 1 \end{bmatrix} = M_{0n} \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \\ 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (2-73)$$

式中:  $(x_n, y_n, z_n)$  为  $P$  点在  $n$  坐标系中的坐标。若单位矢量  $e^{(1)}$ 、 $e^{(3)}$  在  $n$  坐标系中的方向余弦分别为  $(e_x^{(1)}, e_y^{(1)}, e_z^{(1)})$  和  $(e_x^{(3)}, e_y^{(3)}, e_z^{(3)})$ , 则有:

$$\begin{bmatrix} x_0 & l & u \\ y_0 & m & v \\ z_0 & n & w \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = M_{0n} \begin{bmatrix} x_n & e_x^{(1)} & e_x^{(3)} \\ y_n & e_y^{(1)} & e_y^{(3)} \\ z_n & e_z^{(1)} & e_z^{(3)} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-74)$$

下面以机械手为例, 简要介绍用 H-D 矩阵对其进行运动分析的方法。

**例 2-25** 图 2-125 为一台四自由度 PRPR 型机械手, 除构件 2、3 间用移动副联接外, 其余各构件间均用转动副相联。需分析的问题是: 当各构件的相对位置确定后, 求夹持器相对于机架坐标系的位置姿态。

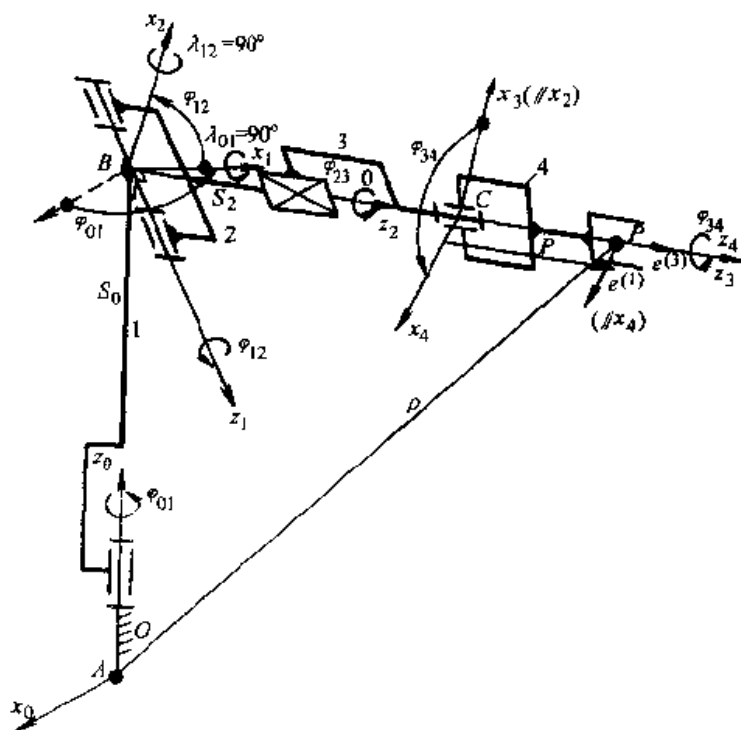


图 2-125 PRPR 型四自由度机构手

解

1) 在夹持器的对称轴上选取参考点  $P$ , 过  $P$  点取与夹持器固结彼此正交的单位矢量  $e^{(1)}$  和  $e^{(3)}$  ( $e^{(2)}$  用右手定则确定, 故省略不画),  $P$  点在机架坐标系的坐标可描述夹持器的位置,  $e^{(1)}$ 、 $e^{(3)}$  在机架坐标系的方向余弦可表达夹持器的姿态。设参考点  $P$  在夹持器坐标系  $C-x_4(y_4)z_4$  中的坐标为  $(0, 0, p)$ ;  $e^{(1)}$ 、 $e^{(3)}$  在该坐标系中的方向余弦为  $(1, 0, 0)$  和  $(0, 0, 1)$ 。

2) 为了运用 H-D 矩阵将上述坐标变换到机架坐标系中, 在各可动构件上建立坐标系如下:

机架上建立坐标系  $O-x_0(y_0)z_0$ , 其中  $z_0$  轴方向与机械手的回转轴重合,  $x_0$  轴方向任意选取。

构件 1 上建立坐标系  $B-x_1(y_1)z_1$ , 其中  $z_1$  轴方向与机械手的回转轴线重合,  $x_1$  轴垂直于  $z_1$  和  $z_0$  轴。

构件 2 上建立坐标系  $B-x_2(y_2)z_2$ , 其中  $z_2$  轴方向与机械手的回转轴线重合,  $x_2$  轴垂直于  $z_2$  和  $z_1$  轴。

构件 3 上建立坐标系  $C-x_3(y_3)z_3$ , 其中  $z_3$  轴方向与  $z_2$  轴方向重合,  $x_3$  轴垂直于  $z_3$  与  $x_2$  轴方向平行。

构件 4 上建立坐标系  $C-x_4(y_4)z_4$ , 其中  $z_4$  轴方向与  $z_3$ 、 $z_2$  轴同向,  $x_4$  轴垂直于  $z_4$  和  $z_3$  轴。

单位矢量  $e^{(1)}$  与  $x_4$  轴平行方向一致,  $e^{(3)}$  与  $z_4$  轴重合。上述坐标系中的  $y$  轴均用右手定则确定, 故均未说明。

3) 按 H-D 矩阵的参数符号、确定机械手的结构参数: 由于在建立各坐标系时, 使各坐标系的  $z$  轴与转动副的回转轴重合;  $x$  轴与相邻两坐标系中的两个  $z$  轴垂直, 因此, 该机械手的结构参数在各 H-D 矩阵中的对应值比较容易确定。在 H-D 矩阵中, 坐标原点在  $z_i$  轴的平移距离用  $S_i$  表示; 在  $x_i$  轴上的平移距离用  $h_i$  表示, 故  $S_0 = l_{AB}$ ,  $S_1 = 0$ ,  $S_2 = \overline{CB}$ ,  $S_3 = 0$ ,  $h_0 = h_1 = h_2 = h_3 = 0$ 。相邻坐标系  $z$  轴间的相对转角用  $\lambda_i$  表示, 故,  $\lambda_{01} = \angle \widehat{z_0, z_1} = 90^\circ$ ,  $\lambda_{12} = \angle \widehat{z_1, z_2} = 90^\circ$ ,  $\lambda_{23} = \angle \widehat{z_2, z_3} = 0^\circ$ ,  $\lambda_{34} = \angle \widehat{z_3, z_4} = 0^\circ$ 。相邻坐标系  $x$  轴间的转角用  $\varphi_{ij}$  表示, 故  $\varphi_{01} = \angle \widehat{x_0, x_1}$ ,  $\varphi_{12} = \angle \widehat{x_1, x_2}$ ,  $\varphi_{34} = \angle \widehat{x_3, x_4}$ , 这三个转角由机械手的运动状态而定,  $\varphi_{23} = \angle \widehat{x_2, x_3} = 0$ 。

根据以上参数, 由式 (2-67) 得相邻两坐标系坐标变换的 H-D 矩阵:

$$M_{01} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{01} & 0 & \sin \varphi_{01} & 0 \\ \sin \varphi_{01} & 0 & -\cos \varphi_{01} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & S_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{12} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{12} & 0 & \sin\varphi_{12} & 0 \\ \sin\varphi_{12} & 0 & -\cos\varphi_{12} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{34} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{34} & -\sin\varphi_{34} & 0 & 0 \\ \sin\varphi_{34} & \cos\varphi_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

将这些矩阵代入式(2-73)和(2-74)得:

$$\begin{bmatrix} x_0 & l & u \\ y_0 & m & v \\ z_0 & n & w \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = M_{01}M_{12}M_{23}M_{34} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ p & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

整理得点  $P$  在机架坐标系中的坐标:

$$\begin{cases} x_0 = (p + S_2)\cos\varphi_{01}\sin\varphi_{12} \\ y_0 = (p + S_2)\sin\varphi_{01}\sin\varphi_{12} \\ z_0 = -(p + S_2)\cos\varphi_{12} + S_0 \end{cases} \quad (2-75)$$

$e^{(1)}$  在机架坐标系中的方向余弦:

$$\begin{cases} l = \cos\varphi_{01}\cos\varphi_{12}\cos\varphi_{34} + \sin\varphi_{01}\sin\varphi_{34} \\ m = \sin\varphi_{01}\cos\varphi_{12}\cos\varphi_{34} - \cos\varphi_{01}\sin\varphi_{34} \\ n = \sin\varphi_{12}\cos\varphi_{34} \end{cases}$$

$e^{(3)}$  在机架坐标系中的方向余弦:

$$\begin{cases} u = \cos\varphi_{01}\sin\varphi_{12} \\ v = \sin\varphi_{01}\sin\varphi_{12} \\ w = -\cos\varphi_{12} \end{cases}$$

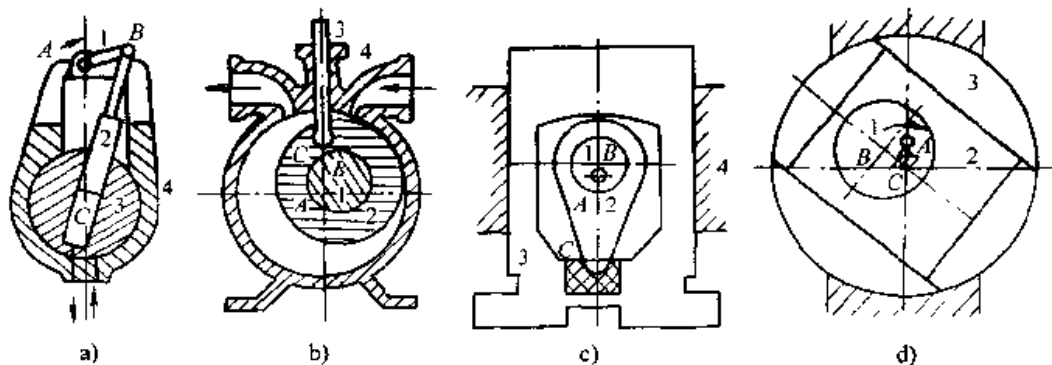
夹持器的作业空间, 即  $A$  点到  $P$  点的距离为:

$$\overline{AP} = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2} = \sqrt{S_0^2 + (p + S_2)^2 - 2S_0(p + S_2)\cos\varphi_{12}}$$

将式(2-75)对时间求导数, 可得夹持器的运动速度和加速度。有关内容可查阅机器人或机械手的专著。

## 习 题

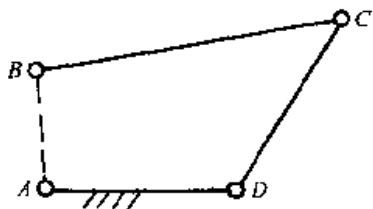
2-1 绘制题图 2-1 所示机构的机构运动简图, 说明它们各为何种机构?



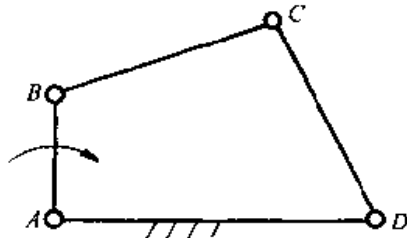
题图 2-1

2-2 已知题图 2-2 所示铰链四杆机构  $ABCD$  中,  $l_{BC}=50\text{mm}$ ,  $l_{CD}=35\text{mm}$ ,  $l_{AD}=30\text{mm}$ , 取  $AD$  为机架。

- 1) 如果该机构能成为曲柄摇杆机构, 且  $AB$  是曲柄, 求  $l_{AB}$  的取值范围;
- 2) 如果该机构能成为双曲柄机构, 求  $l_{AB}$  的取值范围;
- 3) 如果该机构能成为双摇杆机构, 求  $l_{AB}$  的取值范围。



题图 2-2



题图 2-3

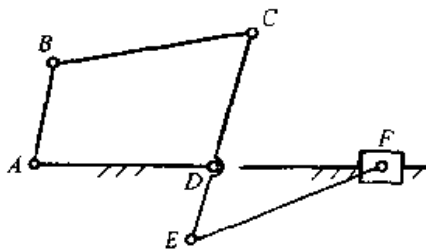
2-3 在题图 2-3 所示的铰链四杆机构中, 各杆件长度分别为:  $l_{AB}=28\text{mm}$ ,  $l_{BC}=52\text{mm}$ ,  $l_{CD}=50\text{mm}$ ,  $l_{AD}=72\text{mm}$ 。

1) 若取  $AD$  为机架, 求该机构的极位夹角  $\theta$  和往复行程时间比系数  $K$ , 杆  $CD$  的最大摆角  $\varphi$  和最小传动角  $\gamma_{\min}$ ;

2) 若取  $AB$  为机架, 该机构将演化为何种类型的机构? 为什么? 这时  $C$ 、 $D$  两个转动副是整转副还是摇转副?

2-4 题图 2-4 所示六杆机构中, 各构件的尺寸为:  $l_{AB}=30\text{mm}$ ,  $l_{BC}=55\text{mm}$ ,  $l_{AD}=50\text{mm}$ ,  $l_{CD}=40\text{mm}$ ,  $l_{DE}=20\text{mm}$ ,  $l_{FF}=60\text{mm}$ , 滑块为运动输出构件。试确定:

- 1) 四杆机构  $ABCD$  的类型。
- 2) 机构的行程时间比系数  $K$  为多少?



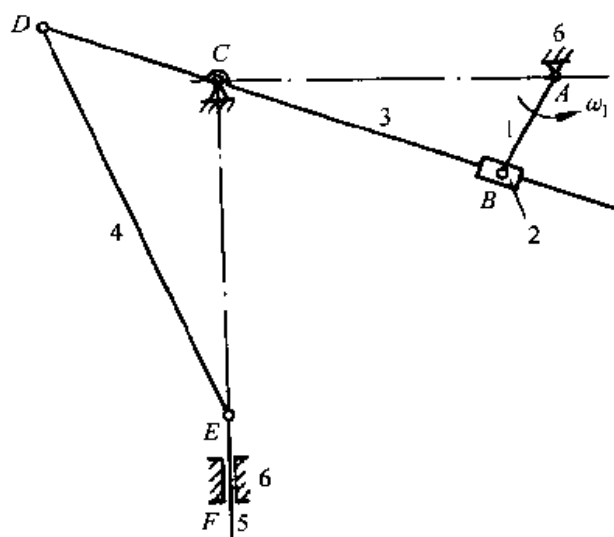
题图 2-4



- 3) 滑块  $F$  的行程  $H$  为多少?
- 4) 求机构的最小传动角  $\gamma_{\min}$ 。传动角最大值为多少?
- 5) 导轨  $DF$  在什么位置时滑块在运动中的压力角最小?

2-5 题图 2-5 所示六杆机构。已知  $l_{AB}=200\text{mm}$ ,  $l_{AC}=585\text{mm}$ ,  $l_{CD}=30\text{mm}$ ,  $l_{DE}=700\text{mm}$ ,  $AC \perp EC$ ,  $\omega_1$  为常数。试求:

- 1) 机构的行程时间比系数  $K$ ;
- 2) 构件 5 的行程  $H$ ;
- 3) 机构的最小传动角  $\gamma_{\min}$  为多少? 传动角的最大值为多少?
- 4) 滑块的最大压力角  $\alpha_{\max}$  发生的位置及大小; 欲使  $\alpha_{\max}$  减小, 应对机构做怎样改进?
- 5) 在其他尺寸不变的情况下, 欲使行程为原行程的 2 倍, 问曲柄长度应为多少?

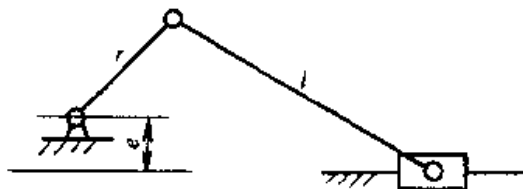


题图 2-5

2-6 如题图 2-6 所示, 对于一偏置曲柄滑块机构, 已知曲柄长为  $r$ , 连杆长为  $l$ , 偏距为  $e$ , 求:

- 1) 当曲柄为原动件机构传动角的表达式; 说明曲柄  $r$ 、连杆  $l$  和偏距  $e$  对传动角的影响;
- 2) 说明出现最小传动角时的机构位置;
- 3) 若令  $e=0$  (即对心式曲柄滑块机构), 其传动角在何处最大? 何处最小? 并比较其行程  $H$  的变化情况。

2-7 题图 2-7 所示为小型插床常用的转动导杆机构, 已知  $l_{AB}=50\text{mm}$ ,  $l_{AD}=40\text{mm}$ , 行程时间比系数  $K=2.27$ , 求曲柄  $BC$  的长度  $l_{BC}$  及插刀  $P$  的行程  $H$ 。



题图 2-6

2-8 试求题图 2-8 所示各机构在图示位置时全部瞬心的位置。

2-9 在题图 2-9 所示的齿轮连杆机构中, 三个圆轮互作纯滚, 试用相对瞬心  $P_{13}$  来求轮 1 和轮 3 的速度比。

2-10 在题图 2-10 所示凸轮机构中, 已知  $r=50\text{mm}$ ,  $l_{OA}=22\text{mm}$ ,  $l_{AC}=80\text{mm}$ ,  $\varphi_1=90^\circ$ , 凸轮 I 以角速度  $\omega_1=10\text{rad/s}$  逆时针方向转动。试用瞬心法求从动件 2 的角速度  $\omega_2$ 。

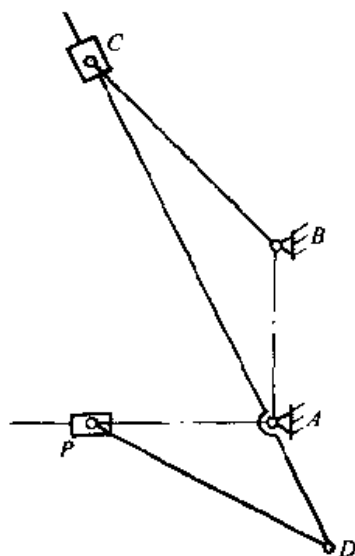
2-11 试求题图 2-11 所示连杆机构中构件 4 与构件 2 的角速度比  $\omega_4/\omega_2$ 。

2-12 在题图 2-12 所示缩放机构中, 已知构件 1 的角速度  $\omega_1$ , 试作出机构的速度多边形图并示出 I 点的速度  $v_I$ 。

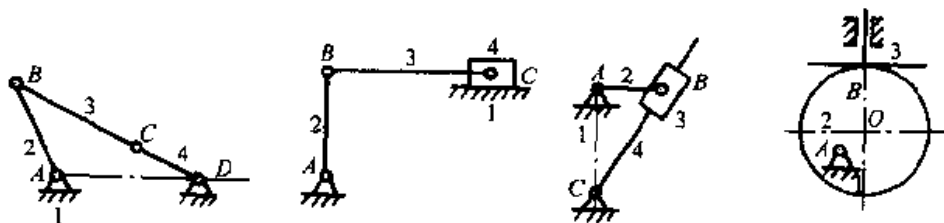
2-13 题图 2-13 为干草压缩机中的六杆机构, 已知各构件长度:  $l_{AB}=600\text{mm}$ ,  $l_{OA}=150\text{mm}$ ,  $l_{BC}=120\text{mm}$ ,  $l_{BD}=500\text{mm}$ ,  $l_{CE}=600\text{mm}$  及  $x_D=400\text{mm}$ ,  $y_D=500\text{mm}$ ,  $y_E=600\text{mm}$ ,  $\omega_1=10\text{rad/s}$ 。用图解法求活塞 E 在一个运动循环中的位移, 用相对运动图解法求曲柄 OA 转角  $\varphi_1=0$  时活塞 E 的速度和加速度。

2-14 在题图 2-14 所示机构中, 已知角速度  $\omega_1$ , 试作出该机构的速度多边形图及加速度多边形图的草图, 并示出 F 点的速度和加速度。

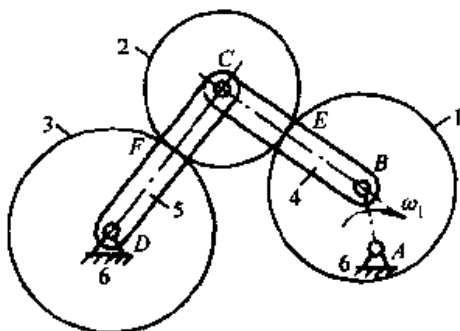
2-15 在题图 2-15 所示的六杆机构中, 已知  $\angle CAE=90^\circ$ ,  $l_{AB}=150\text{mm}$ ,  $l_{BC}=350\text{mm}$ ,  $l_{BD}=80\text{mm}$ ,  $l_{DE}=500\text{mm}$ , 曲柄以等角速度  $\omega_1=10\text{rad/s}$  沿逆时针方向回转, 用相对位移图解法求当  $\angle BAE=45^\circ$  时, 构件 3 的角速度、角加速度和构件 5 的速度、加速度。



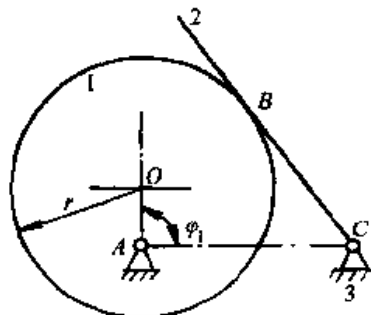
题图 2-7



题图 2-8

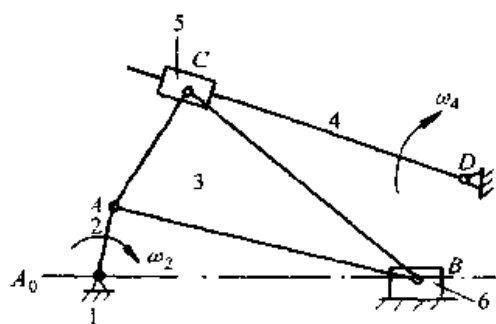


题图 2-9

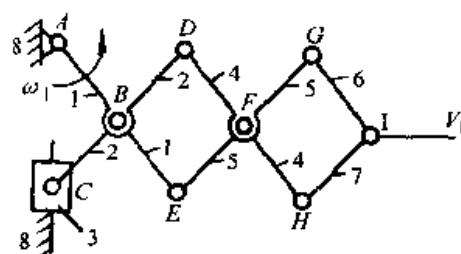


题图 2-10

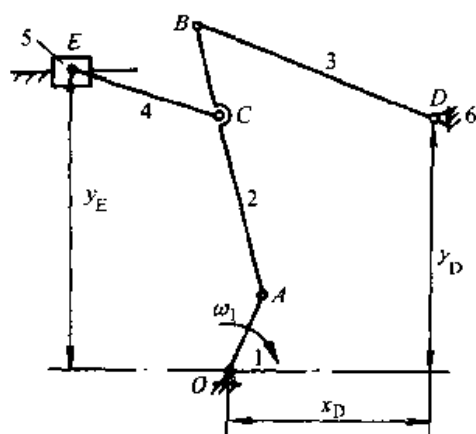
2-16 题图 2-16 所示的六杆机构中, 各构件尺寸分别为:  $l_{AB}=200\text{mm}$ ,  $l_{BC}=500\text{mm}$ ,  $l_{CD}=800\text{mm}$ ,  $x_F=400\text{mm}$ ,  $x_D=350\text{mm}$ ,  $y_D=350\text{mm}$ ,  $\omega_1=100\text{rad/s}$ , 用相对运动图解法求当曲柄转角  $\varphi_1=45^\circ$  时构件 5 上的 F 点的速度和加速度。



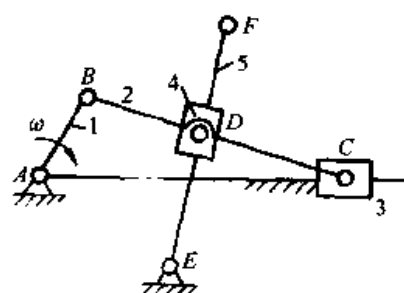
题图 2-11



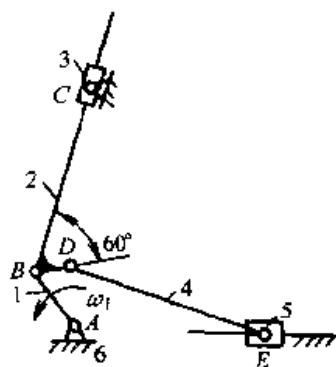
题图 2-12



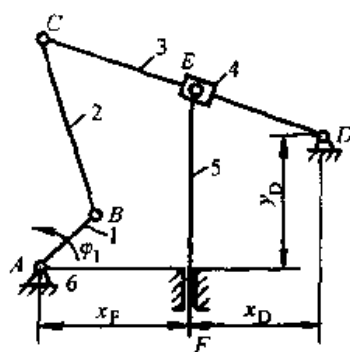
题图 2-13



题图 2-14



题图 2-15



题图 2-16

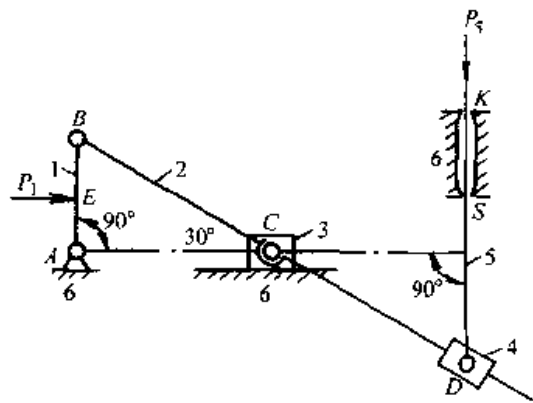
2-17 在题图 2-17 所示机构中, 已知  $P_5 = 3000\text{N}$ ,  $AB = 50\text{mm}$ ,  $AE = BE$ ,  $BC = CD = 2AB$ ,  $DS = 1.5AB$ ,  $SK = 0.5AB$ , 不计运动副中的摩擦, 试求各运动副中的反力及应在  $E$  点垂直作用于原动件 1 的平衡力  $P_1$ 。

2-18 题图 2-18 所示机构中, 已知  $P_5 = 1000\text{N}$ ,  $AB = 100\text{mm}$ ,  $BC = CD = 2AB$ ,  $CE = ED = DF$ , 不计运动副中的摩擦, 试用图解法求各运动副中的反力和平衡力矩  $M_1$ 。

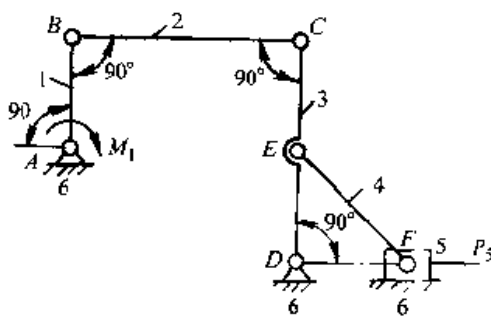
2-19 题图 2-19 所示楔块联接中,  $\theta$  角为  $15^\circ$ , 所有接触面的摩擦角均为  $12^\circ$ , 求用以克服作用于  $A$  和  $B$  上各  $1000\text{N}$  阻力所需加于楔块  $C$  上的  $P$  力之值。

2-20 题图 2-20 所示轧钢机, 在不需要水平外力驱动的条件下, 借助轧辊 2 与轧件 1 间的摩擦能将轧件 1 自动带入轧辊之间, 试证明:

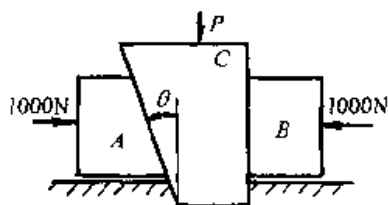
- 1) 这时轧辊与轧件间的摩擦角  $\varphi$  不应小于  $\alpha$ 。
- 2) 当轧辊直径  $D=1200\text{mm}$ , 轧辊间的间隙  $a=25\text{mm}$ , 轧辊与轧件间的摩擦系数  $\mu=0.3$  时, 求轧件的最大厚度。



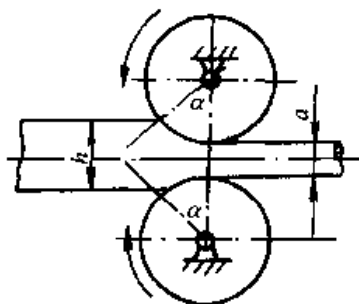
题图 2-17



题图 2-18



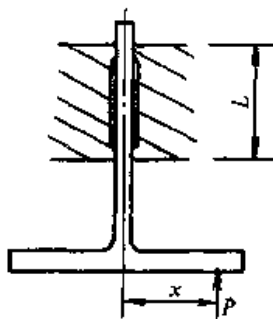
题图 2-19



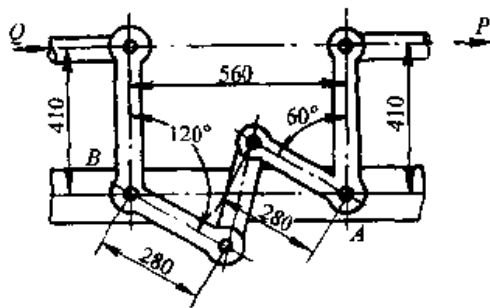
题图 2-20

2-21 题图 2-21 所示机构, 推杆与导轨间的摩擦系数  $\mu=0.2$ , 忽略构件重量, 求: 在力  $P$  的作用下使推杆向上运动而不会发生自锁, 导轨的长度  $L$  应满足什么条件?

2-22 题图 2-22 所示机构, 点  $A$  和  $B$  均为固定铰销, 所有铰销的直径均为  $25\text{mm}$ , 图上所有尺寸的单位均为  $\text{mm}$ , 设当量摩擦系数  $\mu_0=0.2$ ,  $P=30\text{N}$ , 求  $Q$  力之值。



题图 2-21

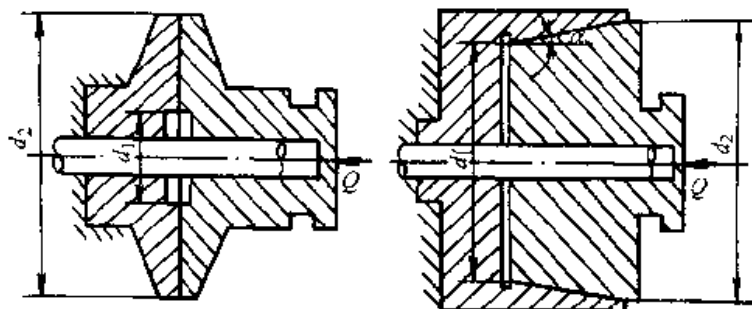


题图 2-22

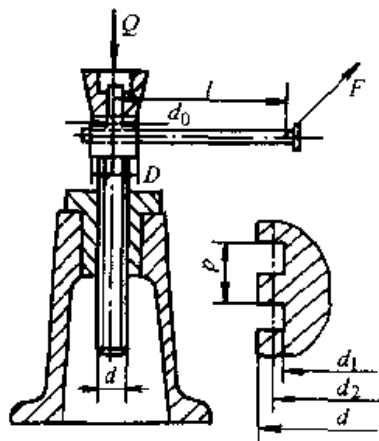
2-23 两种轴向压力式制动器, 如题图 2-23 所示, 已知:  $d_1=100\text{mm}$ ,  $d_2=200\text{mm}$ ,  $d'_1=170\text{mm}$ ,  $\alpha=10^\circ$ ,  $\mu=0.3$ , 二者轴向压力相等。试求在跑合情况下两种制动器产生的制动力矩分别为多大?

2-24 在题图 2-24 所示的矩形螺纹千斤顶中, 已知螺纹的中径  $d_2=22\text{mm}$ , 螺距  $p=4\text{mm}$ , 托环的环形摩擦面外径  $D=50\text{mm}$ , 内径  $d_0=42\text{mm}$ , 手柄长  $l=300\text{mm}$ , 所有摩擦面的摩擦系数均为  $\mu=0.1$ 。试求:

- 1) 该千斤顶的效率;
- 2) 若  $F=100\text{N}$ , 所能举起的重物  $Q$  的大小?



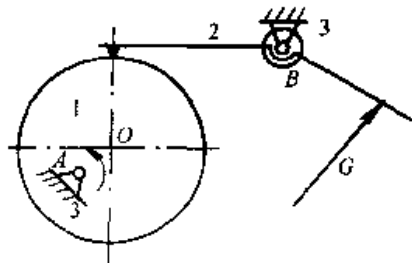
题图 2-23



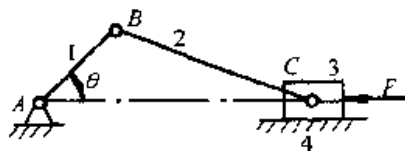
题图 2-24

2-25 题图 2-25 所示为一摆动从动件盘形凸轮机构, 凸轮 1 沿逆时针方向回转,  $G$  为作用在从动件 2 上的外载荷, 各运动副中的当量摩擦系数已知, 轴的半径已知, 试确定总反力  $R_{12}$ 、 $R_{32}$  和  $R_{31}$  的方位 (不考虑构件的重量及惯性力), 并计算机构在该位置时的效率。

2-26 在题图 2-26 所示的曲柄滑块机构中, 设已知机构的尺寸 (包括轴颈的直径), 各轴颈的当量摩擦系数  $\mu_0$ , 滑块与导路之间的摩擦系数  $\mu$  及驱动力  $F$  (回程时力  $F$  的方向向右)。设从动件 1 上的阻力矩为  $M_r$ 。若不计各构件的质量, 求  $\theta=45^\circ$ 、 $135^\circ$ 、 $225^\circ$  和  $315^\circ$  时, 各运动副中总反力的作用线。



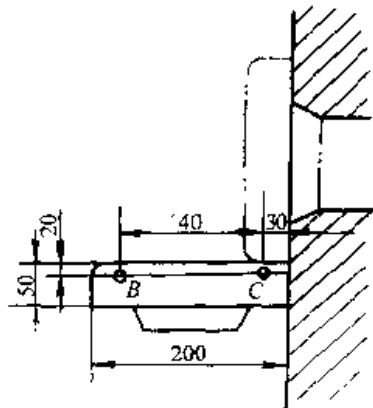
题图 2-25



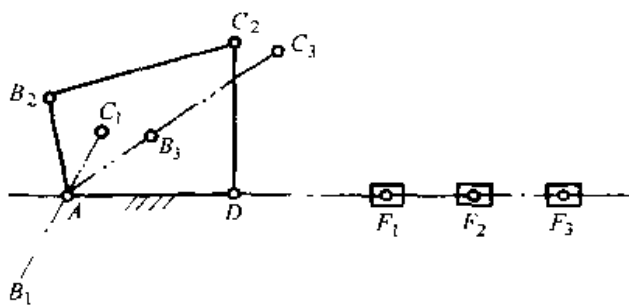
题图 2-26

2-27 用铰链四杆机构作电炉炉门的启闭机构, 若已知其两活动铰链中心  $B$ 、 $C$  的位置及炉门的两个位置尺寸如题图 2-27 所示, 试确定固定铰链中心  $A$ 、 $D$  位置及  $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$  各杆杆长。

2-28 题图 2-28 所示为一已知的曲柄摇杆机构,现要求用一连杆将摇杆  $CD$  和一滑块  $F$  连接起来,使摇杆的三个已知位置  $C_1D$ 、 $C_2D$ 、 $C_3D$  和滑块的三个位置  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  相对应。试确定此连杆的长度及其与摇杆  $CD$  铰接点的位置。



题图 2-27



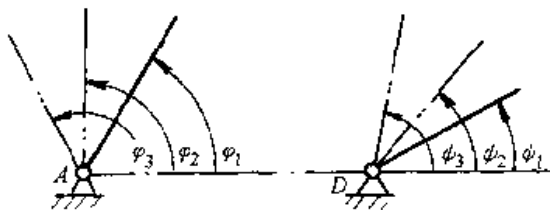
题图 2-28

2-29 已知两连架杆的三组对应位置如题图 2-29 所示为:  $\varphi_1 = 60^\circ$ ,  $\varphi_1 = 30^\circ$ ,  $\varphi_2 = 90^\circ$ ,  $\varphi_2 = 50^\circ$ ;  $\varphi_3 = 120^\circ$ ,  $\varphi_3 = 80^\circ$ , 若取机架  $AD$  长度  $l_{AD} = 100\text{mm}$ , 试用图解法计算此铰链四杆机构各杆长度。

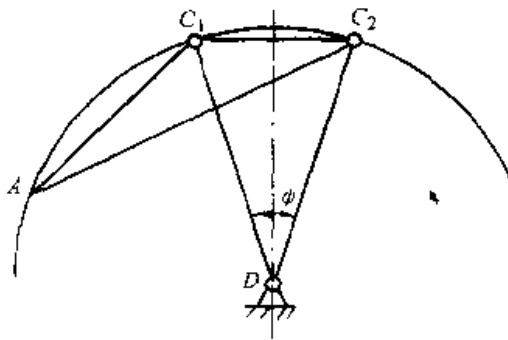
2-30 设计题图 2-30 所示的曲柄摇杆机构, 已知其摇杆  $CD$  的长度  $l_{CD} = 290\text{mm}$ , 摇杆两极限位置间的夹角  $\psi = 32^\circ$ , 行程时间比系数  $K \approx 1.25$ 。

1) 若曲柄的长度  $l_{AB} = 75\text{mm}$ , 用图解法和解析法分别求连杆的长度  $l_{BC}$  和机架的长度  $l_{AD}$ , 并校验最小传动角  $\gamma_{\min}$  是否在允许值范围内。

2) 若连杆的长度  $l_{BC} = 100\text{mm}$ , 用图解法和解析法分别求曲柄的长度  $l_{AB}$  和机架的长度  $l_{AD}$ 。



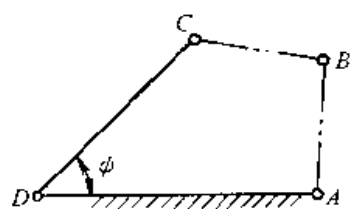
题图 2-29



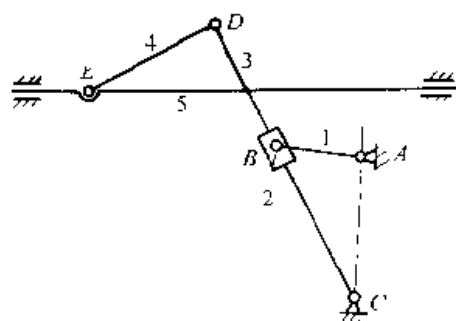
题图 2-30

2-31 如题图 2-31 所示的铰链四杆机构, 设已知其摇杆  $CD$  的长度为  $75\text{mm}$ , 行程时间比系数  $K = 1.5$ , 机架  $AD$  的长度为  $80\text{mm}$ , 又知摇杆的一个极限位置与机架间的夹角  $\varphi = 45^\circ$ , 试求其曲柄的长度  $l_{AB}$  和连杆的长度  $l_{BC}$ 。

2-32 题图 2-32 所示为一牛头刨床的主传动机构, 已知  $l_{AB} = 75\text{mm}$ ,  $l_{DE} = 100\text{mm}$ , 行程时间比系数  $K = 2$ , 刨头 5 的行程  $H = 300\text{mm}$ , 要求在整个行程中, 刨头 5 有较小的压力角, 试设计此机构。



题图 2-31



题图 2-32

## 第三章 凸轮机构及其设计

### 第一节 概 述

凸轮机构是含有凸轮的高副机构，具有结构简单、紧凑、工作可靠的特点。凸轮机构可以使从动件精确地实现各种预期的运动规律，还易于实现多个运动的相互协调配合，是工程中用以实现机械化和自动化的一种常用机构。

#### 一、凸轮机构的基本组成及应用特点

图 3-1 所示为内燃机的配气凸轮机构。具有曲线轮廓的构件 1 为凸轮，当它以等角速度转动时，其曲线轮廓与气阀 2 的平底接触并驱使气阀按预期的规律往复运动，并与活塞的运动相协调，适时地启闭阀门。

图 3-2 所示为用于冲床上的凸轮机构。具有曲线轮廓的凸轮 1 固定在冲头上，当凸轮随冲头上下往复移动时，驱使装有圆柱滚子的从动件 2 以一定规律作水平往复移动，从而带动机械手，装卸工件或送料。

图 3-3 所示为自动车床的进刀机构。具有曲线凹槽的构件 1 为凸轮，当它以等速转动时，利用其曲线凹槽侧面推动从动件 2 绕固定轴往复摆动，并通过扇形齿轮和固定在刀架 3 上的齿条啮合，控制刀架的运动。刀架的运动规律，取决于凸轮 1 上曲线凹槽的形状。

由以上几个例子可以看出，凸轮机构由凸轮、从动件和机架三个基本构件所

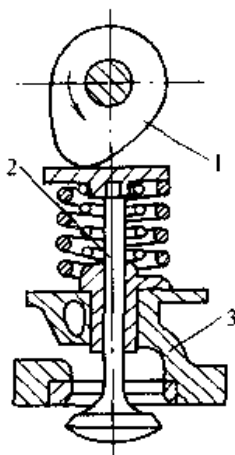


图 3-1 内燃机  
配气凸轮机构

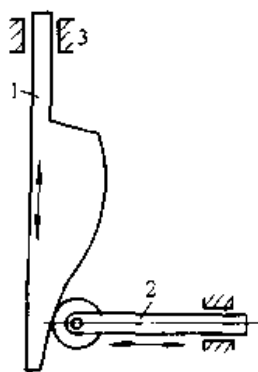


图 3-2 冲床  
凸轮机构

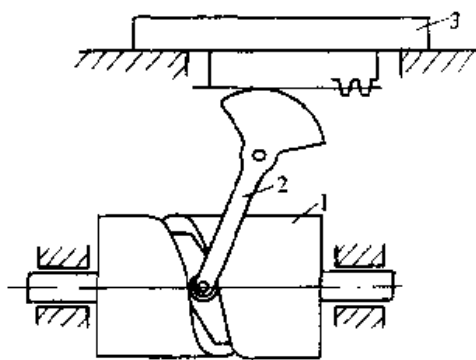


图 3-3 进刀凸轮机构



组成。凸轮通常是具有曲线轮廓或凹槽的构件，当它运动时，通过其曲线轮廓与从动件形成高副接触，根据凸轮轮廓曲线的形状和尺寸使从动件获得预期的运动。

凸轮机构的最大优点是几乎可以使从动件实现任意要求的运动规律。它的主要缺点在于凸轮轮廓与从动件之间由于是高副接触，易于磨损，故多用于传递动力不大的场合。

## 二、凸轮机构的分类

根据各种不同的工作要求和结构条件，研究设计出了多种型式的凸轮机构，其工作特点 and 设计方法也有所区别，为了便于分析和设计，需将它们按一定的原则进行分类。常见分类方法有以下几种：

### （一）按凸轮的形状分

1. 盘形凸轮 这是凸轮的基本型式，应用最为广泛。凸轮是绕固定轴转动并且具有变化半径的盘形构件，如图 3-1 所示。

2. 移动凸轮 当盘形凸轮的移动中心趋于无穷远时，就演化成了如图 3-2 所示的移动凸轮。凸轮相对机架作直线移动。

盘形凸轮机构和移动凸轮机构中，凸轮与从动件的相对运动是平面运动，属于平面凸轮机构。

3. 圆柱凸轮 凸轮的轮廓曲线在圆柱体上，如图 3-3 所示，它可以看作是将移动凸轮轮廓曲线绕在圆柱体上而形成的。在圆柱凸轮机构中，凸轮与从动件的相对运动是空间运动，属于空间凸轮机构。

### （二）按从动件运动副元素的形状分

1. 尖顶从动件 如图 3-4a 所示。从动件的尖顶能与任意形状的凸轮轮廓保持接触，从而使从动件实现预期的运动规律。其缺点是尖顶易于磨损。故只适用于受力不大的低速凸轮机构中。

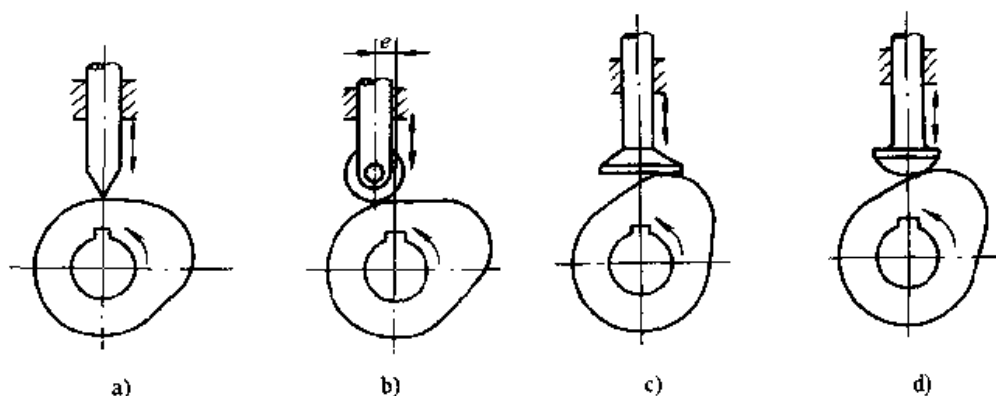


图 3-4 移动从动件凸轮机构

a) 尖顶从动件 b) 滚子从动件 c) 平底从动件 d) 球面从动件

2. 滚子从动件 如图 3-4b 所示, 从动件端部安装有一个滚子, 使从动件与凸轮之间的滑动摩擦改变为滚动摩擦, 具有耐磨损、能够承受较大载荷的特点, 在工程实际中应用最广泛。

3. 平底从动件 如图 3-4c 所示。从动件以平面与凸轮接触, 接触处易于形成油膜, 从动件受力状况好, 传动效率高, 常用于高速和载荷较大的场合。其缺点是它只适用于轮廓外凸的凸轮机构。

4. 球面从动件 如图 3-4d 所示。从动件端部为一球面, 克服了尖顶从动件凸轮接触点处综合曲率半径过小的缺点。这种结构形状的从动件在工程实际中应用较多

### (三) 按从动件的运动形式分

凸轮机构中从动件的运动形式有两种:

1. 移动从动件 从动件作往复移动, 如图 3-4 所示。移动从动件凸轮机构根据从动件的中心线是否通过凸轮转动轴心, 还可以进一步分为对心式 (如图 3-4a 所示) 和偏置式 (如图 3-4b 所示)。

2. 摆动从动件 从动件作往复摆动, 如图 3-3 所示。

### (四) 按凸轮与从动件维持高副接触 (封闭) 的方式分

凸轮轮廓与从动件之间所形成的高副通常是一种单面约束。因此, 必须解决从动件与凸轮轮廓始终保持接触的问题。

1. 力封闭型凸轮机构 这种凸轮机构利用重力、弹簧力或者其他外力使从动件与凸轮轮廓始终保持接触。图 3-1 所示的凸轮机构, 为利用弹簧力来保持高副接触的一个实例。

2. 形封闭型凸轮机构 这种凸轮机构利用高副元素本身的几何形状, 使从动件与凸轮轮廓保持接触。常见的有以下形式:

1) 槽凸轮机构, 如图 3-3 所示。凸轮轮廓曲线做成凹槽, 从动件的滚子置于凹槽中以保持从动件与凸轮在运动过程中的接触。这种封闭形式结构简单, 从动件的运动规律也不受限制。其主要缺点是加大了凸轮的尺寸和重量。

2) 等宽凸轮机构, 如图 3-5a 所示。从动件做成矩形框架形状, 利用凸轮轮廓上任意两条平行切线间的距离恒等于框架内侧的宽度来保持从动件与凸轮轮廓的接触。

3) 等径凸轮机构, 如图 3-5b 所示。从动件上装有滚子, 利用过凸轮轴心所作任一径向线上与凸轮轮廓相切的两滚子中心距离始终保持不变来实现从动件与凸轮轮廓的接触。

等宽凸轮机构和等径凸轮机构的从动件运动规律的选择受到一定限制。当  $180^\circ$  范围内的凸轮轮廓根据从动件的运动规律确定后, 另外  $180^\circ$  范围的凸轮轮廓必须根据等宽或等径的原则来确定。

4) 共轭凸轮机构, 如图 3-5c 所示。这种凸轮机构利用两个固结在一起的凸轮来控制一个具有两个滚子的从动件, 其中一个凸轮 (主凸轮) 驱使从动件实现推程运动, 另一个凸轮 (从凸轮) 驱使从动件实现回程运动。因此, 这种凸轮机构又称为主回凸轮机构, 它克服了等宽、等径凸轮机构只能在凸轮转角的  $180^\circ$  范围内来设计运动规律的不足, 但结构复杂, 制造精度要求较高。

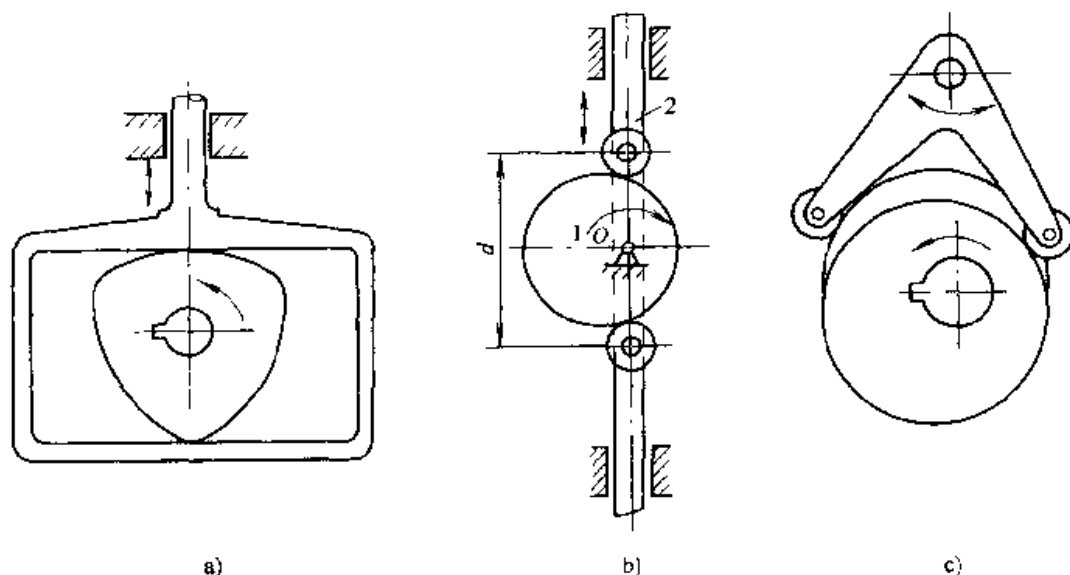


图 3-5 形封闭凸轮机构

a) 等宽凸轮机构 b) 等径凸轮机构 c) 主回凸轮机构

### 三、凸轮机构的工作循环与运动学设计参数

图 3-6a 所示为一对心尖顶移动从动件盘形凸轮机构。以凸轮的最小向径  $r_b$  为半径所作的圆称为凸轮的基圆,  $r_b$  称为基圆半径。图示位置从动件的尖顶与凸轮轮廓上的  $B_0$  点接触, 从动件处于最低位置。当凸轮沿逆时针方向转过角度  $\Phi_s$  时, 从动件的尖顶与凸轮基圆上的  $B_0B$  段接触, 从动件在离凸轮转动轴心最近的位置停留不动。这一过程称为近停阶段, 其对应的凸轮转角  $\Phi_s$  称为近休止角。当凸轮继续转过角度  $\Phi$  时, 向径逐渐增大的轮廓  $BD$  推动从动件按一定的规律运动到离凸轮轴心的最远点  $D$ , 这一过程称为推程阶段。在此阶段, 凸轮的相应转角  $\Phi$  称为推程运动角, 简称推程角。当凸轮再继续转过角度  $\Phi_r$  时, 从动件的尖顶与凸轮上的圆弧段轮廓  $DD_0$  接触, 从动件在离凸轮轴心最远的位置停留不动。这一过程称为远停阶段, 其对应的凸轮转角  $\Phi_r$  称为远休止角。当凸轮继续转过角度  $\Phi'$  时, 向径逐渐减小的轮廓  $D_0B_0$  使从动件按一定运动规律回到离凸轮轴心的最近点  $B_0$ , 这一过程称为回程阶段。在此阶段, 凸轮的对应转角  $\Phi'$  称为回程运动角, 简称回程角。至此, 凸轮机构完成了一个工作循环。

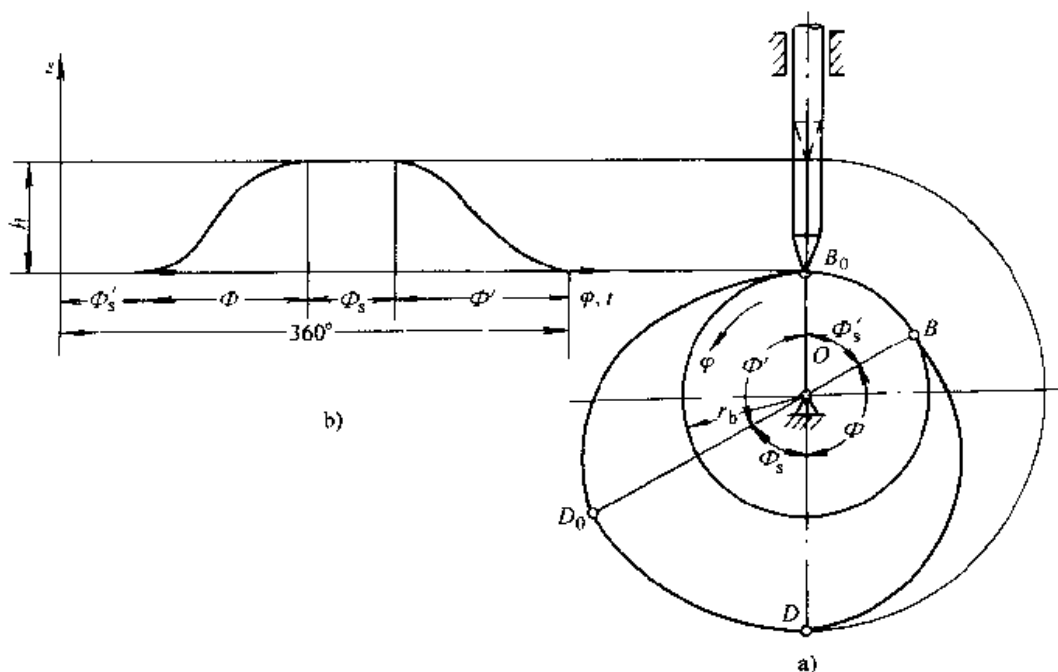


图 3-6 凸轮机构工作原理图

a) 凸轮参数 b) 从动件位移线图

图 3-6b 所示为对应于凸轮机构一个工作循环的从动件位移线图, 横坐标代表凸轮转角  $\varphi$ , 纵坐标代表从动件位移  $s$ 。从动件上升的最大距离称为升距或行程, 用  $h$  表示。对于摆动从动件凸轮机构, 从动件摆过的最大角度称为摆幅或角行程, 用  $\psi_{\max}$  表示, 如图 3-7 所示。

从动件的位移线图反映了从动件的位移随时间或凸轮转角变化的规律。根据位移变化规律, 还可以求出速度、加速度、跃度 (加速度变化率) 的变化规律, 这些规律统称为从动件的运动规律。从动件的位移  $s$ 、速度  $v$ 、加速度  $a$ 、跃度  $j$  随时间  $t$  或凸轮转角  $\varphi$  变化的曲线, 统称为从动件的运动线图。

从上面的分析中可以看出, 凸轮轮廓曲线的形状决定了从动件的运动规律, 要想使从动件实现某种运动规律, 就要设计出与其相应的凸轮轮廓曲线。

凸轮的推程角  $\Phi$ 、远休止角  $\Phi_s$ 、回程角  $\Phi'$  和近休止角  $\Phi'_s$  以及从动件的位移  $s$ 、速度  $v$ 、加速度  $a$  和跃度  $j$ , 全面反映了凸轮机构的运动特性及其变化的规律性, 是凸轮机构的运动学设计参数, 也是凸轮轮廓曲线设计的基本依据。它们均必须

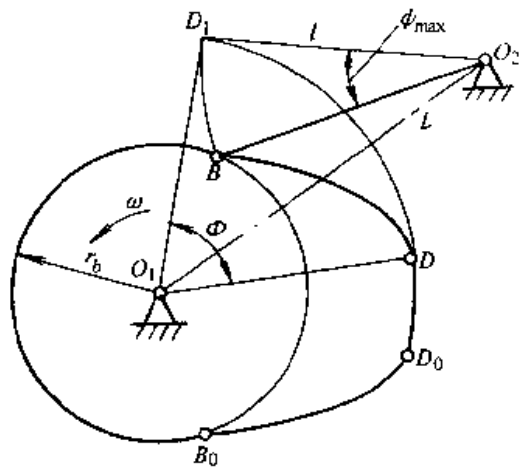


图 3-7 摆动从动件凸轮机构

在设计（或绘制）凸轮廓线之前根据工作要求确定下来。

## 第二节 凸轮机构的力分析和效率

设计凸轮机构时，通常应当进行力分析，求出构件之间相互的作用力，为解决磨损及强度几何尺寸设计提供可靠的数据。图 3-8 所示为尖顶移动从动件盘形凸轮机构在推程阶段任一位置时的受力情况， $G$  为从动件所受的载荷（包括工作载荷、从动件的重力、弹簧的压力和从动件运动时产生的惯性力）； $F_{12}$  为凸轮对从动件的作用力； $R_1$ 、 $R_2$  分别为导轨两侧作用于从动件的总反力； $\varphi_1$ 、 $\varphi_2$  为摩擦角。取从动件为示力体，由力平衡条件可得

$$\Sigma F_x = 0 \quad F_{12} \sin(\alpha + \varphi_1) - (R_1 - R_2) \cos \varphi_2 = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad F_{12} \cos(\alpha + \varphi_1) - G - (R_1 + R_2) \sin \varphi_2 = 0$$

$$\Sigma M_B = 0 \quad R_2(l+b) \cos \varphi_2 - R_1 b \cos \varphi_2 = 0$$

由以上三式消去  $R_1$  和  $R_2$ ，整理后得

$$F_{12} = \frac{G}{\cos(\alpha + \varphi_1) - (1 + 2b/l) \sin(\alpha + \varphi_1) \tan \varphi_2} \quad (3-1)$$

式中， $\alpha$  为凸轮轮廓上  $B$  点的法线  $nn$  方向与从动件上  $B$  点的速度方向之间所夹的锐角，称为凸轮机构在该位置时的压力角，简称压力角。压力角  $\alpha$  是影响凸轮机构受力状况和效率的一个重要参数，也是衡量凸轮机构传力性能好坏的重要指标。从改善凸轮机构的受力状况、提高传动效率和避免自锁的角度来看，压力角

越小越好。在结构允许的情况下，增大导轨长度  $l$ ，减小悬臂尺寸  $b$ ，也可以改善凸轮机构的受力状况。由式（2-24）可以推导得到该凸轮机构的瞬时效率为

$$\eta = \frac{\cos(\alpha + \varphi_1) - (1 + 2b/l) \sin(\alpha + \varphi_1) \tan \varphi_2}{\cos \alpha} \quad (3-2)$$

由图 3-8 可见，机构在不同位置时，压力角的数值一般是不同的。由式（3-1）可知，在其他条件相同的情况下，压力角愈大，分母愈小，则凸轮与从动件之间的作用力也愈大，这意味着为了克服同样大小的载荷  $G$  而需要的驱动  $F_{12}$  增大，因而使机构的效率降低。如果压力角的增大致使分母为零， $F_{12}$  将增至无穷大，此时凸轮机构将发生自锁，这时机构的压力角记为临界压力角  $\alpha_c$ ，其值为

$$\alpha_c = \arctg \left[ \frac{1}{(1 + 2b/l) \tan \varphi_2} \right] - \varphi_1 \quad (3-3)$$

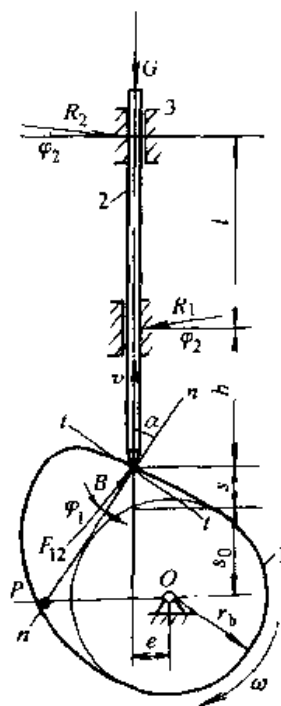


图 3-8 凸轮机构受力图

由此可知,为了保证凸轮机构能正常工作,在设计时应使最大压力角 $\alpha_{\max}$ 小于临界压力角 $\alpha_c$ 。工程实际中,通常规定凸轮机构的最大压力角 $\alpha_{\max}$ 不超过许用压力角 $[\alpha]$ 。 $[\alpha]$ 之值小于临界压力角 $\alpha_c$ 。根据工程实践经验,推程时,移动从动件取 $[\alpha]=30^\circ\sim40^\circ$ ;摆动从动件取 $[\alpha]=40^\circ\sim45^\circ$ 。回程时,从动件一般是由弹簧力、重力等推动返回,通常不会产生自锁,移动从动件和摆动从动件的许用压力角 $[\alpha']$ 可以在 $70^\circ\sim80^\circ$ 之间选取。

### 第三节 凸轮机构的设计过程

在机械系统中,凸轮机构的型式及各种尺寸参数都是与系统的工作目标以及实现工作目标的工艺过程密切相关的。因此,凸轮机构的设计通常有以下内容。

1. 机构运动分配设计 根据工艺过程对执行构件的动作要求,绘制工作循环图。系统中的所有凸轮可以安装在同一轴(分配轴)上,也可以根据需要将一些凸轮安装在其他转轴上,通过具有定传动比的传动机构,与分配轴联接。凸轮分配轴的转角用横坐标表示,纵坐标则表示执行构件的运动方式和运动幅度(参看图3-9b)。不在分配轴上的凸轮,应将其工作所对应的中心角,换算成分配轴相应的转角。

2. 凸轮机构的选型 凸轮机构的选型 即确定采用何种型式的凸轮,其中包括凸轮的形状、从动件的形状、从动件的运动方式、从动件与凸轮维持接触的方式等等。

3. 凸轮机构的运动学尺度设计 凸轮机构的尺度设计主要有:

1) 计算从动件的位移参数。由执行构件的运动要求计算从动件的升距或最大摆角。如果执行构件在运动过程中有一个或数个位置需要保证与其他执行构件的运动协调关系,也应当计算出与这些位置对应的从动件位置参数。

2) 确定凸轮的各个转角。根据工作循环图,确定凸轮的推程角、回程角和远休止角、近休止角。

3) 设计从动件运动规律。设计从动件在推程和回程阶段的运动规律,满足系统的工作要求。

4) 凸轮机构基本尺寸设计。移动从动件凸轮机构的基本尺寸包括:基圆半径 $r_b$ 及偏心距 $e$ (如图3-8所示);摆动从动件凸轮机构的基本尺寸包括:基圆半径 $r_b$ 、凸轮转动轴心到从动件摆动中心的距离 $L$ 及从动件的摆杆长 $l$ (参见图3-7)。

5) 凸轮轮廓曲线设计。根据凸轮机构的基本尺寸和从动件运动规律,确定凸轮轮廓曲线的坐标。

4. 凸轮机构的结构设计 包括凸轮与轴的组合件结构、从动件与导轨或摆动支承的组合件结构设计。在设计时,应当考虑凸轮机构在机器上的安装、调整、润

滑、便于更换、便于加工和其他一些因素。设计时,必须运用有关标准和规范。

5. 刀具中心轨迹坐标计算 当采用数控机床加工凸轮轮廓时,还应当计算刀具中心轨迹,以加工出准确的凸轮轮廓曲线。

6. 凸轮机构的动力学分析与设计 对于高速凸轮机构,根据需要还应当进行动力学分析与设计。

## 第四节 凸轮机构运动学参数和基本尺寸的设计

### 一、工作循环图与凸轮工作转角的确定

在凸轮机构设计中,凸轮的工作转角应当根据机器中各个执行机构动作之间的配合关系,由工作循环图来确定。在图 3-9a 所示的电阻自动压帽机的传动系统图中,1、2、3、6 分别为送帽机构凸轮、电阻送料机构凸轮、夹紧机构凸轮和压帽机构凸轮,4 为电阻帽,5 为电阻坯件。各凸轮安装在同一轴上。机器的工艺过程为:电阻体上料→电阻体夹紧→送帽→压帽。以电阻体上料为工艺过程起点,绘出机器的工作循环图如图 3-9b 所示。根据工作循环图,可以确定各凸轮的推程角、回程角和远休止角、近休止角。

### 二、从动件运动规律设计

由前述可知,从动件的运动规律,是由凸轮轮廓曲线形状决定的。反过来说,从动件不同的运动规律,要求凸轮具有不同形状的轮廓曲线。正确选择和设计从动件的运动规律,是凸轮机构设计的重要

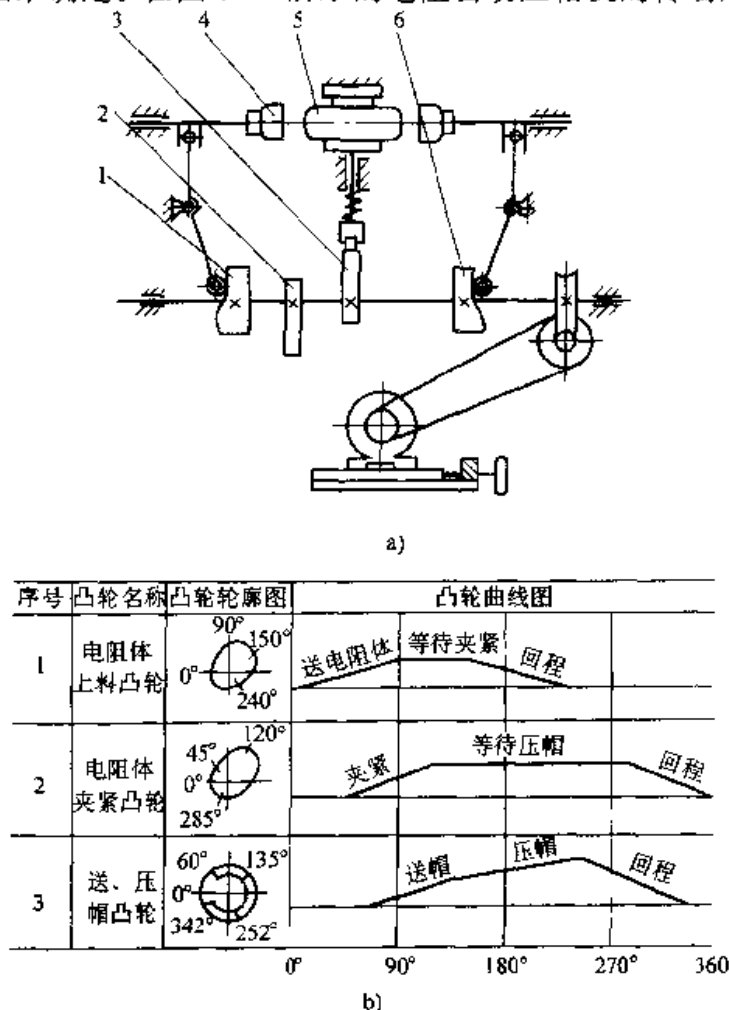


图 3-9 电阻自动压帽机

a) 电阻自动压帽机传动系统图 b) 电阻压帽机工作循环图  
1—送帽压帽机构凸轮 2—电阻送料机构凸轮 3—夹紧机构凸轮  
4—电阻帽 5—电阻坯件 6—送帽压帽机构凸轮

要环节。工程实际中对凸轮机构的要求是多种多样的。例如自动车床中用来控制刀具进给运动的凸轮机构,要求刀具(从动件)在工作行程是作等速运动(速度要求);内燃机配气机构的凸轮机构,则要求从动件具有良好的动力学性能(主要是加速度要求);而在某些控制机构中,对从动件则只有简单的升距要求。人们经过长期的理论研究和生产实践,已经积累了能适应多种工作要求的从动件运动规律,其中在工程实际中经常用到的运动规律,称为常用运动规律。

凸轮机构的主动件凸轮一般作等速转动,角速度为 $\omega$ 。从动件的运动规律可以用线图表示,也可以用数学方程式表示。若从动件的位移方程为 $s=f(\varphi)$ ,将位移方程对时间逐次求导,可以得到速度 $v$ 、加速度 $a$ 、跃度 $j$ 分别为

$$\left. \begin{aligned} v &= \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{ds}{d\varphi} \\ a &= \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega^2 \frac{d^2s}{d\varphi^2} \\ j &= \frac{da}{dt} = \frac{da}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega^3 \frac{d^3s}{d\varphi^3} \end{aligned} \right\} \quad (3-4)$$

以上各式中的 $ds/d\varphi$ 、 $d^2s/d\varphi^2$ 、 $d^3s/d\varphi^3$ 分别为类速度、类加速度、类跃度。因为凸轮的角速度 $\omega$ 为常数,所以常用类速度、类加速度、类跃度表示从动件的速度、加速度和跃度的变化规律。

此外,若从动件的加速度方程为 $a=f_1(\varphi)$ ,也可以通过逐步积分得到速度方程、位移方程。

下面介绍几种从动件的常用运动规律及其特性,供运动规律设计时参考。

从动件的常用运动规律主要有以下几类:

#### (一) 基本运动规律

基本运动规律有两类,一类是多项式类运动规律,另一类是三角函数类运动规律。

1. 多项式类运动规律 这类运动规律的位移方程的一般形式为

$$s = c_0 + c_1 \varphi + c_2 \varphi^2 + c_3 \varphi^3 + \cdots + c_n \varphi^n \quad (3-5)$$

式中, $\varphi$ 为凸轮转角(rad); $c_0$ 、 $c_1$ 、 $c_2$ 、 $c_3 \cdots c_n$ 为 $n+1$ 个待定系数,根据工作要求决定的边界条件确定。基本运动规律中, $n < 3$ 。

根据式(3-4)可以确定多项式类运动规律的速度方程、加速度方程和跃度方程的一般形式。

2. 三角函数类运动规律 主要有

1) 余弦加速度运动规律。余弦加速度运动的一般形式为

$$a = c_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

式中, $T$ 为周期。



设凸轮转过推程角  $\Phi$  所对应的时间为  $t_{01}$ ，由于从动件的速度在推程起始和终止瞬时的速度为零，因此在一个行程中所采用的加速度曲线只能为  $1/2$  周期的余弦波，故  $T=2t_{01}$ 。于是，余弦加速度方程的表达式为

$$a=c_1\cos\left(\frac{\pi}{\Phi}\varphi\right) \quad (3-6)$$

2) 正弦加速度运动规律。正弦加速度运动方程的一般形式为

$$a=c_1\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

同理，由于从动件的速度在推程起始和终止瞬时的速度为零，因此在一个行程中所采用的加速度曲线应该是一个完整的正弦波，即只能为  $T=t_{01}$ 。于是，正弦加速度方程的表达式为

$$a=c_1\sin\left(\frac{2\pi}{\Phi}\varphi\right) \quad (3-7)$$

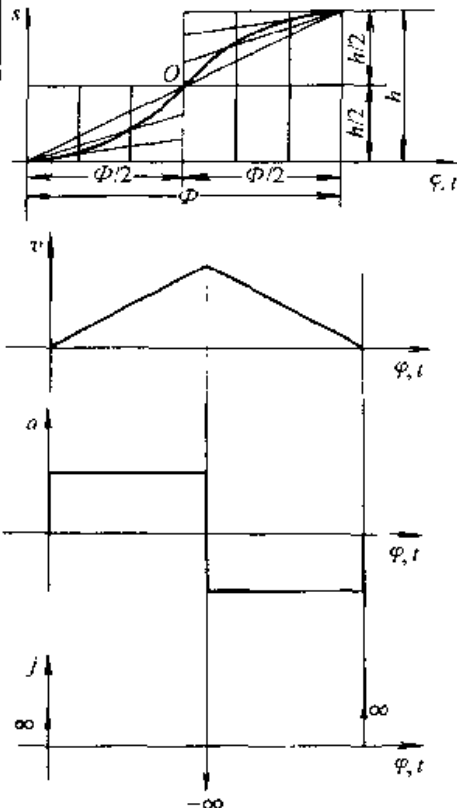
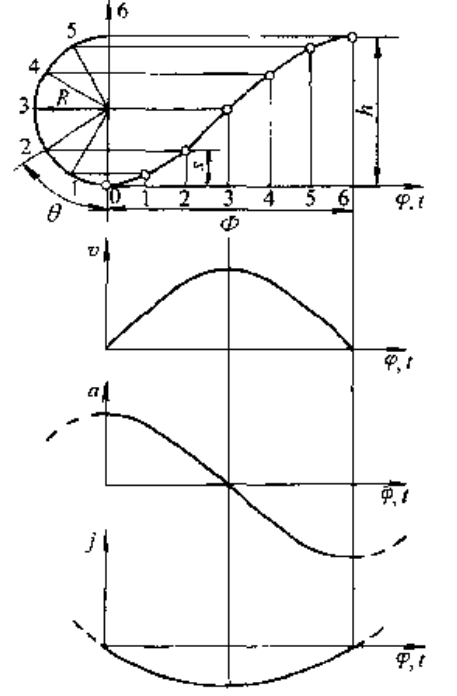
对式 (3-6) 和 (3-7) 进行积分，并根据工作要求所决定的边界条件，可以确定待定系数  $c_1$  以及从动件的位移方程、速度方程。

表 3-1 列出了几种常用运动规律的运动方程式和运动线图。

表 3-1 从动件常用运动规律

运动规律	运动方程式		推程运动线图
	推程 ( $0 \leq \varphi \leq \Phi$ )	回程 ( $0 \leq \varphi \leq \Phi'$ )	
等速运动	$s = \frac{h}{\Phi}\varphi$ $v = \frac{h}{\Phi}\omega$ $a = 0$	$s = h\left(1 - \frac{\varphi}{\Phi'}\right)$ $v = -\frac{h}{\Phi'}\omega$ $a = 0$	

(续)

运动规律	运动方程式		推程运动线图
	推程 ( $0 \leq \varphi \leq \Phi$ )	回程 ( $0 \leq \varphi \leq \Phi'$ )	
等加速 等减速 运动	等加速段 ( $0 \leq \varphi \leq \frac{\Phi}{2}$ )	等减速段 ( $0 \leq \varphi \leq \frac{\Phi'}{2}$ )	
	$s = \frac{2h}{\Phi^2} \varphi^2$ $v = \frac{4h\omega}{\Phi^2} \varphi$ $a = \frac{4h\omega^2}{\Phi^2}$ $j = 0$	$s = h - \frac{2h}{\Phi'^2} \varphi^2$ $v = -\frac{4h\omega}{\Phi'^2} \varphi$ $a = -\frac{4h\omega^2}{\Phi'^2}$ $j = 0$	
	等减速段 ( $\frac{\Phi}{2} \leq \varphi \leq \Phi$ )	等加速段 ( $\frac{\Phi'}{2} \leq \varphi \leq \Phi'$ )	
	$s = h - \frac{2h}{\Phi^2} (\Phi - \varphi)^2$ $v = \frac{4h\omega}{\Phi^2} (\Phi - \varphi)$ $a = -\frac{4h\omega^2}{\Phi^2}$ $j = 0$	$s = \frac{2h}{\Phi'^2} (\Phi' - \varphi)^2$ $v = -\frac{4h\omega}{\Phi'^2} (\Phi' - \varphi)$ $a = \frac{4h\omega^2}{\Phi'^2}$ $j = 0$	
余弦 加速度 运动	$s = \frac{h}{2} \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi}{\Phi} \varphi \right) \right]$ $v = \frac{\pi h \omega}{2\Phi} \sin \left( \frac{\pi}{\Phi} \varphi \right)$ $a = \frac{\pi^2 h \omega^2}{2\Phi^2} \cos \left( \frac{\pi}{\Phi} \varphi \right)$ $j = -\frac{\pi^3 h \omega^3}{2\Phi^3} \sin \left( \frac{\pi}{\Phi} \varphi \right)$	$s = \frac{h}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{\pi}{\Phi'} \varphi \right) \right]$ $v = -\frac{\pi h \omega}{2\Phi'} \sin \left( \frac{\pi}{\Phi'} \varphi \right)$ $a = -\frac{\pi^2 h \omega^2}{2\Phi'^2} \cos \left( \frac{\pi}{\Phi'} \varphi \right)$ $j = \frac{\pi^3 h \omega^3}{2\Phi'^3} \sin \left( \frac{\pi}{\Phi'} \varphi \right)$	

(续)

运动规律	运动方程式		推程运动线图
	推程 ( $0 \leq \varphi \leq \Phi$ )	回程 ( $0 \leq \varphi \leq \Phi'$ )	
正弦加速度运动	$s = h \left[ \frac{\varphi}{\Phi} - \frac{1}{2\pi} \sin \left( \frac{2\pi}{\Phi} \varphi \right) \right]$ $v = \frac{h\omega}{\Phi} \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi}{\Phi} \varphi \right) \right]$ $a = \frac{2\pi h\omega^2}{\Phi^2} \sin \left( \frac{2\pi}{\Phi} \varphi \right)$ $j = \frac{4\pi^2 h\omega^3}{\Phi^3} \cos \left( \frac{2\pi}{\Phi} \varphi \right)$	$s = h \left[ 1 - \frac{\varphi}{\Phi'} + \frac{1}{2\pi} \sin \left( \frac{2\pi}{\Phi'} \varphi \right) \right]$ $v = -\frac{h\omega}{\Phi'} \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi}{\Phi'} \varphi \right) \right]$ $a = -\frac{2\pi h\omega^2}{\Phi'^2} \sin \left( \frac{2\pi}{\Phi'} \varphi \right)$ $j = -\frac{4\pi^2 h\omega^3}{\Phi'^3} \cos \left( \frac{2\pi}{\Phi'} \varphi \right)$	
3-4-5次多项式运动	$s = h \left[ 10 \left( \frac{\varphi}{\Phi} \right)^3 - 15 \left( \frac{\varphi}{\Phi} \right)^4 + 6 \left( \frac{\varphi}{\Phi} \right)^5 \right]$ $v = \frac{h\omega}{\Phi} \left[ 30 \left( \frac{\varphi}{\Phi} \right)^2 - 60 \left( \frac{\varphi}{\Phi} \right)^3 + 30 \left( \frac{\varphi}{\Phi} \right)^4 \right]$ $a = \frac{h\omega^2}{\Phi^2} \left[ 60 \left( \frac{\varphi}{\Phi} \right) - 180 \left( \frac{\varphi}{\Phi} \right)^2 + 120 \left( \frac{\varphi}{\Phi} \right)^3 \right]$ $j = \frac{h\omega^3}{\Phi^3} \left[ 60 - 360 \left( \frac{\varphi}{\Phi} \right) + 360 \left( \frac{\varphi}{\Phi} \right)^2 \right]$	$s = h \left[ 1 - 10 \left( \frac{\varphi}{\Phi'} \right)^3 + 15 \left( \frac{\varphi}{\Phi'} \right)^4 - 6 \left( \frac{\varphi}{\Phi'} \right)^5 \right]$ $v = -\frac{h\omega}{\Phi'} \left[ 30 \left( \frac{\varphi}{\Phi'} \right)^2 - 60 \left( \frac{\varphi}{\Phi'} \right)^3 + 30 \left( \frac{\varphi}{\Phi'} \right)^4 \right]$ $a = -\frac{h\omega^2}{\Phi'^2} \left[ 60 \left( \frac{\varphi}{\Phi'} \right) - 180 \left( \frac{\varphi}{\Phi'} \right)^2 + 120 \left( \frac{\varphi}{\Phi'} \right)^3 \right]$ $j = -\frac{h\omega^3}{\Phi'^3} \left[ 60 - 360 \left( \frac{\varphi}{\Phi'} \right) + 360 \left( \frac{\varphi}{\Phi'} \right)^2 \right]$	

3. 几种常用运动规律的特点 从表 3-1 所示的运动线图, 可以看出以下几种常用运动规律的特点。

1) 等速运动规律。从动件在运动的起始和终止两个位置速度曲线有突变, 产生了理论值为无穷大的加速度, 从而使从动件突然产生了理论值为无穷大的惯性力, 机构将产生强烈冲击, 这种冲击称为刚性冲击。等速运动规律适用于低速轻载场合。

2) 等加速等减速运动规律。其加速度曲线在运动的起始、中间和终止位置产生有限突变, 但跃度值为无穷大, 表明加速度所产生的有限惯性力在一瞬间突然作用在机构上, 从而引起冲击, 这种冲击称为柔性冲击。等加速等减速运动规律适用于中速轻载场合。

3) 余弦加速度运动规律。在运动的起始和终止两个位置, 加速度曲线产生有限突变, 从而产生柔性冲击。当从动件作无停歇的升-降-升连续往复运动时, 加速度曲线变为连续曲线 (如图中虚线所示), 从而可以避免柔性冲击。余弦加速度运动规律适用于中速中载场合。

4) 正弦加速度运动规律。其速度曲线和加速度曲线均连续而无突变, 故既无刚性冲击也无柔性冲击。正弦加速度运动规律适用于高速轻载场合。

5) 3-4-5 次多项式运动规律。其速度曲线和加速度曲线均连续而无突变, 故既无刚性冲击也无柔性冲击。3-4-5 次多项式运动规律适用于高速中载场合。

## (二) 组合运动规律

在工程实际中, 对从动件的运动和动力特性的要求是多种多样的。为了克服单一运动规律的某些缺陷, 获得更好的运动和动力特性, 可以把几种运动规律曲线拼接起来, 构成组合运动规律。构成组合运动规律时, 可以根据凸轮机构工作性能指标, 选择一种基本运动规律作为主体, 再用其他类型的基本运动规律与其拼接。拼接时应遵循以下原则:

1) 位移曲线和速度曲线 (包括运动的起始点和终止点) 必须连续, 以避免刚性冲击。

2) 对于高速凸轮机构, 要求其加速度曲线 (包括运动的起始点和终止点) 也必须连续以避免柔性冲击。跃度曲线可以不连续, 但其突变必须为有限值。

因此, 当用不同运动规律组合时, 它们在连接点处的位移、速度和加速度值应分别相等, 这是运动规律组合时必须满足的边界条件。常用的组合运动规律有改进型等速运动规律、改进型正弦加速度运动规律、改进型梯形加速度运动规律等等。图 3-10 所示为两种改进型等速运动规律运动线图。图 3-10a 中, 位移曲线用切于停歇区的两段圆弧与直线拼接, 这种组合运动规律避免了刚性冲击, 但仍有柔性冲击。若要进一步改善凸轮机构的动力性能, 可用正弦加速度运动规律与等速运动规律的两端拼接, 这样的组合运动规律既无刚性冲击, 又无柔性冲击, 如

图 3-10b 所示。

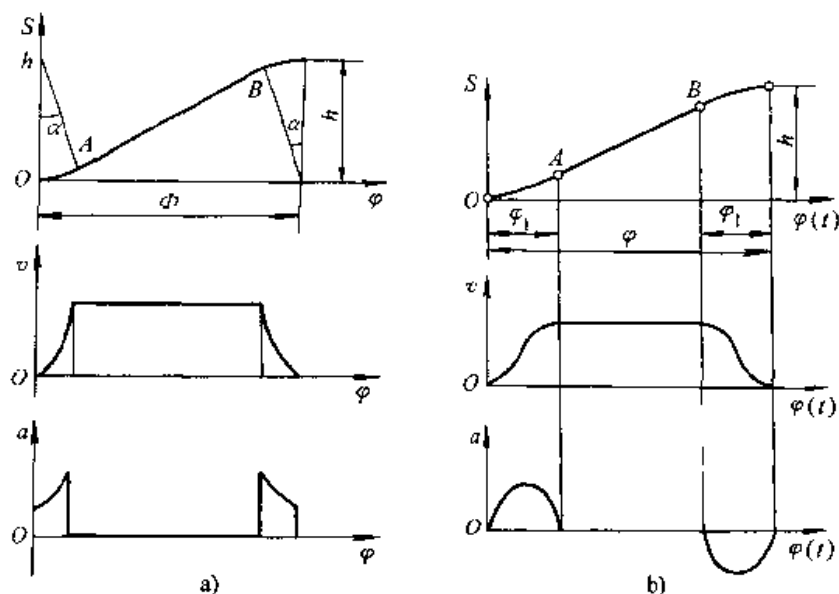


图 3-10 改进型等速运动规律

a) 圆弧与直线组合 b) 正弦加速度运动曲线与直线组合

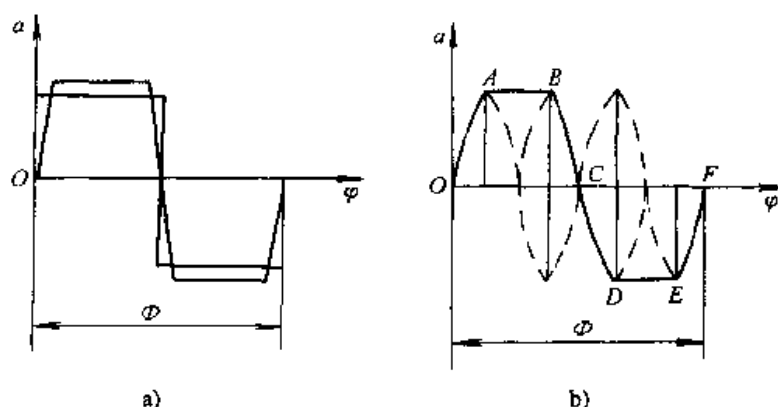


图 3-11 梯形加速度运动规律

a) 梯形加速度运动规律 b) 改进型梯形加速度运动规律

图 3-11a 所示为在等加速等减速运动规律的加速度突变处采用斜直线拼接，称为梯形加速度运动规律。由图可知，这种组合运动规律的加速度曲线无突变，避免了柔性冲击。若用正弦加速度曲线代替斜直线，则可以使加速度曲线光滑连续，如图 3-11b 所示。这种运动规律称为改进型梯形加速度运动规律，具有良好的动力性能，适用于高速轻载的场合。

### (三) 设计从动件运动规律时应考虑的问题

在设计从动件的运动规律时，必须首先了解机器的工作过程，满足机器的工

作要求,同时还应当考虑使凸轮机构具有良好的动力性能和便于加工制造等因素。选择或设计从动件运动规律,需要考虑的因素很多,其中主要有以下几个问题:

1) 当机器的工作过程对从动件的运动规律有特殊要求时,应从实现工作过程要求出发,设计其运动规律。例如,图 3-3 所示的自动车床控制刀架进给的凸轮机构,为了加工出表面光滑的零件,并使机床载荷稳定,要求进刀时刀具作等速运动,故从动件运动规律可以设计为等速运动规律或改进型等速运动规律。

2) 当机器的工作过程只要求从动件具有一定的工作行程,而对其运动规律无特殊要求时,从动件运动规律的设计具有较大的灵活性。对于低速凸轮机构,主要考虑便于加工;对于高速凸轮机构,则应首先考虑动力特性,以减小惯性力和冲击为依据来设计从动件运动规律。

3) 当机器对从动件的运动特性有特殊要求,而只用一种基本运动规律又难于满足这些要求时,可以考虑采用满足要求的组合运动规律。

4) 在设计从动件运动规律时,除了要考虑其冲击特性之外,还要考虑从动件的最大速度  $v_{\max}$ 、最大加速度  $a_{\max}$ 、最大跃度  $j_{\max}$ 。对于大质量的从动件系统,若其  $v_{\max}$  较大,则当从动件突然被阻止时,将产生很大的冲击力。另外  $v_{\max}$  越大,从动件系统的动能也大,对频繁起停的工作系统将降低其运动平稳性。因此,对这类从动件系统应选择最大速度  $v_{\max}$  较小的运动规律。从动件工作行程的最大加速度  $a_{\max}$  越大,则惯性力越大,由惯性力引起的动压力,对构件的强度、耐磨性的要求也越高。因此,对于高速凸轮机构,应当选择最大加速度  $a_{\max}$  较小的运动规律。最大跃度  $j_{\max}$  与惯性力变化率密切相关,它对从动件系统的振动和工作平稳性有直接影响,因此总希望其越小越好。

表 3-2 列出了几种常用运动规律的特性以及推荐的应用范围,供设计从动件运动规律时参考。

表 3-2 从动件常用运动规律特性比较及适用场合

运动规律	冲击特性	$v_{\max}/(h\omega/\Phi)$	$a_{\max}/(h\omega^2/\Phi^2)$	$j_{\max}/(h\omega^3/\Phi^3)$	适用场合
等速	刚性	1.00	$\infty$	—	低速轻载
等加、等减速	柔性	2.00	4.00	$\infty$	中速轻载
余弦加速度	柔性	1.57	4.93	$\infty$	中速中载
正弦加速度	无	2.00	6.28	39.5	高速轻载
3-4-5 次多项式	无	1.88	5.77	60.0	高速中载

### 三、盘形凸轮机构基本尺寸的设计

凸轮机构基本尺寸的设计,首先应当保证从动件能够准确实现预期运动规律,同时,还应使机构具有良好的动力性能和合理的结构尺寸。

#### (一) 移动从动件盘形凸轮机构基本尺寸的设计

1. 压力角与凸轮基圆的关系 压力角对凸轮机构的受力状况有直接影响,在运动规律选定之后,它主要取决于凸轮机构的基本结构尺寸。图 3-12 所示的偏置尖顶移动从动件盘形凸轮机构,从动件移动导路偏在凸轮转动轴心的右侧,偏距为  $e$ , 凸轮逆时针方向转动,角速度为  $\omega$ , 从动件移动速度为  $v$ , 机构压力角为  $\alpha$ 。从动件尖顶与凸轮轮廓曲线接触点为  $B$ , 过  $B$  点所作凸轮轮廓曲线的法线  $nn$  与过凸轮转动轴心所作从动件导路的垂线交于  $P$  点, 该点即为凸轮和从动件的相对速度瞬心。由瞬心定义可知,  $\omega \cdot OP = v_p = v$ , 则有  $OP = \frac{v}{\omega} = \frac{ds}{d\varphi}$ , 于是, 由图中  $\triangle BDP$  可得

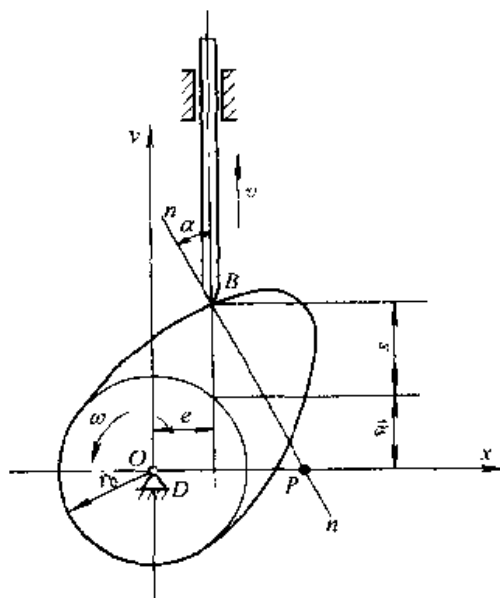


图 3-12 压力角与凸轮基圆的关系

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{ds/d\varphi + e}{s + \sqrt{r_b^2 - e^2}} \quad (3-8)$$

式中, 偏距  $e$  的正负号与从动件的偏置

方位有关。对心移动从动件盘形凸轮机构,  $e=0$ , 代入上式可得

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{ds/d\varphi}{s + \sqrt{r_b^2 - e^2}} \quad (3-9)$$

由式 (3-8)、式 (3-9) 可以看出, 移动从动件盘形凸轮机构的压力角  $\alpha$  与基圆半径  $r_b$ 、从动件的偏置方位和偏距  $e$  有关。为了设计出满足预期运动规律, 并且具有良好动力性能的凸轮机构, 必须合理地确定从动件的偏置方位和偏距  $e$  以及基圆半径  $r_b$ 。

2. 偏置方位和偏距  $e$  的确定 偏置方位的选择应有利于减小凸轮机构推程时的压力角, 以改善机构的传力性能。因此, 应当使从动件偏置在推程时瞬心  $P$  的位置的同一侧。需要指出的是, 若推程压力角减小, 则回程压力角将增大。但是由于推程是工作行程, 并且规定推程的许用压力角较小而回程的压力角较大, 所以在设计凸轮机构时, 如果压力角超过了许用值, 而机械的结构空间又不允许增大基圆半径以减小压力角, 则可以通过选取适当的从动件偏置方位来获得较小的推程压力角。

偏距  $e$  的确定既可以用图解法,也可以用解析法,但其确定过程比较繁琐,具体方法可参阅有关文献。

3. 凸轮基圆半径的确定 盘形凸轮的基圆半径主要受三个条件的限制:

- 1) 凸轮的基圆半径应大于凸轮轴的半径。
- 2) 最大压力角  $\alpha_{\max}$  应小于或等于许用压力角  $[\alpha]$ 。
- 3) 凸轮轮廓曲线的最小曲率半径  $\rho_{\min}$  大于零。

由式 (3-8) 可知,当其他条件不变时,增大基圆半径  $r_b$ ,可以减小压力角  $\alpha$ ,改善机构的传力性能,但却增大了机构的尺寸。因此,设计时应根据具体情况,合理确定基圆半径。

当要求机构具有紧凑的尺寸时,应当按许用压力角  $[\alpha]$  来确定凸轮的基圆半径  $r_b$ 。在这种情况下,当凸轮转动轴心的位置和从动件的正确偏置方位以及偏距  $e$  确定后,可将  $[\alpha]$  代入式 (3-8),由此可以得到

$$r_b \geq \sqrt{\left( \frac{ds/d\varphi - e}{\operatorname{tg} [\alpha]} - s \right)^2 + e^2} \quad (3-10)$$

在从动件的运动规律  $s=s(\varphi)$  确定后,  $\frac{ds}{d\varphi}$  也可求出,代入式 (3-10),可以求出一系列  $r_b$  值,选取其中的最大值作为凸轮的基圆半径即可。

工程上常常借助于诺模图来确定凸轮的最小基圆半径,这种方法快捷、方便、适用。图 3-13 所示为用于对心移动滚子从动件盘形凸轮机构的诺模图。它们既可以根据工作要求的许用压力角近似确定凸轮的最小基圆半径,也可以根据所选择的基圆半径来校核最大压力角是否超过了许用压力角。

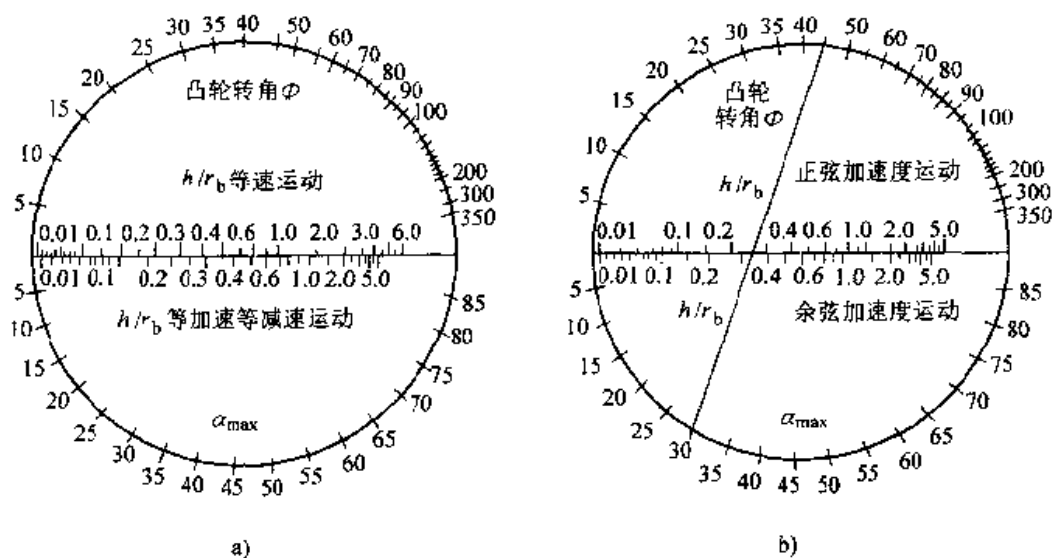


图 3-13 诺模图

a) 等速运动与等加速等减速运动 b) 正弦加速度运动与余弦加速度运动



例如, 欲设计一对心滚子移动从动件盘形凸轮机构, 要求当凸轮转过  $45^\circ$  时, 从动件以正弦加速度运动规律上升  $19\text{mm}$ , 要求推程压力角不超过  $30^\circ$ , 则可以利用图 3-13b 所给出的诺模图, 求出  $\varphi=45^\circ$  和  $\alpha_{\max}=30^\circ$  的两点, 然后用直线将其相连, 交正弦加速度运动规律的水平标尺于  $0.26$  处, 根据  $\frac{h}{r_b}=0.26$  和  $h=19\text{mm}$ , 即可求得凸轮的基圆半径  $r_b=73.08\text{mm}$ 。

一般可以根据结构和强度的需要初步选定凸轮基圆半径  $r_b$ 。由于凸轮安装到轴上时必须要有足够大的轮毂, 因此凸轮的基圆半径  $r_b$  应略大于轴的半径  $r_s$ , 可以按经验公式  $r_b \geq (1.6 \sim 2) r_s$  确定基圆半径, 然后根据式 (3-8) 校核压力角, 满足  $\alpha_{\max} \leq [\alpha]$  的条件。

由图 3-8 及式 (3-2) 可知, 凸轮机构的效率不仅与压力角有关, 还与从动件支承的悬臂长  $b$  及二支承间的距离  $l$  有关, 在设计时也要注意选择。还必须指出, 由式 (3-8) 可知, 压力角还与  $ds/d\varphi$  有关, 在工作升距  $h$  确定后,  $ds/d\varphi$  则与推程角  $\Phi$  有关。因此, 若推程角没有因多个运动协调关系而受到严格限制, 也可通过适当增大  $\Phi$  来获得较好的动力学特性。

至于平底移动从动件盘形凸轮机构中凸轮基圆半径的确定方法, 可参阅有关文献。

## (二) 摆动从动件盘形凸轮机构基本尺寸的设计

图 3-14 所示的摆动尖顶从动件盘形凸轮机构, 凸轮以等角速度  $\omega$  逆时针方向转动, 从动件与凸轮在  $B$  点接触。过  $B$  点作凸轮轮廓曲线的法线  $nn$  与凸轮转动轴心  $O_1$  和从动件摆动轴心  $O_2$  的连线  $O_1O_2$  交于  $P$ ,  $P$  点即为凸轮与从动件在此位置的相对速度瞬心。过  $O_2$  点作  $nn$  线的垂线, 垂足为  $Q$ , 则有

$$O_1P \frac{d\varphi}{dt} = O_2P \frac{d\psi}{dt}$$

$$\text{即 } O_1P = O_2P \frac{d\psi}{d\varphi}$$

由于

$$O_1P = L - O_2P = O_2P \frac{d\psi}{d\varphi}$$

$$\text{所以 } O_2P = \frac{L}{1 + d\psi/d\varphi}$$

由图可知,  $\angle BO_2Q = \alpha$ , 所以有

$$L \cos \alpha = O_2P \cos(\psi_0 + \psi - \alpha) = \frac{L}{1 + d\psi/d\varphi} \cos(\psi_0 + \psi - \alpha)$$

整理后得

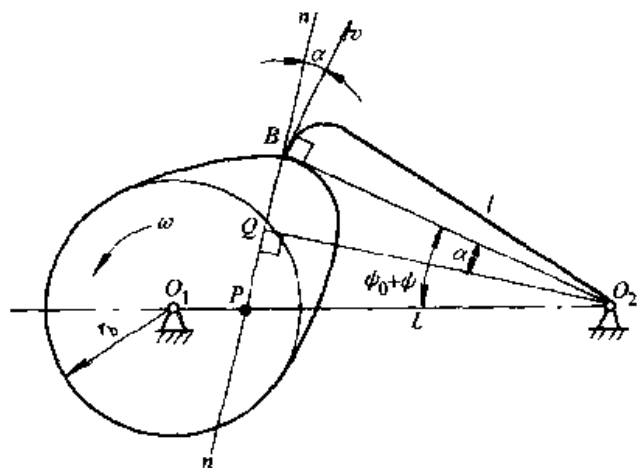


图 3-14 摆动从动件盘形凸轮机构

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{l(1 + d\psi/d\varphi)}{L \sin(\psi_0 - \psi)} - \frac{1}{\operatorname{tg}(\psi_0 + \psi)} \quad (3-11)$$

当凸轮顺时针方向转动时,用上述类似方法可以推导出压力角的计算公式为

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{l(1 - d\psi/d\varphi)}{L \sin(\psi_0 + \psi)} - \frac{1}{\operatorname{tg}(\psi_0 + \psi)} \quad (3-12)$$

式(3-11)、式(3-12)中,  $\psi_0$  为摆杆的初始角,其值为  $\psi_0 = \arccos \left( \frac{L^2 + l^2 - r_b^2}{2Ll} \right)$ ,  $L$  为中心距,  $l$  为摆杆长。

由式(3-11)、式(3-12)可知,摆动从动件盘形凸轮机构的压力角与从动件的运动规律、摆杆长度、基圆半径及中心距有关,且各参数之间关系复杂。当用计算机进行设计时,可以按具体结构所允许的条件,选定基圆半径和中心距。当  $l$ 、 $\psi_0$  和从动件规律已知时,可通过改变摆杆长度  $l$  来调整压力角,使之满足许用压力角的要求。在改变摆杆的长度时,为了不使基圆半径小于所选取的初始值,可设定摆杆在起始位置时与基圆半径垂直,由此可得  $l = \sqrt{L^2 - r_b^2}$ ,  $\operatorname{tg} \psi_0 = r_b/l$ , 从而求出摆杆初始长度  $l$  和摆杆的初始角  $\psi_0$ , 然后计算凸轮轮廓曲线上各点的压力角,并进行校核,以满足  $\alpha_{\max} \leq [\alpha]$  的条件。否则,可以调整摆杆长度  $l$  重复计算和校核。若摆杆长  $l$  超过某一规定值,还可以增大基圆半径的初始值,重新计算  $l$  和  $\psi_0$ , 直至满足要求为止。

## 第五节 平面凸轮轮廓曲线的设计

### 一、凸轮轮廓曲线设计的反转法原理

在凸轮机构的运动学参数和基本尺寸的设计完成之后,就可以进行凸轮轮廓曲线的设计了。凸轮轮廓曲线的设计方法有作图法和解析法,为便于建立设计模型,它们都应用反转原理(或转换机构法)。如图 3-15a 所示对心尖顶移动从动件盘形凸轮机构,当凸轮绕轴  $O$  以等角速度  $\omega$  顺时针方向转动时,将推动从动件按预期的运动规律运动。现在设想给整个机构加上一绕凸轮轴心  $O$  转动的公共角速度  $(-\omega)$ 。这时,凸轮与从动件之间的相对运动保持不变,但凸轮将静止不动成为机架,而从动件将一方面随原静止不动的导路以角速度  $(-\omega)$  绕凸轮轴心  $O$  转动,同时又在导路中按预期的运动规律作相对移动。由于从动件尖顶在运动过程中始终与凸轮轮廓曲线保持接触,所以它在上述复合运动中的轨迹就是凸轮轮廓曲线。

根据反转法原理,在设计凸轮轮廓曲线时,可以让凸轮静止不动,而让从动件相对于凸轮轴心  $O$  作反转运动,如图 3-15a 所示。同时,又令从动件相对其导

路按图 3-15d 所给定的运动规律作往复移动, 即凸轮转过  $\varphi_1$  角时, 相应地从动件也反转  $\varphi_1$  角, 其尖顶位于点  $1'$ ; 凸轮转过  $\varphi_2$  角时, 相应地从动件也转过  $\varphi_2$  角, 其尖顶位于点  $2'$ , ……。将从动件尖顶在反转运动中到达的  $1'$ 、 $2'$ 、 $3'$ 、…等点连成光滑的曲线, 即为所求的凸轮轮廓曲线。

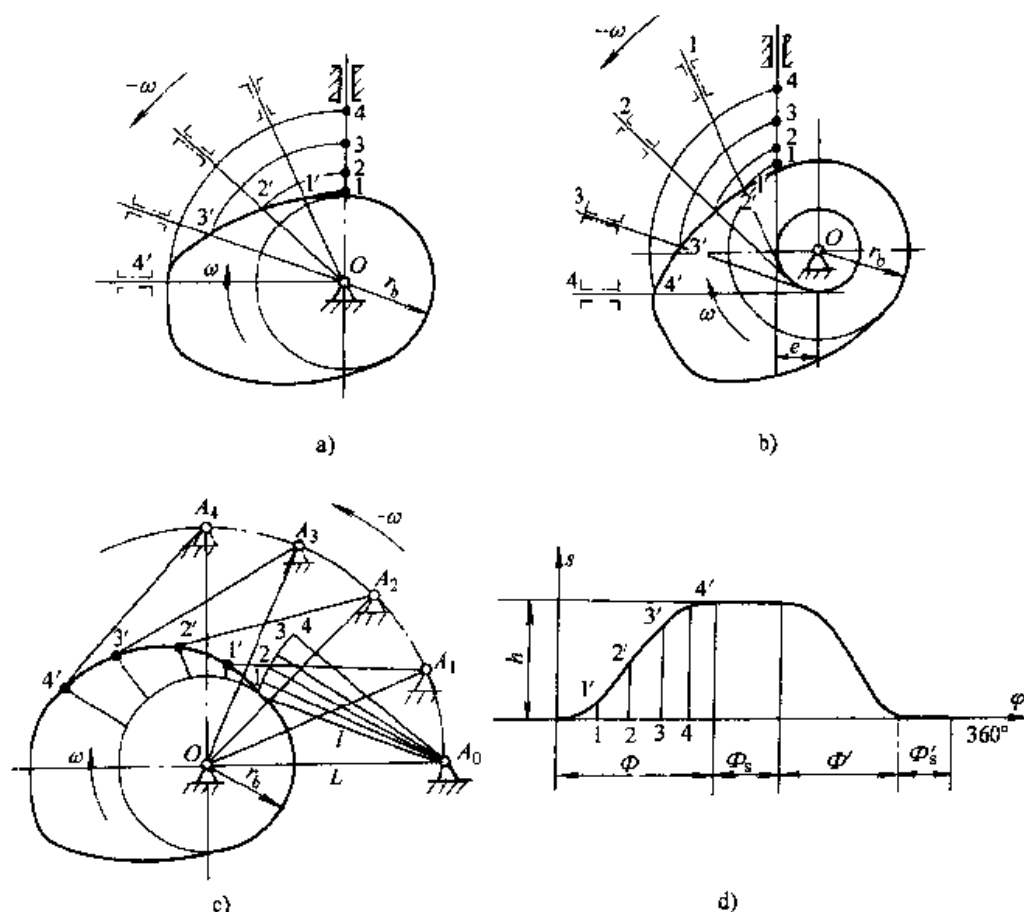


图 3-15 凸轮轮廓曲线设计的反转法原理

a) 对心式移动从动件 b) 偏置式移动从动件 c) 摆动从动件 d) 位移曲线

图 3-15b 所示为偏置尖顶移动从动件盘形凸轮轮廓曲线设计的反转法原理图。在反转过程中, 从动件移动导路的中心线应始终与半径为  $e$  的偏距圆相切, 同时, 从动件还应按图 3-15d 所示的运动规律相对于导路移动。在此过程中, 从动件的尖顶依次到达  $1'$ 、 $2'$ 、 $3'$ 、…等点位置, 连接这些点的光滑曲线, 即为所求的凸轮轮廓曲线。

图 3-15c 所示为尖顶摆动从动件盘形凸轮轮廓曲线设计的反转法原理图。反转时, 令摆动从动件的摆动中心  $A_0$  沿  $(-\omega)$  方向依次到达  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 、…等点 ( $\angle A_0OA_1$ 、 $\angle A_0OA_2$ 、 $\angle A_0OA_3$  等与图 3-15d 中横坐标上  $1$ 、 $2$ 、 $3$ 、…等点所表示的凸轮转角值分别相等) 位置, 同时, 摆动从动件还应按图 3-15d 所给定的运动规

律摆动(这时,图 3-15d 的纵坐标表示从动件的摆角  $\psi$ ),使摆杆尖顶依次到达  $1'$ 、 $2'$ 、 $3'$ 、...等点位置,连接这些点的光滑曲线,即为所求的凸轮轮廓曲线。

随着机械不断朝着高速、精密、自动化的方向发展以及 CAD、CAM 技术的广泛应用,凸轮轮廓曲线设计的作图法因其繁琐和误差较大的缺点,已逐渐失去实用价值。而解析法由于具有计算精度高、速度快,适合于凸轮在数控机床上加工的优点,获得了广泛的应用。

## 二、平面凸轮轮廓曲线设计的解析法

用解析法设计凸轮轮廓曲线,就是根据凸轮机构的运动学参数和基本尺寸的设计结果,求出凸轮轮廓曲线的方程,利用计算机精确地计算出凸轮轮廓曲线上各点的坐标值。下面以几种凸轮机构为例,介绍凸轮轮廓曲线设计的解析法。

### (一) 尖顶从动件盘形凸轮机构

1. 尖顶移动从动件盘形凸轮机构 图 3-16 所示为一偏置尖顶移动从动件盘形凸轮机构。已知从动件运动规律  $s=s(\varphi)$ ,从动件移动导路偏在凸轮转动轴心  $O$  的右侧,偏距为  $e$ ,凸轮以角速度  $\omega$  逆时针方向转动。如图 3-16 所示,建立直角坐标系  $Oxy$ ,  $B_0$  点为从动件处于推程起始位置时尖顶所处的位置。当凸轮转过  $\varphi$  角后,从动件的位移为  $s$ 。根据反转法原理作图,由图中可以看出,此时尖顶将位于  $B$  点,该点的直角坐标为

$$\left. \begin{aligned} x_B &= (s_0 + s) \sin \varphi + e \cos \varphi \\ y_B &= (s_0 + s) \cos \varphi - e \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (3-13)$$

式中,  $e$  为偏距,  $s_0 = \sqrt{r_b^2 - e^2}$

式(3-13)即为尖顶移动从动件盘形凸轮轮廓曲线方程。式中,若从动件导路偏在  $y$  轴的右侧,则  $e > 0$ ,否则,  $e < 0$ ;

若为对心移动从动件,  $e = 0$ 。此外,式中的凸轮转角  $\varphi$  也有正负之分。若凸轮逆时针方向转动,则  $\varphi > 0$ ,否则,  $\varphi < 0$ 。

2. 尖顶摆动从动件盘形凸轮机构 图 3-17 所示为一尖顶摆动从动件盘形凸轮机构,凸轮转动轴心  $O$  与从动件摆动轴心  $A_0$  之间的中心距为  $L$ ,摆杆长度为  $l$ ,凸轮以角速度  $\omega$  逆时针方向转动。如图 3-17 所示,建立直角坐标系  $Oxy$ ,  $B_0$  点为从动件处于推程起始位置时尖顶所处的位置。当凸轮转过  $\varphi$  角后,从动件的角位移为  $\psi$ 。根据反转法原理作图,由图中可以看出,此时尖顶将位于  $B$  点,该点的直角坐标为

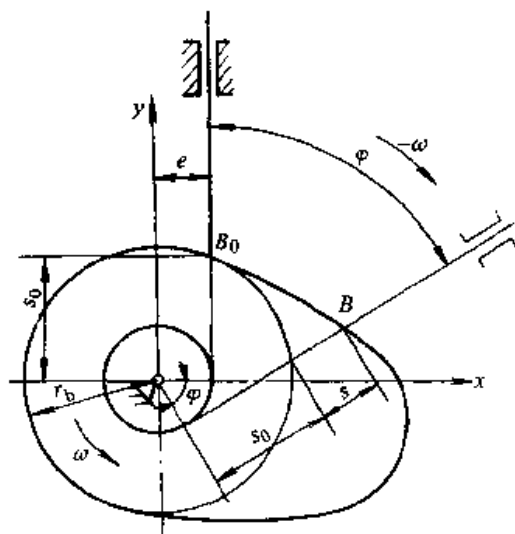


图 3-16 偏置尖顶移动从动件盘形凸轮机构

$$\left. \begin{aligned} x_B &= L \sin \varphi - l \sin(\varphi + \psi_0 + \psi) \\ y_B &= L \cos \varphi - l \cos(\varphi - \psi_0 + \psi) \end{aligned} \right\} \quad (3-14)$$

式(3-14)即为尖顶摆动从动件盘形凸轮轮廓曲线方程,该方程是在凸轮转动方向与从动件在推程的摆动方向相同,且均为逆时针转动时导出的。角度 $\varphi$ 、 $(\psi_0 + \psi)$ 都是代数值,转角 $\varphi$ 的正、负号规定与前述相同;摆杆在推程中逆时针方向摆动时, $(\psi_0 + \psi) > 0$ ;否则, $(\psi_0 + \psi) < 0$ 。

## (二) 滚子从动件盘形凸轮机构

1. 滚子移动从动件盘形凸轮机构 图3-18为偏置滚子移动从动件盘形凸轮机构,图中, $B_0$ 点为从动件处于推程起始位置时滚子中心所处的位置。凸轮转过 $\varphi$ 角后,从动件的位移为 $s$ 。建立直角坐标系 $Oxy$ ,如图所示。根据反转法原理作图,由图中可以看出,此时滚子中心将位于 $B$ 点。由于滚子中心 $B$ 是从动件上的一个铰接点,该点的运动规律就是从动件的运动规律。因此,可以将滚子中心视为尖顶从动件的尖顶,建立凸轮轮廓曲线方程。

1) 理论轮廓线曲线方程。按前述处理尖顶移动从动件盘形凸轮轮廓曲线的方法,可以建立与式(3-18)相同的凸轮轮廓曲线方程,称为凸轮的理论轮廓曲线方程, $B$ 点的轨迹曲线,称为滚子从动件凸轮的理论轮廓曲线 $\eta$ 。应当指出,在滚子从动件盘形凸轮机构的设计中, $r_0$ 指的是理论轮廓曲线的最小向径。

2) 实际轮廓线曲线方程。以凸轮的理论轮廓线上各点为圆心,以滚子的半径 $r_r$ 为半径,作一系列滚子圆,然后作这族滚子圆的内包络线 $\eta'$ ,即为滚子从动件凸轮的工作轮廓曲线,称为滚子从动件凸轮的实际轮廓曲线。这时滚子与实际轮廓曲线 $\eta'$ 的接触点 $A$ ,必处于理论轮廓线 $\eta$ 上,且在对应滚子中心 $B$ 点的法线上,故将 $\eta'$ 称为 $\eta$ 的等距曲线。在各点法线上均相差滚子半径 $r_r$ ,据此,可以方便

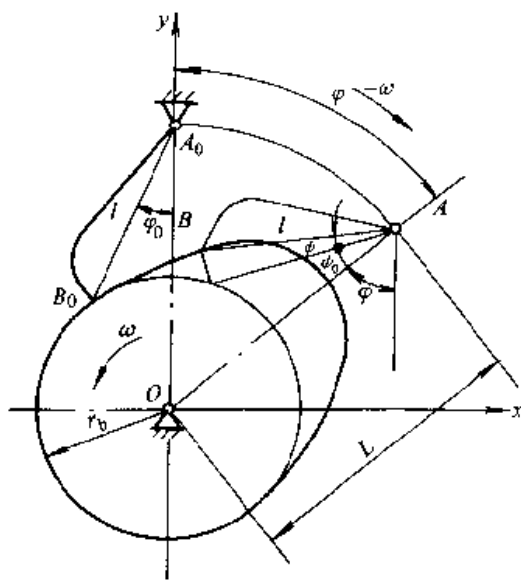


图 3-17 摆动从动件盘形凸轮机构

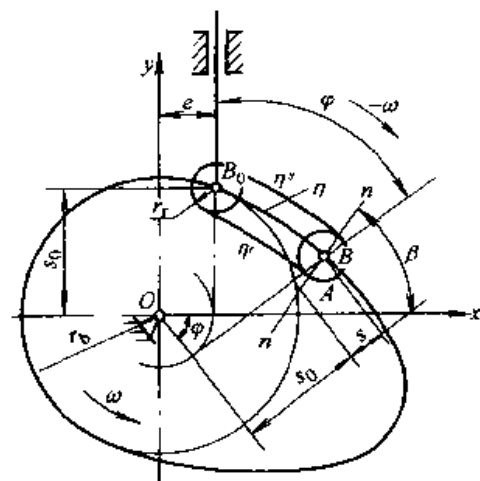


图 3-18 偏置滚子从动件盘形凸轮机构

地由理论廓线求得实际廓线方程。具有凹槽的凸轮, 有两条实际轮廓曲线  $\eta'$  和  $\eta''$ , 如图 3-18 所示。

由高等数学可知, 曲线上任一点的法线斜率与该点的切线斜率互为负倒数, 故理论轮廓曲线上  $B$  点处的法线  $mn$  的斜率为

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{dx_B}{-dy_B} = \frac{dx_B/d\varphi}{-dy_B/d\varphi} \quad (3-15)$$

式中,  $dx_B/d\varphi$ 、 $dy_B/d\varphi$  可由式 (3-13) 求得。

应当注意,  $\beta$  角在  $0^\circ \sim 360^\circ$  之间变化,  $\beta$  角具体属于哪个象限, 可以根据式 (3-15) 中分子、分母的值的正、负号来判断。由图 3-18 可以看出, 在已知  $B$  点座标  $x_B$ 、 $y_B$  并求出  $\beta$  角后, 实际轮廓曲线上对应点  $A$  的直角坐标为

$$\left. \begin{aligned} x_A &= x_B \mp r_r \cos \beta \\ y_A &= y_B \mp r_r \sin \beta \end{aligned} \right\} \quad (3-16)$$

式中,  $\sin \beta$ 、 $\cos \beta$  可由式 (3-15) 求出, 即

$$\sin \beta = \frac{dx_B/d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{dx_B}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dy_B}{d\varphi}\right)^2}}$$

将其表达式代入式 (3-16) 可得

$$\left. \begin{aligned} x_A &= x_B \pm r_r \frac{dy_B/d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{dx_B}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dy_B}{d\varphi}\right)^2}} \\ y_A &= y_B \mp r_r \frac{dx_B/d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{dx_B}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dy_B}{d\varphi}\right)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (3-17)$$

式 (3-17) 即为凸轮实际轮廓曲线方程, 上面一组加减号表示内包络线  $\eta'$ , 下面一组加减号表示外包络线  $\eta''$ 。

2. 滚子摆动从动件盘形凸轮机构 图 3-19 所示为一滚子摆动从动件盘形凸轮机构。按前述处理尖顶摆动从动件盘形凸轮轮廓曲线的方法, 可以建立与式 (3-14) 完全相同的凸轮理论轮廓曲线方程, 凸轮的实际轮廓曲线方程的形式与式 (3-17) 完全一样, 只是  $dx_B/d\varphi$ 、 $dy_B/d\varphi$  由式 (3-14) 求得。

(三) 平底移动从动件盘形凸轮机构

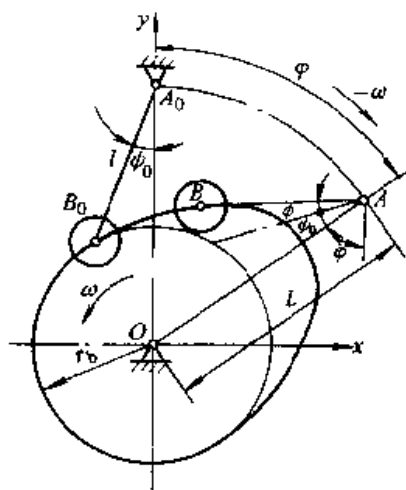


图 3-19 滚子摆动从动件盘形凸轮机构

在平底移动从动件盘形凸轮机构中, 从动件的平底通常垂直于从动件移动导路, 其凸轮的实际轮廓曲线是平底一系列位置 (即一族直线) 的包络线。这种凸轮机构的从动件偏置与否, 都不影响凸轮轮廓曲线的形状, 设计时一般按对心从动件进行。

图 3-20 所示为一对心平底移动从动件盘形凸轮机构。建立直角坐标系  $Oxy$  如图所示。从动件处于推程起始位置时, 与凸轮在  $B_0$  点接触。当凸轮沿逆时针方向转过  $\varphi$  角时, 从动件的位移为  $s$ 。根据反转法原理作图, 由图中可以看出, 凸轮与从动件在  $B$  点接触,  $P$  点为该位置时凸轮与从动件的相对速度瞬心。因此, 从动件的速度为

$$v = v_P = OP \cdot \omega$$

$$\text{即} \quad OP = \frac{v}{\omega} = \frac{ds}{d\varphi}$$

由图 3-20 可知,  $B$  点的直角坐标为

$$\left. \begin{aligned} x_B &= (r_b + s) \sin \varphi + \frac{ds}{d\varphi} \cos \varphi \\ y_B &= (r_b + s) \cos \varphi - \frac{ds}{d\varphi} \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (3-18)$$

式 (3-18) 即为凸轮的实际廓线方程。

### 三、刀具中心轨迹计算

当在数控铣床上铣削凸轮, 或者用线切割机加工凸轮, 以及在凸轮磨床上磨削凸轮时, 通常需要给出刀具中心的直角坐标值。对于滚子从动件盘形凸轮, 通常都尽可能采用直径和滚子相同的刀具。这时, 刀具中心轨迹与凸轮理论轮廓曲线重合。所以在凸轮工作图上只需要标注理论轮廓曲线和实际轮廓曲线的坐标值, 供加工和检验时使用。如果用直径大于滚子直径的铣刀或砂轮来加工凸轮, 或者在线切割机上用钼丝 (其直径远小于滚子直径) 加工凸轮时, 刀具中心轨迹不再与凸轮理论轮廓曲线重合。所以在凸轮工作图上还应标注刀具中心轨迹的坐标值, 以供加工时使用。

#### (一) 滚子从动件盘形凸轮机构

由图 3-21 可以看出, 刀具中心轨迹是一条与凸轮实际轮廓曲线处处相差一个刀具半径  $r_c$  的等距曲线。因此, 如以  $|r_c - r_r|$  为半径作一系列滚子圆, 则当  $r_c > r_r$  时, 刀具中心的轨迹  $\eta_c$  相当于以理论轮廓曲线  $\eta$  上的各点为圆心, 以  $(r_r - r_c)$  为半径所作一系列滚子圆的外包络线; 当  $r_c < r_r$  时, 刀具中心的轨迹  $\eta_c$  相当于以理

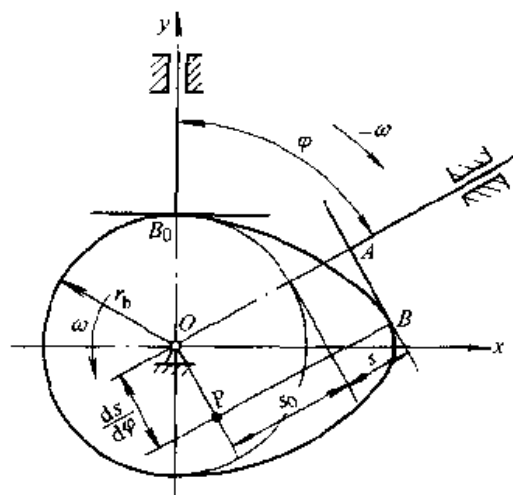


图 3-20 对心平底移动从动件盘形凸轮机构

论轮廓曲线  $\eta$  上的各点为圆心, 以  $(r_r - r_c)$  为半径所作一系列滚子圆的内包络线。因此, 只要用  $|r_c - r_r|$  代替  $r_r$ , 便可以由式 (3-17) 得到刀具轨迹中心直角坐标方程

$$\left. \begin{aligned} x_c &= x_B \pm |r_c - r_r| \frac{dy_B/d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{dx_B}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dy_B}{d\varphi}\right)^2}} \\ y_c &= y_B \mp |r_c - r_r| \frac{dx_B/d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{dx_B}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dy_B}{d\varphi}\right)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (3-19)$$

当  $r_c > r_r$  时, 取下面一组加减号; 当  $r_c < r_r$  时, 取上面一组加减号。

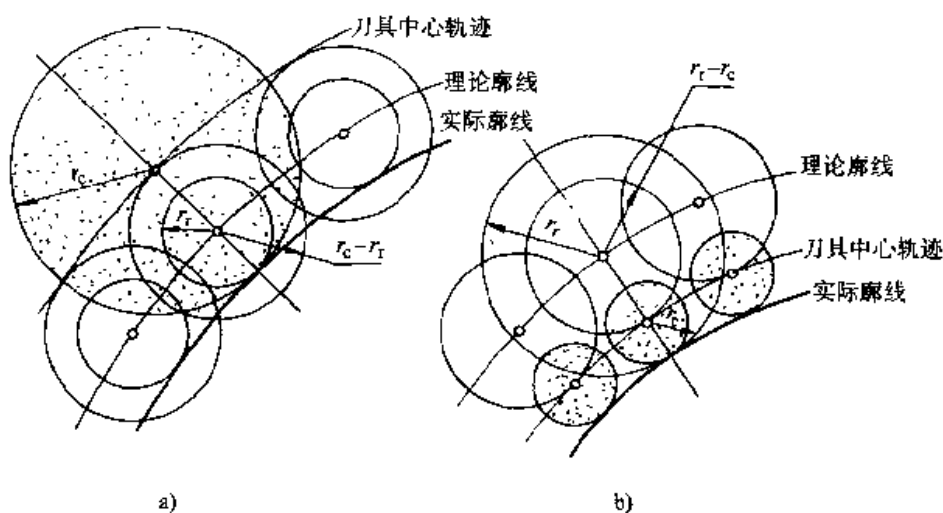


图 3-21 滚子从动件盘形凸轮的加工

a) 刀具直径大于滚子直径 b) 刀具直径小于滚子直径

## (二) 平底移动从动件盘形凸轮机构

平底移动从动件盘形凸轮机构的凸轮可以用砂轮的端面磨削, 也可以用铣刀、砂轮或钼丝的外圆加工。

1. 用砂轮的端面加工凸轮 图 3-22 中, 平底上的 A 点即为刀具中心。由图可知, 其直角坐标形式的轨迹方程为

$$\left. \begin{aligned} x_A &= (r_b + s) \sin \varphi \\ y_A &= (r_b + s) \cos \varphi \end{aligned} \right\} \quad (3-20)$$

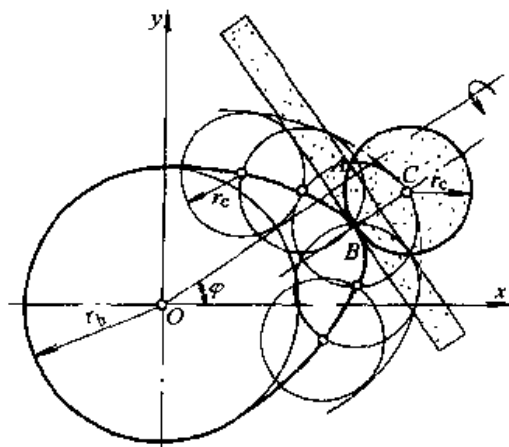


图 3-22 平底从动件盘形凸轮的加工



2. 用圆形刀具加工凸轮 如图3-22所示, 由于在加工过程中, 刀具的外圆总是与凸轮的实际轮廓曲线相切, 因此, 刀具中心的运动轨迹是凸轮实际轮廓曲线的等距曲线, 根据图3-22和式(3-13), 可以得到刀具轨迹中的直角坐标方程

$$\left. \begin{aligned} x_c &= x_s + r_c \sin \varphi = (r_b + s) \sin \varphi + \frac{ds}{d\varphi} \cos \varphi + r_c \sin \varphi \\ y_c &= y_s + r_c \cos \varphi = (r_b + s) \cos \varphi - \frac{ds}{d\varphi} \sin \varphi + r_c \cos \varphi \end{aligned} \right\} \quad (3-21)$$

## 第六节 凸轮机构从动件的设计

凸轮机构是通过从动件按预期的规律运动来实现工作要求的, 因此, 从动件的设计是凸轮机构设计中的一个重要环节。例如, 从动件高副元素的形状、从动件与凸轮轮廓维持接触的方式、滚子从动件的滚子直径、平底从动件的平底宽度等的确定, 与凸轮机构的工作场合、工作性能、从动件的运动规律等方面的要求密切相关。下面对凸轮机构从动件设计的主要问题进行讨论。

### 一、从动件高副元素形状的选择

一般地说, 平面凸轮可以采用尖顶、滚子、平底等形状从动件, 而空间凸轮机构通常只能采用滚子从动件。从动件高副元素形状的选择还应当考虑凸轮机构的工作场合。例如, 尖顶从动件结构简单, 可以与任何形状的轮廓线实现精确的接触, 从而实现预期的运动规律, 但由于在凸轮表面和从动件接触处容易产生过大的磨损, 因此只适用于传递运动的凸轮机构, 如仪器仪表中的凸轮机构。为了减少磨损, 在条件允许的情况下, 也可以将从动件的形状作成球面, 这在一定程度上克服了尖顶的缺点, 在生产中应用较多。

在很多情况下采用滚子从动件是一个恰当的选择, 因为滚子从动件具有摩擦磨损小、承载能力较高的特点。工程中常采用向心球轴承作为滚子, 也可以用滚针轴承或圆柱形套筒作为滚子。航空发动机的凸轮机构大都采用滚子从动件, 因为航空发动机的凸轮圆周速度大, 采用其他形式的从动件将使磨损过大。但是, 在汽车、拖拉机中, 采用滚子从动件却不一定恰当。因为发动机的空间位置有限, 滚子销轴的强度又比较低, 并且轴承润滑困难。

平底从动件具有润滑状况好、受力平稳、传动效率高的优点, 在许多高速重载场合得到应用, 例如汽车发动机的配气凸轮机构等等。当然, 这时要求凸轮轮廓全部是外凸的。此外, 由于受许可的相对滑动速度的限制, 平底从动件仅适用于小凸轮。

### 二、从动件滚子半径及平底宽度的确定

#### (一) 滚子半径的确定

在滚子从动件盘形凸轮机构中, 滚子半径对凸轮实际轮廓曲线的形状有直接影响, 如果滚子半径选择不当, 会使从动件不能准确地实现预期的运动规律。

如图 3-23 所示,  $b$  为凸轮理论轮廓曲线,  $a$  为实际轮廓曲线。理论轮廓曲线曲率半径  $\rho$ 、实际轮廓曲线曲率半径  $\rho_a$  与滚子半径  $r_r$  有下列关系:

当凸轮轮廓曲线内凹时 (如图 3-23a 所示)

$$\rho_a = \rho + r_r \quad (3-22)$$

这时,  $\rho_a$  总是大于  $\rho$ , 因此, 无论滚子半径的大小如何, 实际轮廓曲线总可以根据理论轮廓曲线作出。

当凸轮轮廓曲线外凸时

$$\rho_a = \rho - r_r \quad (3-23)$$

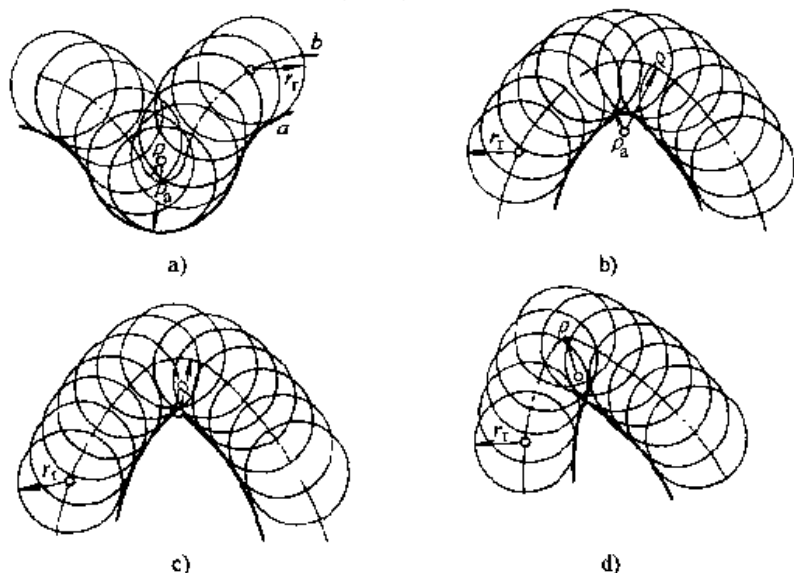


图 3-23  $\rho_a$  与  $\rho$  及  $r_r$  的关系

a) 凸轮轮廓曲线内凹 b) 凸轮轮廓曲线外凸 ( $\rho_a > 0$ )  
c) 凸轮轮廓曲线外凸 ( $\rho_a = 0$ ) d) 凸轮轮廓曲线外凸 ( $\rho_a < 0$ )

这时有以下三种情况:

1)  $\rho > r_r$ 。这时,  $\rho_a > 0$ , 可以根据理论轮廓曲线作出光滑的实际轮廓曲线, 如图 3-23b 所示。

2)  $\rho < r_r$ 。这时,  $\rho_a < 0$ , 实际轮廓曲线将出现交叉, 如图 3-23d 所示。在加工时, 交点以外的部分将会被切去, 致使从动件无法准确实现预期的运动规律, 这种现象称为运动失真。

3)  $\rho = r_r$ 。这时,  $\rho_a = 0$ , 实际轮廓曲线将出现尖点, 如图 3-23c 所示。由于尖点处极易磨损, 凸轮工作一段时间后也会出现运动失真现象。

为了避免运动失真, 减小应力集中和磨损, 设计时应保证实际轮廓曲线的最小曲率半径  $\rho_{amin}$  满足

$$\rho_{amin} = \rho_{min} - r_r \geq 3\text{mm}$$

即

$$r_r \leq \rho_{min} - 3\text{mm}$$

式中,  $\rho_{\min}$  为理论轮廓曲线的最小曲率半径。

另一方面, 从强度、结构等因素考虑, 滚子半径也不能太小。如果直接采用滚动轴承作为滚子, 还应考虑滚动轴承的标准尺寸, 当不能满足式上式时, 应增大基圆半径重新设计。

由高等数学可知, 用参数方程表示曲线上任一点的曲率半径计算公式为

$$\rho = \frac{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}}{\dot{x}\ddot{y} - \ddot{x}\dot{y}} \quad (3-24)$$

式中,  $\dot{x} = dx/d\varphi$ ,  $\ddot{x} = d^2x/d\varphi^2$ ,  $\dot{y} = dy/d\varphi$ ,  $\ddot{y} = d^2y/d\varphi^2$ , 可由式 (3-13)、式 (3-14) 逐次求导得到, 然后利用计算机对凸轮理论轮廓曲线逐点进行计算, 确定出  $\rho_{\min}$ 。

### (二) 平底宽度的确定

设计平底从动件凸轮机构, 要保证从动件的平底与凸轮轮廓始终正常接触, 这就需要平底的宽度足够大, 否则也会引起运动失真现象。由图 3-20 可知, 从动件平底与凸轮的接触点并不总是在从动件移动导路中心线上, 而且接触点  $B$  同导路中心线与平底的交点  $A$  的距离和方位随机机构的运动不断变化。因此, 为了保证从动件平底与凸轮的正常接触, 平底左、右两侧的最小宽度应大于  $B$  点和  $A$  点之间的最大距离, 当  $B$  点位于  $A$  点右侧时, 这一最大距离为  $\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)_{\max}$ ; 当  $B$  点位于  $A$  点左侧时, 这一最大距离为  $\left|\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)_{\min}\right|$ 。于是, 平底的宽度  $b$  满足

$$b > \left(\frac{ds}{d\varphi}\right)_{\max} + \left|\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)_{\min}\right| \quad (3-25)$$

### 三、封闭形式的选择

在凸轮机构中, 必须采取一定的措施使从动件与凸轮之间始终保持接触 (封闭), 常用的封闭方式有力封闭和形封闭。力封闭通常又可以分为利用从动件系统自身的重力实现封闭和利用弹簧力实现封闭两种情况。

力封闭的优点是凸轮轮廓制造比较方便, 在机构运转过程中具有自适应性, 使两构件可以始终实现无间隙的传动。利用从动件系统自身的重力实现封闭只适用于低速场合, 否则, 将会因为从动件系统的惯性力而抵消重力的作用, 从而产生从动件与凸轮脱离接触的现象, 使从动件的运动失去控制。即使采用弹簧力进行封闭, 当凸轮转速较高时, 也可能出现这种现象。因此, 应当对弹簧进行仔细的设计与校核。此外, 弹簧力的作用使机构在推程时增加了额外的负荷, 这也是采用力封闭的一个不利因素。

形封闭克服了从动件与凸轮脱离接触的现象, 能够可靠地实现封闭。通常采用在凸轮表面加工出沟槽或特殊形式的从动件来实现封闭。沟槽凸轮适合采用滚子从动件。为了使滚子在沟槽中能绕自身轴线转动, 沟槽与滚子之间必须留有间

隙。但是这种间隙会使从动件丧失理想约束, 出现滚子不时的改变滚动方向, 有时甚至会出现某种颤动现象。因此, 这种封闭方式不适用于高速场合。为了实现无间隙的接触, 同时避免因双面接触出现的阻转现象, 可采用如图 3-24 所示结构。形封闭的凸轮机构还存在一些其他缺点, 例如在等宽凸轮和等径凸轮机构中, 从动件运动规律的选择被限制在  $180^\circ$  范围内; 共轭凸轮机构的结构复杂, 制造精度要求较高等等。

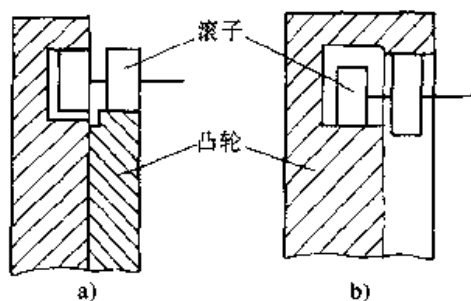


图 3-24 消除了接触间隙的形封闭凸轮机构  
a) 组合式凸轮 b) 整体式凸轮

## \* 第七节 空间凸轮机构及高速凸轮机构简介

### 一、空间凸轮机构简介

凸轮与从动件之间的相对运动为空间运动时, 称为空间凸轮机构, 从动件的运动方式有往复移动和往复摆动, 空间凸轮机构可以使从动件具有较大的行程, 或者使从动件实现一些特殊的运动规律, 从而得到广泛应用。空间凸轮的轮廓都是复杂的空间曲面, 根据从动件的运动规律计算轮廓的空间坐标, 是一项比较繁杂的工作。另外, 从制造的角度出发, 通常也没有必要按空间曲面的坐标进行加工。因此, 在常规的空间凸轮设计中, 常常采用近似方法, 例如将圆柱凸轮的圆柱面展开成矩形平面, 而将圆锥凸轮的圆锥面展开成扇形平面等等, 然后按平面凸轮轮廓曲线的设计方法, 计算展开的轮廓曲线坐标。本节对一些典型的空间凸轮机构的应用特点进行介绍。

#### (一) 圆柱凸轮机构

图 3-3 给出了一个滚子摆动从动件圆柱凸轮机构的应用实例。图 3-25 所示为一种圆柱分度凸轮机构, 主动轮为具有曲线凸脊的圆柱凸轮, 从动件为均布柱销的圆盘。凸轮转动时, 通过其曲线凸脊拨动柱销, 使从动件作分度(间隙)运动。这种机构在香烟、火柴包装和拉链嵌齿机等自动机械中得到广泛应用, 分度精度可达  $30''$ , 分度频率可高达每分钟 1500 次左右。

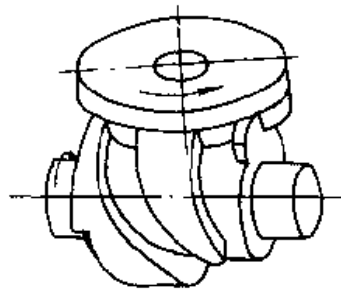


图 3-25 圆柱凸轮机构

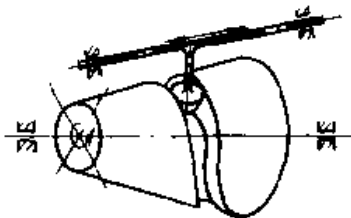


图 3-26 圆锥凸轮机构

#### (二) 圆锥凸轮机构

如图 3-26 所示, 凸轮为相对于机架作定轴

转动的圆锥形构件，从动件可以作往复移动或摆动。这种凸轮因其轮廓加工比较困难而应用较少。圆锥凸轮的特点是在有限的空间中改变所需要的从动件的运动方向。

### （三）弧面凸轮机构

如图 3-27a 所示，凸轮为相对于机架作定轴转动的凸腹鼓形构件，也可以是凹腹鼓形构件，从动件可以作往复移动或摆动。图 3-27b 所示为一种弧面分度凸轮机构，凸轮转动时，使从动件作分度（间隙）运动。这种机构可以在高速下承受较大的载荷，运转平稳，噪声和振动都很小，在高速冲床、多色印刷机和包装机等自动机械中得到广泛应用，分度频率高达每分钟 2000 次左右，分度精度达  $15''$ 。

### （四）球面凸轮机构

如图 3-28 所示，凸轮象切掉一部分的回转凸球，凸轮的轴线与从动件的轴线相交，凸轮转动，从动件作定轴摆动。这种凸轮机构在特殊情况下才被采用。

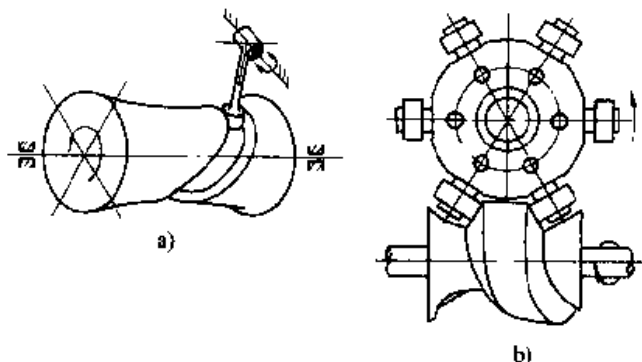


图 3-27 弧面凸轮机构

a) 凸腹鼓形凸轮 b) 凹腹鼓形凸轮

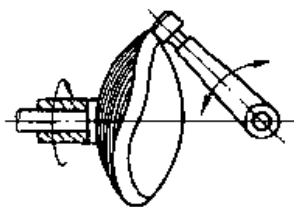


图 3-28 球面凸轮

## 二、高速凸轮机构简介

对于一般凸轮机构的设计，整个机构被看成是一个完全的刚性系统，忽略了构件弹性变形的影响，从动件的运动规律仅取决于凸轮轮廓与机构的基本尺寸。这种处理问题的方法，对于刚度较大的中、低速凸轮机构是完全可行的。随着现代机械日益向高速、高精度方向发展，凸轮机构的工作速度不断提高，构件的惯性力将显著增大，特别是当惯性力的激振频率接近机构的自振频率时，构件的弹性变形就不能再忽略不计。这时，应当把整个机构看成是一个弹性系统。在激振力及周期性运动的影响下，将产生下列不容忽视的问题：

- 1) 从动件的运动规律因激振而发生变化，产生与预期运动规律不相同的位移、速度、加速度曲线，情况严重时，将使凸轮机构难以完成预定的工艺要求。
- 2) 从动件的弹性激振力引起加速度增大，相应地惯性力也增大，由于构件制造精度与运动副中的间隙等因素的影响，机构运转时出现明显的冲击、振动和噪声。

3) 凸轮与从动件之间高副接触表面磨损加剧。

下面就这些问题进行简要讨论。由于凸轮的变形量一般比从动件小得多, 讨论时只考虑从动件的弹性变形。

### (一) 弹性从动件的运动微分方程

图 3-29 所示为一直动从动件盘形凸轮机构的弹性动力学模型。为简化计算, 将从动件简化成单自由度弹性系统, 即把从动件看成质量为  $m$  的一个质点和刚度为  $k_2$  的弹簧的组合。在此情况下, 从动件上端的位移  $y$  不等于位移  $s$ 。该弹性系统运动微分方程为

$$-P + k_2(s - y) = m\ddot{y} \quad (3-26)$$

式中,  $P$  为从动件上的作用力, 包括外载荷  $F$ 、力封闭的弹簧力  $F_k$ 、摩擦力  $F_f$  及惯性力  $F_c$ , 即

$$P = F + F_k + F_f + F_c \quad (3-27)$$

$$\text{其中} \quad F_k = F_0 + k_1 y \quad (3-28)$$

式中,  $F_0$  为弹簧预紧力,  $k_1$  为弹簧刚度系数。

根据式 (3-27)、式 (3-28), 将式 (3-26) 改写为

$$\ddot{y} + \frac{k_1 + k_2}{m} y = \frac{-(F + F_f + F_c + F_0 - k_2 s)}{m} \quad (3-29)$$

或者

$$s = \frac{m}{k_2} \ddot{y} + \frac{k_1 + k_2}{k_2} y + \frac{F + F_f + F_c + F_0}{k_2} \quad (3-30)$$

考虑从动件弹性变形后, 从动件的实际输出为  $y$ 。当要求从动件输出的运动规律  $y = y(t)$  已知时, 可由式 (3-30) 求出从动件下端位移  $s = s(t)$ , 然后假定凸轮作等速运动, 按前述方法设计凸轮轮廓曲线。

### (二) 动力系数

由于从动件的弹性振动而引起加速度增大, 产生很大的惯性力, 从而引起系统的冲击、振动和噪声。考虑从动件弹性变形的加速度最大值  $|\ddot{y}_{\max}|$  与不考虑弹性变形的加速度最大值  $|\ddot{s}_{\max}|$  之比, 称为动力系数, 用  $k_d$  表示, 则

$$k_d = \frac{|\ddot{y}_{\max}|}{|\ddot{s}_{\max}|} \quad (3-31)$$

动力系数表示考虑从动件弹性变形后, 惯性力增加的程度, 可以作为评价各种运动规律动力特性优劣的指标。对于高速凸轮机构, 应当选择无冲击的运动规律。将某一从动件的  $\ddot{s}_{\max}$  求出, 并由式 (3-29) 求出  $\ddot{y}_{\max}$ , 就可以得到该运动规律  $k_d$  值, 例如

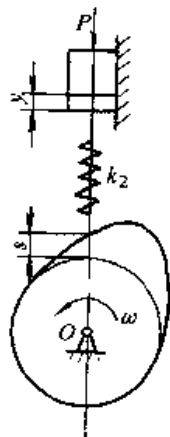


图 3-29 直动从动件  
盘形凸轮机构弹性  
动力学模型

正弦加速度运动规律,  $k_d \geq 1$ ;  
 余弦加速度运动规律,  $k_d \geq 2$ ;  
 等加速等减速运动规律,  $k_d \geq 3$ ;  
 等速运动规律,  $k_d \rightarrow \infty$ 。

(三) 保证从动件与凸轮不脱离的条件

高速凸轮机构中, 从动件上作用的惯性力较大, 若采用力封闭, 弹簧力  $F_k$  按下式计算

$$F_k = k_1(s_0 + s) \quad (3-32)$$

式中,  $k_1$  为弹簧刚度系数,  $s_0$  为使弹簧产生所需预紧力的弹簧预紧位移量,  $s$  为弹簧位移。

为了保证不因惯性力过大而使从动件与凸轮脱离结合, 则在任意位置应有

$$F_k \geq F_c \quad (3-33)$$

如果考虑从动件的弹性振动, 由于振动引起的加速度波动必将引起惯性力的增加, 为了满足式 (3-32), 必须相应地增加弹簧力。

在设计高速凸轮机构时, 可以采取以下一些措施:

- 1) 选择从动件运动规律时, 加速度曲线必须连续, 尽量减小加速度最大值, 以降低惯性力。
- 2) 为了减小凸轮机构高速运转时的惯性力, 对某些构件可适当采用铝合金等轻质材料, 并对其截面形状及尺寸作周密考虑, 以避免不恰当地降低系统刚性。
- 3) 为了提高从动件系统的刚性, 应尽量加大从动件支承间的距离并缩短从动件外伸端的长度。
- 4) 凸轮轮廓表面应有足够的加工精度和较小的表面粗糙度值。
- 5) 凸轮轴系需要进行动平衡。

## 习 题

3-1 题图 3-1 所示为从动件在推程的部分运动线图, 凸轮机构的  $\varphi_s \neq 0^\circ$ ,  $\varphi_f \neq 0^\circ$ , 试根据  $s$ 、 $v$  和  $a$  之间的关系定性地补全该运动曲线; 并指出该凸轮机构工作时, 在推程的哪些位置会出现刚性冲击? 哪些位置会出现柔性冲击?

3-2 在移动从动件凸轮机构中, 设已知推程运动角所对应的凸轮转角为  $\Phi = \pi/2$ , 行程  $h = 50\text{mm}$ , 试计算等速运动、等加速等减速运动、余弦加速度运动、正弦加速度运动等四种运动规律的最大类速度  $(ds/d\varphi)_{\max}$  和最大类加速度  $(d^2s/d\varphi^2)_{\max}$  值。

3-3 一对心滚子移动从动件盘形凸轮机构, 凸轮的推程运动角  $\Phi = 180^\circ$ , 从动件的升距  $h = 75\text{mm}$ , 若选用余弦加速度运动规律, 并要求推程压力角不超过  $25^\circ$ , 试确定凸轮的基圆半径  $r_0$ 。

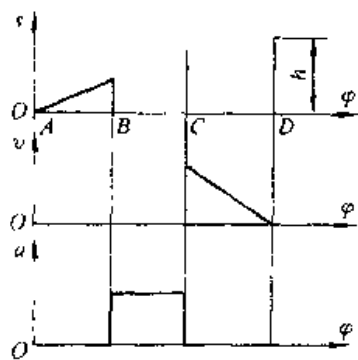
3-4 一对心滚子移动从动件盘形凸轮机构, 已知从动件运动规律如下: 当凸轮转过  $200^\circ$  时, 从动件以余弦加速度运动规律上升  $50\text{mm}$ ; 当凸轮接着转过  $60^\circ$  时, 从动件停歇不动; 当凸

轮转过一周中剩余的  $100^\circ$  时, 从动件以正弦加速度运动规律返回原处。若选取基圆半径  $r_b = 25\text{mm}$ , 试确定推程和回程的最大压力角  $\alpha_{\max}$  和  $\alpha'_{\max}$ 。

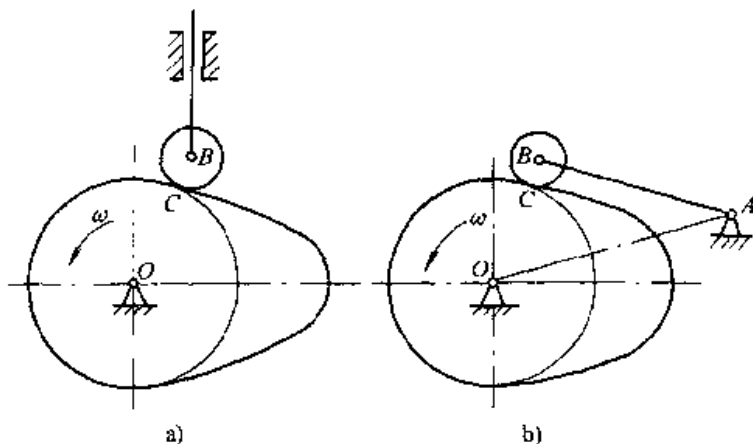
3-5 在一对心滚子移动从动件盘形凸轮机构中, 已知凸轮顺时针转动, 推程运动角  $\Phi = 30^\circ$ , 从动件的升距  $h = 16\text{mm}$ , 从动件运动规律为正弦加速度运动。若基圆半径  $r_b = 40\text{mm}$ , 试确定推程的最大压力角  $\alpha_{\max}$ 。如果  $\alpha_{\max}$  太大, 而工作空间又不允许增大基圆半径, 试问: 为保证推程最大压力角不超过  $30^\circ$ , 应采取什么措施?

3-6 题图 3-6 所示为凸轮机构的起始位置, 试用反转法直接在图上标出:

- 1) 凸轮按  $\omega$  方向转过  $45^\circ$  时从动件的位移;
- 2) 凸轮按  $\omega$  方向转过  $45^\circ$  时凸轮机构的压力角。



题图 3-1

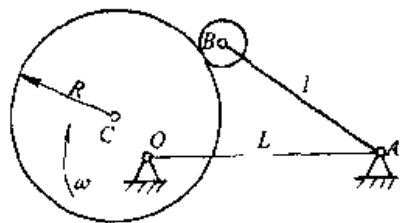


题图 3-6

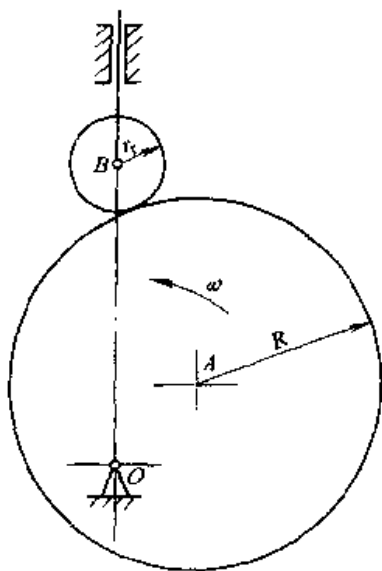
3-7 题图 3-7 所示为滚子摆动从动件盘形凸轮机构。凸轮为一半径为  $R$  的偏心圆盘, 圆盘的转动中心在  $O$  点, 几何中心在  $C$  点, 凸轮转向如图示。试在图上作出从动件的初始位置, 并在图上标出图示位置时凸轮转过的转角  $\varphi$  和从动件摆过的摆角  $\psi$ 。

3-8 题图 3-8 所示的对心滚子移动从动件盘形凸轮机构中, 凸轮的实际廓线为圆, 圆心在  $A$  点, 半径  $R = 40\text{mm}$ , 凸轮转动方向如图示,  $l_{OA} = 25\text{mm}$ , 滚子半径  $r_r = 10\text{mm}$ , 试问:

- 1) 凸轮的理论廓线为何种曲线?
- 2) 凸轮的基圆半径  $r_b = ?$



题图 3-7



题图 3-8



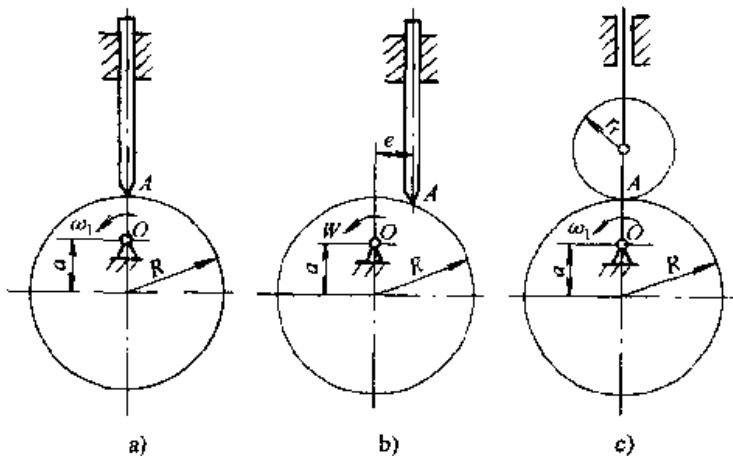
3) 在图上标出图示位置从动件的位移  $s$ , 并计算从动件的升距  $h = ?$

4) 用反转法作出当凸轮沿  $\omega$  方向从图示位置转过  $90^\circ$  时凸轮机构的压力角, 并计算推程中的最大压力角  $\alpha_{\max} = ?$

5) 若凸轮实际廓线不变, 而将滚子半径改为  $15\text{mm}$ , 从动件的运动规律有无变化?

3-9 一对心滚子移动从动件盘形凸轮机构, 已知凸轮的基圆半径  $r_b = 50\text{mm}$ , 滚子半径  $r_r = 15\text{mm}$ , 凸轮以等角速度  $\omega$  顺时针转动。当凸轮转过  $\Phi = 180^\circ$  时, 从动件以等加速等减速运动规律上升  $h = 40\text{mm}$ ; 凸轮再转  $\Phi' = 150^\circ$  时, 从动件以余弦加速度运动规律降回原处; 其余  $\Phi'' = 30^\circ$  时, 从动件静止不动。试用解析法计算  $\varphi = 60^\circ$ 、 $\varphi = 240^\circ$  时凸轮实际轮廓曲线上点的坐标。

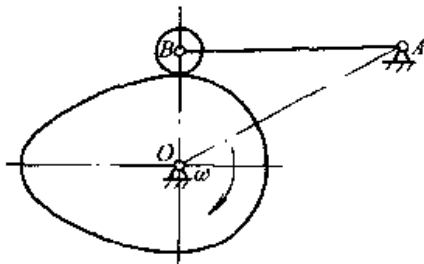
3-10 在题图 3-10 所示的三个凸轮机构中, 已知  $R = 40\text{mm}$ ,  $a = 20\text{mm}$ ,  $e = 15\text{mm}$ ,  $r_r = 20\text{mm}$ , 试用反转法求从动件的位移曲线  $s-s(\varphi)$ , 并进行比较 (要求选用同一比例尺, 画在同一坐标系中, 均以从动件最低位置为起始点)。



题图 3-10

3-11 设计一偏置滚子移动从动件盘形凸轮机构。已知凸轮以等角速度  $\omega$  逆时针转动, 基圆半径  $r_b = 50\text{mm}$ , 滚子半径  $r_r = 10\text{mm}$ , 凸轮轴心偏于从动件轴线左侧, 偏距  $e = 10\text{mm}$ , 从动件运动规律如下: 当凸轮转过  $120^\circ$  时, 从动件以余弦加速度运动规律上升  $30\text{mm}$ ; 当凸轮接着转过  $30^\circ$  时, 从动件停歇不动; 当凸轮再转过  $150^\circ$  时, 从动件以等加速等减速运动规律返回原处; 当凸轮转过一周中的其余角度时, 从动件又停歇不动。

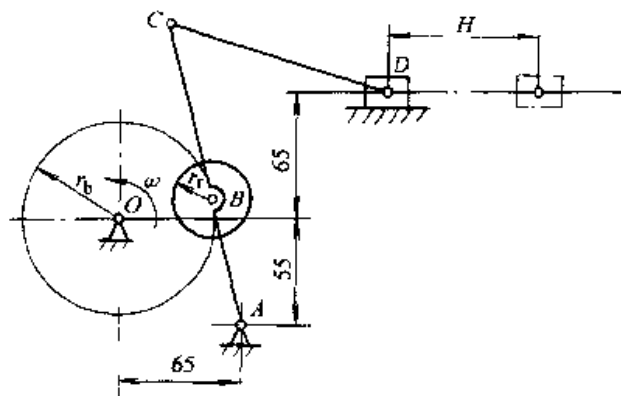
3-12 在题图 3-12 所示的凸轮机构中, 已知摆杆  $AB$  在起始位置时垂直于  $OB$ ,  $l_{OB} = 40\text{mm}$ ,  $l_{AB} = 80\text{mm}$ , 滚子半径  $r_r = 10\text{mm}$ , 凸轮以等角速度  $\omega$  顺时针转动。从动件运动规律如下: 当凸轮转过  $180^\circ$  时, 从动件以正弦加速度运动规律向上摆动  $30^\circ$ ; 当凸轮再转过  $150^\circ$  时, 从动件又以正弦加速度运动规律返回原来位置; 当凸轮转过其余  $30^\circ$  时, 从动件停歇不动。



题图 3-12

3-13 题图 3-13 所示为书本打包机的推书机构简图。凸轮逆时针转动, 通过摆杆滑块机构带动滑块  $D$  左右移动, 完成推书工作。已知滑块行程

$H=80\text{mm}$ , 凸轮理论廓线的基圆半径  $r_b=50\text{mm}$ ,  $l_{AC}=160\text{mm}$ ,  $l_{CD}=120\text{mm}$ , 其他尺寸如图所示。当滑块处于左极限位置时,  $AC$  与基圆切于  $B$  点; 当凸轮转过  $120^\circ$  时, 滑块以等加速等减速运动规律向右移动  $80\text{mm}$ ; 当凸轮接着转过  $30^\circ$  时, 滑块在右极限位置静止不动; 当凸轮再转过  $60^\circ$  时, 滑块又以等加速等减速运动向左移动至原处; 当凸轮转过一周中最后  $150^\circ$  时, 滑块在左极限位置静止不动。试设计该凸轮机构。



题图 3-13

## 第四章 轮系及其设计

### 第一节 轮系的分类

我们已经在《机械设计》课程中研究了齿轮机构（即一对齿轮组成的传动机构）的啮合原理及其设计。为了获得更大的传动比，实现变速、换向以及转动的合成与分解等目的，常需将一系列齿轮按一定的方法组合起来，这种由一系列齿轮组成的齿轮传动系统称为轮系。

根据轮系中各个齿轮的轴线相对于机架的位置关系，轮系可分为以下两大类。

1) 定轴轮系。如果轮系在运转时，各个齿轮的轴相对于机架的位置都是固定不变的，这种轮系称为定轴轮系（图 4-1）。

2) 周转轮系。如果轮系在运转时，有一个或几个齿轮轴的位置相对机架可动（图 4-2 中齿轮 2 的  $O_2$  轴），这些可动轴上的齿轮能绕着与其啮合的固定轴齿轮既自转又公转，由这些轴可动的齿轮和与其啮合但轴线不动的齿轮组成的轮系，称为周转轮系。

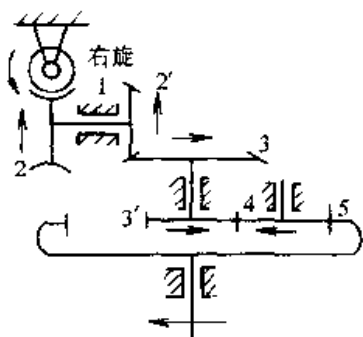


图 4-1 定轴轮系

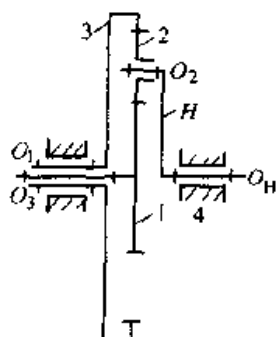


图 4-2 周转轮系

本章将主要讨论上述两种轮系，以及由这两种轮系组合成的复合轮系的传动比的计算方法、主要功用、效率分析和有关的设计问题。本章最后将简单介绍由周转轮系演化出来的几种特殊型式的齿轮传动机构。

### 第二节 定轴轮系及其设计

以圆柱齿轮组成的轮系是机械工程中最常用的传动装置，常用来联接原动机和工作机械或执行机构，按工作机械或执行机构的需要传递运动和动力，或实现

一些特殊的运动和功能要求。由于定轴轮系和周转轮系在结构上有所差异,其运动学、动力学分析方法也不相同。因此,本章将按定轴轮系、周转轮系和由两种轮系混联在一起的混合轮系分类,分别讨论它们在设计中的一些主要问题。定轴轮系及其设计一节中将主要讨论以下几个问题:

- 1) 定轴轮系的运动学分析。主要内容是讨论定轴轮系的传动比计算。
- 2) 定轴轮系的动力学分析。主要内容是讨论定轴轮系的传动效率计算。
- 3) 定轴轮系结构设计中的基本设计问题,如传动比合理分配,齿轮机构在定轴轮系中的合理布局等。

### 一、定轴轮系的传动比计算

当轮系运转时,轮系运动输入轴的角速度(或转速)与轮系输出轴的角速度(或转速)之比称为该轮系的传动比,用 $i$ 表示。假如设 $l$ 为轮系的传动输入轴, $k$ 为传动的输出轴,则该轮系的传动比 $i_{lk} = \omega_l / \omega_k = n_l / n_k$ 。式中 $\omega$ 和 $n$ 分别表示轴的角速度和轴的每分钟转数。轮系的传动比计算,除了需要确定 $i_{lk}$ 的大小之外,还需确定输入轴与输出轴的转向关系。

1) 传动比大小的计算。如图4-1所示定轴轮系由四个齿轮机构串联组成(也称四级齿轮传动),其中1、2为蜗轮蜗杆传动;2'、3为一对锥齿轮;3'、4为一对外啮合圆柱齿轮;4、5为一对内啮合圆柱齿轮。设蜗杆1轴为运动的输入轴,齿轮5的轴为运动输出轴。各轮的齿数分别为 $z_1$ 、 $z_2$ 、 $z_{2'}$ 、 $z_3$ 、 $z_{3'}$ 、 $z_4$ 和 $z_5$ ,各轮的角速度分别为 $\omega_1$ 、 $\omega_2$ 、 $\omega_{2'}$ 、 $\omega_3$ 、 $\omega_{3'}$ 、 $\omega_4$ 和 $\omega_5$ ,该轮系的传动比 $i_{15}$ 大小可以通过下列方法求得:因为每级齿轮机构的传动比大小分别为:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}; \quad i_{2'3} = \frac{\omega_{2'}}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_{2'}};$$

$$i_{3'4} = \frac{\omega_{3'}}{\omega_4} = \frac{z_4}{z_{3'}}; \quad i_{45} = \frac{\omega_4}{\omega_5} = \frac{z_5}{z_4}$$

将上列各式连乘后,并注意到 $\omega_2 = \omega_{2'}$ ,  $\omega_5 = \omega_{3'}$ ,得:

$$i_{12} i_{2'3} i_{3'4} i_{45} = \frac{\omega_1 \omega_{2'} \omega_{3'} \omega_4}{\omega_2 \omega_3 \omega_4 \omega_5} = \frac{z_2 z_3 z_4 z_5}{z_1 z_{2'} z_{3'} z_4} = \frac{z_2 z_3 z_5}{z_1 z_{2'} z_{3'}} = \frac{\omega_1}{\omega_5} = i_{15}$$

上式说明:定轴轮系的传动比等于组成该轮系的各级齿轮机构传动比的连乘积,传动比的大小等于各对相互啮合的齿轮中所有从动轮齿数的连乘积与所有主动轮齿数的连乘积之比,即

$$\text{定轴轮系的传动比} = \frac{\text{所有从动轮齿数的连乘积}}{\text{所有主动轮齿数的连乘积}} \quad (4-1)$$

需要指出的是:式(4-1)中的主动齿轮与从动齿轮是针对每一对相啮合的齿轮而言的,即:相应每一个啮合点,必然有一个主动齿轮和从动齿轮,因此,式(4-1)的分母中主动轮的数量与分子中从动轮的数量总是一一对应相等。通常一根传动轴上各有一个主动齿轮和从动齿轮,如图4-1中的2-2'和3-3'齿轮,这种齿轮

称为双联齿轮。特殊情况如图 4-1 中的轮 4，它既是被轮 3' 驱动的从动齿轮，又是驱动轮 5 的主动齿轮，因此它的齿数在式 (4-1) 的分子、分母中会同时出现而被约去，所以齿轮 4 的齿数不影响轮系传动比的大小，齿轮 4 仅仅起着传动的中间过渡作用，轮系中像齿轮 4 的这种齿轮称为过轮或惰轮。惰轮虽然不影响轮系传动比的大小，但却能影响轮系输出轴的转动方向。

2) 定轴轮系中输入、输出轴转向关系的确定。定轴轮系中各轮的转动方向以及输入、输出轴的转动方向可用标注箭头的方法来确定。设用箭头的方向表示齿轮可见齿侧面的圆周速度方向 (图 4-3)。则两外啮合圆柱齿轮转向的箭头方向不是相背，便是相向；两内啮合圆柱齿轮转向的箭头方向总是一致的；相啮合的两锥齿轮转向的箭头方向不是同时指向节点，便是同时背离节点；蜗轮蜗杆传动方向可根据蜗杆螺旋线的旋向 (右旋蜗杆用右手判断、左旋蜗杆用左手判断) 和蜗杆的转动方向 (用四个指头握住蜗杆、使四指尖的弯曲方向与蜗杆旋转的方向一致，这时大拇指表示的方向为蜗轮不动时蜗杆旋进的方向，因蜗杆被约束不能旋进，则在啮合点处蜗轮应沿蜗杆旋进的反方向运动) 来确定蜗轮的转向。根据上述法则，在图 4-1 所示的定轴轮系中，当说明了蜗杆螺旋线的旋向、标出其转向后，便不难依次用箭头标出其余各轮的转向，从而确定出轮系输出轴的转向。

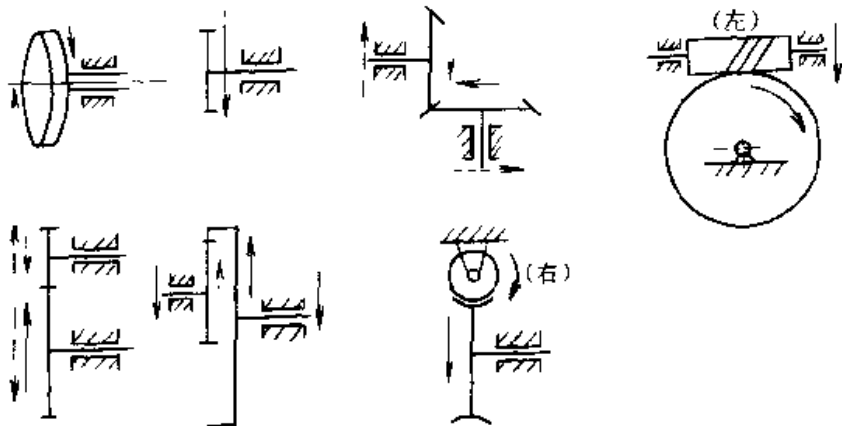


图 4-3 齿轮机构转动方向的确定

对于所有齿轮轴线相互平行的定轴轮系，轮系中所有齿轮的转向相对于输入轴的转向，不是相同就是相反，所以我们可以规定：当两轮转向相同时，其传动比为正；当两轮转向相反时，其传动比为负，可在传动比前添加“-”号表示。由于内啮合传动不改变输入轴的转向，而外啮合将改变输入轴的转向，如果轮系中有  $m$  个外啮合，则输入轴的转向将经过  $m$  次变号传至输出轴，因此定轴轮系的传动比公式也可用下式表示为：

$$\text{定轴轮系的传动比} = (-1)^m \frac{\text{所有从动轮齿数的连乘积}}{\text{所有主动轮齿数的连乘积}}$$

式中  $m$ ——各轴平行的定轴轮系中外啮合的次数。

必须强调指出:如果输入轴与输出轴线不平行,则不能用正负号表示其转向关系,也不能用 $(-1)^m$ 来计算输入轴与输出轴的转向关系,而只能用画箭头的方法来确定各轮的转向(参看图 4-1)。

## 二、定轴轮系的传动效率计算

在各种机械中,轮系常作为传动装置被广泛地使用。因此,分析轮系的传动效率,从而确定出整个机械的传动效率,这对机械传动系统设计具有十分重要的意义。对于那些用于传递动力的轮系,特别是当传递的功率较大时,其传动效率的分析计算就尤为重要。

轮系的传动效率主要包括齿轮机构的啮合效率、轴承的效率以及搅油损失的效率。其中齿轮机构的啮合效率取决于两齿轮齿面的摩擦系数、法向压力及两齿面的相对滑动速度。由于实际轮系中各齿轮的加工、安装和轮系使用的工况千差万别,轮系传动效率的计算通常采用根据对各种齿轮机构实测所积累的数据定出一个概略的效率值,然后根据轮系组成的结构形式,按相应的方法进行计算。因此,理论计算的结果只能大致反映轮系的实际传动效率。表 4-1 给出了几种常用的齿轮机构传动效率的概略值,可供设计时参考。

表 4-1 几种常用齿轮机构传动效率概略值

类 型	效 率 值	
	开 式	闭 式
圆柱齿轮机构	0.94~0.96	0.96~0.99
锥齿轮机构	0.92~0.95	0.94~0.98
蜗轮蜗杆传动		
自锁蜗杆	0.30	0.40
单头蜗杆	0.50~0.60	0.70~0.75
双头蜗杆	0.60~0.71	0.75~0.82
多头蜗杆		0.82~0.92
圆弧面蜗杆	—	0.85~0.95

我们知道:在计算由许多机器组成的机组的传动效率时,只要知道了每台机器的机械效率,就可以根据各台机器的联接方式计算出该机组的总效率。此方法也同样适用于轮系效率的计算。在这里每个齿轮机构就相当于一台机器。每个齿轮机构的效率可从表 4-1 中查出,整个轮系的效率取决于这些齿轮机构的组合形式。这些组合形式不外乎三种:串联、并联和混联。

1) 串联。如图 4-1 所示由  $K$  个齿轮依次啮合组成的轮系中,每根齿轮轴上只有一个主动齿轮,设轮系的输入功率为  $N_d$ ,输出功率为  $N_K$ ,该轮系的机械效率为:

$$\eta = \frac{N_K}{N_d}$$

在功率的传递过程中,前一齿轮机构从动轮的输出功率即为后一齿轮机构主

动轮的输入功率。设各齿轮机构的效率分别为  $\eta_1$ 、 $\eta_2$ 、 $\dots$ 、 $\eta_K$  则

$$\eta_1 = \frac{N_1}{N_d}; \quad \eta_2 = \frac{N_2}{N_1}; \quad \dots; \quad \eta_K = \frac{N_K}{N_{K-1}};$$

将  $\eta_1$ 、 $\eta_2$ 、 $\dots$ 、 $\eta_K$  连乘起来得

$$\eta_1 \eta_2 \dots \eta_K = \frac{N_1 N_2}{N_d N_1} \dots \frac{N_K}{N_{K-1}} = \frac{N_K}{N_d} = \eta$$

此式表明：由齿轮机构串联而成的定轴轮系的效率等于各齿轮机构效率的连乘积。

2) 并联。如图 4-4 所示轮系，在运动输入轴上有多个主动齿轮 1、2、 $\dots$ 、 $K$ ，设每个齿轮机构主动轮的输入功率分别为  $N_1$ 、 $N_2$ 、 $\dots$ 、 $N_K$ ，而每个从动轮的输出功率分别为  $N'_1$ 、 $N'_2$ 、 $\dots$ 、 $N'_K$ 。轮系的总输入功率为：

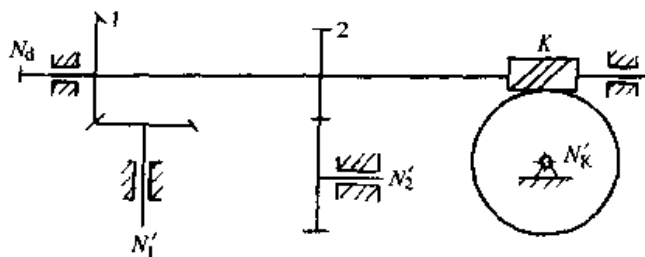


图 4-4 并联轮系

$$N_d = N_1 + N_2 + \dots + N_K$$

设每个齿轮机构的传动效率分别为  $\eta_1$ 、 $\eta_2$ 、 $\dots$ 、 $\eta_K$ ，总输出功率为  $N_r$ ，则

$$N_r = N'_1 + N'_2 + \dots + N'_K = \eta_1 N_1 + \eta_2 N_2 + \dots + \eta_K N_K$$

所以轮系的总效率为

$$\eta = \frac{N_r}{N_d} = \frac{N_1 \eta_1 + N_2 \eta_2 + \dots + N_K \eta_K}{N_1 + N_2 + \dots + N_K}$$

上式表明：由齿轮机构并联组成的轮系的效率不仅与各齿轮机构的效率有关，而且与各齿轮机构传递的功率有关。设齿轮机构中效率最高值为  $\eta_{\max}$ ，最低值为  $\eta_{\min}$ ，则轮系的效率  $\eta$  值介于  $\eta_{\max}$  和  $\eta_{\min}$  之间。若每个齿轮机构效率均相等，则无论并联的齿轮机构数量是多少，各齿轮机构传递的功率如何，轮系的效率与轮系中任意一齿轮机构的效率相等。

3) 混联。如图 4-5 所示既有串联又有并联称为混联。其轮系的效率分别按串联和并联分别进行计算后，将两部分的效率按串联方式计算来求轮系的总传动效率。设串联部分的效率为  $\eta'$ ，并联部分为  $\eta''$ ，则混联轮系的总效率  $\eta = \eta' \eta''$ 。

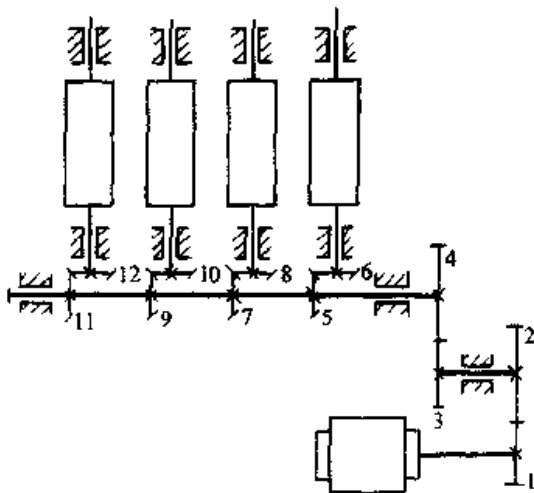


图 4-5 混联轮系

**例 4-1** 计算图 4-5 所示轮系的传动效率。已知圆柱齿轮机构的效率为 0.95，圆锥齿轮机构的效率为 0.92（均已包括轴承的效率）。

**解** 此轮系为既有串联又有并联齿轮机构的混联轮系，故串联与并联的效率应分别计算。串联齿轮机构（齿轮 1、2 和齿轮 3、4）的效率为  $0.95 \times 0.95$ ；并联齿轮机构（齿轮 5、6；7、8；9、10；11、12）效率均为 0.92，故所有并联齿轮的效率也为 0.92，于是得该轮系的总传动效率为  $\eta = 0.95 \times 0.95 \times 0.92 = 0.83$ 。

### 三、定轴轮系设计中的几个问题

由一对齿轮组成的传动机构，其传动比不能设计得太大，否则两齿轮的几何尺寸会相差太大，这样不仅使机构的外廓尺寸庞大，不利于降低生产成本，而且小齿轮也易于损坏。因此，工程中根据不同的齿轮机构的传动特点对其传动比值作了一定的限制。表 4-2 给出了几种常用齿轮机构传动比的推荐值，可供设计时参考。

表 4-2 常用齿轮机构传动比

圆柱齿轮	$i \leq 10$	常用 $i \leq 5$
锥齿轮	$i \leq 6$	常用 $i \leq 3$
蜗轮蜗杆	开式 $i \leq 100$	常用 $i = 15 \sim 60$
	闭式 $i \leq 80$	常用 $i = 10 \sim 40$

当用定轴轮系作为原动机与执行机构间的传动机构时，如果原动机的转速为  $n_d$ ，执行机构原动件所需要的输入转速为  $n_r$ ，则联接原动机与执行机构间的定轴轮系的总传动比  $i$  为：

$$i = \frac{n_d}{n_r}$$

当  $i$  值小于 1 时为增速传动；大于 1 时为减速传动，其传动比常称为减速比。当所设计的轮系减速比  $i$  大于表 4-2 中给出的推荐值时，就必须用多个齿轮机构串联组成的定轴轮系来进行传动。这种由多个齿轮机构串联组成的传动称为多级传动。由两个齿轮机构串联组成的传动称为两级传动；由三个齿轮机构串联组成的传动称为三级传动等等，依次类推……（图 4-6）。在多级传动中，转速较高的齿轮机构称为高速级，转速较低的称为低速级。轮系中的齿轮机构是高副机构，齿面容易磨损，从而影响齿轮的使用寿命。因此，加强对齿轮传动的润滑，对提高轮系的使用寿命和传动效率十分重要。由于减速传动的定轴轮系在工程中大量使用，工程中常把定轴轮系按减速比系列制成能防尘、便于润滑的标准产品，称为减速器。多级减速器根据使用场合的不同，将轮系中的齿

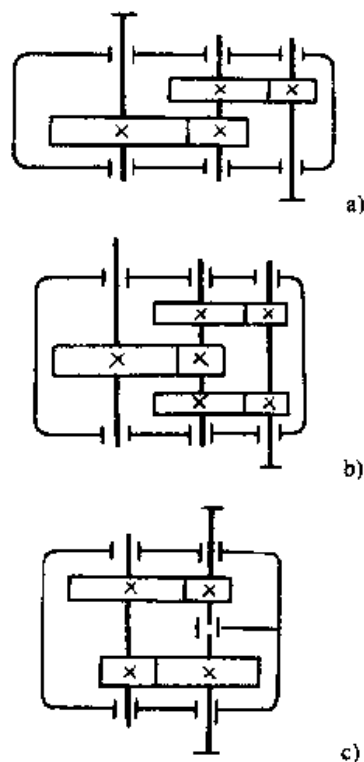


图 4-6 减速器中常见的定轴轮系结构形式

a) 展开式 b) 分流式 c) 同轴式



轮机构组合成不同的形式,对于载荷比较平稳的场合,可采用如图 4-6a 所示依次串联的展开式;对于变载荷场合,可采用如图 4-6b 所示并、串联同时使用的分流式;要求输入与输出同轴时,可采用如图 4-6c 所示的同轴式等等。

设轮系中从高速级传动比到低速级传动比分别为  $i_1$ 、 $i_2$  至  $i_K$ ,则轮系的总传动比  $i$  应等于各级传动比之积,即

$$i = i_1 i_2 \cdots i_K$$

同样的传动比  $i$ ,可以采用不同大小的  $i_1$ 、 $i_2$ 、 $\cdots$ 、 $i_K$ ,因此,如何合理地确定  $i_1$ 、 $i_2$ 、 $\cdots$ 、 $i_K$  的大小是定轴轮系设计中的一个重要问题。

### (一) 传动比的合理分配

合理分配轮系中各级齿轮机构的传动比,即:根据设计的特定要求,在保证各级齿轮机构传动比不超过设计许用值的条件下,确定出轮系中各级齿轮机构传动比  $i_1$ 、 $i_2$ 、 $\cdots$ 、 $i_K$  之间相对合理的比值关系。各级齿轮机构合理的传动比的比值关系,能有效地减小轮系的外形尺寸和重量,避免齿轮与轴、机壳或其他零件发生干涉(图 4-7),改善各级传动的润滑条件和提高轮系的效率和正常使用寿命,以及改善系统的动力学性能等。

从提高轮系的工作效率和使用寿命、降低生产成本等方面考虑,可以给轮系各级传动比的分配定出三个基本原则:

- 1) 为了提高轮系的传动效率和整体承载能力,应使各级传动的承载能力尽量接近。
- 2) 因为轮系中有大量的齿轮高副,润滑对提高轮系的使用寿命和传动效率至关重要,如果采用最简单的油池润滑(图 4-8),为了使各级齿轮机构润滑良好,应使各级齿轮机构中的大齿轮浸油深度大致相等。
- 3) 为了降低制造成本,应使各级齿轮及轴类零件获得最小的外形尺寸和重量,从而减小整个轮系及其传动装置的外形尺寸与重量。

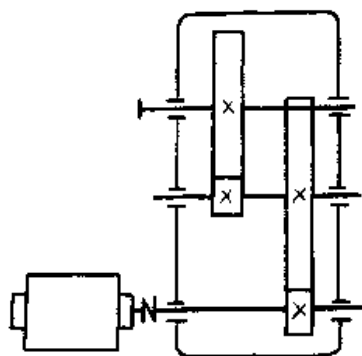


图 4-7 齿轮与轴的干涉

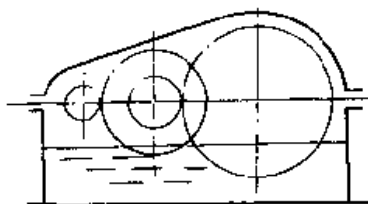


图 4-8 齿轮的润滑

例如:用两级圆柱齿轮机构串联组成的展开式减速传动,按齿面接触强度相等的原则分配传动比,总传动比  $i$  与高速级传动比  $i_1$  的关系为:

$$i_1 = \frac{i - C \sqrt[3]{i}}{C \sqrt[3]{i-1}}$$

当两级传动的齿轮材料相同, 齿宽也相同时,  $C$  值约为 1.5 (详见《机械零件》有关文献) 例如  $i=12$ , 按上式可求出  $i_1=3.55$ ,  $i_2=3.38$ 。

三级圆柱齿轮机构串联组成的展开式减速传动, 按各级齿轮齿面接触强度相等, 并使减速器具有较小外形尺寸和重量为主要设计原则, 可由图 4-9 查出各级的传动比。例如:  $i=80$ , 按图可查出  $i_1=4$ ,  $i_2=4.4$ , 算出  $i_3=4.55$ 。

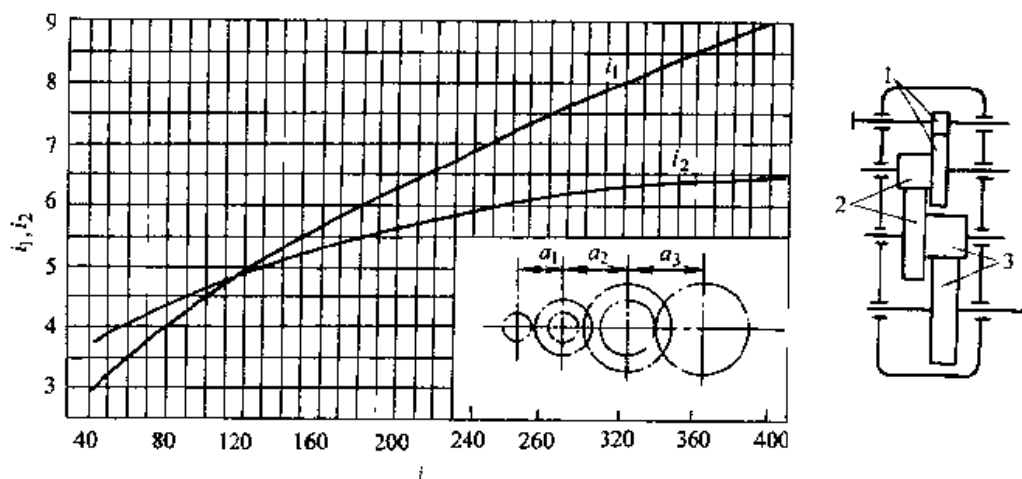


图 4-9 传动比设计

两级圆柱齿轮机构串联组成的展开式减速器, 如果以高速级和低速级的大齿轮浸油深度大致相等的原则, 可按下列关系计算各级传动比:

$$i_1 = (1.2 \sim 1.3) i_2$$

将上式两端同乘  $i_1$ , 设总传动比为  $i$ , 则

$$i_1 = \sqrt{(1.2 \sim 1.3) i}$$

例如, 当  $i=12$  时,  $i_1 = \sqrt{1.25 \times 12} = 3.87$  则  $i_2 = 3.1$ 。

由多级齿轮机构串联组成的展开式减速传动, 为了使齿轮及轮轴尺寸较小, 以便使轮系能获得较紧凑的结构, 宜使  $i_1 < i_2 < \dots < i_K$ , 即应使高速级的传动比略小于低速级传动比, 并且使相邻两级的传动比相差不要太大。这样可以使轮系中间各级有相对较高的转速, 而使转轴及轴上的零件承受的转矩较小, 以达到减小转轴及轴上零件尺寸的目的。

变载的定轴轮系各级传动比最好采用不可约的比数。

以上仅简单介绍了由圆柱齿轮机构串联而成的减速传动的定轴轮系各级传动比的分配的一般原则与方法, 实际应用时, 还要结合传递功率对齿宽、模数等齿轮其他参数的影响具体灵活地应用。由其他齿轮机构, 如锥齿轮机构、蜗轮蜗杆传动等组成的减速传动的传动比分配问题, 以及一些特殊要求, 如使系统的等效转动惯量最小, 输出轴转角误差最小等要求, 可参阅有关文献。

## （二）合理的布局

由于定轴轮系中转轴及轴上的零件承受的转矩随转速的低降而增大,因此,需要密封、防尘的齿轮宜布置在高速级,这样将使零件承受的转矩小,其尺寸可以设计得较小,从而有利于减小密封箱体的外形尺寸。生产成本低、加工困难的零件也宜布置在高速级。例如:锥齿轮宜布置在高速级,从而有利于减小零件尺寸,降低成本。考虑到锥齿轮愈大制造愈困难,成本愈高,锥齿轮的传动比最好使  $i \leq 3$ 。蜗轮蜗杆传动也宜布置于高速级,这样可以提高齿面的相对滑动速度,有利于液体动力润滑油膜的形成,从而提高蜗轮蜗杆的传动效率。蜗杆布置于蜗轮的下方,对润滑及对啮合发热的冷却有利,但搅油损失功率增大,因此应限制置于下方的蜗杆的圆周速度,使其小于  $10\text{m/s}$ 。蜗杆置于蜗轮的上方,装拆维修较方便,适合于蜗杆圆周速度较高的场合。

此外,齿轮应尽可能安装在轴承的中间位置上,使载荷沿齿宽尽可能均匀分布。对于轮系中运动输入轴上的齿轮,应尽量布置在远离原动机的轴端,这样,轴在电动机转矩作用下产生的扭转变形,将抵消轴在从动轮作用下的弯曲变形,从而可减轻轮齿由变形引起的载荷沿齿宽方向分布不匀的现象。

## 第三节 周转轮系及其设计

在周转轮系中,由于行星轮既自转又公转,各轮之间的传动比关系与定轴轮系完全不同。一般常采用将机构转化的方法,将周转轮系转化为定轴轮系,也可以间接地用定轴轮系的传动比计算公式、效率计算公式等计算周转轮系的传动比和传动效率。

此外,周转轮系由于结构的特点对结构设计提出了一些具体的设计要求,例如,多个行星轮的均布、多个行星轮均载等问题,本节将择要给予讨论。

### 一、周转轮系及其结构分类

通过对周转轮系与定轴轮系的观察,不难发现周转轮系与定轴轮系之间最根本的差别,即在周转轮系中有既能绕自己轴线回转,又能绕其他齿轮轴转动的齿轮 2 (图 4-2)。由于齿轮 2 的运动像行星运行,故这种齿轮称为行星轮,安装行星轮的可转动构件  $H$  称为系杆(或称转臂或行星架),那些与行星轮啮合,其轴直接安装在机架上的齿轮称为太阳轮(或称中心轮)。

安装在一个系杆上的行星轮可以是一个单一的齿轮(图 4-10a),也可以是一个双联齿轮(图 4-10b),还可以是多个彼此相互啮合的齿轮,或是一个齿轮机构(图 4-10c),或是一个轮系(图 4-10d)。由一个或多个相互啮合的行星轮,和带动这些行星轮转动的系杆,以及与这些行星轮中的 1 个或 2~3 个行星轮相啮合的太阳轮就构成了一个周转轮系。与定轴轮系不同的是:一个定轴轮系包括彼此相互

啮合的所有定轴齿轮，无论这些齿轮的数量有多少。而一个周转轮系只包括一个系杆、系杆上的行星轮以及与行星轮相啮合的全部太阳轮。

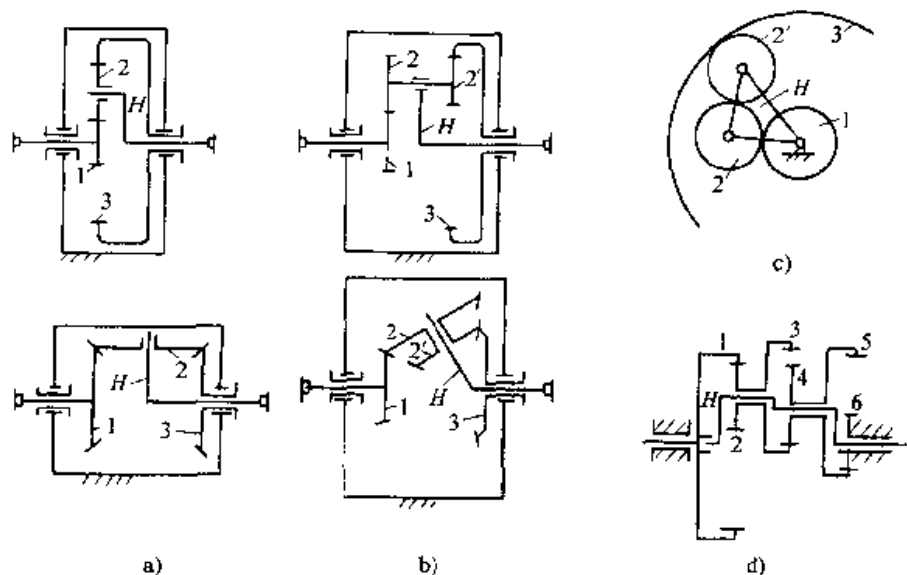


图 4-10 周转轮系的行星轮结构

a) 单一齿轮 b) 双联齿轮 c) 多个齿轮串联 d) 多个双联齿轮串联

周转轮系有一个结构特点：太阳轮与系杆的回转轴线必须共线，否则轮系不能运转。由于太阳轮与系杆的回转轴均安装在机架上，便于运动和动力的输入与输出，故周转轮系一般都以太阳轮和系杆作为运动和动力的输入或输出构件。因此，它们又被称为周转轮系的基本构件。

周转轮系可以按两种方法进行分类：

1) 按轮系的自由度分。图 4-11a 所示周转轮系，其太阳轮 3 与机架固接自由度为 1，称为行星轮系。这种轮系只需向轮系中一个构件输入转动（转速及转向），整个轮系所有构件的相对运动关系就唯一地被确定了。图 4-11b 所示周转轮系的自由度为 2，称为差动轮系，要确定这种轮系各构件的相对运动关系，必须向轮系输入两个独立的运动规律（两个构件的转速及其转向）。

2) 按基本构件的特点分。设以  $K$  表示中心轮， $H$  表示系杆，图 4-11a、b、c 所示周转轮系有 2 个太阳轮称为  $2K-H$  型周转轮系；图 4-11d 所示周转轮系有 3 个太阳轮称为  $3K$  型的周转轮系。 $2K-H$  周转轮系中，太阳轮均可动的是差动轮系（图 4-11b、c）如果有一个太阳轮是固定不动的是行星轮系（图 4-11a）。在实际生产中，应用最多的是  $2K-H$  型的行星轮系。

## 二、周转轮系的传动比计算

以图 4-11e 所示的周转轮系为例，由于轮系中系杆的转动（设系杆的转动角速度为  $\omega_H$ ），使轮系中出现既自转又公转作复合运动的行星轮，因此周转轮系的传动比不能直接用定轴轮系的公式来进行计算。但是，如果我们设想给整个周转轮系

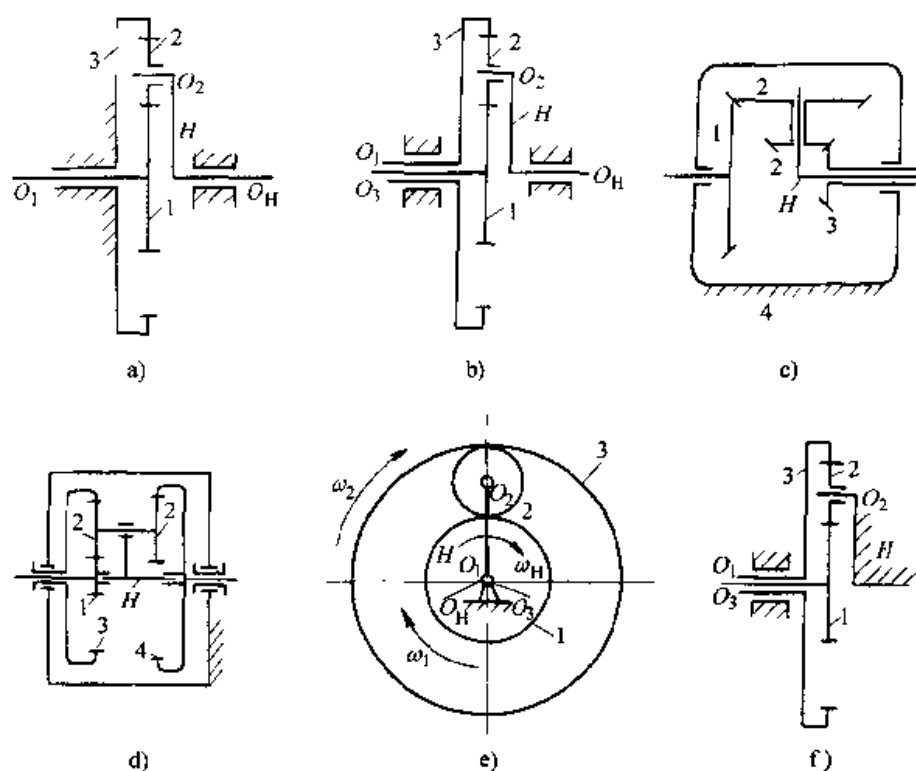


图 4-11 行星轮系与差动轮系  
 a) 2K-H 型行星轮系 b)、c) 2K-H 型差动轮系 d) 3K 型行星轮系  
 e)、f) 周转轮系的转化

加上  $(-\omega_H)$  (即将整个轮系沿与  $\omega_H$  相反的方向以大小为  $\omega_H$  的角速度转动), 这时轮系中各构件之间的相对运动关系仍然保持不变, 但系杆的转动角速度变为  $\omega_H - \omega_H = 0$ , 即系杆成为静止不动的构件, 轮系中所有的齿轮均变为仅绕自己轴线转动的齿轮, 周转轮系转化为定轴轮系。这种采用反转法原理转化所得的定轴轮系, 称为原周转轮系的转化轮系。

周转轮系在加上  $(-\omega_H)$  以后转化为图 4-11f 所示的定轴轮系, 于是可以按定轴轮系传动比的计算公式来计算轮系中各构件的角速度和各构件间的传动比。周转轮系中各构件的角速度在转化前后的变化如下表:

构件序号	相对于机架的角速度	转化后的角速度 (即相对于系杆的角速度)
1	$\omega_1$	$\omega_1^H = \omega_1 - \omega_H$
2	$\omega_2$	$\omega_2^H = \omega_2 - \omega_H$
3	$\omega_3$	$\omega_3^H = \omega_3 - \omega_H$
H	$\omega_H$	$\omega_H - \omega_H = 0$

由于两中心轮 1、3 与系杆 H 的回转轴共线, 故两角速度的矢量差值  $\omega_1^H = \omega_1 - \omega_H$  与  $\omega_3^H = \omega_3 - \omega_H$  可以用带正、负号的标量差表示,  $\omega_i^H$  表示 i 构件相对于系杆 H 不动时的角速度值 ( $i=1, 3$ ), 于是按定轴轮系传动比的计算公式可以写出转化

轮系中两个中心轮 1、3 之间的传动比为：

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_3^H} = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2}$$

即

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{z_3}{z_1} \quad (4-2)$$

式 (4-2) 中包含了周转轮系中三个基本构件的角速度与各齿轮齿数之间的关系。由于三个基本构件的轴共线，其角速度矢量方向可用在其角速度数值前添加“+、-”号来表示。当已知  $\omega_1$ 、 $\omega_3$  和  $\omega_H$  中任意两个角速度向量的大小、方向和轮系中各齿轮的齿数时，就可以从 (4-2) 式中确定出第三个角速度向量的大小及方向，从而可以进一步求出任意两基本构件之间的传动比。

如果需要求解行星轮的角速度，可根据周转轮系的具体结构用不同的方法来求解。在图 4-11a、b、d 所示的周转轮系中，由于行星轮 2 的回转轴与三个基本构件的回转轴平行，故  $\omega_2$  与  $\omega_1$ 、 $\omega_3$  和  $\omega_H$  方向相互平行，在其转化轮系中按定轴轮系的传动比计算公式可得：

$$i_{12}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_2^H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} = -\frac{z_2}{z_1} \quad (4-3)$$

从式 (4-3) 中可解出  $\omega_2$  的大小及方向。

但在图 4-11c 所示的差动轮系中，由于行星轮的回转轴与基本构件的回转轴不平行，矢量  $\omega_2$  与矢量  $-\omega_H$  的方向垂直，两矢量差  $\omega_2^H = \omega_2 - \omega_H$  的值与其标量差  $\omega_2 - \omega_H$  的值大小不等，因此，采用定轴轮系的传动比公式写出  $\omega_2 - \omega_H$  与  $\omega_1^H$  或  $\omega_3^H$  的比值，并不等于行星轮在系杆不动时的角速度与太阳轮角速度的比值，其比值当然不等于其齿数的反比，按此关系式计算行星轮的角速度肯定不正确。这时只能用矢量图解析法（见例题 4-4）求  $\omega_2$ ，但在此轮系中三个基本构件由于转轴共线，仍可写出

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_3^H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2} = -\frac{z_3}{z_1}$$

从以上分析可以得出结论：由于周转轮系中所有的基本构件的回转轴共线，无论行星轮的轴线方向如何，总可以根据周转轮系的转化轮系写出三个基本构件的角速度与其齿数之间的比值关系式。当已知两个基本构件的角速度矢量的大小和方向时，就可以利用该关系式计算出第三个基本构件角速度的大小及方向，从而可进一步解出两基本构件之间的传动比。但在建立各基本构件角速度与齿数之间的关系式并利用该关系式求解各基本构件角速度的大小和方向时，应注意以下两点：

1) 设周转轮系中两个太阳轮分别为 1 和  $n$ 、系杆为  $H$ ，行星轮的齿数按啮合顺序分别为  $z_1$ 、 $z_2$ 、 $z_3$ 、 $z_4$ 、 $\dots$ 、 $z_{n-1}$ 、 $z_n$ ，写出转化轮系中两中心轮的传动比关系为：

$$i_{1n}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_n^H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_n - \omega_H} = \pm \frac{z_2 z_4 \cdots z_n}{z_1 z_3 \cdots z_{n-1}} \quad (4-4)$$

式中齿数比前的+、一号对计算的正确性十分重要,其符号必须根据周转轮系在转化后形成的定轴轮系的传动关系来判断1、n两太阳轮的转向的关系,明确地用+、一号表示出来。判断+、一号的方法是:先任意假定一个太阳轮的转向,按定轴轮系的传动关系确定出另一太阳轮的转向。两太阳轮转向相同取+号、相反取一号。须强调的是:这个+、一号与两太阳轮的真实转向无直接关系,即+号并不表示两太阳轮的真实转向一定相同,一号并不表示两太阳轮的真实转向一定相反。按图4-12a、b、c、d所示周转轮系判断,不管两太阳轮真实转向如何,也不管其中一个太阳轮是否固定不动,其齿数比之前必须加上“-”号。而图4-12e、f、g所示的轮系,即使两太阳轮的真实转向相反,其齿数比前也必须加上“+”号(可以省略不写)。因此,齿数比前的“+、-”号可以看成是周转轮系的“结构特征”符号。实质上,它反映了转化轮系中内、外啮合的结构特征,故 $i_{1n}^H$ 的+、一号,与前述定轴轮系一样,对轴线全部平行的周转轮系即可用 $(-1)^m$ 来判定,(m为外啮合的对数),而对于由锥齿轮等空间齿轮机构所组成的周转轮系,则用画箭头的方法来判断。为此我们把在齿数比前为“-”号的周转轮系称为负号机构;把齿数比前为“+”号的周转轮系称为正号机构。周转轮系正、负号机构的结构见图4-12。

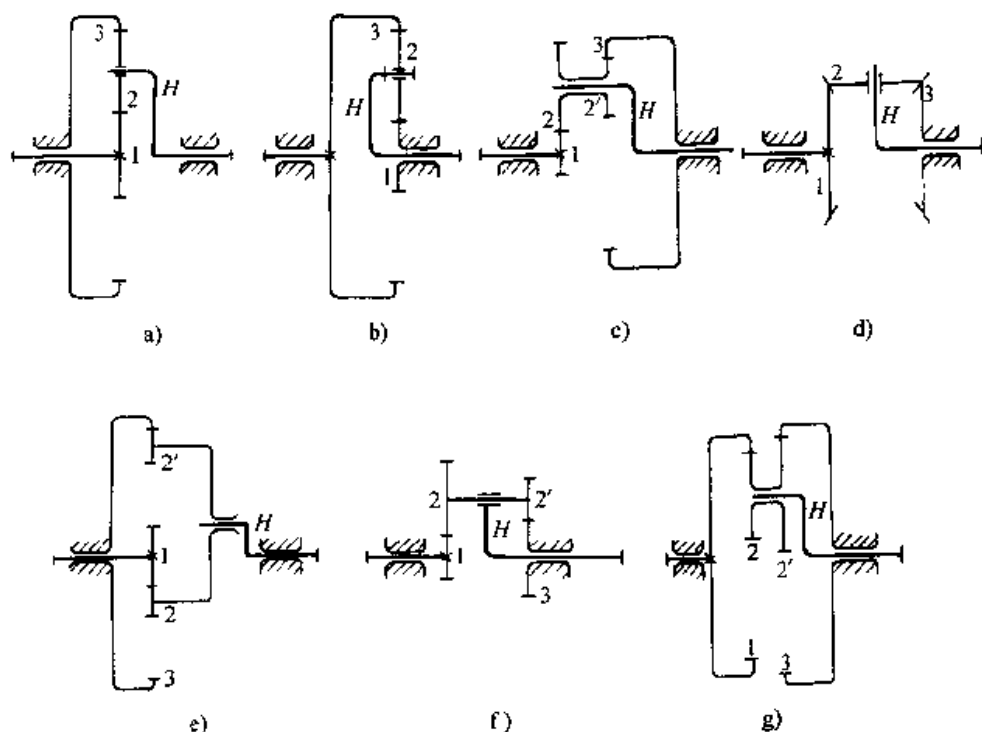


图 4-12 正号机构和负号机构

a)、b)、c)、d) 负号机构 e)、f)、g) 正号机构

2) 由式 (4-4) 给出的关系式既可以求未知角速度的大小又可求其方向。如果我们研究的是自由度为 2 的差动轮系, 则三个基本构件的角速度  $\omega_1$ 、 $\omega_n$  和  $\omega_H$  中必须给定两个才能解出第三个。在运用式 (4-4) 求解时, 必须将两给定角速度的大小和方向一并代入式中。例如当两个给定角速度方向相反时, 则一个角速度必须代入正值, 另一个角速度代入负值; 当两个给定角速度方向相同时, 两角速度值的符号应相同。待求的角速度方向也应根据计算出来角速度的正负来确定。

如果我们研究的轮系是自由度为 1 的行星轮系, 这时该轮系中的两个太阳轮中必定有一个是固定不动的。在运用式 (4-4) 求解时, 应令固定不动太阳轮的角速度为零, 于是另一太阳轮和系杆的角速度中, 只要再给定一个角速度的大小和方向, 另一构件角速度的大小和方向便可以确定了; 两构件的转向也应根据计算结果的正负号来判定, 即: 符号相同表示两构件的转向相同; 符号相反表示两构件的转向相反。设式 (4-4) 中, 太阳轮  $n$  是固定的, 即  $\omega_n = 0$ , 于是利用式 (4-4) 可求出传动比  $i_{1H}$ 。因为  $i_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H}$ , 在式 (4-4) 中将分子分母同除以  $\omega_H$  得:

$$i_{1H} = 1 - i_{1n}^H = 1 - \left( \pm \frac{z_2 z_4 \cdots z_n}{z_1 z_3 \cdots z_{n-1}} \right) \quad (4-5)$$

**例 4-2** 在图 4-13 所示轮系中, 已知  $z_2 = z_3 = 60$ 、 $z_1 = 20$ , 太阳轮 1 的转速为  $1\text{r/min}$ , 太阳轮 3 的转速为  $2\text{r/min}$ , 试求: (1) 两太阳轮转向相同时  $n_H$  的转速、转向和传动比  $i_{1H}$ ; 2) 两太阳轮转向相反时  $n_H$  的转速、转向和传动比  $i_{1H}$ 。

**解**

根据该轮系转化后的定轴轮系判定: 两太阳轮 1、3 转向相反, 故在该轮系的转化轮系的传动比计算公式中, 其齿数比前应加上“-”号(也可以根据图 4-12 判定该机构是负号机构确定此符号)。根据式 (4-4) 得该轮系的转化轮系的传动比为:

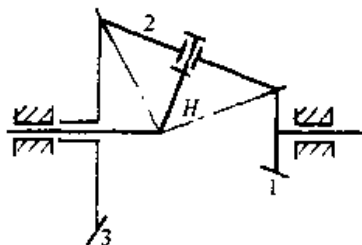


图 4-13 2K-H 锥齿轮行星轮系

$$i_{13}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2} = -\frac{z_3}{z_1} = -3$$

1) 当两太阳轮转向相同时, 设  $n_1 = 1$ ,  $n_3 = 2$ , 代入式中得:

$$\frac{1 - n_H}{2 - n_H} = -3$$

$n_H = \frac{7}{4}\text{r/min}$ , 因  $n_H$  为正, 故系杆转向与太阳轮 1、3 转向相同。

$$i_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = \frac{4}{7}$$

2) 当太阳心轮转向相反时, 令  $n_1 = 1$ ,  $n_3 = -2$  代入得:



$$\frac{1-n_H}{-2-n_H} = -3$$

$n_H = -\frac{5}{4} \text{ r/min}$ , 因  $n_H$  为负, 故系杆转向与太阳轮 3 转向相同与太阳轮 1 转向相反。

$$i_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = -\frac{4}{5}$$

**例 4-3** 在图 4-14 所示轮系中, 已知  $z_1=100$ ,  $z_2=101$ ,  $z_{2'}=100$ ,  $z_3=99$

求: 1) 传动比  $i_{H1}$

2) 若  $z_3=100$ , 其他各轮齿数不变,  $i_{H1}$  又为多少?

**解**

该轮系为正号机构的行星轮系, 根据式 (4-5) 得:

$$i_{H1} = 1 - \left( + \frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} \right)$$

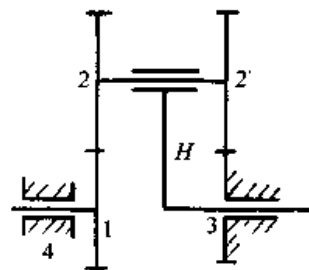


图 4-14 大传动比正号机构

1) 将各齿数代入上式得

$$i_{H1} = 1 - \frac{101 \times 99}{100 \times 100} = 1 - \frac{9999}{10000} = \frac{1}{10000}$$

$$i_{H1} = 10000$$

$$2) i_{H1} = 1 - \frac{101 \times 100}{100 \times 100} = 1 - \frac{10100}{10000} = \frac{-1}{100}$$

$$i_{H1} = -100$$

从计算结果可知: 1) 当各轮齿的齿数相差很小时, 周转轮系可获得很大的传动比。2)  $z_3$  只增加了一齿, 太阳轮 1 与系杆 H 的转向就由同向变为反向, 说明周转轮系运动输出构件的转向不仅与输入运动的转向有关, 还与各轮齿数有关, 这一点与定轴轮系有明显的不同。因此, 周转轮系各轮的转向不能凭想像去画, 而应通过计算来确定。

**例 4-4** 图 4-15a 所示由三个节锥角均为  $45^\circ$  形状完全相同的锥齿轮组成的行星轮系, 已知  $z_1=z_2=z_3=40$ , 太阳轮 1 转速  $n_1=100 \text{ r/min}$ , 转向如图示, 试求: 1) 系杆的转速  $n_H$  的大小及转向; 2) 行星轮 2 的转速及转向。

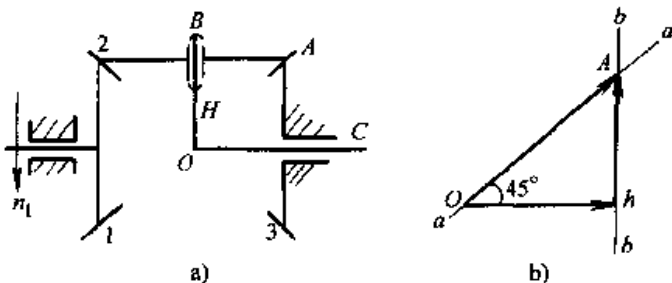


图 4-15 锥齿轮行星轮系

a) 机构运动简图 b) 行星轮转向分析

解

1) 该周转轮系为负号机构的行星轮系, 且  $n_3=0$ , 根据式 (4-4) 得

$$i_{13}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = -\frac{z_3}{z_1} = \frac{n_1 - n_H}{-n_H}$$

将已知参数代入上式得:

$$n_H = \frac{n_1}{2} = 50 \text{ r/min}, n_H \text{ 的转向与 } n_1 \text{ 相同。}$$

2) 由于行星轮轴线与太阳轮及系杆的回转轴线不平行, 故不能用式 (4-4) 来求  $n_2$  的大小和方向。这时可用图解解析法来求行星轮的转速大小及方向。

分析行星轮 2 与系杆  $H$  的相对运动知:

$$\text{因为 } \omega_{2H} = \omega_2 - \omega_H$$

即:

$$\omega_H + \omega_{2H} = \omega_2$$

方向	$O \rightarrow C$	$\parallel OB$	$\parallel OA$
----	-------------------	----------------	----------------

根据前面的计算结果  $\omega_H$  与  $\omega_3$  同向 (角速度矢量方向水平向右), 在图纸上任选长度比例  $\mu_1$  作出向量  $\omega_H$  如图 4-15b 中向量  $\vec{Oh}$  所示。因为行星轮 2 相对于系杆的角速度矢量  $\omega_{2H}$  平行  $OB$ , 过  $\omega_H$  矢端  $h$  点作平行  $OB$  的直线  $\vec{bb}$ 。因行星轮 2 的节圆锥在太阳轮 3 的节圆锥上纯滚动, 2、3 齿轮的绝对瞬心在两节圆锥切线  $OA$  上, 锥齿轮 2 瞬时绕  $OA$  轴转动, 故  $\omega_2$  平行于  $OA$ , 过  $\omega_H$  矢量的起点  $O$  作  $OA$  平行线  $\vec{aa}$ ,  $\vec{aa}$  与  $\vec{bb}$  交于  $A$ , 由于三个锥齿轮形状一样, 锥齿轮的节圆锥角为  $45^\circ$ , 于是得:

$$\angle AO h = 45^\circ$$

$$\omega_2 = \sqrt{2} \omega_H$$

$$n_2 = \sqrt{2} n_H = 70.7 \text{ r/min}$$

$n_2$  的方向如图 4-15b 中  $\vec{OA}$  所示, 即从  $O$  点看行星轮 2 应顺时针转动。

有些周转轮系初看起来结构十分复杂, 行星轮很多, 要求解各构件的转速或构件间的传动比似乎十分困难, 例如图 4-10d 所示的轮系。但仔细分析可知: 只要给轮系加上一  $n_H$  反转后, 阶梯形系杆上所有的行星轮都成为定轴齿轮, 整个轮系转化为一个简单的定轴轮系, 注意到  $n_5=0$ , 可以写出:

$$i_{16}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_6 - n_H} = \frac{z_2 z_4 z_6}{z_1 z_3 z_5} = \frac{n_1 - n_H}{-n_H}$$

于是可以从上式中很容易地解出那些需要的运动参数。

### 三、行星轮系的传动效率计算

行星轮系由于其优良的传动性能, 越来越广泛地应用于各个领域, 它既可以用于传递运动, 又可以用于传递动力, 特别是  $2K-H$  型的行星轮系应用更加广泛。不论是主要用于传递动力还是主要用于传递运动的行星轮系, 特别是传递较大动

力的行星轮系, 对其进行效率分析都具有重要意义。

根据机械效率的定义, 轮系的效率  $\eta$  可按下式进行计算:

$$\eta = \frac{N_r}{N_i + N_f} \text{ 或 } \eta = \frac{N_d - N_f}{N_d}$$

式中  $N_d$ ——轮系的输入功率;

$N_r$ ——轮系的输出功率;

$N_f$ ——轮系的摩擦损耗功率,  $N_d = N_r + N_f$ ;

对于一个需要计算效率的轮系来说, 其输入功率  $N_d$  或输出功率  $N_r$  总有一个是已知的, 所以只要能确定出该轮系的损耗功率  $N_f$ , 就不难用上式得出该轮系的效率。

轮系中的摩擦损耗功率  $N_f$  主要取决于轮系中各运动副中的作用力、运动副元素间的摩擦系数和相对运动速度的大小。为了能较方便地求出  $N_f$ , 我们仍将行星轮系转化, 通过求其转化轮系的摩擦损耗功率  $N_f^H$  来求  $N_f$ 。这样作的好处是: 行星轮系经附加  $(-\omega_H)$  转化为定轴轮系后, 当不计轮系中行星轮和系杆转动产生的惯性力时, 轮系中各运动副中的作用力没有变, 摩擦系数也没有变, 各构件间的相对运动关系、各齿轮啮合的相对滑动速度也没有改变, 在不考虑轴承的摩擦的条件下, 可以认为: 行星轮系的摩擦损耗功率  $N_f$  与其转化机构的摩擦损耗功率  $N_f^H$  几乎是完全相同的, 即  $N_f^H = N_f$ 。由于 2K-H 型行星轮系的转化轮系是串联型的定轴轮系, 串联型定轴轮系的总效率等于各串联齿轮机构效率的连乘积, 而各齿轮机构的效率通常是已知的, 从而能比较方便地求出轮系的总传动效率。例如: 设从齿轮 1-2-2'-3 到齿轮  $n$ , 其每对相啮合齿轮的效率分别为  $\eta_{12}$ 、 $\eta_{2'3}$ 、 $\dots$ 、 $\eta_{n-1,n}$ , 则转化轮系的总效率  $\eta_{1n}^H = \eta_{1n} = \eta_{12}\eta_{2'3}\dots\eta_{n-1,n}$ 。知道了转化轮系的总效率就不难求出摩擦损耗功率  $N_f$ 。

以图 4-16a 所示 2K-H 型行星轮系为例, 设齿轮 1 为主动轮, 其角速度为  $\omega_1$ , 作用于轴上的转矩为  $M_1$ ,  $M_1$  与  $\omega_1$  同向。轮 1 上传递的输入功率为:

$$N_1 = M_1 \omega_1$$

而在转化轮系中, 轮 1 所传递的功率为:

$$N_1^H = M_1(\omega_1 - \omega_H) = M_1 \omega_1 (1 - i_{H1}) = N_1 (1 - i_{H1}) \quad (4-6)$$

上式中由于  $\omega_1$  恒大于  $\omega_H$ , 故  $N_1^H$  大于零,  $N_1^H > 0$  表明转矩与转速同向, 说明齿轮 1 在转化轮系中仍是主动轮, 故  $N_1^H$  在转化轮系中为输入功率。根据机械效率的定义得:

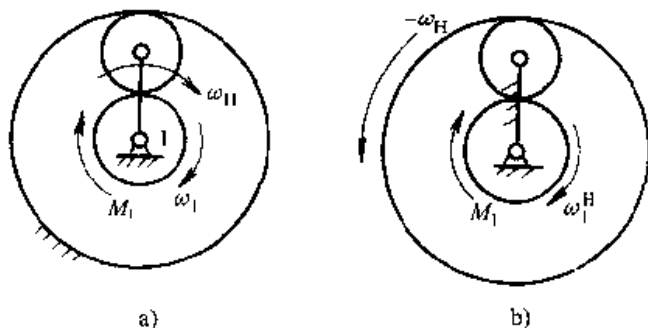


图 4-16 2K-H 型行星轮系传动效率

a) 各轮的转向及力矩 b) 转化机构中  
各轮的转向与力矩

$$\eta_{1n}^H = \frac{N^H - N_t^H}{N_1^H} = \frac{N_1^H - N_t}{N_1^H}$$

所以

$$N_t = N_1^H (1 - \eta_{1n}^H)$$

注意到式(4-6)得

$$N_t = N_1 (1 - i_{H1}) (1 - \eta_{1n}^H)$$

求出  $N_t$  后, 原行星轮系的效率计算就比较容易了。若行星轮系的太阳轮 1 为主动轮, 其输入功率为  $N_1$  (系杆 H 为输出功率构件), 于是该行星轮系的效率为:

$$\eta_{1H} = \frac{N_1 - N_t}{N_1} = 1 - |1 - i_{H1}| (1 - \eta_{1n}^H) \quad (4-7)$$

若太阳轮 1 为从动轮, 其输出功率为  $N_1$ , 系杆 H 为主动构件, 这时行星轮系的效率为:

$$\eta_{H1} = \frac{|N_1|}{|N_1| + N_t} = \frac{1}{1 + |1 - i_{H1}| (1 - \eta_{1n}^H)} \quad (4-8)$$

由式(4-7)和式(4-8)可知: 行星轮系的效率是传动比  $i_{H1}$  的函数。设  $\eta_{1n}^H = 0.95$ , 画出  $\eta_{1H}(\eta_{H1})$  与传动比  $i_{H1}$  的曲线如图 4-17 所示。

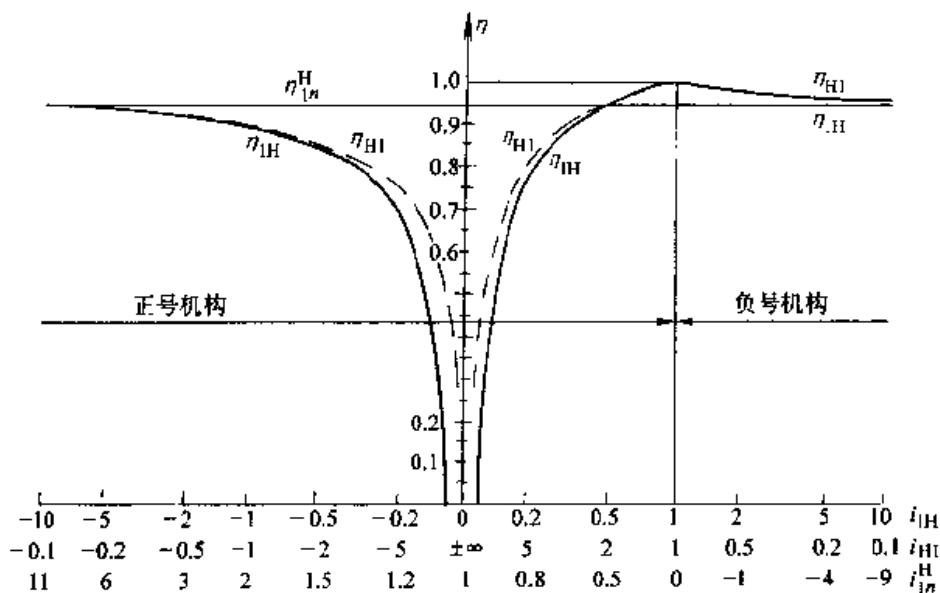


图 4-17 2K-H 型行星轮系的效率曲线

从图中可得出以下结论:

1) 图中实线为  $\eta_{1H}-i_{H1}$  线图, 这时太阳轮 1 为主动, 系杆 H 为从动。由图中可以看出: 当  $i_{H1} = \frac{n_1}{n_H}$  在 -1 与 +1 之间变化时, 即  $|n_1| < |n_H|$ , 轮系为增速传动。随着  $i_{H1}$  趋近于零 (即增速比增大), 由式(4-7)可知: 行星轮系的效率迅速降低, 当  $i_{H1}$  足够小时, 效率甚至可能为零, 轮系将发生自锁。

图中虚线为  $\eta_{H1}-i_{H1}$  线图, 这时系杆 H 为主动, 太阳轮 1 为从动。当  $i_{H1} = \frac{n_H}{n_1}$

在-1与+1之间变化, 轮系也为增速传动时, 随着 $i_{1H}$ 趋近于零(即增速比增大), 由式(4-8)可知: 行星轮系的效率也逐渐降低, 但不会等于零, 轮系理论上也不会发生自锁。因此, 2K-H型行星轮系无论是以太阳轮为主动, 还是以系杆为主动, 当行星轮系用作增速传动时, 其效率比减速传动时低, 以太阳轮为主动时, 轮系甚至将发生自锁。

2) 当 $i_{1H} > 1$ 时, 由行星轮系传动比计算公式(4-5)可知:  $i_{1H}^H = 1 - i_{1H} < 0$ , 即行星轮系为负号机构( $i_{1H} < 1$ 轮系为正号机构), 从图4-17中可以看出: 在实用的传动比范围内, 负号机构的效率总是比较高的, 而且总高于其转化轮系的效率 $\eta_{1H}^H$ 。因此, 负号机构多用来进行动力传动。负号机构中, 图4-12a、b、c所示轮系 $\eta \approx 0.97 \sim 0.99$ , 图4-12d所示轮系 $\eta \approx 0.95 \sim 0.96$ 。而正号机构的效率可能高于 $\eta_{1H}^H$ , 也可能低于 $\eta_{1H}^H$ 。而且由于其传动比 $i_{1H}$ 可以很小(如例4-3), 其效率可能很低, 当以太阳轮为主动件时甚至会自锁。

由于实际加工、安装和使用情况等因素的影响, 以及忽略了一些如搅油损耗和轴承的摩擦损耗等因素, 行星轮系效率的理论计算结果并不能完全真实地反映实际传动装置的效率。所以, 在有条件的情况下, 最好能用实验方法进行效率测定。

#### 四、行星轮系设计的几个问题

在设计行星轮系时要特别注意以下几个问题。

##### (一) 行星轮系类型的选择

行星轮系的类型很多, 选择其类型时主要应从传动比所能实现的范围、传动效率的高低、结构的复杂程度、外形尺寸的大小以及传动功率等几个方面综合考虑而定。

每一种行星轮系的传动比均有一定的实用范围。以图4-12a、b、c、d所示2K-H型行星轮系中的四种负号机构为例, 当以太阳轮为主动时(系杆H为从动构件)是减速传动, 这时输出转向与输入转向相同。图4-12a所示机构的传动比 $i_{1H}$ 的实用范围为2.8~13; 图4-12b所示机构的传动比 $i_{3H}$ 实用范围为1.14~1.56; 图4-12c所示机构由于采用了双联行星轮, 传动比 $i_{1H}$ 可达到8~16; 图4-12d所示机构当1、3齿轮齿数相同时, 传动比 $i_{1H}$ 为2。图4-12e、f、g三种正号机构, 当 $i_{1H}^H = \frac{z_2 \cdots z_n}{z_1 \cdots z_{n-1}}$ 大于2, 由式(4-5)知:  $i_{1H} = \frac{n_1}{n_H} > -1$ , 以太阳轮为主动时是减速传动, 输出转向与输入转向相反; 当 $i_{1H}^H$ 小于2大于零,  $-1 < i_{1H} = \frac{n_1}{n_H} < 1$ , 以太阳轮为主动时是增速传动, 输出转向与输入转向可能相同, 也可能相反, 当 $i_{1H}^H$ 小于1时, 转向相同, 大于1时, 转向相反; 当 $i_{1H}^H$ 趋近于1时, 增速比理论上趋于无穷大。

如果设计要求有较大的传动比, 而一个轮系又不能满足设计要求时, 可将几个轮系串联起来。图4-18所示为由两个轮系串联组成的轮系, 其传动比可达10~60。

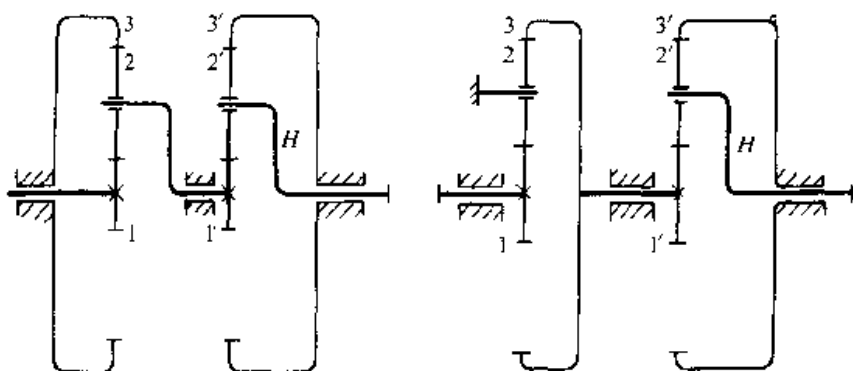


图 4-18 大传动比串联式复合轮系

从行星轮系的效率方面考虑，减速传动的效率总是高于增速传动；负号机构的传动效率又总是高于正号机构的传动效率。因此，如果所设计的轮系是用做动力传动，则应选择负号机构。正号机构一般多用于要求传动比较大而传动较小的辅助机构中，例如磨床的进给机构、轧钢机的指示器中的机构等。当行星轮系用于增速传动时，随着增速比的增大，其传动效率将迅速降低，当达到一定值时，正号机构更容易发生自锁。

从结构和外形尺寸方面考虑，由行星轮系传动比的计算公式  $i_{1H} = 1 - i_{1n}^H$  可知：如果采用太阳轮为主动的单一行星轮系来实现大减速比的传动要求，即希望设计的行星轮系  $i_{1H} = \frac{n_1}{n_H}$  之值较大，则必须使  $i_{1n}^H$  之值较大，因为  $i_{1n}^H = \frac{z_2 \cdots z_n}{z_1 \cdots z_{n-1}}$ ，故轮系的齿数比值应设计得较大，这将导致轮系结构较复杂，轮系的外形尺寸将变得较大。如果采用以系杆 H 为主动的单一行星轮系来实现大减速比的传动要求，即希望设计的行星轮系  $i_{H1} = \frac{n_H}{n_1}$  之值较大，根据公式  $i_{1n}^H = 1 - i_{1H} = 1 - \frac{1}{i_{H1}}$  可知： $i_{1n}^H$  之值接近等于 1，这样由于轮系齿数比较小，其外形尺寸将不会很大，但从图 4-17 可以看出，这时轮系的传动效率却很低。因此，在设计行星轮系时存在着传动比、效率、轮系外形尺寸与结构复杂程度相互制约的矛盾，设计者这时应根据设计要求和轮系的工作条件进行全面综合考虑，以获得最理想的设计效果。

对于 4-11d 所示的 3K 型周转轮系，可以看成是 2 个 2K-H 型周转轮系的组合。3K 型周转轮系的最大特点是：可以实现大传动比，且输出轴的转向不仅与输入轴的转向有关，而且与各轮的齿数有关。其传动效率一般低于 2K-H 型。

## （二）行星轮系各轮齿数的确定

设计行星轮系时，轮系中各齿轮的齿数应满足以下四个条件：

- 1) 保证实现给定的传动比要求；
- 2) 保证两太阳轮和系杆转轴的轴线重合，即满足同心条件；
- 3) 保证在采用多个行星轮时，各行星轮能够均匀地分布在两太阳轮之间，即

满足安装条件;

4) 保证多个均布的行星轮相互间不发生干涉, 即满足邻接条件。

现以图 4-12 所示 2K-H 行星轮系为例, 说明行星轮系中各轮齿数与上述要求的关系。

1. 保证轮系能实现给定的传动比  $i_{1H}$ 。因为  $i_{1H} = 1 - i_{13}^H = 1 - \left(-\frac{z_3}{z_1}\right) = 1 + \frac{z_3}{z_1}$

所以  $\frac{z_3}{z_1} = i_{1H} - 1$  即  $z_3 = (i_{1H} - 1)z_1$  (4-9)

2. 保证三个基本构件回转轴满足同心条件。行星轮系的三个基本构件的回转轴必须在同一轴线上, 否则行星轮系将无法正常运转。根据这一条件从图中容易看出:

$$r'_3 = r'_1 + 2r'_2$$

式中  $r'_i$  ——  $i$  齿轮的节圆半径 ( $i=1, 2, 3$ )。

当轮系中的齿轮采用标准齿轮或等移距变位齿轮传动时, 上式变为:

$$r_3 = r_1 + 2r_2$$

于是得

$$z_3 = z_1 + 2z_2$$

即  $z_2 = \frac{z_3 - z_1}{2}$  (4-10)

3. 保证  $K$  个行星轮能均布的安装条件。如图 4-19 所示, 设需要在太阳轮 1、3 之间均匀装入  $K$  个行星轮, 则安装相邻两个行星轮的系杆夹角  $\varphi_H$  应设计为  $\varphi_H = \frac{360^\circ}{K}$ 。

设先将第一个行星轮 A 装入时, 太阳轮 1 正上方齿的中线正好对准固定太阳轮 3 正上方的一个内齿的中线 (图 4-19), 由于行星轮 B 的形状与行星轮 A 的形状是完全一样的, 即是说: 只有当太阳轮 1 正上方的轮齿中线对准太阳轮 3 正上方内齿轮轮齿中线时行星轮才能装入, 这两条中线错位一点行星轮都是无法装入的。现将系杆转过  $\frac{360^\circ}{K}$  以便装入第二个行星轮 B。由于太阳轮 1 转过的角度  $\varphi_1$  与系杆 H 转过的角度  $\varphi_H$

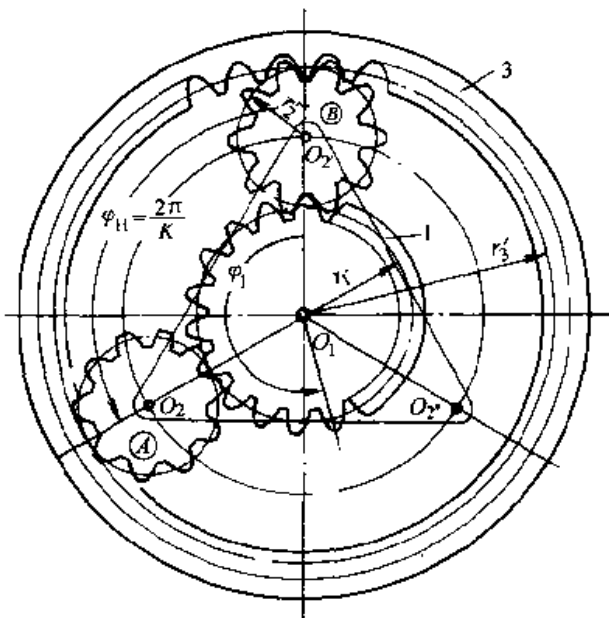


图 4-19 行星轮的均布安装

有如下关系:

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_H}{-\varphi_H} = -\frac{z_3}{z_1} \quad \text{即} \quad \varphi_1 = \left(1 + \frac{z_3}{z_1}\right) \varphi_H = \left(1 + \frac{z_3}{z_1}\right) \frac{360^\circ}{K} \quad (4-11)$$

第二个行星轮  $B$  是否能装入要看系杆转过  $\varphi_H$  角后, 太阳轮 1 正上方的轮齿中线这时是否正好对准太阳轮 3 正上方的轮齿中线。如果这两条中线刚好准确地在一条直线上, 则第二个行星轮  $B$  便能够装入。这就意味着: 系杆转过  $\frac{360^\circ}{K}$  角,  $\varphi_1$  应转过太阳轮 1 的齿距角 (即相邻两齿中线之间的夹角) 的整数倍, 即

$$\varphi_1 = \frac{360^\circ}{z_1} n \quad (n \text{ 为正整数}) \quad (4-12)$$

式 (4-11) 与式 (4-12) 联立得

$$n \frac{360^\circ}{z_1} = \left(1 + \frac{z_3}{z_1}\right) \frac{360^\circ}{K}$$

整理后可得:

$$n = \frac{z_1 + z_3}{K} \quad (4-13)$$

上式说明, 保证均布安装的必要条件是: 两太阳轮的齿数和应能被行星轮的个数  $K$  整除。

由式 (4-9)、(4-10) 和式 (4-13), 将式中的  $z_2$ 、 $z_3$  用  $z_1$  表示, 得  $2K-H$  型行星轮系设计的配齿公式:

$$z_1 : z_2 : z_3 : n = z_1 : \frac{(i_{1H}-2)}{2} z_1 : (i_{1H}-1) z_1 : \frac{i_{1H}}{K} z_1 \quad (4-14)$$

利用式 (4-14) 可以比较方便地确定  $2K-H$  行星轮系中各轮的齿数。例如, 设计一个  $2K-H$  行星轮系, 要求  $i_{1H} = \frac{20}{3}$ ,  $K=3$ 。从式 (4-14) 中最后一项得,  $\frac{i_{1H}}{K} z_1 = \frac{20}{9} z_1 = n$ ,  $n$  应为正整数, 故  $z_1$  可取 9、18、27、……。若行星轮系中各轮齿采用标准齿轮, 为了不产生根切, 初选  $z_1=18$ , 则从式 (4-14) 中可求出  $z_2=42$ ,  $z_3=102$ 。

4. 保证相邻两行星轮不会发生干涉的邻接条件。行星轮的数量  $K$  值选择不当, 会造成相邻两行星轮齿廓发生干涉而无法装入。在图 4-19 中, 应保证两行星轮的中心距  $\overline{O_2 O_2'}$  大于两行星轮齿顶圆半径  $r_{a2}$  之和, 即

$$\overline{O_2 O_2'} > d_{a2}$$

对于标准齿轮传动, 设太阳轮 1 的分度圆半径为  $r_1$ , 行星轮的分度圆半径为  $r_2$ , 齿轮的模数为  $m$ , 齿顶高系数为  $h_a^*$ , 由上式可得:

$$2(r_1 + r_2) \sin \frac{180^\circ}{K} > 2(r_2 + h_a^* m)$$



$$\text{即:} \quad (z_1 + z_2) \sin \frac{180^\circ}{K} > z_2 + 2h_a^* \quad (4-15)$$

在设计 2K—H 行星轮系时,可先用式 (4-14) 初步定出  $z_1$ 、 $z_2$  和  $z_3$  后,再用式 (4-15) 进行检验。若发生干涉则应重新进行设计。

对于图 4-12c 所示的双联行星轮的行星轮系,经过类似的推导不难得出:

$$1) \text{ 传动比条件: } \frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} = i_{1H} - 1$$

2) 同心条件:  $z_3 = z_1 + z_2 + z_{2'}$  (设齿数 1、2 与 2'、3 均为模数相同的标准齿轮)

$$3) \text{ 安装条件: } \frac{z_1 z_{2'} + z_2 z_3}{z_{2'} K} = n \quad (n \text{ 为正整数})$$

$$4) \text{ 邻接条件: } (z_1 + z_2) \sin \frac{180^\circ}{K} > z_2 + 2h_a^* \text{ (设 } z_2 > z_{2'})$$

### (三) 行星轮系的均载装置

周转轮系的一个重要优点,就是能在两太阳轮间采用多个均布的行星轮来共同分担载荷。一般来说,随着行星轮数量的增多,每个行星轮所受的载荷减少,其几何尺寸可以设计得较小,结构更加紧凑,重量相对减轻。例如:在相同功率和转速条件下,四个行星轮的轮系中,每个行星轮的径向尺寸仅为单一行星轮的轮系中行星轮径向尺寸的一半。因此,具有四个行星轮的轮系,其几何尺寸也相应变小。同时,采用多个行星轮对称布置,对平衡轮系运动时行星轮及系杆运动产生的离心惯性力、减小轮齿上的应力也有一定的好处。但实际上,行星轮个数增多,也增加了系统的过约束。由于零件制造误差、安装误差等因素的影响,往往会出现各个行星轮负荷不匀的现象,即啮合传动间隙小的行星轮承受的负荷大、啮合传动间隙大的行星轮承受的负荷小,甚至个别行星轮还会出现不承受负荷的现象,从而降低了轮系的承载能力,影响了轮系运转的可靠性。此外,各轮受载的不均匀性也是轮系运转时产生振动和噪声的重要原因之一。为了尽可能减轻各行星轮受载不匀的现象,消除多个行星轮因过约束引起的过约束力对轮系的不利影响,提高轮系的承载能力,必须在结构上采取一定的措施,来保证每个行星轮上所受的载荷及轮齿在齿宽方向的分布载荷尽可能均匀。

在行星轮系的设计中常采用“柔性浮动”的方法,把轮系中某些构件设计成轴线可浮动的支承,或用弹性材料联接,当构件受载不均匀时,柔性或浮动构件便作柔性自位运动(即自动定位),直至几个行星轮的载荷自动调节趋于均匀分配为止。这种能自动调节各行星轮载荷的装置,称为均载装置。

均载装置的类型很多,有的使主动太阳轮浮动,如图 4-20a 所示是用齿形联轴器连接太阳轮;有的将不转动的内齿轮用弹性材料悬挂定位在机壳上(图 4-20b);有的将行星轮装在弹性心轴上(图 4-20c);还有的采用偏心杠杆使行星轮浮动。上

述几种均载装置均能不同程度地降低各行星轮受载不均的现象,它们各具优缺点,详见有关专著。

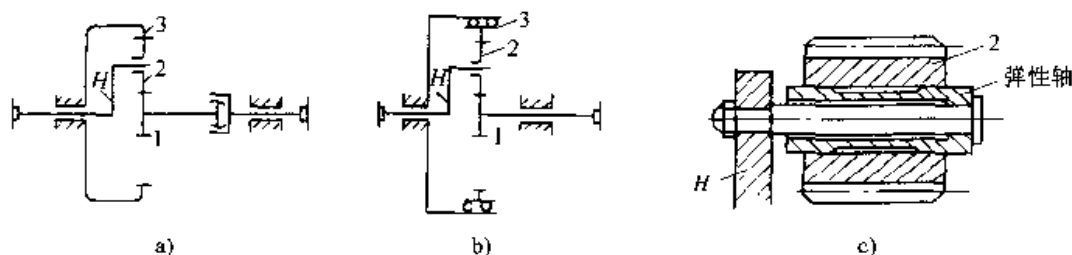


图 4-20 行星轮系的均载装置

a) 太阳轮浮动 b) 内齿轮浮动 c) 行星轮浮动

## 第四节 复合轮系及其设计

前述图 4-11、4-12 所示周转轮系,称为基本周转轮系。把既包含定轴轮系又包含基本周转轮系,或包含多个基本周转轮系的复杂轮系称为复合轮系。

复合轮系的设计主要讨论两个问题:1) 复合轮系的构成及传动比设计;2) 在具有差动轮系的复合轮系中,输入功率的分流情况。

复合轮系既不能将其视为定轴轮系来计算其传动比,也不能将其视为单一的周转轮系来计算其传动比。因为,在复合轮系中如果有多个周转轮系,由于每个周转轮系系杆的角速度并不一定相等,因此,不能将整个轮系用附加某一个 $(-\omega_H)$ 将它们全部反转来计算其传动比。如果轮系中还包含定轴轮系,当给整个轮系附加 $(-\omega_H)$ 反转后,定轴轮系又转化成了周转轮系。因此,计算复合轮系传动比的方法是:将轮系中的定轴轮系和众多的周转轮系一一分开,分别应用定轴轮系和基本周转轮系的传动比计算公式列出各轮系的传动比关系式,然后将所列的关系式联立进行求解,从中解出复合轮系输入构件与输出构件的传动比。因此,在计算复合轮系的传动比时,最重要的问题是首先要分析复合轮系的结构组成将轮系中的定轴轮系和各个周转轮系正确地划分开。划分的关键是先把轮系中的周转轮系一一划分出来。

划分各周转轮系的要点是:先在复合轮系中找出行星轮。寻找行星轮的方法是:在机构简图中寻找那些不是用直轴直接架在机架上的齿轮,其轴(即行星轮的自转轴)上的齿轮就是行星轮。然后确定安装行星轮的构件——系杆的形状及其回转中心,即行星轮的公转轴。最后找出与行星轮相啮合的所有太阳轮。上述三部分的全部构件就构成一个基本周转轮系,这时可用双点划线将其从复合轮系中划出,或用如“4-5-6-(H)为行星轮系”等字样注明。按上述方法将复合轮系中的周转轮系一一划分出来以后,剩下的(如果有)就是定轴轮系部分了。

一、复合轮系的传动比计算

按其结构的组成方式，复合轮系可分为三种：

(一) 串联型复合轮系

为了获得大的传动比，较小的尺寸、重量和高的传动效率，充分发挥行星轮系的特点，常采用自由度为 1 的基本轮系（定轴或行星轮系），按前一基本轮系的输出构件，即为后一基本轮系的输入构件的方式组合成复合轮系，这就称为串联型复合轮系。图 4-21a 所示的复合轮系，为一定轴轮系与行星轮系的串联组合；图 4-21b 为两个行星轮系的串联组合。图中已用双点划线将它们划分开。根据其结构特点必然有第一个基本轮系的输出转速就是第二个基本轮系的输入转速。显然整个复合轮系的传动比，是前后串联的基本轮系传动比的乘积。在分别写出前后两个基本轮系的传动关系式后，利用串联条件，即能求出复合轮系输入与输出构件的传动比。

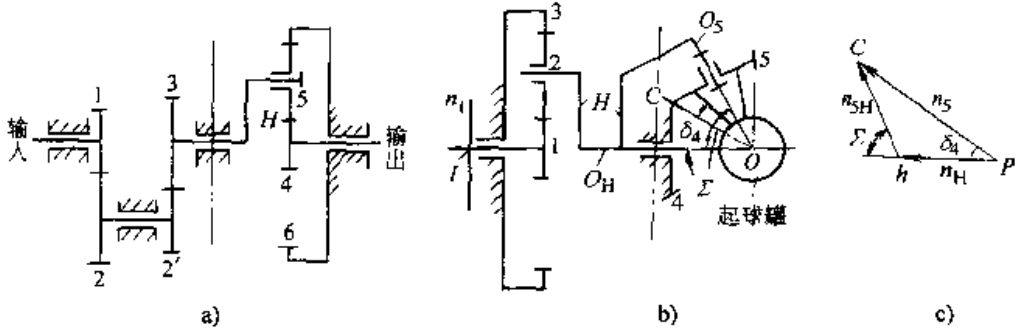


图 4-21 串联型复合轮系  
a) 定轴轮系与行星轮系串联 b) 行星轮系与行星轮系串联  
c) 行星轮 5 的转向分析

**例 4-5** 图 4-21b 所示为用来检验羊毛收缩性能的羊毛起球机构，其工作原理是：在起球罐中放一定量的羊毛，旋转一定时间，羊毛缩成的球愈小表明其收缩性愈好。已知  $z_1=20$ ， $z_2=30$ ， $z_3=80$ ， $z_4=z_5=30$ ， $O_H$  轴与  $O_5$  轴夹角  $\Sigma$  为  $60^\circ$ ，齿轮 4 的节圆锥角  $\delta_4=30^\circ$ ，输入转速  $n_1=900\text{r/min}$  方向如图，求  $n_5$  的大小及方向。

**解**

从图中容易看出，齿轮 2、5 为行星轮（因其回转轴不是用直轴直接架在机架上的）。由此可知：该轮系是由行星轮系 1-2-3-(H)（太阳轮 3 固定不动）和行星轮系 4-5-(H)（太阳轮 4 固定不动）串联而成。

对于行星轮系 1-2-3-(H)有：

$$i_{13}^H = \frac{n_1 - n_H}{0 - n_H} = -\frac{z_3}{z_1}$$

得  $n_H = \left[ \frac{n_1}{1 + \frac{z_3}{z_1}} \right]$ ，将已知参数代入得：

$n_1 = 180 \text{ r/min}$ ,  $n_H$  方向与  $n_1$  相同。

对于空间行星轮系 4-5-(H) 有:

$$\omega_{5H} = \omega_5 - \omega_H$$

方向	$\nearrow OO_5$	$\parallel OC$	$\parallel OH$
----	-----------------	----------------	----------------

选择适当的速度图作图比例尺, 根据上式作矢量封闭多边形如图 4-21c 所示, 从图中几何关系得:

$$\frac{n_5}{\sin(180^\circ - 60^\circ)} = \frac{n_H}{\sin(60^\circ - 30^\circ)}$$

于是得:  $n_5 = 311.8 \text{ r/min}$ 。

从图 4-21c 所示矢量多边形可知: 从  $O$  点看齿轮 5, 其旋转方向为顺时 (行星轮自转方向), 在罐右边看罐的运动, 罐亦按顺时针方向旋转 (行星轮的公转方向)。

## (二) 封闭型复合轮系

为了实现运动的合成或分解, 实现功率的分流, 或为了得到更复杂多样和方便可调的传动系统, 可采用封闭型复合轮系。封闭型复合轮系有一个明显的结构特点是: 轮系中一定包含自由度为 2 的差动轮系, 在差动轮系的三个基本构件中, 用一个自由度为 1 的轮系将其中两个基本构件联接封闭起来, 使被联的两个基本构件间始终保持一定的运动约束关系, 从而使整个轮系成为一个自由度为 1 的复合轮系, 这种复合轮系因此被称为封闭型复合轮系, 也被称为封闭式行星轮系。例如图 4-22 所示的大传动比减速器中, 差动轮系  $2'-3-4-(H)$  中的两个基本构件: 太阳轮  $2'$  与  $4'$  用了一个自由度为 1 的空间定轴轮系  $2-1-1'-5'-5-4'$  将其封闭联接起来。当向该复合轮系的定轴轮系输入已知运动  $n_1$  时, 定轴轮系按一定的传动比将输入

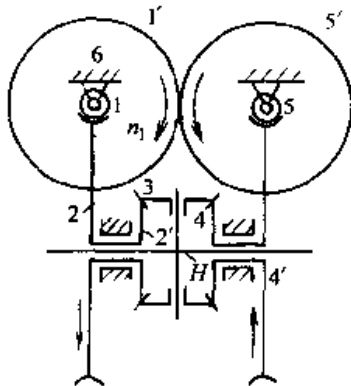


图 4-22 封闭型复合轮系 (一)

运动分解为两个确定的运动, 并分别传输给差动轮系的两个基本构件  $2'$  和  $4'$ , 从而使轮系的系杆有确定的运动输出。

**例 4-6** 设已知图 4-22 中 1 和 5 均为单头右旋螺纹的蜗杆, 各轮齿数  $z_1 = 101$ ,  $z_2 = 99$ ,  $z_2' = z_4$ ,  $z_4' = 100$ ,  $z_5 = 100$ , 已知  $n_1 = 1 \text{ r/min}$ , 方向如图, 求  $n_H$  的大小及方向。

**解**

在定轴轮系 1-2 中

$$n_2 = \frac{z_1}{z_2} n_1 = \frac{1}{99} \text{ r/min} \quad (4-16)$$

方向如图向下。

在定轴轮系 1'-5'-5-4' 中

$$n_{4'} = \frac{z_{1'} z_5}{z_{5'} z_{4'}} n_1 = \frac{101}{10000} \text{r/min} \quad (4-17)$$

方向如图向上。

在差动轮系 2'-3-4- (H) 中

$$i_{2'4}^H = \frac{n_2 - n_H}{n_4 - n_H} = -\frac{z_4}{z_{2'}} = -1 \quad (4-18)$$

将 (4-16)、(4-17) 两式代入 (4-18) 式中, 注意  $n_2$  和  $n_{4'}$  方向相反, 设  $n_2$  为正、 $n_{4'}$  为负得:

$$n_H = \frac{1}{1980000} \text{r/min}$$

上式说明:  $n_1$  需转 1980000 周,  $n_H$  才转一周,  $n_H$  为正值说明  $n_H$  的转向与  $n_2$  的转向相同。该轮系实现了两个输入运动 (转向相反) 的合成, 以紧凑的结构实现了很大的传动比。

又例如图 4-23 所示卷扬机减速器的轮系中, 差动轮系 1-2-2'-3- (5) 中的两个基本构件: 太阳轮 3 和系杆 5 (卷筒) 被自由度为 1 的定轴轮系 3'-4-5 封闭联接起来, 形成一个自由度为 1 的复合轮系。当向复合轮系中的差动轮系输入一个已知运动  $n_1$  时, 差动轮系两基本构件的输出运动经定轴轮系的合成, 使整个轮系实现确定的运动输出。

例 4-7 在图 4-23 中已知:  $z_1=24$ ,  $z_2=48$ ,  $z_{2'}=30$ ,  $z_3=90$ ,  $z_{3'}=2$ ,  $z_4=30$ ,  $z_5=80$ , 已知  $n_1=1450 \text{r/min}$ , 求卷筒的转速  $n_5$  的大小及方向。

解

由差动轮系 1-2-2'-3- (5) 得:

$$i_{13}^5 = \frac{n_1 - n_5}{n_3 - n_5} = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} = -6 \quad (4-19)$$

由定轴轮系 3'-4-5 得:

$$i_{3'5} = \frac{n_{3'}}{n_5} = -\frac{z_5}{z_{3'}} = -4 \quad \text{即: } n_{3'} = -4n_5 \quad (4-20)$$

注意到  $n_{3'} = n_3$ , 将 (4-20) 式代入 (4-19) 式中得:

$$\frac{n_1 - n_5}{-4n_5 - n_5} = -6 \quad (4-21)$$

解式 (4-21) 得:

$$n_5 = \frac{n_1}{31} = 46.77 \text{r/min}, n_5 \text{ 方向与 } n_1 \text{ 方向相同。}$$

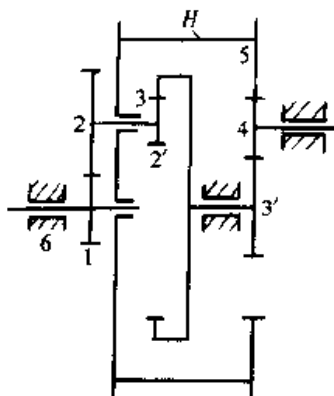


图 4-23 封闭型复合轮系 (二)

在实际工程机械中,除了用机构来封闭、约束差动轮系的两基本构件外,也可以用外部动力约束来封闭差动轮系。例如汽车后桥的差速器就是通过地面对后桥车轮约束力(摩擦力)大小的自动变化来实现自动调整两车轮的转速,以达到使两后轮无论是直行或是转弯均能相对地面作无滑动的滚动。

**例 4-7** 图 4-24a 为汽车后桥差速器中的轮系结构示意图,已知各轮齿数,且  $z_1 = z_3$ , 试分析两后轮实现直行和转弯时,  $n_1$ 、 $n_3$  和  $n_4$  之间的关系。

**解**

1-2-3-(4) 为一个差动轮系, 5-4 为一个定轴轮系, 因此, 该轮系是一个串联型的复合轮系。因只讨论  $n_1$ 、 $n_3$  和  $n_4$  之间的关系, 故只分析差动轮系。差动轮系中, 系杆 4 为运动输入构件, 即  $n_4$  已知。

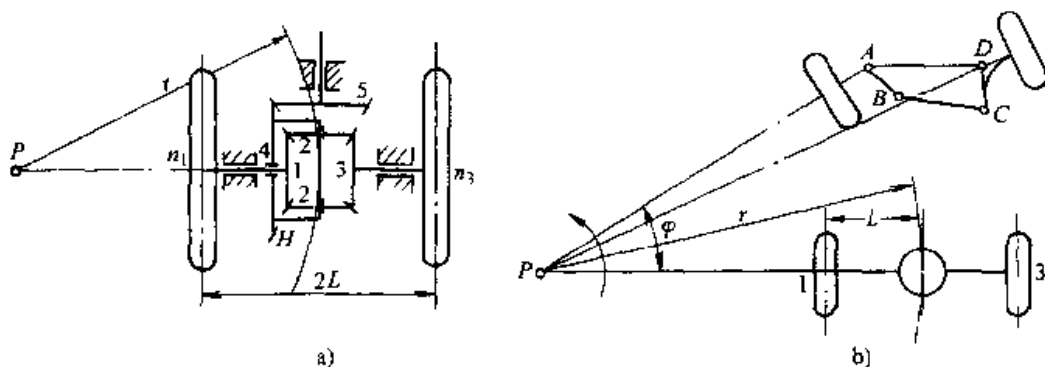


图 4-24 差动轮系的力封闭

a) 汽车后桥用差速器 b) 转弯半径与回转中心

由 1-2-3-(4) 差动轮系得:

$$i_{13}^4 = \frac{n_1 - n_4}{n_3 - n_4} = -\frac{z_3}{z_1} = -1$$

即

$$n_1 + n_3 = 2n_4 \quad (4-22)$$

上式中由于只有  $n_4$  为已知, 故  $n_1$ 、 $n_3$  为两个独立变量。当汽车直行时, 两轮转速会自动达到一致。因为, 若一个轮子快一个轮子慢, 则转得较慢的轮子将在地面上被拖着滑行, 由于滑动摩擦大于滚动摩擦, 地面给该轮子的摩擦力将变大, 轮子在摩擦力驱动下其转速将变快, 另一只轮子转速将变慢, 直至左、右轮转速一致为止。这时, 由于  $n_1 = n_3$ , 由式 (4-22) 知  $n_1 = n_3 = n_4$ , 故差动轮系形成一个各构件无相对运动的整体与后轮轴一齐转动。

转弯时, 由于前后四只轮子须绕同一  $P$  点转动 (图 4-24b), 故右侧轮子滚过地面的弧长应长于左侧轮子滚过地面的弧长, 这时, 左侧轮子的转速会自动调整到比右侧轮子转速慢。因为, 如果左、右侧轮转速一样, 则右侧轮子从将在地面上滑动, 地面给右侧轮子的摩擦力将随之加大, 从而使右侧轮子转速加快, 左侧轮子转速降低, 借助地面给两只轮子的摩擦力, 不断调整直至自动调整到两轮均

相对地面作无滑纯滚为止。

设汽车在弯道行驶时左、右轮轴在时间间隔  $\Delta t$  绕  $P$  点转动转角为  $\varphi$ , 则左轮 1 在地面上滚过的弧长为  $\varphi(r-L)$ 。左轮绕轮轴旋转过轮缘的弧长为:

$$\omega_1 \Delta t R = \frac{n_1 \pi}{30} R \Delta t$$

当轮缘与地面作无滑动的滚动时, 应有:

$$\frac{n_1 \pi}{30} R \Delta t = \varphi(r-L)$$

同理, 对于右轮 3 在地面滚动的弧长为  $\varphi(r+L)$ , 右轮 3 绕轮轴转过轮缘的弧长为  $\frac{n_3 \pi}{30} R \Delta t$ , 当右轮 3 在地面上纯滚动时, 有:

$$\frac{n_3 \pi}{30} R \Delta t = \varphi(r+L)$$

上两式中:  $r$ ——弯道半径;

$L$ ——两轮距的一半;

$R$ ——车轮的有效半径。

将上两式相除得

$$\frac{n_3}{n_1} = \frac{r+L}{r-L} \quad (4-23)$$

解式 (4-22)、式 (4-23) 得:

$$n_1 = \frac{r-L}{r} n_4, \quad n_3 = \frac{r+L}{r} n_4$$

这时  $n_3 > n_1$ 。

汽车在直行时,  $r = \infty$ ,  $\frac{L}{r} = 0$ , 故  $n_1 = n_4$ ,  $n_3 = n_4$ 。

该轮系是封闭型复合轮系, 可根据封闭约束关系的变化, 自动实现运动按需分解的典型应用实例。

### (三) 双重系杆型复合轮系

如图 4-25 所示的复合轮系, 是一个将周转轮系 1-2-(H)-5-6 作为基础轮系, 再将另一个周转轮系 2'-3-4-(h) 安装在基础轮系的系杆上。该轮系实质上就是图 4-10c 所示的, 2K-H 行星轮系中的行星轮, 不再是单一的齿轮 (单个或双联齿轮), 而是一个行星系统。所不同的是图 4-10c 中为一定轴轮系, 而此轮系的行星系统是一行星轮系而已。它们在本质上都是 2K-H 型行星传动。但因这种复

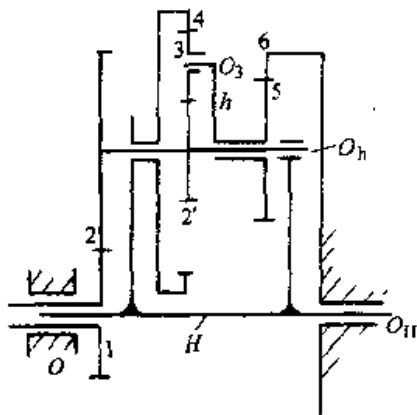


图 4-25 双重系杆型复合轮系

合轮系在基础轮系的系杆上还有一个带系杆的周转轮系，故又称为双重系杆型复合轮系。要求解这种复合轮系的传动比，首先应将整个轮系加上 $(-\omega_H)$ 反转，写出基础轮系1-2-(H)-5-6的传动比关系，然后在整个轮系加上 $(-\omega_H)$ 的基础上，再对周转轮系2'-3-4-(h)加上一个 $(-\omega_h)$ 反转，写出该周转轮系的传动比关系，最后联立求解，才能求得所需要的传动比。

**例 4-9** 在图 4-25 所示的双重系杆复合轮系中，各轮齿数已知，试求传动比 $i_{1H}$ 。

**解**

根据上述分析，先写出基础周转轮系1-2-(H)-5-6的传动比关系。

对于差动轮系1-2-(H)有：

$$i_{12}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} = -\frac{z_2}{z_1} \quad (4-24)$$

注意到 $n_5=0$ ，对于行星轮系5-6-(H)有：

$$i_{56}^H = \frac{n_5 - n_H}{n_6 - n_H} = \frac{z_6}{z_5} = \frac{n_5 - n_H}{0 - n_H} \quad (4-25)$$

对于在附加上 $(-n_H)$ 后的差动轮系2'-3-4-(h)有：

$$i_{2'4}^H = \frac{n_{2'}^H - n_h^H}{n_4^H - n_h^H} = -\frac{z_4}{z_{2'}} \quad (4-26)$$

式中：带上标“H”的转速表示轮系在加上 $(-n_H)$ 后的转速，

$$n_{2'}^H = n_{2'} - n_H; \quad n_4^H = n_4 - n_H; \quad n_h^H = n_h - n_H。$$

展开(4-26)式得：

$$\frac{(n_{2'} - n_H) - (n_h - n_H)}{(n_4 - n_H) - (n_h - n_H)} = -\frac{z_4}{z_{2'}} = \frac{n_{2'} - n_h}{n_4 - n_h} \quad (4-27)$$

注意到式(4-27)中， $n_4 = n_H$ ， $n_{2'} = n_2$ ， $n_h = n_5$ ，得：

$$\frac{n_2 - n_5}{n_H - n_5} = -\frac{z_4}{z_{2'}} \quad (4-28)$$

联立式(4-24)、(4-25)、(4-28)，消去 $n_2$ 和 $n_5$ ，得 $n_1$ 与 $n_H$ 的关系式，整理可得

$$i_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = 1 + \frac{z_2 z_6}{z_1 z_5} \left( 1 + \frac{z_4}{z_{2'}} \right)$$

## \* 二、封闭型复合轮系的功率流

封闭型的差动轮系由于能使输入功率分路传动(即所谓的功率分流)，输入功率能由几路共同分担、传递，因此，各分路传递的功率比只有一路传递时小，轮系中零件的尺寸可以减小，因而常能用较小的机构外廓尺寸获得较大的功率传递。例如图 4-26 所示涡轮螺旋桨发动机主减速器，就是由1-2-3-(H)差动轮系与1'-2'-3'定轴轮系组成的封闭型复合轮系。由于结构中采用了差动轮系使输入功率分



流, 并使用了四只行星轮 2 和六只过轮 2' (图中只分别画了一只) 来分担传递载荷, 因此, 减速器外廓尺寸仅为  $\phi 430\text{mm}$  时, 传递的总功率达  $2850\text{kW}$ 。但是, 如果封闭型差动轮系设计得不合理, 将导致轮系中产生一部分不能输出而只能在轮系内部流动的功率流 (称内功率流或封闭功率流)。这样, 在输出功率不变的条件下, 反而增加了轮系中某些构件的载荷, 严重时甚至还会影响轮系工作的稳定性与可靠性。因此, 对于有功率分流的复合轮系, 在设计时必须对功率在轮系中的分流情况进行分析。由于功率分流总是用差动轮系来完成的, 我们首先来分析作用在差动轮系三个基本构件上的转矩分配情况。

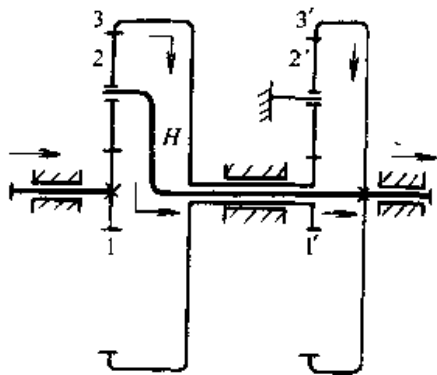


图 4-26 封闭型复合轮系中的功率分流

#### (一) 作用在差动轮系三个基本构件上的转矩比

设作用在三个基本构件: 太阳轮 1、3 和系杆 H 上的转矩分别为  $M_1$ 、 $M_3$  和  $M_H$ , 当轮系匀速运转在不计摩擦的条件下, 根据力的平衡条件有:

$$M_1 + M_3 + M_H = 0$$

上式说明三个转矩之一必然等于其余两个转矩和的负值 (图 4-27)。

因为行星轮 2 上无力矩输出,  $M_2 = 0$ , 设太阳轮 1、3 和行星轮 2 的节圆半径分别为  $r'_1$ 、 $r'_3$  和  $r'_2$ ; 基圆半径分别为  $r_{b1}$ 、 $r_{b3}$  和  $r_{b2}$ ; 啮合角均为  $\alpha'$ ; 作用在行星轮 2 上的作用力分别为  $R_{32}$ 、 $R_{12}$  和  $R_{H2}$ , 在忽略惯性力和重力的条件下, 根据力的平衡条件有:

$$R_{32}r_{b2} - R_{12}r_{b2} = 0$$

所以

$$R_{32} = R_{12}$$

$$R_{H2} = R_{12}\cos\alpha' + R_{32}\cos\alpha' = 2R_{12}\cos\alpha' \quad (4-29)$$

故作用在太阳轮 1、3 和系杆 H 上的转矩分别为

$$M_1 = R_{12}r_{b1} \quad (\text{顺时针}) \quad (4-30)$$

$$M_3 = R_{32}r_{b3} \quad (\text{顺时针}) \quad (4-31)$$

$$M_H = R_{H2}(r'_1 + r'_2) \quad (\text{逆时针}) \quad (4-32)$$

根据式 (4-30)、(4-31) 和 (4-32) 得三转矩之比

$$\frac{M_1}{M_3} = \frac{R_{12}r_{b1}}{R_{32}r_{b3}} = \frac{r_{b1}}{r_{b3}} = \frac{z_1}{z_3}$$

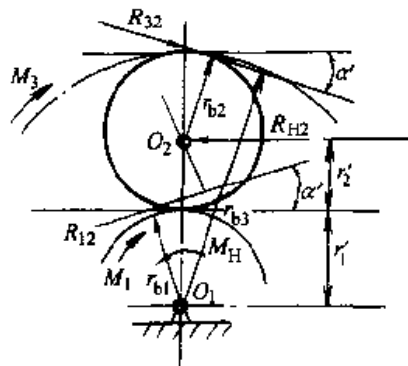


图 4-27 行星轮的受力分析

注意到:  $i_{13}^H = -\frac{z_3}{z_1}$  得:

$$\frac{M_1}{M_3} = -\frac{1}{i_{13}^H} \quad (4-33)$$

注意到:  $r'_2 = \frac{r'_3 - r'_1}{2}$ ,  $\frac{M_1}{M_H} = \frac{-R_{12}r_{b1}}{\frac{R_{H2}}{2}(r'_1 + r'_3)}$

注意到式(4-29),  $r'_1 \cos \alpha' = r_{b1}$ ,  $r'_3 \cos \alpha' = r_{b3}$  得:

$$\frac{M_1}{M_H} = \frac{-2R_{12}r_{b1} \cos \alpha'}{R_{H2}(r_{b1} + r_{b3})} = \frac{-r_{b1}}{r_{b1} + r_{b3}} = \frac{-z_1}{z_1 + z_3} = \frac{1}{i_{13}^H - 1} \quad (4-34)$$

将式(4-33)除以式(4-34)得:

$$\frac{M_3}{M_H} = \frac{i_{13}^H}{1 - i_{13}^H} \quad (4-35)$$

## (二) 封闭型差动轮系中的功率流

图 4-28 所示的复合轮系, 是由轮系  $k$  (其具体结构忽略), 将差动轮系 1-2-3-(H) 两太阳轮 1、3 封闭联接组成的。设轮系  $k$  的传动比为  $i_{13}$ 。总输入功率  $N$  经轮系  $k$  分流后分别传给轮 1 和轮 3, 再经轮 2 合成为  $N_H$  后输出。在不计摩擦及其他因素引起的功率损耗的条件下, 输入功率的大小与输出功率的大小相等, 即  $N = -N_H$ 。

设传递到太阳轮 1、3 上的两分功率分别为  $N_1$ 、 $N_3$ , 则三个基本构件上的功率比  $\frac{N_1}{N_3}$ 、 $\frac{N_1}{N_H}$  和  $\frac{N_3}{N_H}$  可以分别计算如下:

$$\frac{N_1}{N_3} = \frac{M_1 \omega_1}{M_3 \omega_3}$$

由式(4-33)和  $\frac{\omega_1}{\omega_3} = i_{13}$ , 得:

$$\frac{N_1}{N_3} = -\frac{i_{13}}{i_{13}^H}$$

$$\frac{N_1}{N_H} = -\frac{M_1 \omega_1}{M_H \omega_H}$$

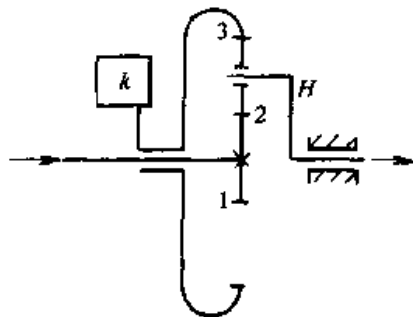


图 4-28 差动轮系用轮系  $k$  封闭

式中:  $\frac{M_1}{M_H}$  由式(4-34)确定,  $\frac{\omega_1}{\omega_H}$  可由下式求出:

因为  $i_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}$

所以  $(1 - i_{13}^H) \omega_H = \omega_1 - i_{13}^H \omega_3 = \omega_1 \left( 1 - \frac{i_{13}^H}{i_{13}} \right)$

于是得:  $\frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{1 - i_{13}^H}{1 - \frac{i_{13}^H}{i_{13}}}$

故 
$$\frac{N_1}{N_H} = \frac{-1}{1-i_{13}^H} \cdot \frac{1-i_{13}^H}{1-\frac{i_{13}^H}{i_{13}}} = \frac{i_{13}}{i_{13}^H-i_{13}} \quad (4-36)$$

同理,注意到式(4-35),

$$\frac{N_3}{N_H} = -\frac{M_3\omega_3}{M_H\omega_H} = \frac{i_{13}^H}{i_{13}-i_{13}^H} \quad (4-37)$$

下面通过例题来说明上述公式在功率分流计算及设计中的应用。

**例 4-10** 在图 4-29a 所示封闭型复合轮系中,已知定轴轮系  $1'-4-4'-5$  中,  $z_{1'}=20, z_4=40, z_{4'}=20, z_5=40$ ; 差动轮系  $1-2-2'-3-(H)$  中,  $z_1=z_3$ 。行星轮 2 与 2' 除分别与中心轮 1、3 啮合外还相互啮合,其结构如图 4-29b 所示。总输入功率  $N$  由 I 轴输入,功率为 60kW;在不计功率损耗的条件下,功率由系杆 H 输出,试分别计算由轴 I 经齿轮 1 和由轴 I 经定轴轮系  $1'-4-4'-5$  输出的分功率流。

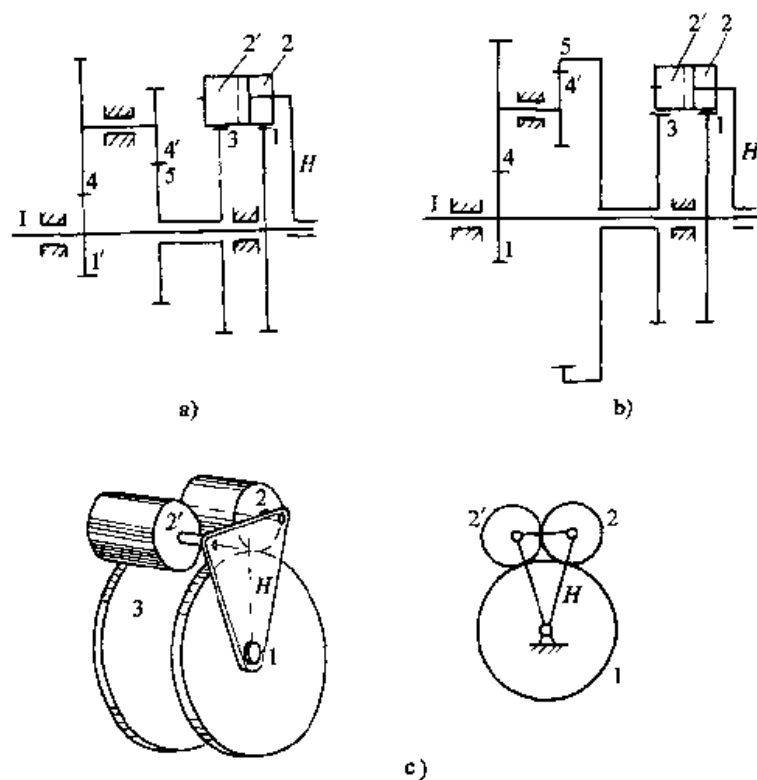


图 4-29 封闭型复合轮系功率流计算  
a) 无内功率流 b) 行星轮结构 c) 出现内功率流

解

因为 
$$i_{13} = \frac{z_4 z_5}{z_{1'} z_{4'}} = 4, \quad i_{13}^H = -1$$

根据式 (4-36), 从轴 I 经中心轮 1 的分功率为:

$$N_1 = N_H \left( \frac{i_{13}}{i_{13}^H - i_{13}} \right) = -0.8 N_H = -48 \text{ kW} \quad (\text{负号表示为输出功率})$$

从轴 I 经定轴轮系到中心轮 3 的分功率由式 (4-37) 得:

$$N_3 - N_H \left( \frac{i_{13}^H}{i_{13} - i_{13}^H} \right) = -0.2N_H = -12\text{kW} \quad (\text{负号表示为输出功率})$$

$$N_1 + N_3 = -60\text{kW} = N_H = -N$$

上述计算表明: 该复合轮系设计合理, 较好地实现了功率分流。

如果改变设计方案, 将齿轮 5 换成一个内齿轮 (图 4-29c), 即改变输入差动轮系轮齿 3 的转速大小与方向, 在其他条件不变的条件下, 设  $z_3=80$ , 这时

$$i_{13} = \frac{z_4 z_5}{z_1 z_3} = -8, \text{ 所以}$$

$$N_1 = N_H \left( \frac{-8}{-8+1} \right) = -68.58\text{kW} \quad (\text{负号表示为输出功率})$$

$$N_3 = N_H \left( \frac{-1}{-8+1} \right) = 8.58\text{kW} \quad (\text{正号表示为输入功率})$$

$$N_1 + N_3 = -60\text{kW} = N_H = -N$$

上述计算结果表明: 在传递同样功率的条件下, 从轴 I 到太阳轮 1 的分功率流大于该轮系传递的全部总功率, 而从轴 I 经定轴轮系到太阳轮 3 的功率流最后经行星轮 2'、2 作为输入功率又流向轴 I, 并未向外输出, 这种功率流即为内功率流。由于第二种设计方案的轮系中出现了内功率流, 从轴 I 到太阳轮 1 传递的功率相对于第一种设计方案增加了  $\frac{68.58-48}{48}=42\%$ , 因此大大地增加了该传动路径中所有构件的载荷。所以, 在设计封闭型复合轮系时, 应避免内功率流的出现, 即应保证两分功率均匀输出 (即两功率值均为负)。

**例 4-11** 图 4-30 为一个无级变速器机构, 机构由带式无级变速器 1'-5' 和定轴轮系 1-2-3 将差动轮系 3'-4-5-(6) 封闭组成。当机构运行时, 调节带式无级变速器, 可以获得不同的传动比  $i_{17}$ 。该机构动力由 I 轴输入, 经分流传动由轴 II 输出, 其中定轴轮系 1-2-3 对输入功率的分流影响较大。例如当定轴轮系的传动比  $i_{13}=1.8$ , 带式无级变速器的调速范围  $i_{1'5'}=0.33\sim 3$  时, 这时  $i_{16}$  的调速范围为  $-0.57\sim -2.25$ 。用式 (4-36) 和 (4-37) 计算可知: 这时流过带式无级变速器的功率占输入功率的  $0.84\sim 0.38$ 。

在  $i_{1'5'}$  不变的条件下, 若使  $i_{13}=-7$ , 这时  $i_{16}$  的变化范围增大为  $-0.7\sim -10.5$ 。通过计算可知: 流过带式无级变速器的功率流为输入功率的  $1.05\sim 1.75$  倍, 即大于机构传递的总功率, 机构中出现了内功率流, 输入功率中一部分功率经差动轮系

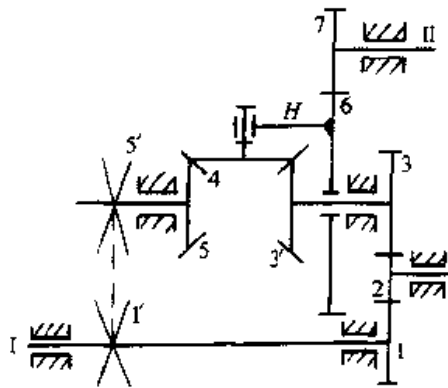


图 4-30 传动比对功率流的影响

中的轮 5-4-3' 和定轴轮系 3-2-1 又流回至功率输入轴。因此, 这类无级变速器当设计要求有较大调速范围时, 应当充分注意内功率流对带式无级变速器的影响, 避免因过载而影响整个机构的正常运行。

## 第五节 轮系的功用

通过前面各节的讨论可以看出, 轮系的功能与用途大致可以归纳为以下几个方面:

1. 获得大的传动比 在保证轮系传动效率较高的条件下, 一个 2K-H 型的减速器, 其一级的传动比通常不超过 16, 单级齿轮机构所能实现的传动比就更低。采用多级轮系串联可以获得较大的传动比。例如: 多级 2K-H 行星轮系的串联, 实用传动比已可达 2500 以上, 最大可达 5000。

2. 在不改变传动比的条件下增大传动距离 一对齿轮能将运动及动力传递的距离由于受传动比、齿数和模数的限制是十分有限的。在一对齿轮间增加若干惰轮, 则可以实现既不改变原齿轮机构的传动比, 又加大了输入轴与输出轴之间的传动距离。

3. 实现分路传动 在只有一个动力源的机械中, 当需要使多个执行机构同时获得运动及动力时, 可采用有多个分路传动的定轴轮系来实现。图 4-31 为钟表传动机构, 动力源 (发条 N) 经定轴轮系 1-2 直接带动分针 M 转动; 一路通过定轴轮系 9-10-11-12 带动时针 H 转动; 另一路通过定轴轮系 3-4-5-6 带动秒针 S 转动。图中括号内为各轮齿数。由图可见: 分针 M 与时针 H 之间的传动比

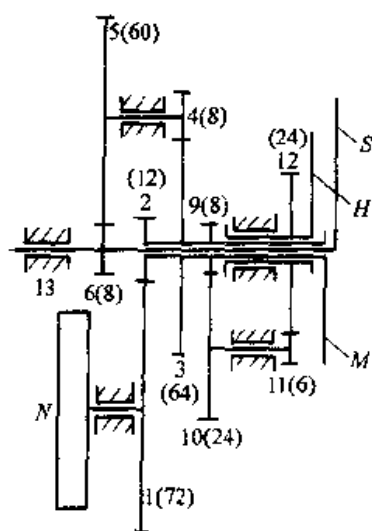


图 4-31 钟表中的定轴轮系

$$i_{MH} = \frac{n_M}{n_H} = -\frac{n_9}{n_{12}} = (-1)^2 \left( \frac{z_{10}z_{12}}{z_9z_{11}} \right) = 12$$

秒针 S 与分针 M 之间的传动比

$$i_{SM} = \frac{n_S}{n_M} = -\frac{n_6}{n_3} = (-1)^2 \left( \frac{z_3z_5}{z_4z_6} \right) = 60$$

4. 实现变速传动 在输入轴转速不变的条件下, 利用滑移齿轮与不同的齿轮啮合, 形成运动传递路径各不相同的定轴轮系, 可使输出轴获得多种工作转速的传动称为变速传动。变速传动分为有级和无级两种。当变速传动的传动比能在一定范围内获得无间断的任意值时, 称为无级变速, 例如图 4-30 所示无级变速器。否则称为有级变速。图 4-32 所示汽车变速器中的定轴轮系, 利用滑移齿轮和牙嵌离

合器便可以获得四种不同的输出转速。图中动力由 I 轴输入，II 轴输出。

第一档：齿轮 5 与 6 相结合，其余脱开（低速档）。

第二档：齿轮 3 与 4 相结合，其余脱开（中速档）。

第三档：牙嵌离合器 A、B 嵌合，其余脱开（高速档）。

第四档：齿轮 6 与 8 啮合，A、B 脱开（倒档）。

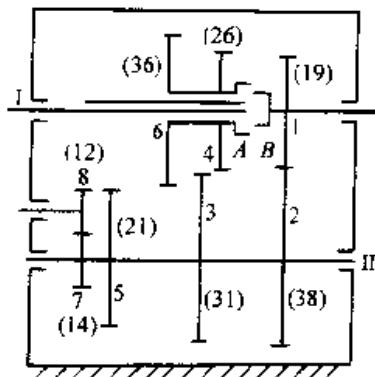


图 4-32 汽车变速器中的定轴轮系

5. 改变输出轴的转向 正如前面所述：惰轮不影响传动比的大小，但能影响输出轴的转向。在图 4-32 所示的汽车变速器的例子中，第四档正是利用了惰轮 8 而使输出轴 II 的转向反向，因此第四档也称倒档。图 4-33a 所示车床上进给丝杠的三星轮换向机构也是利用了输入轴与输出轴间变换惰轮的数量来改变从动轴的转向的实例。图 4-33b 示出一种采用锥齿轮机构进行换向的装置。

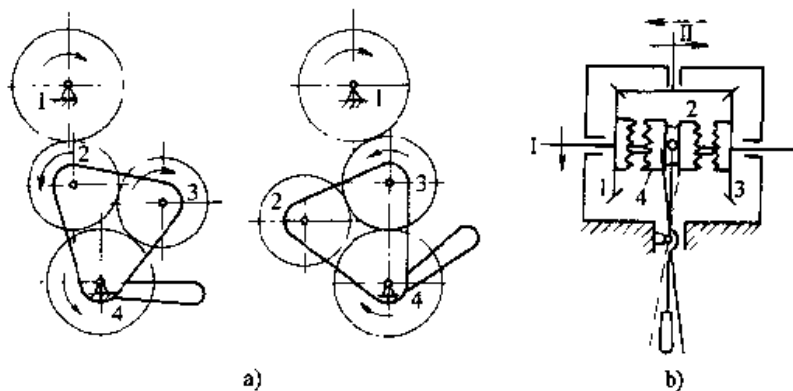


图 4-33 改变输出轴转向的方法

a) 改变惰轮数量 b) 改变齿轮啮合对象

6. 实现运动的合成与分解 差动轮系的自由度为 2，所以轮系中三个基本构件必须给其中任意两个基本构件输入确定的运动，第三个基本构件才能获得确定的相对运动。就是说，第三个基本构件的运动是另两个基本构件运动的合成。利用这一特性，工程中常设计出一些可以变速的减速器。例如图 4-34 所示浇铸用起重机的变速器，已知  $z_1=23$ 、 $z_2=36$ 、 $z_3=95$ 、 $z_4=115$ 、 $z_5=28$ 。电动机  $M_1$ 、 $M_2$  转速均为  $735\text{r/min}$ ，当制动器 II 制动时，可求出输出轴转速  $n_H=143.3\text{r/min}$ ，转向与  $M_1$  电动机相同；当制动器 I 制动时，输出轴转速  $n_H=-144.1\text{r/min}$ ，转向与电动机  $M_2$  的转向相反；当不用制动器且两电动机同向转动时， $n_H=0.832\text{r/min}$ ，转向与  $M_1$  电动机转向相反；当不用制动器两电动机反向转动时，输出轴的转速  $n_H$

$= -287.4 \text{ r/min}$ , 转向与  $M_1$  电动机转向相同。如果将两个电动机中的一个(一般选功率较小的)换成调速电动机, 并对其进行无级调速, 就可以实现无级变速传动。这种变速器结构简单、传动效率高、可在带负荷状态下进行变速作业, 因此是一种很有发展前途的变速装置。

差动轮系除了能将两个运动和动力合成之外, 也可以实现将一个动力和运动分解为两个动力和运动。例如图 4-24 所示汽车后桥差速器就是其中的例子。

7. 实现复杂的轨迹运动和刚体导引 在周转轮系中, 行星轮上各点的运动轨迹是各种形状各异的摆线。例如图 4-35a 所示内啮合行星轮系, 当行星轮的节圆半径为内齿太阳轮节圆半径的一半时, 行星轮节圆上各点的轨迹是一些位置不同的精确直线。而行星轮上除中心  $O_2$  点以外, 各点的运动轨迹是长、短轴各不相同的椭圆。

又如在图 4-35b 所示内啮合行星轮系中, 当行星轮节圆半径与太阳轮节圆半径之比为 0.4, 行星轮节圆外一点  $K$  到行星轮节圆距离为行星轮节圆半径的一半时, 其  $K$  点的运动轨迹是一条连续的五叶长幅内摆线…。由于行星轮能够产生出各种各样的摆线, 因此可用它来加工各种各样的摆线齿轮, 在纺织工业中用来生产各种图案, 以及利用它来设计如图 4-36a 所示带有停歇运动的滑块组合机构。

行星轮上任意一点由于运动轨迹复杂, 在搅拌机中常用它来带动如图 4-36b 所示的搅拌桨。在光学磨片机中, 常用它来带动磨头对玻璃进行抛光。在图 4-36c 所示的马铃薯挖掘机中用来带动挖叉, 该轮系中只要使

$Z_1 = Z_2 (r_1 = r_2)$ , 则行星轮 2 始终作平面平行运动, 该系统正是利用这一位姿特点, 使固接于行星轮上的挖叉方向始终保持不变的特性来实现挖马铃薯的作业过程。该特性还广泛应用于机器人和机械手中。

8. 在机构尺寸、重量较小的条件下实现大功率传动 采用具有多个行星轮的行星减速器, 由于太阳轮四周均布有多个行星轮, 减速器的载荷可以由多个行星轮共同分担, 这样既减小了齿轮的尺寸, 又平衡了行星轮运动时产生的惯性力。由

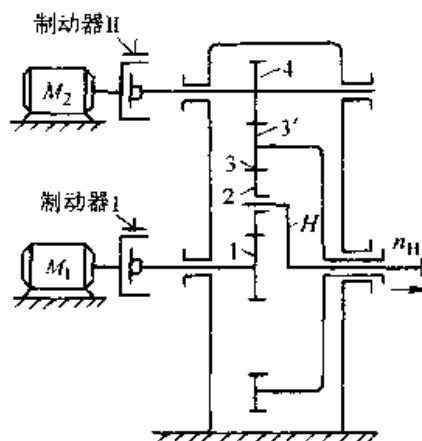


图 4-34 差动型变速器

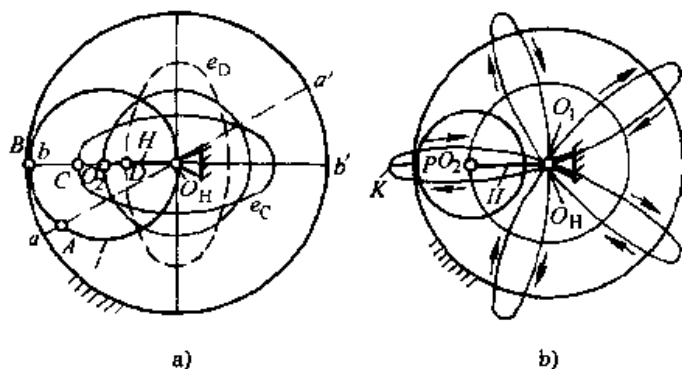


图 4-35 行星轮轨迹曲线

a) 行星轮上不同点的轨迹曲线 b) 五叶长幅内摆线

于所有的行星轮均布装在内啮合的太阳轮内,提高了空间利用率,使之结构非常紧凑。例如图 4-36d 所示的行星式轧机和 4-26 所示涡轮螺旋桨发动机主减速器就是其成功的应用例子。

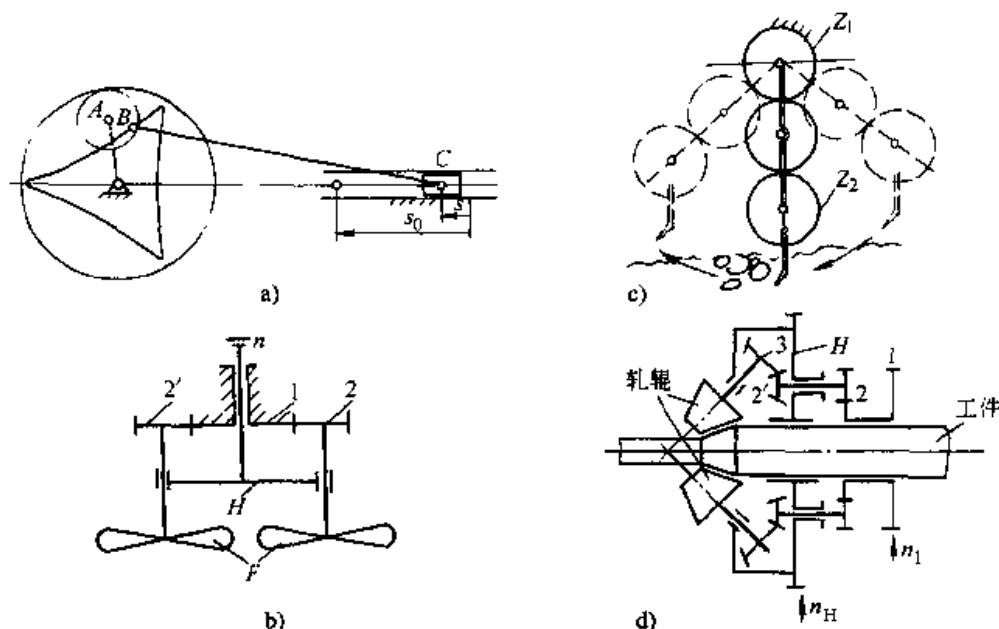


图 4-36 含有行星轮的各种机械

a) 具有停歇运动的组合机构 b) 双桨搅拌机 c) 马铃薯挖掘机 d) 行星式轧机

目前在工业中使用的多级行星减速器中,减速器的承载能力最大已达 5 万多千瓦。在增速传动中,例如  $10000\text{m}^3$  制氧机上,其行星轮系增速器的功率也能达到  $6000\text{kW}$  以上。

## 第六节 少齿差传动简介

当需要体积小传动比大的减速机构时,过去人们一般采用蜗轮蜗杆传动。蜗轮蜗杆传动的最大缺点是:传动效率低、制造蜗杆副需要大量的贵重金属铜。

渐开线行星减速传动,当行星轮齿数与其啮合的内齿轮齿数相差很少时(称为少齿差传动),不但装配方便、体积小,而且传动效率高、传动比大、无需贵重金属铜。因此,渐开线少齿差传动受到人们的广泛注意。根据少齿差传动的啮合原理,人们又开发出了诸如摆线针轮传动、谐波传动、活齿传动等等,根据这些传动原理研制出的各种减速器也在不同的场合得到十分广泛的应用。

### (一) 渐开线少齿差行星齿轮传动

在图 4-2 所示的行星轮系中,如果取消太阳轮 1,而把行星轮的齿数做成与内齿轮只差几个齿(通常为  $1\sim 4$  齿),并安装成图 4-37 所示结构形式,就构成了少齿差行星齿轮传动。这种轮系用于减速传动时,应以系杆 H 为主动(因 H 较短,



通常将系杆作为偏心轴), 行星轮为从动, 即输出运动为行星轮的转动。由于行星轮作一般平面运动, 其绝对瞬心处于内齿轮的节圆上, 是不固定的, 为了把行星轮的绝对转动  $n_2$  传输出来, 则必须用能传递两平行回转运动的联轴器作为运动的输出机构 (用 V 表示)。由于这种少齿差行星齿轮机构中只有一个太阳轮 (用 K 表示), 故这种轮系又称为 K-H-V 行星轮系。其传动比可根据周转轮系传动比计算公式进行计算。设行星轮齿数为  $z_1$ , 转速为  $n_1$ , 固定太阳轮齿数为  $z_2$ , 转速为  $n_2=0$ , 系杆转速为  $n_H$ , 则:

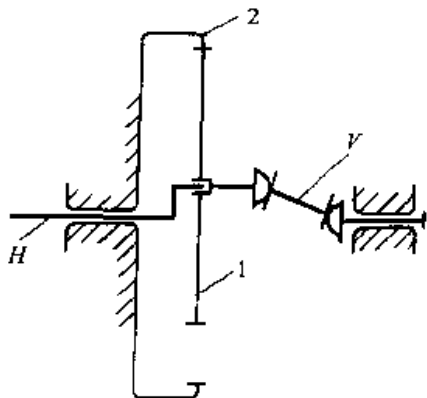


图 4-37 K-H-V 行星轮系

$$i_{12}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1 - n_H}{-n_H} = \frac{z_2}{z_1}$$

故 
$$i_{H1} = \frac{n_H}{n_1} = \frac{-z_1}{z_2 - z_1}$$

由上式可知: 齿数差  $(z_2 - z_1)$  愈小, 则传动比愈大, 当  $z_2 - z_1 = 1$  时, 机构成为一齿差行星轮系, 这时  $i_{H1}$  值最大为  $-z_1$ 。负号表示系杆的转向与行星轮输出运动转向相反。由此可见: 少齿差行星齿轮减速器用很少几个构件, 可获得相当大的传动比 (单级可达 100 以上, 双级可达 10000 以上)、结构紧凑、体积小、重量轻 (与同样传动比、同样功率的普通齿轮减速器比较, 重量可减轻  $\frac{1}{3}$  以上)、加工比较容易、安装维修方便、效率也较高 (一般可达 0.8~0.94), 因而应用广泛。

但是由于轮系中的齿轮是渐开线齿轮, 而两轮齿的齿数相差又很小, 采用正常齿制的齿轮, 两齿轮在运动中极易发生齿廓干涉。为了防止齿与齿之间的干涉, 需要采用有较大啮合角的齿形 (通常齿数差越少, 而啮合角愈大, 一齿差时啮合角高达  $54^\circ \sim 56^\circ$ , 比标准齿轮传动啮合角为  $20^\circ$  高出了许多), 因而导致了齿轮有较大的径向负荷。此外, 由于需将作平面运动的行星轮的运动输出, 还需要一个运动输出机构, 这些都使其传递的功率和传动效率受到一定的限制。因此, 渐开线少齿差行星轮传动一般只适用于中、小型的动力传动 (传递功率一般不大于 45kW)。

在图 4-37 所示的结构中, 运动输出机构为双万向联轴器。由于双万向联轴器的尺寸较大, 且不能用于均布有两个及两个以上行星轮的情况, 故实际上很少应用。目前用得最多的是孔销式运动输出机构。这种运动输出机构的结构如图 4-38 所示。在行星轮的辐板上沿同一圆周均布有若干孔径为  $d_h$  的销孔 (图中为 4 个), 而在运动输出机构的圆盘上, 在相同直径的圆周上均布装有同样数量外径为  $d_s$  的圆柱销, 这些圆柱销将对应地插入行星轮的销孔中。设行星轮的轴心与中心轮的

轴心的偏距为  $a$ , 当三个尺寸满足  $\frac{d_h}{2} - \frac{d_s}{2} = a$  时, 就可以保证圆柱销在运动中始终与销孔接触。因为这时固定的内齿轮中心  $O_2$  (即运动输出机构的回转中心)、行星轮的中心  $O_1$ 、销孔中心  $O_h$  和柱销中心  $O_s$  在运动中始终构成一个平行四边形  $O_2O_1O_hO_s$ , 因此, 行星轮将能在运动中始终推动输出轴的圆盘随行星轮一齐同步转动。为了改善机构的受力状态、增大传动功率, 工程中常采用多个行星轮 (通常为两个) 来驱动一个圆柱销盘运动。例如图 4-38b 和图 4-39 所示二齿差行星传动减速器中, 用两个偏心相位错开  $180^\circ$  的两个行星轮来驱动一个安装有活动销套的圆柱销圆盘运动, 从而使行星轮运动时的离心惯性力得到了平衡, 改善了机构的受力, 减小了销轴的磨损, 增大了减速器的传递功率, 其传动比为 30.5 时, 传递功率可达 18.5kW。

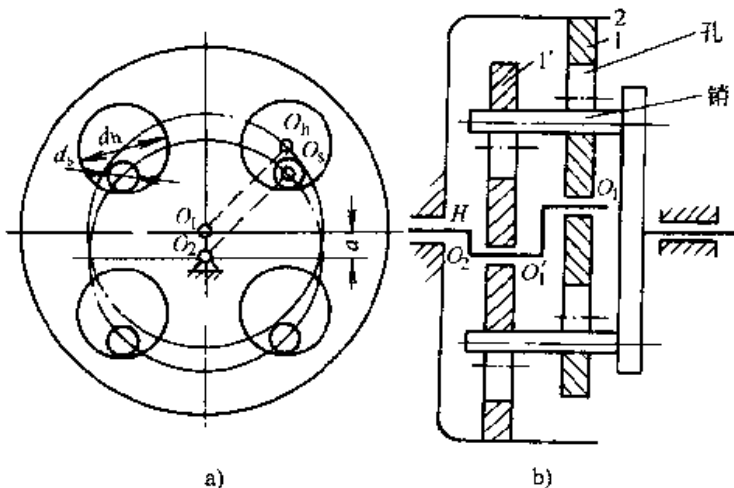


图 4-38 孔销式少齿差减速器  
a) 孔、销的几何关系 b) 双行星轮孔销式减速器

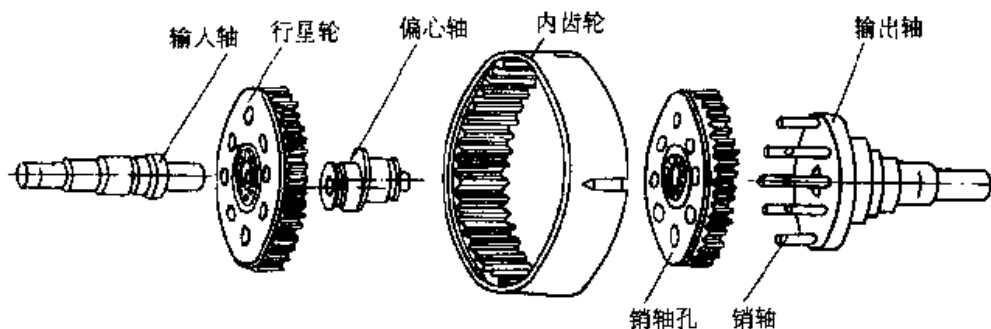


图 4-39 双行星轮少齿差减速器的结构拆分图

少齿差减速器由于其独特的优点和突出的缺点, 成了所有齿轮传动中倍受关注的传动型式。为了发挥其优点, 克服其缺点, 人们进行了大量的创造性的研究与开发, 在此基础上创造出了多种齿型和特殊结构的新型传动。比较典型的有以下几种。

## (二) 摆线针轮传动

摆线针轮传动也是一种一齿差行星齿轮传动, 它和渐开线一齿差行星齿轮传动的区别在于: 其齿轮的齿廓不是渐开线而是摆线和圆。和渐开线一齿差行星齿轮传动比较, 它有以下一些优点:

1) 没有齿顶相碰和齿廓干涉问题。

2) 理论上有一半数量的齿可以参加传递载荷, 同时啮合的齿数多、重叠系数大、故承载能力高。

3) 啮合角比渐开线行星齿轮传动的啮合角小, 平均约为  $40^\circ$ , 从而减轻了径向负荷, 提高了传动效率。其传递效率一般在 0.9 以上, 传递功率目前已达 100kW。

摆线齿廓的形成如图 4-40 所示。将半径为  $r_2$  的滚圆套在半径为  $r_1$  的导圆上 ( $r_1 < r_2$ ), 并使滚圆在导圆上作无滑动的滚动, 滚圆上任意一点  $P$  就形成轨迹为  $\overline{P_1P_2P_3}$  的外摆线, 而与滚圆固联的任意一点  $M$  将形成轨迹为  $\overline{M_1M_2M_3}$  的延长外摆线。以延长外摆线  $\overline{M_1M_2M_3}$  为理论廓线用半径为  $r_2$  的小圆作包络曲线得一条延长外摆线的等距曲线  $\overline{C_1C_2C_3}$ , 于是得行星轮的齿廓曲线, 而固定中心内齿轮的齿廓曲线即为半径为  $r_2$  的小圆, 故内齿轮又称为针轮, 摆线针轮传动因此得名。

由摆线行星轮和针轮齿廓形成的过程可知: 当摆线行星轮与针轮作相对运动时, 滚圆随之与导圆作纯滚动, 所以导圆与滚圆实际上是它们啮合传动时的节圆, 两圆的切点即为节点, 故两轮的传动比为:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

因  $r_1, r_2$  为定值, 故两轮的传动比恒为定值。

从图中可以看出: 因滚圆半径  $r_2$  比导圆半径  $r_1$  大, 滚圆的圆周长大于导圆的圆周长, 当滚圆在导圆上作纯滚一周后, 设其周长差为  $\widehat{AB}$ , 则

$$\widehat{AB} = 2\pi(r_2 - r_1) \quad (4-38)$$

$\widehat{AB}$  应当对应摆线齿廓行星轮的一个完整的外摆线齿廓的起点与终点。设摆线行星轮的齿数为  $z_1$ , 针轮齿数为  $z_2$ ,  $r_2 - r_1 = a$ , 则由式 (4-38) 得:

$$\widehat{AB} = 2\pi a$$

$$\frac{2\pi r_1}{\widehat{AB}} = z_1 = \frac{2\pi r_1}{2\pi a} = \frac{r_1}{a}, \quad \left(\frac{r_1}{a} \text{ 必须为正整数}\right)$$

$$\frac{2\pi r_2}{\widehat{AB}} = z_2 = \frac{2\pi(r_1 + a)}{2\pi a} = 1 + \frac{r_1}{a} = 1 + z_1$$

上式说明: 针轮齿数只能比摆线行星轮齿数多一齿, 故摆线针轮传动只能是

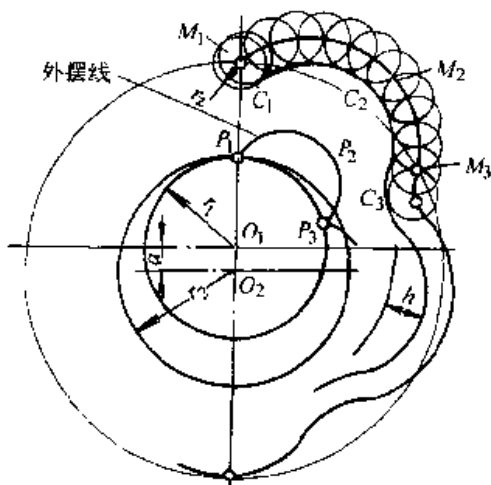


图 4-40 外摆线及摆线齿廓的形式

一齿差行星齿轮传动。

为了改善构件的受力,增大机构的传递功率,摆线针轮减速器中常用和渐开线少齿差行星齿轮减速器类似的结构,采用两个偏心相互错位  $180^\circ$  的摆线齿廓的行星轮,输出机构为孔销式等速输出机构,为了减小摩擦,在针销外面通常有活动的针销套(图 4-41)。

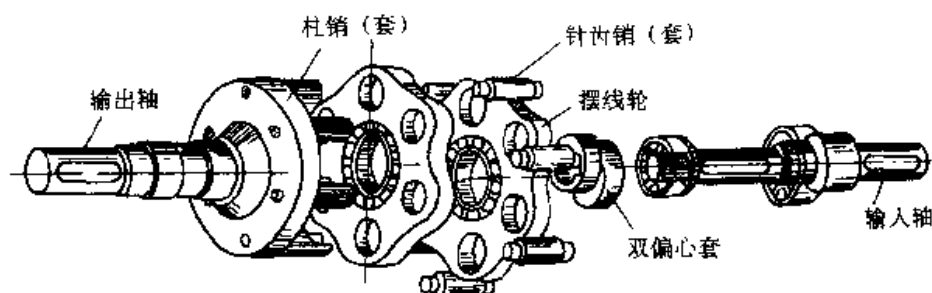


图 4-41 摆线针轮减速器结构的拆分图

摆线针轮传动虽具有上面谈到的一些优点,但也存在着一些缺点:如摆线轮、针轮、输出机构和机壳等主要零件制造精度要求高、工艺较复杂、要求采用较好的材质,因此生产成本较高。

### (三) 活齿传动

活齿传动也是一种少齿差行星齿轮传动,目前已研制出了多种活齿轮结构型式的活齿传动。图 4-42 所示为推杆活齿传动,它与渐开线少齿差行星齿轮传动的主要区别在于:它用偏心圆激波器 H 替代渐开线少齿差行星齿轮传动中的系杆;用活齿和活齿盘 1 代替行星轮及输出机构;其内齿轮 2 采用带滚筒的小圆柱针销(针齿)作为内齿轮的齿廓;活齿齿廓(即行星轮齿廓)采用小圆的共轭齿廓或直线齿廓。

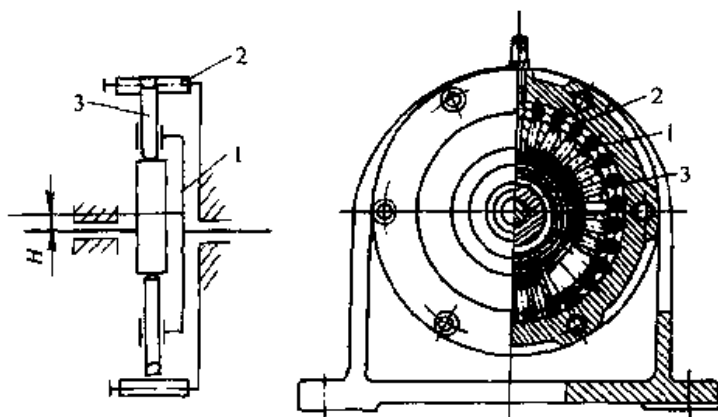


图 4-42 活齿减速器的工作原理及结构

活齿传动的工作原理是:当以偏心圆轴为主动件转动时,偏心圆盘将周期性地激动安装在活齿盘上可沿

径向移动的活齿作径向往复运动,从而使活齿的楔形齿头逐渐从活齿盘缘伸出与内齿圈上的针齿啮合,当均布在活齿盘上的所有活齿一齿一齿地依次与针齿啮合和退出啮合,就如同行星轮在内齿圈上作既自转又公转的啮合运动,从而实现行星齿轮传动。因此,称这种行星齿轮减速器为活齿减速器。在活齿传动机构中,活

齿盘既是活齿的保持架（相当于行星轮的轮幅）又是行星轮的运动输出机构。驱动活齿运动的偏心圆盘，将活齿盘上的活齿依次推起和落下，形成类似蛇腹蠕动式的切向运动波，故偏心圆盘又称为偏心圆激波器。在激波器转一周的过程中，活齿的运动循环次数与激波器上偏心凸起部分的数量是相等的。其凸起的数量称为波数，故偏心圆激波器的波数等于 1。

设活齿盘的转速为  $n_1$ ，针齿轮的转速为  $n_2$ ，偏心圆激波器的转速为  $n_H$ ，活齿的齿数为  $z_1$ ，针齿的齿数为  $z_2$ ，根据周转轮系的传动比公式得

$$i_{12}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} = \frac{z_2}{z_1} \quad (4-39)$$

因为活齿盘轴、激波器轴和针齿轮轴三轴共线，因此三个构件中可以以其中任意一个构件为主动件，任意一个构件为机架和运动输出构件。

如果以针齿轮为机架，即  $n_2 = 0$ ，由式（4-39）得

$$\frac{n_1 - n_H}{-n_H} = \frac{z_2}{z_1} \quad \text{故} \quad i_{H1} = \frac{-z_1}{z_2 - z_1} \quad (4-40)$$

设计时，通常取  $z_2 - z_1$  等于激波器的波数，如果采用偏心圆激波器即波数为 1，则  $z_2 - z_1 = 1$ ，这时活齿传动变成一齿差传动，由式（4-40）得

$i_{H1} = -z_1$ ，负号表示输入与输出转向相反。

如果以活齿盘为机架，即  $n_1 = 0$ ，由式（4-39）得

$$\frac{-n_H}{n_2 - n_H} = \frac{z_2}{z_1} \quad \text{故} \quad i_{H2} = \frac{z_2}{z_2 - z_1}$$

对于一齿差活齿传动  $i_{H2} = z_2$ ，这时输入与输出转向相同。

减速比  $i_{H1}$  和  $i_{H2}$  设计时可在 17~60 的范围中取值。由于增速传动，尤其是大增速比传动机构容易发生自锁，故应用较少。

当以激波器为机架时，即机构中系杆  $H$  不动， $n_H = 0$ ，活齿传动变成定轴轮系传动，这时

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

由于  $z_2 = z_1 + 1$ ，故活齿盘与针齿轮间只能实现小传动比的减速或增速传动。

为了使减速器受力均衡，传递更大的功率，活齿减速器通常采用双排激波器和活齿齿轮的结构，两激波器对称错位  $180^\circ$  安装，活齿在活齿盘上分两圈安装，两圈活齿相互错开半个齿距均布排列。针齿为单排、齿数应为双数。

活齿传动有以下主要优点：

1) 同时啮合的齿数多达 50%，故承载能力大，在相同传动比和相同体积的条件下，承载能力比普通齿轮减速器约大 6 倍。

2) 由于采用了针齿和直线齿廓的行星轮齿，故不易发生齿廓干涉。

3) 传动比大。在传动比和传动功率相同的条件下,比普通齿轮减速器的体积缩小  $1/3$  左右。

4) 结构简单。与少齿差行星传动和摆线针轮传动比较,活齿传动省去了等速运动输出机构,简化了结构,改善了传动性能。

5) 传动效率高。活齿传动的啮合为滚动摩擦,活齿虽在活齿盘的槽中有滑动,但相对滑动率比齿轮传动的滑动率低,加之又省去了输出机构,故活齿传动效率高。 $i=29$ ,功率为  $1.5\text{kW}$  的活齿减速器,经跑合后实测效率可达  $0.94$ 。

6) 工艺性能良好。活齿和针齿均为形状简单的小件或标准滚动件,无需特殊齿廓加工设备,易于标准化和系列化,也便于使用和维修,生产成本较低,与同规格的摆线针轮减速器比较,价格可低  $10\%\sim 13\%$ 。

#### (四) 谐波齿轮传动

谐波齿轮传动由三个基本构件组成(图 4-43),即:激波器 H、刚性内齿轮 2 (简称刚轮) 和柔轮 3。其传动工作原理与活齿传动极其相似,所不同的是:活齿传动中的活齿在谐波齿轮传动中改用了可以变形的柔性齿环;其刚轮内齿的齿廓与柔轮齿廓相同,或均为直线齿廓,或均为渐开线齿廓。

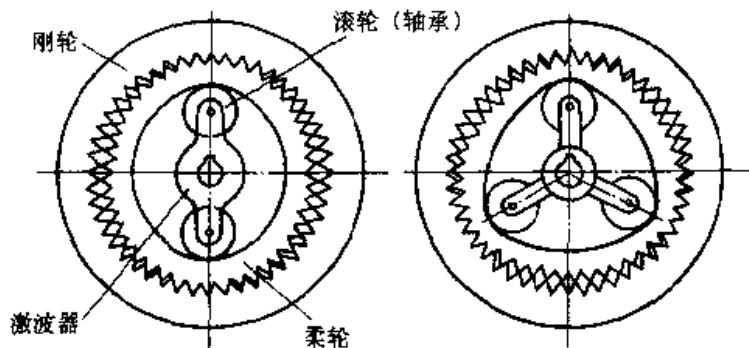


图 4-43 谐波齿轮传动

谐波齿轮的工作原理是:当激波器(带滚动轴承的转臂)装入柔轮后,迫使柔轮从圆形变为椭圆形,椭圆形柔轮的长轴端附近的齿与刚轮齿完全啮合,椭圆形柔轮的短轴端附近的齿与刚轮齿完全脱开。在柔轮周长上,其余不同区段的齿有的处于啮合状态,有的处于啮出状态。当激波器连续转动时,柔轮的变形部位也随之转动,使柔轮的齿依次进入啮合,然后再依次退出啮合,从而实现啮合传动。在传动过程中,柔轮产生的弹性变形波近似于谐波,故这种齿轮传动机构又称为谐波齿轮传动。谐波齿轮传动中柔轮与刚轮轮齿的周节相同、其齿数不同,设计时通常使两轮齿数差等于激波器的波数。激波器常用的是双波和三波两种(图 4-43),其中双波激波器应用最多。

谐波齿轮传动的啮合过程和行星轮齿传动类似, 柔轮 (相当于行星轮) 在激波器的驱动下 (相当于系杆  $H$  转动), 在刚轮 (刚性内齿轮) 的内齿圈内既自转又公转。设柔轮的齿数为  $z_1$ 、转速为  $n_1$ ; 刚轮的齿数为  $z_2$ 、转速为  $n_2$ , 激波器的转速为  $n_H$ , 其传动比按周转轮系传动比计算公式得

$$i_{12}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} = \frac{z_2}{z_1} \quad (4-41)$$

由于柔轮、激波器和刚轮三个构件的轴共线, 可取其中任意一构件为主动件, 任意一个构件为机架或从动件, 因此, 当以激波器为主动件 (最常采用)、刚轮为机架、柔轮为从动件时, 由式 (4-41) 得

$$\frac{n_1 - n_H}{-n_H} = \frac{z_2}{z_1} \quad \text{故} \quad i_{H1} = \frac{-z_1}{z_2 - z_1} = -\frac{z_1}{n}$$

式中,  $n$  为波数或波数的整数倍, 即  $z_2 - z_1 = n$ 。  $i_{H1}$  为负表示输入与输出转向相反。

当以激波器为主动件、柔轮固定为机架、刚轮为从动件时, 由式 (4-41) 得

$$\frac{-n_H}{n_2 - n_H} = \frac{z_2}{z_1} \quad \text{故} \quad i_{H2} = \frac{z_2}{z_2 - z_1} = \frac{z_2}{n}$$

$i_{H2}$  为正, 表示输入与输出转向相同。

在设计时,  $i_{H1}$  与  $i_{H2}$  可在 50~500 范围内选取。

当以激波器固定为机架时, 柔轮与刚轮传动为定轴齿轮传动, 故

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

因  $z_2 - z_1 = n$  相差很小, 故两轮作微小传动比的减速或增速传动。

谐波齿轮传动与普通齿轮传动比较有如下一些特点:

1) 传动比大, 且变化范围宽。单级传动比范围为 10~1000, 当以激波器固定时, 传动比为 1.002~1.02。

2) 同时啮合的齿数多。双波传动时其啮合齿数可达 30%~40%, 三波传动时啮合齿数更多, 故承载能力较高。

3) 零件少、体积小、重量轻。在相同条件下比普通齿轮减速器元件少一半, 体积可减小 20%~50%, 因此, 重量大大减轻。

4) 运动精度高。由于多齿啮合的平均效应, 故其传动精度比相同条件下的普通齿轮减速器高。

5) 齿面相对滑动率很低, 齿面之间接近于面接触, 故磨损小、运动平稳、无噪声。

6) 在大传动比条件下仍具有较高的传动效率。

7) 适用范围广。其功率可大到数十千瓦, 负载能力可达数万牛·米, 传动精度可达秒量级。

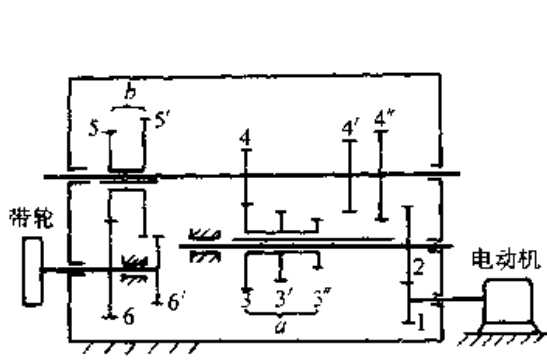
但谐波传动也有下述缺点:

- 1) 起动力矩较大, 速比越小越严重。
- 2) 柔轮在运动中, 要长时期发生周期弹性变形, 因此, 对柔轮的材料、热处理技术要求较高, 否则柔轮极易疲劳损坏。
- 3) 当用谐波齿轮传动传递动力时, 若结构参数选择不当易导致发热过大, 故必要时需采用适当冷却措施。

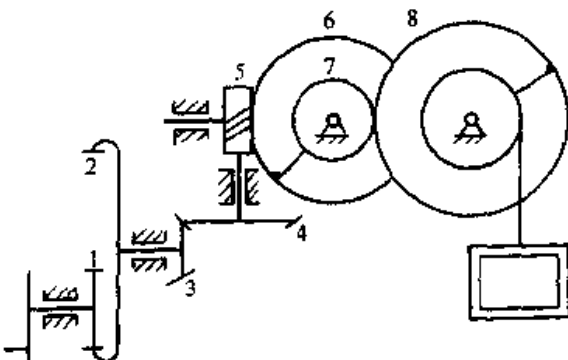
## 习 题

4-1 在题图 4-1 所示的车床变速箱中, 已知各轮齿数为  $z_1=42$ ,  $z_2=58$ ,  $z_3=38$ ,  $z_4=42$ ,  $z_5=50$ ,  $z_6=48$ , 电动机转速为  $1450\text{r/min}$ 。若移动三联滑移齿轮  $a$  使齿轮  $3'$  和  $4'$  啮合, 又移动双联滑移齿轮  $b$  使齿轮  $5'$  和  $6'$  啮合, 试求此时带轮转速的大小和方向。

4-2 在题图 4-2 所示的手摇提升装置中, 已知各轮齿数为  $z_1=20$ ,  $z_2=50$ ,  $z_3=15$ ,  $z_4=30$ ,  $z_5=40$ ,  $z_7=18$ ,  $z_8=51$ , 蜗杆  $z_6=1$  为右旋, 试求传动比  $i_{18}$  并确定提升重物时手柄的转向。



题图 4-1



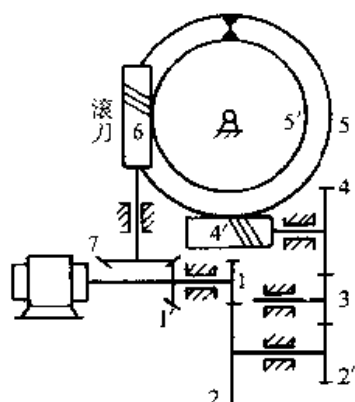
题图 4-2

4-3 题图 4-3 所示为一滚齿机工作台的传动机构, 工作台与蜗轮 5 相固联。已知  $z_1=z_1'=20$ ,  $z_2=35$ ,  $z_4'=1$  (右旋),  $z_5=40$ , 滚刀  $z_8=1$  (左旋),  $z_7=28$ 。若要加工一个  $z_5'=64$  的齿轮, 试决定交换齿轮组各轮的齿数  $z_2'$  和  $z_4$ 。

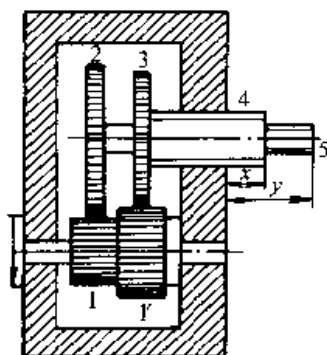
4-4 在题图 4-4 所示的传动装置中, 螺杆 4 和 5 是一对旋向相反的单线螺杆, 其螺距分别为  $3\text{mm}$  和  $2.5\text{mm}$ , 螺杆 5 旋在螺杆 4 内, 螺杆 4 旋在框架上。齿轮 1 和  $1'$  是固联在手轮转轴上的双联齿轮, 齿轮 2 与螺杆 5 固联在一起, 齿轮 3 与螺杆 4 固联在一起。已知各轮齿数:  $z_1=20$ ,  $z_1'=26$ ,  $z_2=44$ ,  $z_3=38$ , 试确定当手轮按图示方向转动一周时,  $x$ ,  $y$  的大小和方向变化。

4-5 在题图 4-5 所示的压榨机中, 螺杆 4 和 5 为一对旋向相反的螺杆, 其螺距分别为  $6\text{mm}$  和  $3\text{mm}$ , 螺杆 5 旋在螺杆 4 内, 螺杆 4 与齿轮 3 固联一起, 螺杆 5 与盘 B 联在一起, 盘 B 插在框架两侧的槽内不能转动只能沿框架上下移动。已知各轮齿数为:  $z_1=18$ ,  $z_2=24$ ,  $z_2'=24$ ,  $z_3=64$ , 试求为使盘 B 下降  $19\text{mm}$ , 轴 A 应转多少转, 转向如何?

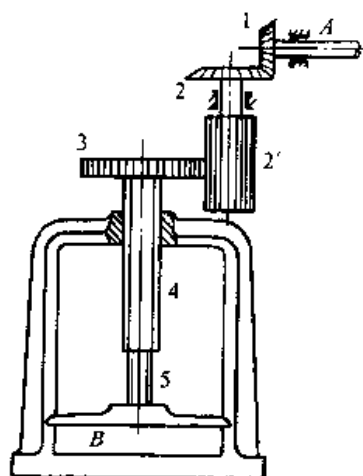




题图 4-3



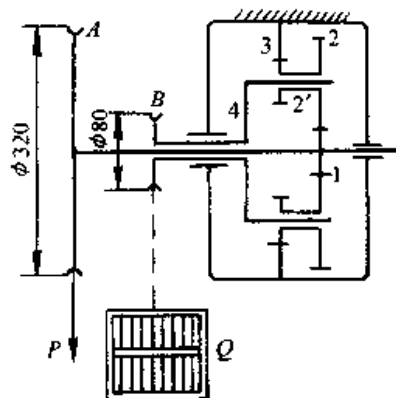
题图 4-4



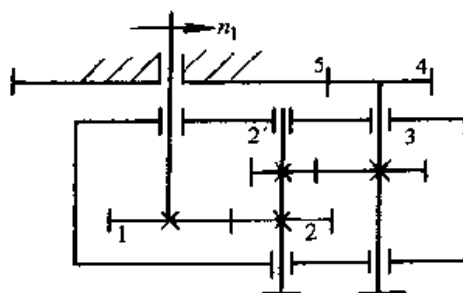
题图 4-5

4-6 题图 4-6 所示为手动起重葫芦, 已知  $z_1 = z_2' = 10$ ,  $z_2 = 20$ ,  $z_3 = 40$ 。设由链轮 A 至链轮 B 的传动效率为  $\eta = 0.9$ , 为了能提升  $Q = 1000\text{N}$  的重物, 求必须加在链轮 A 上的圆周力  $P$ 。

4-7 题图 4-7 所示为一灯具的转动装置, 已知:  $n_1 = 19.5\text{r/min}$ , 方向如图所示, 各轮齿数为:  $z_1 = 60$ ,  $z_2 = z_2' = 30$ ,  $z_3 = z_4 = 40$ ,  $z_5 = 120$ 。求灯具箱体的转速及转向。



题图 4-6



题图 4-7

4-8 题图 4-8 所示轮系中, 已知各轮齿数为:  $z_1 = 60$ ,  $z_2 = 20$ ,  $z_2' = 20$ ,  $z_3 = 20$ ,  $z_4 = 20$ ,  $z_5 = 100$ 。试求传动比  $i_{41}$ 。

4-9 题图 4-9 所示轮系中, 已知各轮齿数为:  $z_1 = 20$ ,  $z_2 = 56$ ,  $z_2' = 24$ ,  $z_3 = 35$ ,  $z_4 = 76$ 。试求传动比  $i_{AB}$ 。

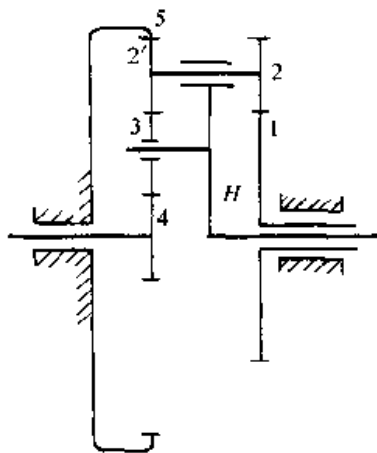
4-10 在题图 4-10 所示轮系中, 设已知各轮齿数为:  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_2'$ ,  $z_3$ ,  $z_3'$  和  $z_4$ , 试求其传动比  $i_{1H}$ 。

4-11 在题图 4-11 所示的三爪电动卡盘的传动轮系中, 各轮齿数为:  $z_1 = 6$ ,  $z_2 = z_2' = 25$ ,  $z_3 = 57$ ,  $z_4 = 56$ , 求传动比  $i_{14}$ 。

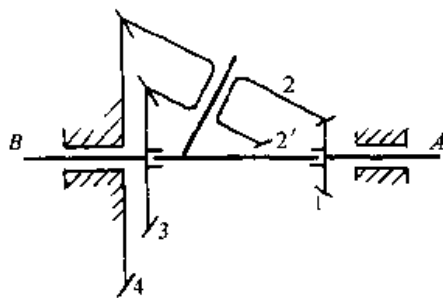
4-12 题图 4-12 所示的自行车里程表机构中, C 为车轮轴, P 为里程表指针。已知各轮齿数为:  $z_1 = 17$ ,  $z_3 = 23$ ,  $z_4 = 19$ ,  $z_4' = 20$ ,  $z_5 = 24$ 。设轮胎受压变形后车轮的有效直径约为  $0.7\text{m}$ ,

当自行车行驶 1km 时, 表上的指针刚好回转一周。试求齿轮 2 的齿数。

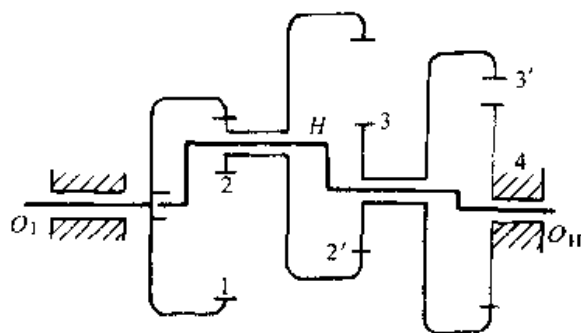
4-13 在题图 4-13 所示双螺旋桨飞机的减速器中, 已知  $z_1=26$ ,  $z_2=20$ ,  $z_3=30$ ,  $z_5=18$ ,  $n_1=1500\text{r/min}$ , 求螺旋桨  $P$ 、 $Q$  的转速  $n_P$ 、 $n_Q$  及转向。



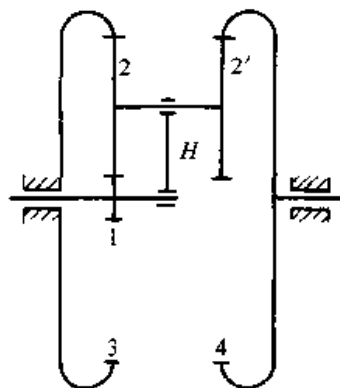
题图 4-8



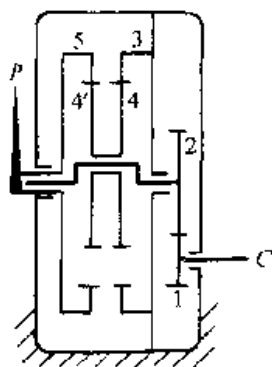
题图 4-9



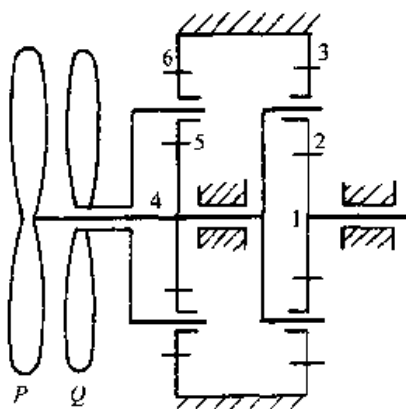
题图 4-10



题图 4-11



题图 4-12



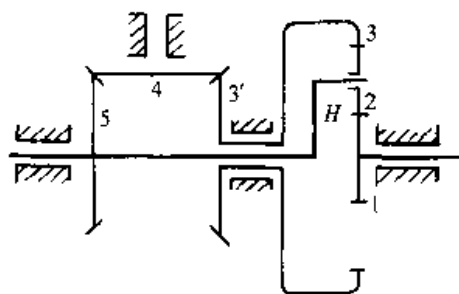
题图 4-13

4-14 题图 4-14 所示轮系中, 已知:  $z_1=22$ ,  $z_3=33$ ,  $z_4=z_5$ 。

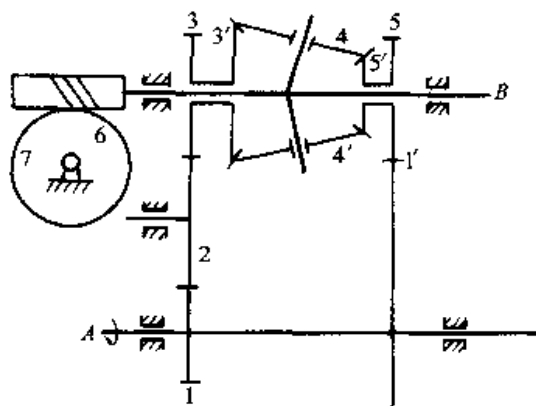
1) 若 1、2、3 均为正确安装的标准齿轮传动, 求  $z_3$  的齿数为多少?

2) 求传动比  $i_{13}$ 。

4-15 题图 4-15 所示传动装置中, 已知各轮齿数为:  $z_1=20$ ,  $z_2=40$ ,  $z_3=30$ ,  $z_{1'}=60$ ,  $z_5=30$ ,  $z_{5'}=20$ ,  $z_4=44$ ,  $z_3=40$ , 6 为右旋三头蜗杆, 7 为蜗轮,  $z_7=63$ 。试问: 当轴 A 以  $n_A=60 \text{ r/min}$  的转速按图示方向回转时, 蜗轮 7 的转速  $n_7$  为多少? 转向如何?



题图 4-14



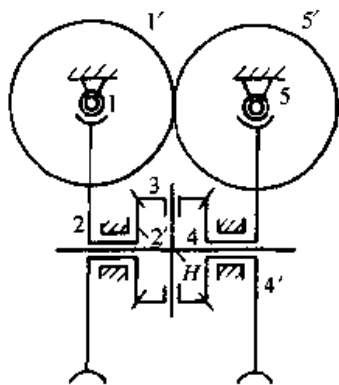
题图 4-15

4-16 题图 4-16 所示的减速器中, 已知蜗杆 1 和 5 的头数均为 1, 蜗杆 1 为左旋, 蜗杆 5 为右旋, 各轮齿数为:  $z_{1'}=101$ ,  $z_2=99$ ,  $z_2=z_4$ ,  $z_{4'}=100$ ,  $z_{5'}=100$ 。1) 试求传动比  $i_{1H}$ ; 2) 若主动蜗杆 1 由转速为  $1375 \text{ r/min}$  的电动机带动, 问输出轴 H 转一周需要多长时间?

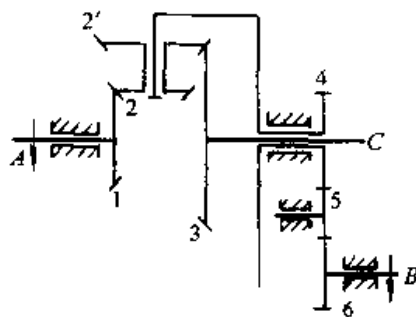
4-17 题图 4-17 所示的轮系中, 已知各轮齿数  $z_1=32$ ,  $z_2=34$ ,  $z_2=36$ ,  $z_3=64$ ,  $z_4=32$ ,  $z_5=17$ ,  $z_6=24$ 。

1) 若轴 A 按图示方向以  $1250 \text{ r/min}$  的转速回转, 轴 B 按图示方向以  $600 \text{ r/min}$  的转速回转, 试确定轴 C 的转速大小及转向。

2) 如果使轴 B 按图示相反方向回转 (A 轴方向不变), 求轴 C 的转速大小及转向。



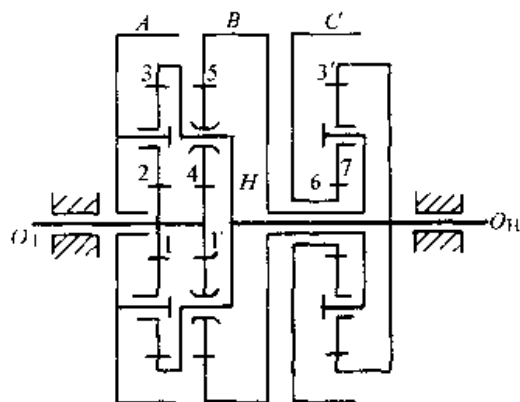
题图 4-16



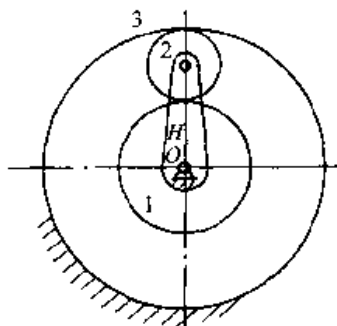
题图 4-17

4-18 题图 4-18 所示的变速器, 已知  $z_1=z_{1'}=z_6=28$ ,  $z_3=z_5=z_{3'}=80$ ,  $z_2=z_4=z_7=26$ 。当鼓轮 A、B、C 分别被制动时, 求传动比  $i_{1H}$ 。

4-19 在题图 4-19 所示的轮系中, 已知  $z_1=16$ ,  $z_2=32$ , 模数  $m=6 \text{ mm}$ , 均为标准齿轮, 试求齿轮 3 的齿数  $z_3$  和系杆 H 的长度  $l_H$ 。若要求均布四只行星轮, 问能否实现?



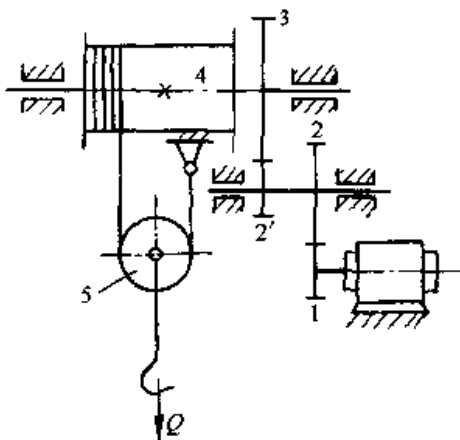
题图 4-18



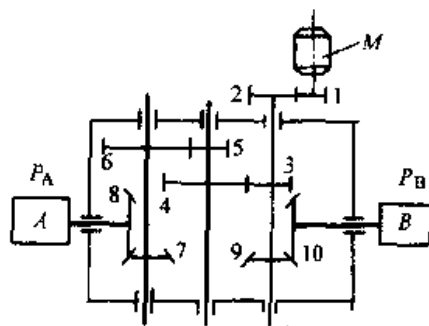
题图 4-19

4-20 题图 4-20 所示为一电动卷扬机, 已知每对齿轮的效率  $\eta_{12}$  和  $\eta_{2'3}$  均为 0.95, 鼓轮及滑轮的效率  $\eta_4$ 、 $\eta_5$  均为 0.96。设载荷  $Q=40\text{kN}$ , 以  $v=15\text{m/min}$  匀速上升, 试求电动机的功率。

4-21 如题图 4-21 所示, 电动机  $M$  通过齿轮减速器带动工作机  $A$  和  $B$ 。已知每对圆柱齿轮的效率  $\eta_1=0.95$ , 锥齿轮的效率  $\eta_2=0.92$ , 工作机  $A$  和  $B$  的效率分别为  $\eta_A=0.7$ ,  $\eta_B=0.8$ , 现设电动机的功率为  $P=5\text{kW}$ ,  $P_A/P_B=2$ , 试求工作机  $A$  和  $B$  的输出功率  $P_A$ 、 $P_B$  各为多少?



题图 4-20



题图 4-21

## 第五章 其他常用机构

为了满足各种工作的需要,除前述的连杆机构、齿轮机构及凸轮机构外,还有将往复运动或连续运动转换为单向间歇运动的间歇运动结构;具有显著扩力作用和实现微动的螺旋机构;以及利用摩擦、液、气以及电磁场传递运动和力的摩擦传动机构,气、液动机构和电磁机构等。随着技术的进步,新的机构还在不断地创造出来,如机器人机构、微机构等等。下面简要介绍几种最常用、较成熟的机构的工作原理、特点及用途,至于它们的设计可参看有关资料和手册。

### 第一节 间歇运动机构

在机械中,常需要某些构件作周期性间歇运动,如机床、自动机械和仪器中的转位分度运动,超越、换向、单向运动,输送运动等。常用的间歇运动机构有槽轮机构、棘轮机构、不完全齿轮机构及凸轮式间歇运动机构等。下面对这几种常用间歇运动机构的工作原理、运动特点和应用作简单介绍。

#### 一、槽轮机构

##### (一) 槽轮机构的工作原理和类型

槽轮机构如图 5-1 所示,它由带圆柱销的主动拨盘 1、具有径向槽的从动槽轮 2 及机架所组成。当圆销  $A$  未进入槽轮径向槽时,因槽轮的内凹锁止弧  $\alpha\alpha$  被拨盘的外凸锁止弧  $\beta\beta$  锁住,故槽轮静止不动。当圆销  $A$  开始进入径向槽时,如图示位置,锁止弧  $\alpha\alpha$  被松开,于是圆销带动槽轮转动。当圆销转过  $2\theta$  脱离槽轮径向槽时,

拨盘 1 的凸锁止弧又将槽轮 2 的凹锁止弧锁住,槽轮静止不动,直至圆销  $A$  再次进入槽轮另一径向槽时,重复上述循环。为避免槽轮 2 在开始转动和停止转动时发生刚性冲击,在圆销 2 开始进入径向槽和刚从径向槽脱出时,径向槽中心线应与圆销运动轨迹圆相切。

按主、从动件的相对运动,可将槽轮机构分为平面槽轮机构(图 5-2)及球面槽轮机构(图 5-3)两类。平面槽轮机构又分

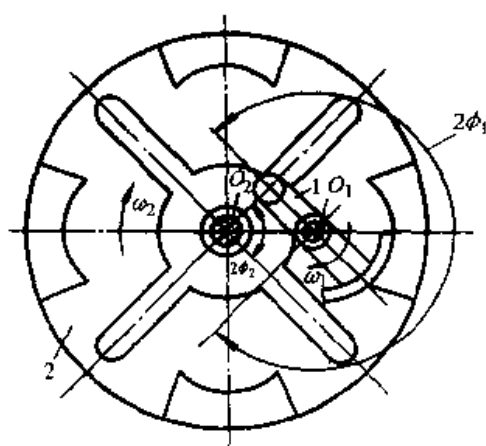


图 5-1 内槽轮机构

1—拨盘 2—槽轮

为内槽轮机构(图 5-1)和外槽轮机构(图 5-2)。内槽轮机构的结构原理和工作过程与外槽轮机构基本相同,所不同的是外槽轮机构的主动拨盘与从动槽轮转向相反,内槽轮机构则相同。相交轴间的传动,可采用球面槽轮机构,如图 5-3 所示为垂直相交轴间的球面槽轮机构,其从动槽轮呈半球形,主动构件 1、从动构件 2 及销 3 的轴线都通过球心  $O$ ,当主动构件 1 连续转动时,球面槽轮 2 便得到单向间歇转动。

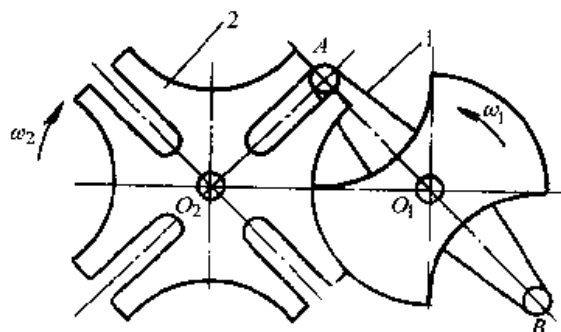


图 5-2 外槽轮机构

1—拨盘 2—槽轮

### (二) 槽轮机构的运动与分析

如图 5-4 所示的外槽轮机构,在运动过程任一瞬时

$$\operatorname{tg} \phi_2 = \frac{PQ}{O_2Q} = \frac{R \sin \phi_1}{L - R \cos \phi_1}$$

式中  $R$ 、 $L$  分别为拨销的半径及销、盘轴线间的中心距。

令  $\lambda = R/L$ , 代入上式得

$$\phi_2 = \arctg \frac{\lambda \sin \phi_1}{1 - \lambda \cos \phi_1} \quad (5-1)$$

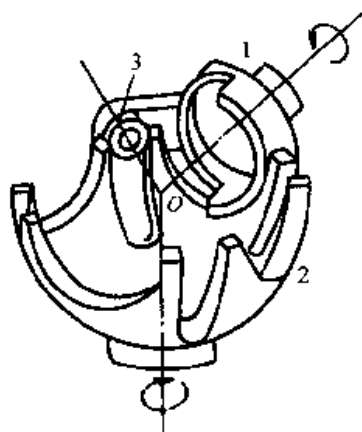


图 5-3 球面槽轮机构

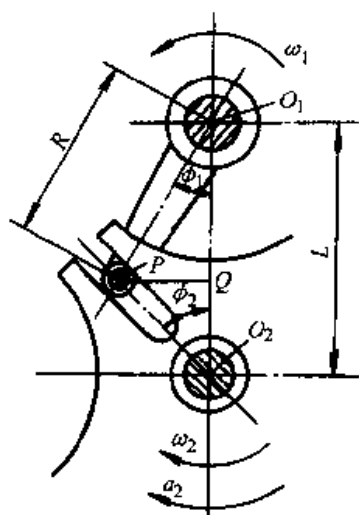


图 5-4 槽轮机构运动分析

$\phi_2$  对时间的导数即为槽轮的角速度  $\omega_2$ , 即

$$\omega_2 = \frac{d\phi_2}{dt} = \frac{\lambda(\cos \phi_1 - \lambda)}{1 - 2\lambda \cos \phi_1 + \lambda^2} \omega_1 \quad (5-2)$$

当  $\omega_1$  为常数时,槽轮的角加速度  $\varepsilon_2$  为

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{\lambda(\lambda^2 - 1)\sin \phi_1}{(1 - 2\lambda \cos \phi_1 + \lambda^2)^2} \omega_1^2 \quad (5-3)$$

因  $\lambda = R/L = \sin \phi_2 = \sin \frac{\pi}{z}$ , 将其代入式 (5-2) 及式 (5-3) 知, 当  $\omega_1$  一定时,

槽轮的角速度  $\omega_2$  及角加速度  $\varepsilon_2$  均随槽轮的槽数  $z$  变化。槽轮机构的运动和动力特性通常可用  $\omega_2/\omega_1$  和  $\varepsilon_2/\omega_1^2$  来表示。以主动拨盘转角  $\phi_1$  为横坐标, 分别以  $\omega_2/\omega_1$  和  $\varepsilon_2/\omega_1^2$  为纵坐标, 将式 (5-2) 及式 (5-3) 绘成曲线如图 5-5 所示。由图可见, 当  $\omega_1$  一定时, 随着槽数  $z$  的增加, 运动趋于平稳, 动力特性也得到改善, 但槽数过多, 将产生较大的惯性力矩。槽轮的槽数  $z$  也不能太少, 槽轮槽数越少, 其角加速度的最大值越大, 冲击越大, 故槽数一般取  $z=4\sim 8$ 。

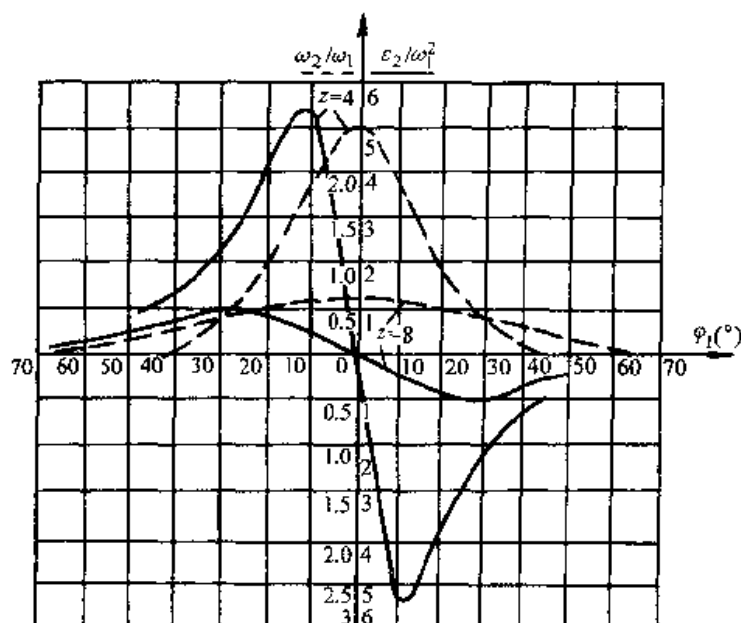


图 5-5 槽轮机构运动线图

### (三) 槽轮机构的优缺点及应用

槽轮机构结构简单, 工作可靠, 机械效率高, 在进入啮合和退出啮合时, 传动较平稳, 能准确控制转动角度。它可将连续转动变换为间隙运动, 而且可以正反向运动。由于槽轮机构在起动和停止时加速度变化大, 有冲击, 且随转速增高、槽轮径向槽数目减少而加剧, 故槽轮机构一般用于转速不高的间歇传动装置中。如图 5-6 所示的电影放映机构, 可以间歇移动胶片。如图 5-7 所示的自动机中的自动传送链装置, 可满足自动线上的流水装配作业。

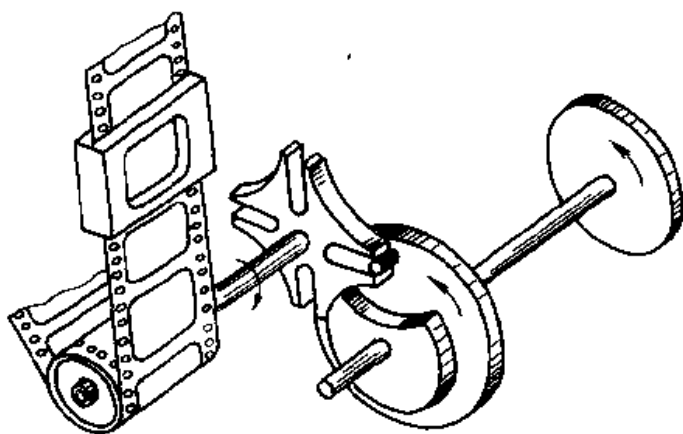


图 5-6 电影放映机构

## 二、棘轮机构

### (一) 棘轮机构的工作原理和类型

如图 5-8 所示, 棘轮机构由棘轮 3、棘爪 2、摇杆 1、止回棘爪 4 及机架所组成。弹簧 5 用来使止回棘爪 4 和棘轮 3 保持接触, 主动摇杆空套在与棘轮 3 固连的从动轴上, 当摇杆逆时针转动时, 棘爪 2 插入棘轮 3 的齿槽内, 推动棘轮转动一定角度, 这时止回棘爪在棘轮齿背上滑过。当摇杆顺时针方向转动时, 止回棘爪阻止棘轮顺时针方向转动, 棘爪 2 在棘轮齿背上滑动, 棘轮 3 保持静止不动。这样, 当摇杆 1 作连续往复摆动时, 棘轮 3 便作单向间歇转动。

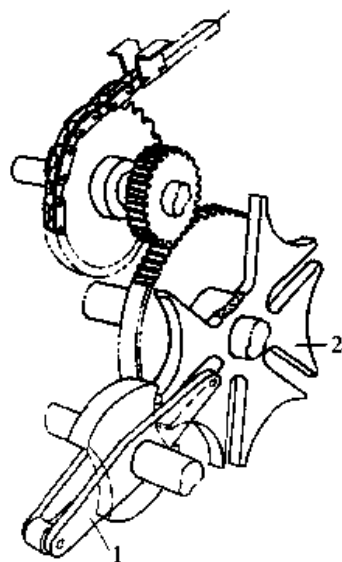


图 5-7 自动传送链装置

1—拨盘 2—槽轮

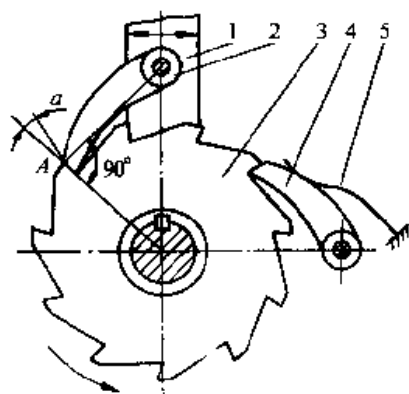


图 5-8 外啮合轮齿式棘轮机构

1—摇杆 2—棘爪 3—棘轮 4—止回棘爪 5—弹簧

按照结构特点, 将棘轮机构分为轮齿式棘轮机构和摩擦式棘轮机构两类。

1. 轮齿式棘轮机构 轮齿式棘轮机构有外啮合(图 5-8)及内啮合(图 5-9)两种型式, 当棘轮的直径为无限大时, 棘轮变为棘条(图 5-10), 此时棘轮的单向间歇转动变为棘条的单向间歇移动。轮齿式棘轮机构又可分为单向式棘轮机构和双向式棘轮机构。

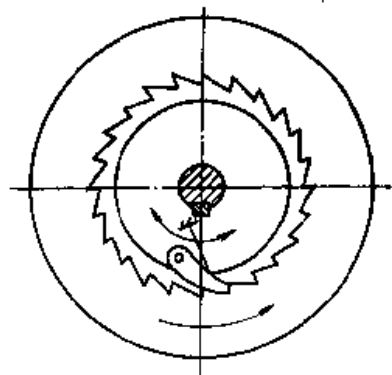


图 5-9 内啮合轮齿式棘轮机构

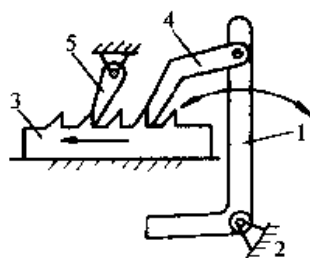


图 5-10 棘条式间歇移动机构

1—摇杆 2—机架 3—棘条 4—棘爪 5—逆止爪



1) 单向式棘轮机构。图 5-8, 图 5-11 所示为单向式棘轮机构。当摇杆朝某一方向摆动时, 棘轮沿同一方向转动一定角度, 摇杆反方向摆动时, 棘轮静止不动。图 5-11 所示的棘轮机构, 当摇杆来回摆动时, 均能使棘轮向同一方向转动。单向式棘轮机构棘轮轮齿采用不对称梯形齿 (图 5-12a), 负荷较小时, 可采用直线、弧线齿背的三角形齿 (图 5-12b)、(图 5-12c)。

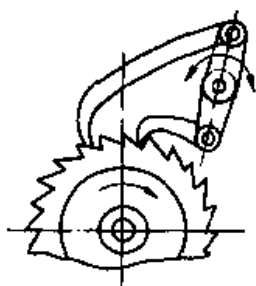


图 5-11 单向式棘轮机构

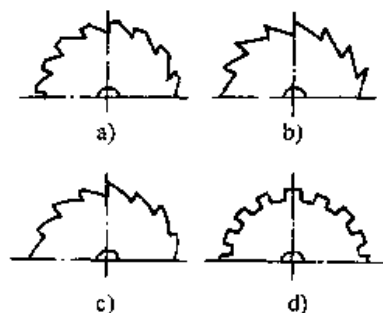


图 5-12 单向式棘轮机构棘轮轮齿

a) 不对称梯形齿 b) 直线三角形齿  
c) 弧线齿背三角形齿 d) 矩形齿

2) 双向式棘轮机构。如图 5-13、图 5-14 所示, 棘爪在图示位置时, 可推动棘轮作逆时针方向间歇转动。将图 5-13 棘爪绕 A 转至双点画线位置, 或将图 5-14 棘爪绕自身轴线转  $180^\circ$ , 可使棘轮作顺时针方向间歇转动。这种棘轮机构常用作实现工作台进给运动, 如牛头刨床工作台的横向进给运动。双向式棘轮机构棘轮轮齿一般采用矩形齿 (图 5-12d) 或对称梯形齿。

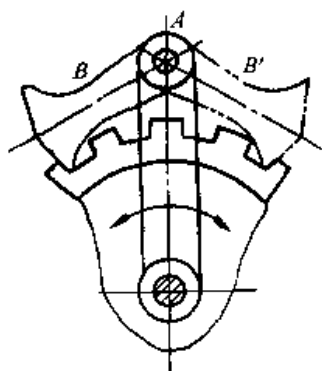


图 5-13 双向式棘轮机构

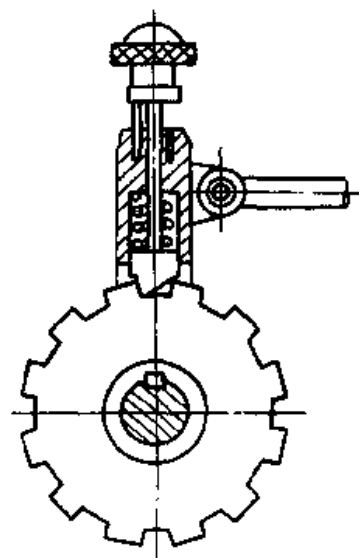


图 5-14 双向式棘轮机构

如果要调节棘轮转角, 除可改变摇杆摆动角度外, 还可如图 5-15 所示, 在棘轮外加装一棘轮遮板, 用以遮盖摇杆摆角范围内棘轮上的一部分齿, 使棘爪行程的一部分在棘轮遮板上滑过, 不与棘轮轮齿接触, 调整棘轮遮板的位置, 即可改

变棘轮单向间歇转角的大小。

2. 摩擦式棘轮机构 图 5-16 所示为摩擦式棘轮机构, 该机构依靠棘爪 2 和轮 3 间的摩擦力, 将摇杆 1 的往复摆动转换成轮 3 的单向间歇转动, 止回棘爪 4 用以防止轮 3 反转。

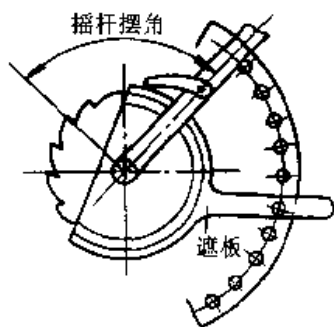


图 5-15 调节棘轮转角

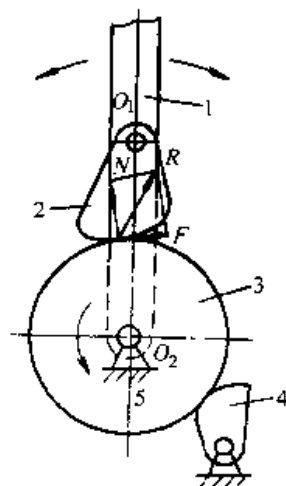


图 5-16 摩擦式棘轮机构

1—摇杆 2—摩擦式棘爪 3—轮 4—止回爪

图 5-17 所示为由摩擦式棘轮机构演化得到的单向离合器或超越离合器。当主动件 1 顺时针方向转动时, 由于摩擦力的作用, 使滚子 2 楔紧在构件 1、3 之间的狭隙处而带动从动件 3 一起转动; 当构件 1 逆时针方向转动, 构件 3 静止不动, 故该机构常用作单向离合器。此外, 当主动件 1 顺时针方向转动时, 若构件 3 的转速超过主动构件 1 的转速  $n_3 > n_1$  时, 构件 1 与构件 3 脱开, 并以各自的转速转动。若构件 3 的转速低于构件 1 的转速, 构件 1、3 将合在一起, 以相同的转速即原动件 1 的转速  $n_1$  转动。因此摩擦式棘轮机构还常用作超越离合器。

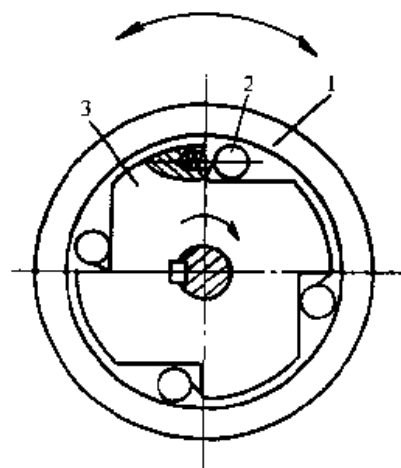


图 5-17 单向离合器（超越离合器）

1—外圈 2—滚子 3—星轮

## （二）棘爪自动啮紧的条件

为使棘轮机构能正常工作, 棘爪在负荷下应能自动滑向棘轮齿根。使棘爪自动滑向棘轮齿根的条件称自动啮紧条件。在图 5-18 中, 设棘爪与棘轮在 A 点接触, 棘爪受正压力  $N$  及摩擦力  $F$ , 为满足自动啮紧条件, 应使  $N$  力对棘爪轴心  $O_1$  的力矩 (它使棘爪滑向棘轮齿根), 大于  $F$  力对  $O_1$  的力矩 (它阻止棘爪滑向棘轮齿根),

令棘爪长  $O_1A=L$ , 则

$$NL\sin\alpha > FL\cos\alpha \quad (5-4)$$

式中  $\alpha$ ——棘轮齿面偏角。

$$\text{由于} \quad F = Nf = N \tan \phi \quad (5-5)$$

式中  $f$  和  $\phi$  为棘爪与棘轮齿面摩擦系数及摩擦角。

于是可得棘爪自动啮紧条件

$$\tan \alpha > \tan \phi \quad (5-6)$$

$$\text{即} \quad \alpha > \phi \quad (5-7)$$

要求  $N$  与  $F$  的合力  $R$  作用线在  $O_1O_2$  之间。

图 5-16 所示摩擦棘轮机构要满足自动楔紧条件, 必须使作用在扇形块 2 上的法向力  $N$  和摩擦力  $F$  的合力  $R$  作用线, 通过棘爪轴心  $O_1$  与棘轮轴心  $O_2$  之间。

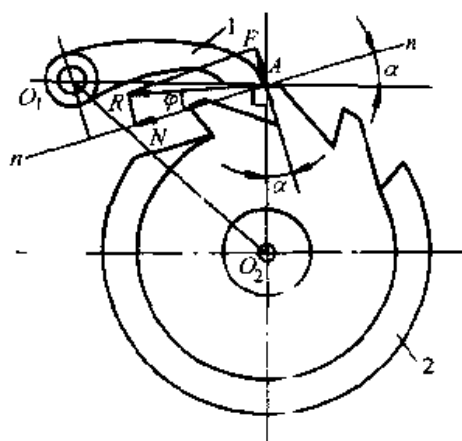


图 5-18 自动啮紧条件

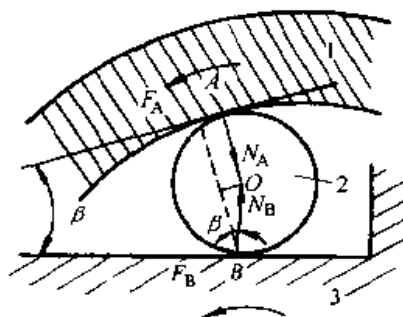


图 5-19 滚子式超越离合器的受力分析

1—外环圈 2—滚子 3—星轮

图 5-17 中的超越离合器受力分析如图 5-19 所示。当构件 1 顺时针方向转动时, 滚子 2 处于楔紧状态, 并分别与构件 1、3 在点 A、B 接触。滚子 2 所受的正压力  $N_A$  和  $N_B$  使滚子 2 有被挤出的趋势, 而构件 1 和 3 对滚子 2 的摩擦力  $F_A$  和  $F_B$  与滚子 2 的运动趋势相反。设滚子在 A 和 B 接触处的公切线夹角为楔紧角  $\beta$ , 滚子半径为  $r_c$ , 为了使滚子楔紧在构件 1 和 3 中, 则必须使  $F_A$  对点 B 的力矩大于  $N_A$  对点 B 的力矩, 即

$$F_A(r_c + r_c \cos \beta) > N_A r_c \sin \beta \quad (5-8)$$

将  $F_A = N_A f$   $f = \tan \phi$  代入上式得:

$$\phi > \frac{\beta}{2} \text{ 或 } 2\phi > \beta \quad (5-9)$$

由上式可知, 楔紧角  $\beta$  应小于两倍的摩擦角, 但  $\beta$  也不能选择得太小, 否则滚子不易退出楔紧状态。

### (三) 棘轮机构的优缺点和应用

轮齿式棘轮机构结构简单, 工作可靠, 从动棘轮的转角容易实现有级调节。但

在棘轮开始和终止转动时有刚性冲击,工作中有冲击和噪声,棘齿易磨损,在高速下尤其严重。因此常用在低速、轻载下实现间歇运动。

摩擦式棘轮机构传动较平稳,无噪声,从动件单向间歇转角可作无级调节。缺点是转角精度差,所承受的载荷较小,不宜用于运动要求高的场所。主要用作超越离合器和单向离合器。

轮齿式棘轮机构常用作转位分度、进给、单向离合器、超越离合器、制动器等。如图 5-20 所示的牛头刨床工作台的横向进给机构中,运动由一对齿轮传到曲柄 1,再经连杆 2 带动摇杆 4 作往复摆动,摇杆 4 上装有棘爪,从而推动棘轮 3 作单向间歇运动。棘轮与螺杆相连,从而又使螺杆 5(工作台)作进给运动。若改变棘爪的摆角,即可调节进给量。

### 三、不完全齿轮机构

不完全齿轮机构是由普通齿轮机构演变而得的一种间歇运动机构。该机构的主动轮为不完全齿轮,轮齿不是布满在整个圆周上,而只有一个或几个齿,其余部分为外凸锁止弧。根据运动时间与停歇时间的要求,在从动轮上有与主动轮相啮合的轮齿和内凹锁止弧,当主动轮连续回转时,从动轮可以得到间歇的单向转动。在图 5-21 所示的不完全齿轮机构中,当主动轮齿进入啮合时,从动轮 2 开始转动,主动轮齿退出啮合后,由两轮的凸凹锁止弧锁止定位,从动轮 2 可靠地停歇,从而实现从动轮的间歇转动。图中从动轮有 6 段轮齿和 6 个内凹圆弧,每段轮齿上有 3 个齿间与主动轮相啮合,当主动轮转一周,从动轮转动角度为  $\phi = 2\pi/6$ 。

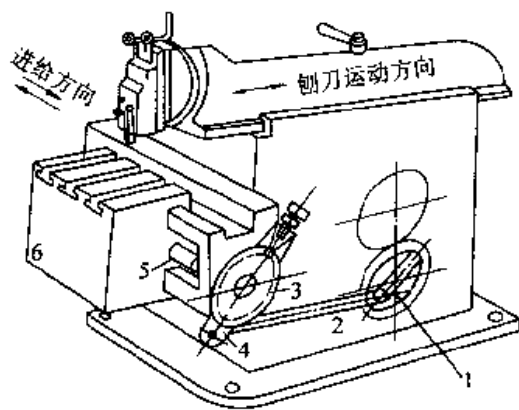


图 5-20 牛头刨床工作台横向进给机构

1—曲柄 2—连杆 3—棘轮  
4—摇杆 5—螺杆 6—工作台

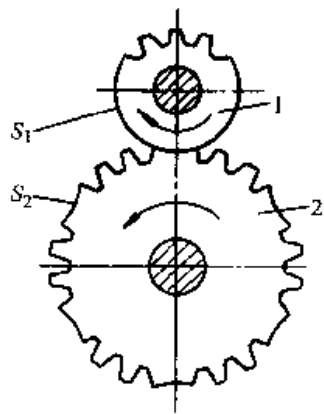


图 5-21 外啮合不完全齿轮机构

不完全齿轮有外啮合和内啮合两种形式,分别如图 5-21、图 5-22 所示。

不完全齿轮机构与其他间歇运动机构相比,其结构简单,容易制造。另外,主动轮转一周,从动轮停歇的次数和每次停歇的时间,以及每次转动的转角等,其允许选择的幅度比棘轮机构、槽轮机构范围大,因而设计灵活。但不完全齿轮机构在传

动过程中,首齿进入啮合及末齿退出啮合的过程中,轮齿不在基圆的内公切线上接触传动,不能保持定传动比传动,因此,不完全齿轮机构在开始和终止接触时角速度有突变,冲击较大,故一般适用于低速轻载的工作条件。

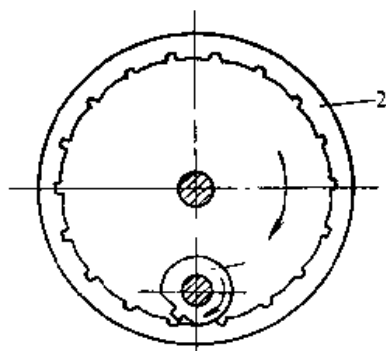


图 5-22 内啮合不完全齿轮机构

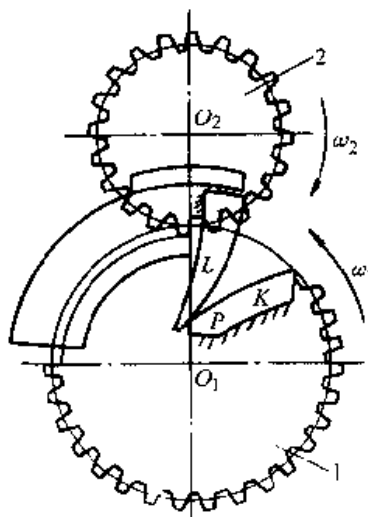


图 5-23 瞬心线附加杆

为了改善其动力性能,以适应速度较高的间歇运动场合,可装置如图 5-23 所示的瞬心线附加杆。附加杆分别固定在轮 1 和轮 2 上,其作用是使从动轮在开始运动阶段,由静止状态按某种预定的运动规律逐渐加速到正常运动角速度。

另外,在不完全齿轮机构中,为了保证主动轮的首齿能顺利进入啮合状态,而不与从动轮的齿顶相撞,需将首齿齿顶作适当削减。同时,为了保证从动轮停歇在预定位置,末齿齿顶亦需作适当修正。

不完全齿轮多用于多工位自动机和半自动机工作台的间歇转位、计数机构及某些间歇进给机构中。

#### 四、凸轮式间歇机构

如图 5-24 和图 5-25 所示,当凸轮 1 作等速回转运动时,从动盘作单向间歇回转。这种机构称为凸轮式间歇运动机构。凸轮式间歇运动机构的特点是:运转可靠,传动平稳,从动件的运动规律决定于凸轮轮廓形状。可以通过选择适当的运动规律来改善动力性能,避免刚性冲击和柔性冲击,以适应高速运转的要求。在转盘停歇时,一般依靠凸轮棱边进行定位,不需要附加定位装置,因此对凸轮加工、装配要求较高。

凸轮式间歇运动机构一般有以下两种型式。

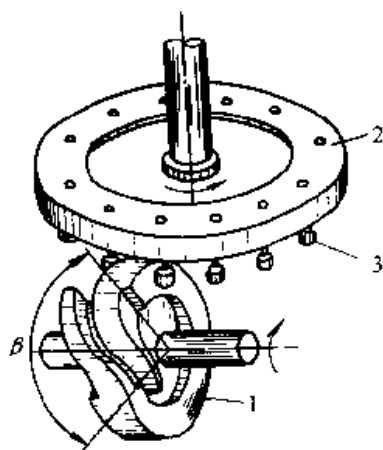


图 5-24 圆柱凸轮间歇机构

1—圆柱凸轮 2—从动轮 3—柱销

1) 圆柱凸轮间歇运动机构。如图 5-24 所示, 这种间歇运动机构的主动轮 1 是具有曲线沟槽或曲线凸脊的圆柱凸轮, 从动轮 2 则为均布柱销的圆盘, 当凸轮转动时, 通过其曲线沟槽 (或凸脊) 拨动柱销, 使从动盘作间歇运动。此种机构多用于两交错轴间的分度运动。通常凸轮的槽数为  $z$ , 柱销数一般  $\geq 6$ 。

(2) 蜗杆形凸轮间歇运动机构。如图 5-25 所示, 这种间歇运动机构的主动轮 1 为圆弧面蜗杆形的凸轮, 其上有一条凸脊, 象一个变螺旋角的圆弧蜗杆, 从动轮 2 为一径向均布柱销的圆盘。此种机构也多用于交错轴间的分度运动。对于单头凸轮, 柱销数一般取为  $z \geq 6$ , 但也不宜过多。这种机构具有良好的动力学性能, 可适用于高速精密传动。但加工较困难。凸轮间歇运动机构常用于需要高速间歇转位的分度装置和要求步进动作的机械中, 例如用于多工位立式半自动机中工作盘的转位, 某些包装机、拉链嵌齿机等机械间歇供料传动系统。

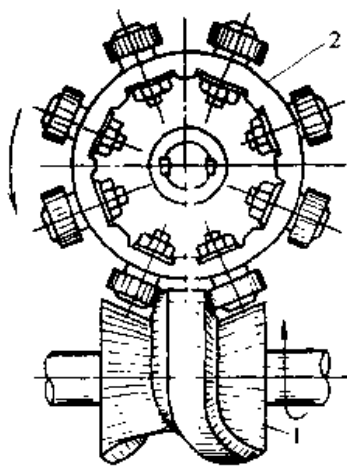


图 5-25 蜗杆形凸轮间歇机构

## 第二节 螺旋机构

### 一、螺旋机构的工作原理及类型

螺旋机构是利用螺旋副传递运动和动力的机构。图 5-26 所示为简单的螺旋机构。当螺杆 1 转动  $\phi$  角时, 螺母 2 沿螺杆的轴向位移  $s = L \frac{\phi}{2\pi}$ ,  $L$  为螺旋的导程 (mm)。

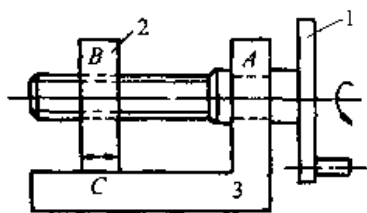


图 5-26 螺旋机构

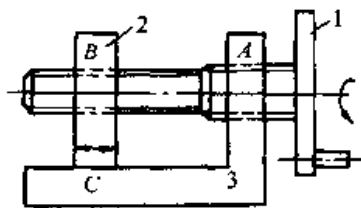


图 5-27 差动螺旋机构

如果将图 5-26 中的转动副 A 也换成螺旋副, 便得到图 5-27 所示的差动螺旋机构。设 A, B 段螺旋的导程分别为  $L_A$ 、 $L_B$ , 当螺杆 1 转过  $\phi$  角时, 螺母 2 的位移为

$$s = (L_A \pm L_B) / 2\pi \quad (5-10)$$

式中，“-”号用于两螺旋旋向相同，“+”号用于两螺旋旋向相反。

由上式可知，当两螺旋旋向相同时，若  $L_A$  与  $L_B$  相差很小，则螺母 2 的位移可以很小，这种螺旋机构称为差动螺旋机构（又称微动螺旋机构）；当两螺旋旋向相反时，螺母 2 可产生快速移动，这种螺旋机构称为复式螺旋机构。

按螺杆与螺母之间的摩擦状态，螺旋机构又可分为滑动螺旋机构和滚动螺旋机构。滑动螺旋机构中的螺杆与螺母的螺旋面直接接触，摩擦状态为滑动摩擦。滚动螺旋机构是在螺杆与螺母的螺纹滚道间有滚动体，如图 5-28 所示。当螺杆或螺母转动时，滚动体在螺纹滚道内滚动，使螺杆和螺母间为滚动摩擦，提高了传动效率和传动精度。

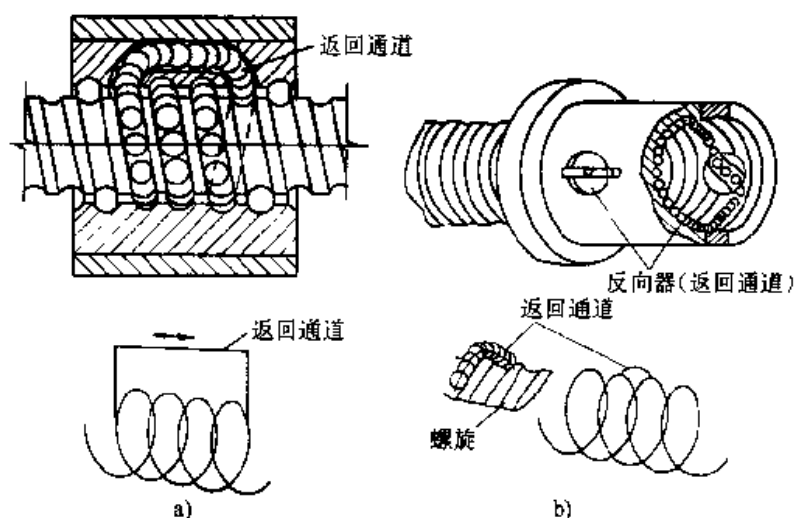


图 5-28 滚动螺旋机构

a) 外循环 b) 内循环

根据滚动体形状可分为滚子螺旋和滚珠螺旋两类，由于滚子螺旋制造工艺复杂，故应用较少。另外，滚动螺旋机构按其滚动体的循环方式不同，分为外循环和内循环两种形式，如图 5-28 所示。所谓外循环是指滚珠在回程时，脱离螺杆的滚道，而在螺旋滚道外进行循环。内循环是指滚珠在循环过程中始终和螺杆接触，内循环螺母上开有侧孔，孔内相邻的滚道联通，滚珠越过螺纹顶部进入相邻滚道，形成封闭循环回路。因此一个循环里只有一圈滚珠，设置有一个反向器。一个螺母常装配 2~4 个反向器，这些反向器分布在圆周上。外循环螺母只需前后各设置一个反向器。

## 二、螺旋机构的特点及应用

螺旋机构结构简单、制造方便、运动准确、能获得很大的降速比和力的增益，

工作平稳,无噪声,合理选择螺纹导程角可具有自锁作用。但具有自锁性的螺旋机构效率一般低于50%,实现往复运动需要有反向机构。

螺旋机构在一些机械、仪器仪表、工装夹具、测量工具等方面获得广泛应用,如螺旋压力机、千斤顶、车床刀夹、工作台的移动等都用到螺旋机构。图5-29所示为台虎钳定心加紧机构,它由平面夹爪1和V型夹爪2组成定心机构,采用导程不同的复式螺旋,螺杆3的A端为右旋螺纹,B端为左旋螺纹,当转动螺杆3时,夹爪1与2夹紧工件5,能适应不同直径工件的准确定心。

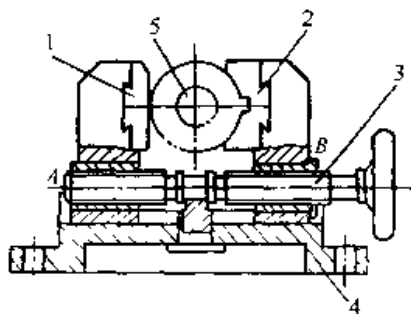


图 5-29 台钳定心加紧机构

1、2—钳口 3—双向螺杆  
4—螺母 5—工件

图5-30所示为镗床镗刀的微调机构。螺母2固定于镗杆3,螺杆1与螺母2组成螺旋副A,与螺母4组成螺旋副B。螺母4的末端装有镗刀,它与螺母2组成移动副C。螺旋副A与B旋向相同而导程不同,组成差动螺旋机构。当转动螺杆1时,镗刀相对镗杆作微小的移动,以调整镗孔的背吃刀量。

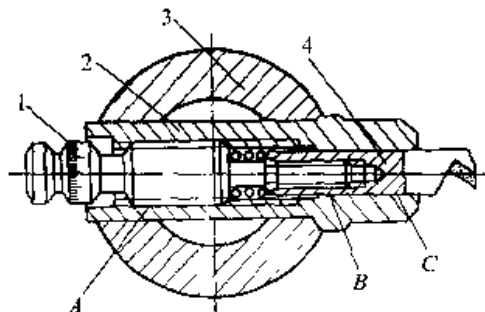


图 5-30 镗床镗刀的微调机构

1—螺杆 2—螺母 3—镗杆 4—螺母  
A、B—螺旋副 C—移动副

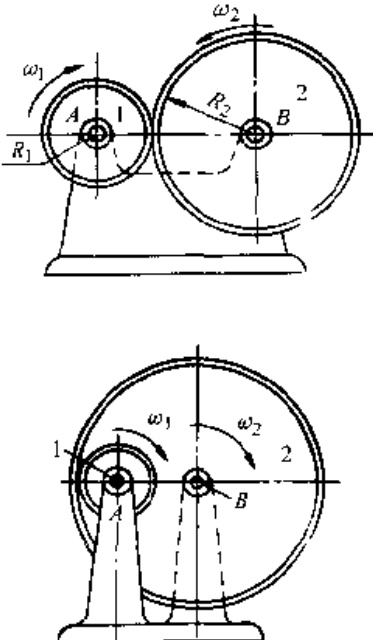
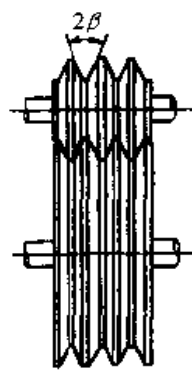
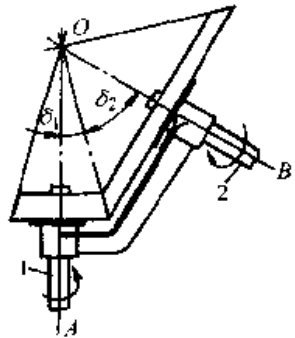
### 第三节 摩擦传动机构

摩擦传动机构由两个相互压紧的摩擦轮及压紧装置等组成。它是靠接触面间的摩擦力传递运动和动力。这种机构的优点是结构简单、制造容易、运转平稳、过载可以打滑(可防止设备中重要零部件的损坏),并且能无级改变传动比,因而有较大的应用范围,特别在无级变速装置中应用很广。由于存在运转中有滑动、传动效率低、结构尺寸较大、作用在轴和轴承上的载荷大等缺点,故适用于传力较小的场合。

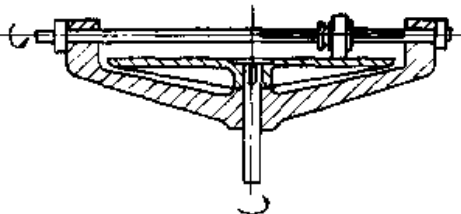


表 5-1 给出了常用摩擦传动机构的类型及应用场合, 供设计时参考。

表 5-1 摩擦传动机构的类型、特点及应用

类型	简 图	特点及应用
圆柱平摩擦传动机构		<p>有内切和外切两种, 外切两轮转向相反, 内切两轮转向相同。结构简单, 制造容易, 但压紧力大, 适用于小功率传动。轮 1 和轮 2 的传动比 <math>i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \mu \frac{R_2}{R_1 (1 - \epsilon)}</math>, <math>\epsilon</math> 为滑动率</p>
圆柱槽摩擦传动机构		<p>压紧力较圆柱平摩擦传动机构小, 当 <math>\beta = 15^\circ</math> 时, 约为平摩擦传动的 30%。这种机构易发热, 磨损大, 效率低, 对加工和安装要求高, 适用于绞车驱动装置等机械中</p>
圆锥摩擦传动机构		<p>该结构简单, 易于制造, 但安装要求较高。常用于相交轴的传动, 如摩擦压力机中。其传动比计算与锥齿轮相同, 即当 <math>\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ</math> 时</p> $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1 (1 - \epsilon)}$

(续)

类型	简 图	特点及应用
滚轮圆盘式摩擦传动机构		该机构兼有圆柱和圆锥摩擦轮的特点, 可用于无级变速机构中

## 第四节 液、气动机构及电磁传动机构

### 一、液、气动机构

液、气动机构是以具有压力的液体、气体作为工作介质来实现能量传递与运动变换的机构。它们广泛应用于矿山、冶金、建筑、交通运输和轻工等行业。

#### (一) 液动机构

1. 液压系统的组成及工作原理 液压机构是指液压系统中的执行元件和工作机构, 它利用液体的压力使执行元件(液压缸或液压马达)体积发生变化而做功。图 5-31 所示为基本的液压系统示意图。液压泵 3 在电动机 2 的带动下转动, 将油箱 1 中的油液吸入, 经压力控制阀 4、方向控制阀 5 进入液压缸 6, 驱使液压缸内活塞运动, 以带动工作机构 7 实现各种功能和动作。活塞的速度通过调节流量控制阀 8 控制。

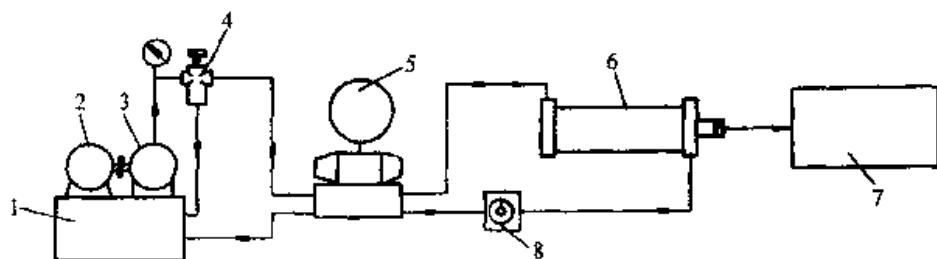


图 5-31 液压系统示意图

液压系统由以下四个部分组成:

1) 动力元件(液压泵)。其作用是提供压力油, 是系统的动力源, 是将电动机输出的机械能转变成液压能的能量转换装置。

2) 执行元件(液压缸或液压马达)及工作机构(即液压机构)。它将液体的压力能转换为机械能, 用以驱动负载。液压执行元件主要有液压缸和液压马达两大类, 前者实现直线运动, 后者完成回转运动。

3) 控制元件 (包括压力、流量、方向等控制阀)。用以分别控制系统的压力、流量和液流方向, 以满足执行元件对力、速度和运动方向的要求。

4) 辅助元件 (如油管、油箱等)。在系统中起着输送、贮存油液及散热等作用。

2. 液压机构的特点 液压机构与机械机构和电力驱动机构相比, 具有以下优点:

1) 体积小、质量轻, 输出功率大。

2) 工作平稳, 冲击、振动和噪声较小, 易于实现快速、频繁的起动、制动和换向。

3) 无级调速方便, 调速范围大, 调速比可达 5000。

4) 操纵简单, 控制方便, 便于实现自动化。

5) 易于实现过载保护, 工作安全可靠。

6) 由于液压元件自润滑, 磨损小、工作寿命长。

液压传动也具有下述缺点:

1) 受油液的压缩性及泄漏性影响, 传动不准确。

2) 由于液体对温度敏感, 不宜在变温或低温环境下工作。

3) 效率低, 不宜作远距离传动。

4) 制造精度要求高。

3. 液动机构应用实例 图 5-32 为一机械手臂伸缩液动机构。它由数控装置发出指令脉冲, 使步进电动机带动电位器动触头转动一个角度  $\theta$ 。如果为顺时针转动, 动触头偏离电位器中点, 其上的引出端便产生与指令信号成比例关系的微弱电压  $u_1$ , 经放大器放大为  $u_2$  作为信号电压输入电液伺服阀的控制线圈, 使电液伺服阀产生一个与输入电流成比例的开口量。这时压力油以一定的流量  $q$  经阀的开口进液压缸左腔, 推动活塞连同机械手臂向右移动  $x$ 。液压缸右腔的油液经伺服阀流回油箱。由于电位器外壳上的齿轮与手臂上的齿条相啮合, 因此手臂向右移动的同时, 电位器逆时针方向转动。当电位器的中点与动触头重合时, 动触头引出端无电压输出, 放大器输出端的电压为零, 电液伺服阀的控制线圈无电流通过, 阀口关闭, 手臂停止移动。反之, 当指令脉冲的顺序相反, 则步进电动机逆时针方向转动, 手臂向左移动。手臂的运动速度决定于指令脉冲的频率, 而其行程则取决于指令脉冲的数量。

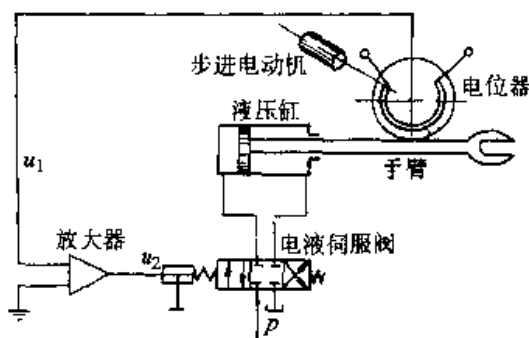


图 5-32 机械手臂伸缩液动机构

由于电位器外壳上的齿轮与手臂上的齿条相啮合, 因此手臂向右移动的同时, 电位器逆时针方向转动。当电位器的中点与动触头重合时, 动触头引出端无电压输出, 放大器输出端的电压为零, 电液伺服阀的控制线圈无电流通过, 阀口关闭, 手臂停止移动。反之, 当指令脉冲的顺序相反, 则步进电动机逆时针方向转动, 手臂向左移动。手臂的运动速度决定于指令脉冲的频率, 而其行程则取决于指令脉冲的数量。

## (二) 气动机构

1. 气动系统的组成及工作原理 气动系统是利用空气压缩机把电动机或其他原动机输出的机械能转换为空气的压力能, 然后在控制元件的控制和辅助元件的配合下, 通过执行元件把空气的压力能转换为机械能, 从而带动工作机构完成各种功能和动作。

气动机构与液动机构相似, 所不同的是以压缩空气为工作介质来传递动力和控制信号。

气动系统由以下四个部分组成:

1) 气压发生装置。能转换成气体的压力能。  
2) 执行元件及工作机构(即气动机构)。执行原件是能量输出装置, 能将空气的压力能转换成直线运动或回转运动形式的机械能。工作机构由执行元件驱动, 完成各种功能和动作。

3) 控制元件。如各种控制和调节气体压力、流量和流动方向的控制阀。

4) 辅助元件。如空气过滤器、消声器、油雾器、传感器、放大器等。

2. 气动机构的特点及应用 气动机构具有以下优点:

1) 以空气为工作介质, 易于获取和排放, 不污染环境。  
2) 空气的粘度小, 在管路中流动时压力损失小, 适于集中供气和远距离输送。  
3) 比液压传动响应快、维护简单。  
4) 适于恶劣的工作环境下工作, 特别是在易燃、易爆、多尘埃、强磁、强振、潮湿、有辐射和温度变化大的恶劣环境中工作时, 安全可靠性能优于液压、电子和电气机构。

5) 易于实现过载保护。

气动机构也有以下缺点:

1) 由于空气具有可压缩性, 因此工作速度稳定性稍差。

2) 工作压力较低(一般为  $0.3 \sim 1.0 \text{ MPa}$ ), 难以获得很大的输出力。

图 5-33 所示为一种比较简单的可移动式气动通用机械手的结构示意图。由真空吸头 1、水平缸 2、垂直缸 3、齿轮齿条副 4、回转缸 5 及小车等组成。可在三个坐标的空间内工作, 一般用于装卸轻质、薄片工件, 只要更换适当的手指部件, 还能完成其他工作。该机械手的工作循环是: 垂直缸上升→水平缸伸出→回转缸转位→回转缸复位→回转缸退回→垂直缸下降。

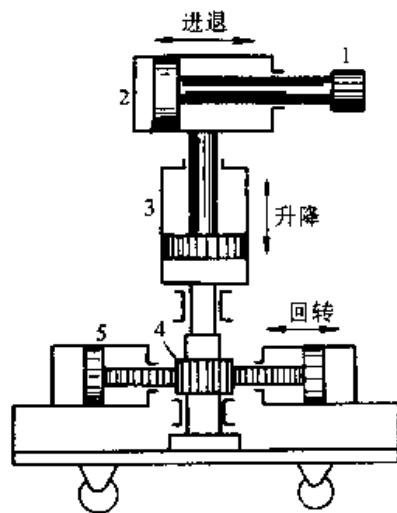


图 5-33 可移动式气动通用机械手结构示意图

## 二、电磁传动机构

电磁机构是通过电与磁的相互作用来完成所需动作的, 可以十分方便地实现

回转运动、往复运动、振动等，广泛应用于继电器机构、传动机构、仪器仪表机构中。这类机构的主要特点是用电和磁来产生驱动力，可十分方便地控制和调节执行机构的动作。

电磁传动机构通常都有电磁铁，由通电线圈产生磁场，控制磁场的产生和变化即可实现所需的动作。如图 5-34 所示电磁回转机构，当手柄 1 绕定轴转动时，电磁铁依次接入。于是电枢 3 绕定轴 A 转动。图 5-35 所示的电锤机构，当电流通过电磁铁 1 时，利用两个线圈的交变磁化作用，使锤头 2 作往复直线运动。直流电的电锤有一快速电流转向器，且每分钟冲击次数用电压进行调节。交流电的电锤每分钟有恒定的冲击次数，它由所提供电流的频率来决定。

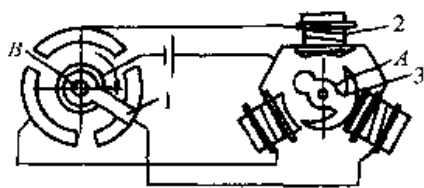


图 5-34 电磁回转机构

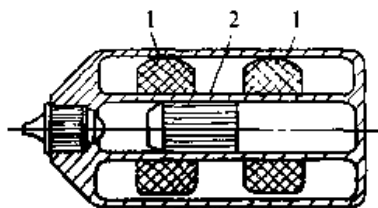


图 5-35 电锤机构

### 思考题

- 5-1 棘轮机构有几种类型，它们分别有什么特点，适用于什么场合？
- 5-2 不完全齿轮机构和普通齿轮机构的啮合过程有什么异同点？
- 5-3 摩擦传动机构有哪些特点？试举例说明。
- 5-4 液压机构、气动机构各有那些特点？

## 第六章 机械动力学

在前面章节中对平面机构作运动分析和受力分析时，都是假定机构的原动件作匀速运动的，这种假定对于低速、轻载的机械是允许的。但在这种假定下得到的分析结果与真实情况是有差异的。对于高速、重载、大质量的机械，这种分析误差可能直接影响到设计的安全性、可靠性。在实际工况中，作用在机器执行构件的生产阻力的形式是各种各样的，绝大多数机器受到的生产阻力是变化的；有的时有时无，如金属切削机床只在切削工件时受到的阻力；有的时大时小，如推土机和运输机械受到的阻力；有的突然加载，如冲床在冲压工件时受到的阻力；有的则毫无规律，如碎石机在碎石时的阻力。另一方面，机器中的构件时而向上运动，构件的重力成为阻力；时而构件又向下运动，构件的重力又变为驱动力。构件作加速运动时，构件的惯性力和惯性力矩成为阻力或阻力矩；构件作减速运动时，构件的惯性力和惯性力矩又起到驱动力或驱动力矩的作用。此外，作用在构件上的摩擦力和摩擦力矩随着机器的运转也在不断地改变着大小和方向。原动机要在这样复杂变化力的作用下维持机械系统的主轴作匀速转动，就必须随时提供与之相适应的驱动力，显然是不可能的。因此，绝大多数机械系统主轴的速度在机械运转时都不是匀速的，而是波动变化的。机器主轴速度过大的波动变化会影响机器的正常工作，如金属切削机床主轴速度过大的波动可以导致加工表面质量下降；发电机组过大的速度波动可以造成电压不稳，从而殃及整个供电系统中设备的安全运行。过大的速度波动会增大运动副中的动载荷，加剧运动副的磨损，降低机器的工作精度和传动效率，缩短机器的使用寿命。周期性的速度波动还会激发机器振动，产生刺耳的噪声，甚至引起机器共振，造成意外事故等等。因此，研究机械系统在外力作用下的速度波动（即系统的真实运动规律分析）是机械设计的重要内容，也是本章学习的主要内容之一。应通过对本章的学习，掌握调节机器过大速度波动的理论及所用的零件的基本设计方法。

高速、重载的机械系统中，构件周期运动产生的惯性力和惯性力矩是造成系统主轴速度波动的重要原因之一，也是造成系统振动、产生噪声和增大机构动载荷的直接原因。合理分配各构件的质量与质心位置，对于减轻机构惯性力和惯性力矩对运动的不利影响是十分必要的。因此，如何对机构的质心位置进行设计（即所谓的机械的平衡）是本章要讨论的另一个重要问题。另一方面，当构件的惯性力不能被忽略时，则必须准确地计算构件的质量和转动惯量。由于构件的质量和转动惯量与构件的剖面尺寸和结构尺寸有关，而确定这些尺寸的主要技术依据

是对构件作的符合构件真实受力情况的受力分析。因此,对于高速、重载的机械系统进行计入构件惯性力和惯性力矩的受力分析(即所谓的动态静力分析)也是十分必要的。综上所述,本章将对以下三方面的动力学问题进行讨论:

- 1) 机构的动态静力分析;
- 2) 机械的平衡;
- 3) 机械的真实运动规律分析与速度波动的调节。

此外,对于考虑构件弹性的机械动力学问题,本章也将简单扼要的介绍。

## 第一节 机构的动态静力分析

机构受力分析的主要目的:一是确定运动副中的约束反力,这些力的大小和性质决定了各构件满足设计要求应具有的强度或刚度;决定了运动副中的摩擦与磨损,从而决定了机构的寿命与传动效率。二是确定在按给定的运动规律条件下需加在原动件上的平衡力(矩),这是选择维持机器正常运转所需原动机的类型、功率的重要技术依据。

对于低速机械,惯性力对上述分析的结果影响不大,可以在不计惯性力的条件下对机构进行受力分析,这种分析称为机构的静力分析。中、高速运动的机械其构件在运动时产生的惯性力往往很大,在对机构进行受力分析时,如果机构中的惯性力达到或超过驱动力或生产阻力的  $1/10$  就必须在分析中计入惯性力。在这种情况下进行力分析时,可根据达朗贝尔原理将构件运动时产生的惯性力作为已知外力加在相应的构件上,将动态受力系统转化为瞬时静力平衡系统,用静力学的方法对机构进行受力分析。这种受力分析称为机构的动态静力分析。

### 一、构件惯性力的确定

设计新机械时,当方案设计和运动设计确定出新机械的机构运动简图后,便可以着手对机构进行动态静力分析。但由于动态静力分析要计入构件的惯性力和惯性力矩,而此时构件的结构、剖面尺寸、构件的质量、转动惯量和质心位置均未确定,构件质心的加速度也无法求出,故作用在构件上的惯性力和惯性力矩未知。因此,在对机构进行动态静力分析前,只能凭借经验或对机构作简单的静力分析的基础上对构件的结构和剖面尺寸作出初略的估算,由此定出各构件的质量、转动惯量和质心位置。在此基础上,假定机构原动件按某种运动规律(例如匀速)运动,通过对机构进行运动分析,计算质心的加速度和构件的角加速度,从而算出各构件的惯性力和惯性力矩。因此,机构动态静力分析并不是一种完全真实的受力分析,从本质上讲仍然是一种在假定条件下的受力分析,但它的分析结果较静力分析更接近机构的真实受力情况。由于不涉及原动机特性对构件受力的影响,分析方法相对较为简单,因此,这种受力分析方法仍然是中、高速机械受

力分析主要采用的方法。

对于几何形状比较规则或由几个规则的几何形体组合成的构件,可以用计算构件的体积或查阅相关手册和资料的方法来确定构件的质心、质量和转动惯量;形状复杂的构件可以用薄纸板或薄木板制作与构件相似的模型来测算其质心和转动惯量;目前比较好的方法是利用有关的CAE软件来计算构件的这些动力参数。例如可采用MDT软件(Mechanical Desktop),通过在计算机上绘制构件的三维模型,则可以获得构件的质量、转动惯量和质心等动力参数。

当构件*i*的质量 $m_i$ 、绕构件质心的转动惯量 $J_{ci}$ 和质心位置 $S_i$ 确定后,根据运动分析求出构件*i*质心的加速度 $a_{ci}$ 和构件的角加速度 $\ddot{\varphi}_i$ 。设构件*i*质心加速度在直角坐标系*O-xy*中*x*、*y*方向上的分量分别为 $(\ddot{x}_{ci}, \ddot{y}_{ci})$ ,则应加在构件*i*质心上的惯性力在*x*、*y*方向上的分量为:

$$\left. \begin{aligned} F_{xi} &= -m_i \ddot{x}_{ci} \\ F_{yi} &= -m_i \ddot{y}_{ci} \end{aligned} \right\} \quad (6-1)$$

惯性力的方向可用惯性力在坐标系中的方位角 $\alpha_i$ 表示为:

$$\alpha_i = \arctg \left( \frac{-m_i \ddot{y}_{ci}}{-m_i \ddot{x}_{ci}} \right) = \arctg \left( \frac{-\ddot{y}_{ci}}{-\ddot{x}_{ci}} \right)$$

惯性力的大小为:

$$F_{ci} = -m_i \sqrt{\ddot{x}_{ci}^2 + \ddot{y}_{ci}^2} = -m_i a_{ci}, \text{ 方向与质心加速度 } a_{ci} \text{ 的方向相反。}$$

应加在构件*i*上的惯性力矩的大小为:

$$M_{ci} = -J_{ci} \ddot{\varphi}_i \quad (6-2)$$

惯性力矩的方向与 $\ddot{\varphi}_i$ 方向相反。

## 二、机构动态静力分析的解析法

机构动态静力分析的目的是:已知机构中各构件的重力、惯性力和给定的工作阻力及各构件的运动参数,求各运动副中的约束反力和原动件上所需的驱动力(矩)(也称为机构的平衡力(矩))。平衡力(矩)对确定原动机的类型和功率十分重要;而运动副中的最大约束反力是决定构件结构和形状尺寸的主要技术依据。

机构的动态静力分析方法有图解法和解析法两种。用图解法作动态静力分析时,将初步估算出来的惯性力和惯性力矩作为已知外力加在相应构件的质心上,并在机构运动简图中准确地画出其作用方向,然后按第二章第三节讲的静力分析图解法对机构进行受力分析。图解法概念清楚,也有一定的精度,但图解过程比较繁琐,而且难以确定构件的最大受力位置。因此,随着对机构力分析精度要求的提高和计算技术的发展,机构动态静力分析的解析法应用日渐广泛。

机构动态静力分析的解析法主要有矢量方程解析法、基本杆组法和直角坐标



法。不论采用哪种方法都是根据力的平衡条件,列出机构中已知力和待求力之间的力平衡关系式,然后采用相应的数学方法求解。本节将主要介绍平面机构动态静力分析的直角坐标法。所谓直角坐标法即:首先在作受力分析的机构运动图中建立一平面直角坐标系,将各构件上所有的已知力向各自的质心简化为一个通过质心的合力和一个合力偶,并将该合力用平行于坐标轴的两个分量表示;同样,作用在运动副中所有的待求约束反力也用直角坐标两方向的分量表示,然后以每一个构件为受力分析单元,根据静力平衡条件建立单元力平衡方程式,并将其表示成单元力平衡矩阵方程,根据运动副相联两构件上约束与约束反力大小相等、方向相反的原则,最后将各单元力平衡矩阵方程“组装”成机构力平衡矩阵方程用计算机求解。

下面以图 6-1a 所示的曲柄滑块机构为例,说明机构动态静力分析力平衡矩阵方程建立的方法与求解的基本过程。

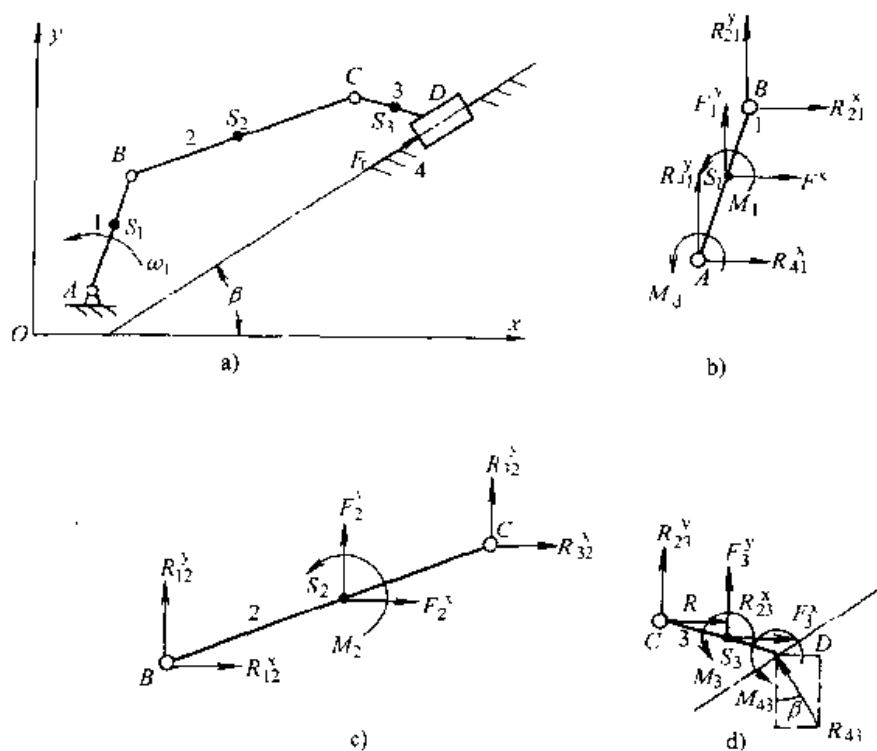


图 6-1 曲柄滑块机构动态静力分析

a) 机构运动简图 b) 已知外力向质心简化后曲柄的受力  
c) 已知外力向质心简化后连杆的受力 d) 已知外力向质心简化后滑块的受力

**例 6-1** 设图 6-1a 所示的曲柄滑块机构  $ABC$  各构件的杆长已知,原动件以  $\omega_1$  沿逆时针方向匀速转动,各构件上作用的外力(不包括重力和惯性力)已知。要求用直角坐标法对机构进行动态静力分析,求:作用在各运动副中的约束反力和曲柄上的平衡力矩。

解

(1) 根据机构各构件的受力情况和特点, 初步确定各构件的结构及剖面尺寸, 计算机构各构件的质心、质量、转动惯量和重量。

(2) 以原动件角速度  $\omega_1$  为常数, 对机构作运动分析, 计算各质心的加速度和各构件的角加速度, 按式 (6-1) 和 (6-2) 计算各构件应加上的惯性力、惯性力矩。

(3) 在机构运动简图上建立平面直角坐标系  $O-xy$  如图 6-1a 所示。将作用在三个可动构件上的已知外力向各构件的质心简化, 将简化后的力与该构件的惯性力和重力合并后, 沿  $x$ 、 $y$  坐标轴分解为  $F_i^x$  和  $F_i^y$  如图 6-1b、c、d 所示, 图中  $M_i$  为已知力简化后的力矩与该构件惯性力矩和已知外力矩的合力矩 ( $i=1, 2, 3$ )。

作用在各构件上的已知外力的简化方法是: 将各已知外力向构件的质心平移, 得过质心且大小、方向与原已知外力相等的一个力和一个力偶矩, 力偶矩的大小与方向等于原已知外力对构件质心之矩。

(4) 在曲柄上标出待求平衡力矩  $M_d$ , 力矩以逆时针方向为正; 在三个可动构件的运动副上分别标出待求约束反力; 为了避免将作用力和反作用力的方向混淆, 所有的约束反力均按坐标轴的正向画出。在图 6-1 中  $R_{ij}^x$ 、 $R_{ij}^y$  分别表示构件  $i$  作用于构件  $j$  的约束反力在  $x$  和  $y$  方向上的分量,  $R_{ij}^x = -R_{ji}^x$ ,  $R_{ij}^y = -R_{ji}^y$ , 即  $R_{ij}$  可以用  $-R_{ji}$  来代替。对于转动副, 在不计运动副摩擦时约束反力  $R_{ij}^x$ 、 $R_{ij}^y$  通过转动副的中心, 方向分别与  $x$ 、 $y$  轴平行; 对于移动副, 由于约束反力的作用点未知, 在不计运动副摩擦时可用一个与导路方向垂直的约束力  $R_{ij}$  和一个约束力矩  $M_{ij}$  表示 (图 6-1d)。

(5) 根据静力平衡条件写出各单元力平衡矩阵方程。设  $S_1$ 、 $S_2$  和  $S_3$  分别为曲柄、连杆和滑块的质心。

1) 根据图 6-1b 得曲柄的静力平衡方程:

$$\left. \begin{aligned} R_{41}^x + R_{21}^x + F_1^x &= 0 \\ R_{41}^y + R_{21}^y + F_1^y &= 0 \\ R_{41}^x(y_{S1} - y_A) + R_{11}^y(x_A - x_{S1}) + R_{21}^x(y_{S1} - y_B) \\ &+ R_{21}^y(x_B - x_{S1}) + M_1 + M_d = 0 \end{aligned} \right\}$$

为了便于各单元力平衡矩阵的“组合”, 将上式中的  $R_{21}^x$  和  $R_{21}^y$  分别用  $-R_{12}^x$  和  $-R_{12}^y$  代替, 并将上式表示为矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ y_{S1} - y_A & x_A - x_{S1} & y_B - y_{S1} & x_{S1} - x_B & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_{41}^x \\ R_{41}^y \\ R_{12}^x \\ R_{12}^y \\ M_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -F_1^x \\ -F_1^y \\ -M_1 \end{Bmatrix} \quad (6-3)$$

2) 根据图 6-1c 得连杆的静力平衡矩阵:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_{12}^c \\ R_{12}^x \\ R_{23}^c \\ R_{24}^y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -F_2^x \\ -F_2^y \\ -M_2 \end{Bmatrix} \quad (6-4)$$

$$[A]\{R\} = \{F\}$$

从系数矩阵中的元素内容知,系数矩阵是机构运动位置的函数,而已知力矩阵中的惯性力和惯性力矩也是机构运动位置的函数,因此,在作动态静力分析过程中应根据机构运动的不同位置计算待求力的系数矩阵和已知力中的惯性力和惯性力矩。若系数矩阵 $[A]$ 是非奇异矩阵,则可解出机构在不同运动位置时作用在运动副中的约束反力和作用在原动件上的平衡力矩。

当机构在一个运动循环中的全部约束反力求出后,选用约束反力中的最大值对构件强度或刚度条件进行校核,若校核结果不满足设计要求,应重新修改构件的结构及剖面尺寸,重新计算其质心、质量和转动惯量;重新进行受力分析直至构件满足设计要求。根据平衡力矩计算结果的最大值和变化规律,结合机构的传动效率和工作阻力的特点,便可以选驱动该机构的原动机类型和功率。

### 三、考虑运动副摩擦的受力分析

对机构进行受力分析时,如果在分析中计入运动副的摩擦,则力平衡方程的待求力部分还应包括运动副中的摩擦力。由于运动副中的摩擦力与作用在运动副中的约束反力和运动副元素间的当量摩擦系数 $\mu_0$ 有关,我们可以把摩擦力和摩擦力矩表示为约束反力的函数。但当考虑转动副的摩擦时,构件 $i$ 作用于构件 $j$ 的总约束反力 $R_{ij}$ 将不通过转动副的中心,而切于半径为 $\rho = \mu_0 r$ 的摩擦圆( $r$ 为转轴半径)。

将 $R_{ij}$ 向转动副中心简化,可得一个通过转动副中心、大小和方向与 $R_{ij}$ 相同的总反力和一个摩擦力偶矩 $\mu_0 r R_{ij}$ ,方向与 $\omega_{ij}$ 方向相同(图 6-2),将 $R_{ij}$ 沿 $x$ 、 $y$ 轴方向分解得约束反力的两个待求分量 $R_{ij}^x$ 和 $R_{ij}^y$ ,于是作用于转动副中的摩擦力偶矩可以用待求力分量表示为

$\mu_0 r \sqrt{(R_{ij}^x)^2 + (R_{ij}^y)^2}$ 。作用在移动副中的摩擦力大小等于

$\mu_0 \sqrt{(R_{ij}^x)^2 + (R_{ij}^y)^2}$ ,设滑块相对于导轨的相对速度 $v_p$ 的方向与 $x$ 轴正向夹角为 $\beta$ ,约束反力 $R_{ij}$ 产生的摩擦力的

$x$ 方向分量为: $-\mu_0 \cos \beta \sqrt{(R_{ij}^x)^2 + (R_{ij}^y)^2}$ ;  $y$ 方向的分量为:

$-\mu_0 \sin \beta \sqrt{(R_{ij}^x)^2 + (R_{ij}^y)^2}$ 。将摩擦力和摩擦力偶矩加入力平衡方程中,整理可得一个含有待求机构约束反力

$R_{ij}^x$ 、 $R_{ij}^y$ 和 $\sqrt{(R_{ij}^x)^2 + (R_{ij}^y)^2}$ 项的方程组,此时的方程组已不是线性方程组,而是一个非线性方程组。解非线性方程组是相当困难和繁杂的。因此,考虑运动副摩擦的受力分析常采用另一种方法——逼近法,此法更为简单和方便。逼近法的基本过程是:

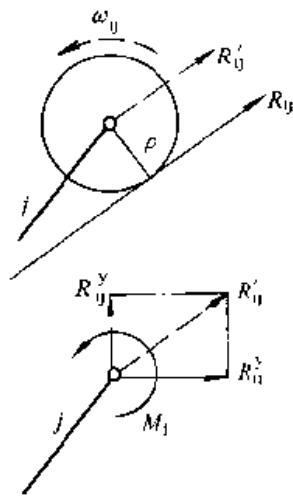


图 6-2 计算摩擦时转动副中的约束反力

1) 不计运动副中的摩擦列出机构力平衡矩阵,即令  $\mu_0=0$ ,求出理想机械中的运动副反力。

2) 根据求出的约束反力计算运动副中的摩擦力和摩擦力矩,将其作为已知力加在相应的构件上重新进行受力分析,重新计算运动副中的约束反力。比较相邻两次计算的结果,若两次计算求出的约束反力误差满足分析精度要求,则以最后一次计算结果作为力分析的最终结果,否则应重复上述过程直到满足分析精度要求为止。

关于其他类型杆组的动态静力分析可参考“机械原理课程设计手册”或参考书目[1]。

## 第二节 机械的平衡

机械在运动过程中,除中心惯性主轴与其回转轴重合的等速回转构件外,其他运动构件都将产生惯性力和惯性力偶矩,从而在机构运动副中引起附加动压力。这不仅会增大运动副中的摩擦和构件上的载荷,降低机械效率和机械的使用寿命,而且由于这些惯性力都是呈周期性变化的,必将引起机器及其基础产生强迫振动。如果强迫振动的频率接近机器的共振频率,还会影响机器的正常工作,危及周围的机械设备和工作人员的安全。

为了完全或部分消除惯性力和惯性力矩对机械的不良影响所采取的技术措施称为机械的平衡。由于多数机械都是由作回转运动、往复运动或一般平面运动的构件组成,故机械的平衡问题可以归纳为以下两方面内容:

- 1) 作回转运动构件的平衡。
- 2) 平面机构的平衡。

下面我们分别对上述两个问题进行讨论。

### 一、转子的平衡

在讨论平衡问题时,常把作回转运动的构件称为转子,把作回转运动构件的平衡又称为转子的平衡。任取一根钢制转轴将其置于实验台上使其转动,当轴的转速接近某一转速时,通过测量仪可以观察到轴会产生强烈的振动和相当大的挠曲变形,转子愈细长,产生强烈振动和出现较大挠曲变形时的转速愈低。我们把轴在第一次出现强烈振动的转速称为轴的一阶临界转速。在实验中还可以观察到:当转速越过一阶临界转速以后,轴的振动又逐渐地平息下去,但当转速继续升高到某一数值时,轴又会再次发生第二次、第三次强烈的振动……,我们把轴再次产生强烈振动的转速依次称为:二阶临界转速、三阶临界转速……依此类推。由于任何材质制成的转子在高速转动下都会产生上述振动过程,并会出现较大的挠曲变形,故我们把运转在一阶临界转速以上的转子称为挠性转子,而把运转在一阶临界转速以下

的转子称为刚性转子。因此,转子的平衡可分为两种不同的情况:

1) 转速低于 0.6~0.75 倍一阶临界转速的转子,因惯性力引起轴的变形量不大,平衡的主要目的是消除或减轻惯性力在转子支承上引起的动反力,这类转子的平衡称为刚性转子的平衡。

2) 工作转速超过 0.6~0.75 倍一阶临界转速的转子,由于转速接近或要跨越转子的临界转速,转子会因共振而产生强烈的振动,并出现较大的挠曲变形。这类转子的平衡除了要减轻惯性力引起的动载荷和振动外,还要减轻或消除转子的挠曲变形,这类转子的平衡又称为挠性转子的平衡。

### (一) 刚性转子的平衡

转子的轴向宽度  $b$  与其直径  $D$  的比值大小不同,采用的平衡方法也不同,工程中把刚性转子的平衡分为两类:

1) 当  $b/D \leq 0.2$ ,即轴向尺寸较小的盘形转子,例如由轴向尺寸较窄的齿轮、链轮、带轮、凸轮、叶轮与转轴组成的转子,这种转子可以近似认为其质量分布在一个与转轴垂直的平面内,并且可以用一个集中于质心的质量来代替。若转子的质心不在其回转中心上(称为偏心),将这种转子随意置于具有两个水平钢制刀刃的平衡试验仪上(图 6-3a),转子将在刀刃上作滚摆运动,直至偏心位于转轴的正下方时,滚摆才会停止。由于这种转子的不平衡能通过转子逐渐静止的过程显现出来,故这种转子也称为静不平衡转子。要消除静不平衡转子运动时产生的惯性力,只需在转子质心的回转平面内增加或减去一定量的重量(增加的重量称为平衡配重),使转子的质心移到回转中心上即可。用平衡配重使转子的质心移至转子的回转中心,从而消除或减少静不平衡转子运动时产生的惯性力的平衡措施称为转子的静平衡。转子的静平衡配重可以按如下方法进行计算。

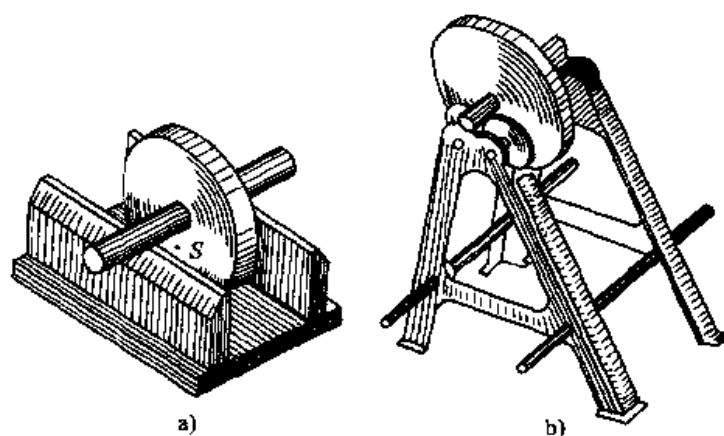


图 6-3 转子的静平衡试验仪

a) 水平钢制刀刃式静平衡试验仪 b) 滚子支承式静平衡试验仪

设:转子的质量为  $m$ ,在质心回转平面内从转子的回转中心到质心所作的向径为  $r$ ,当转子以匀角速度  $\omega$  转动时产生的离心惯性力为:

$$P_c = m r \omega^2$$

惯性力  $P_c$  的方向与矢量  $r$  方向一致。为了实现转子的静平衡,在偏心质量的回转平面内距回转中心  $r_b$  的位置上增加一个平衡质量  $m_b$ ,当转子实现静平衡时有:

$$P_c + P_b = m r \omega^2 + m_b r_b \omega^2 = 0$$

消去  $\omega^2$  得:

$$m_b r_b = -m r \quad (6-6)$$

式(6-6)中质量与向径之积称为质径积,质径积是矢量,满足矢量运算法则。由式(6-6)知转子实现静平衡的条件为:平衡配重的质径积与转子偏心质量的质径积的矢量和应为零。因此,当转子在同一回转平面内有多个偏心质量,且偏心质量的质径积矢量和为零,则该转子是静平衡的。反之,如果所有偏心质量的质径积矢量和不为零,则转子是静不平衡的,这时可用矢量封闭多边形的图解法,作平衡配重矢量  $m_b r_b$  使各偏心质量的质径积矢量和封闭(图 6-4),使

$$\sum_{i=1}^n m_i r_i + m_b r_b = 0$$

从而可以求出平衡配重  $m_b r_b$  的大小和方位,当选定  $r_b$  的大小后,可求出平衡质量  $m_b$  的大小。

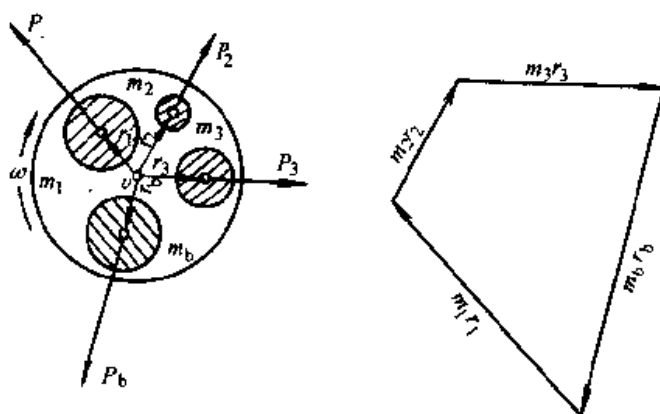


图 6-4 回转质量平衡的向量表示

事实上,由于静不平衡转子的偏心质量位置通常是不知道的,故静平衡过程常在图 6-3 所示的静平衡试验仪上通过多次调整平衡配重  $m_b r_b$  的大小和方位来完成的。当平衡配重能使转子在试验仪上实现随遇静止时,则认为转子的静平衡工作已完成。图 6-3a 所示的静平衡试验仪结构简单,只要操作时能保证试验仪上两钢制刀刃能保持在同一水平面内并相互平行,这种试验仪的平衡精度较高。另一种静

平衡试验仪如图 6-3b 所示,这种平衡试验仪用两对支承滚子代替两平行刀刃,其平衡操作过程相同,但转子的定位性较好,调节支承滚子的位置还可以适应转轴两端直径不同的转子,对平衡试验仪的安装条件要求不高,其缺点是:因摩擦阻力较大,平衡精度不如刀刃式平衡试验仪高。

2) 当  $b/D > 0.2$  时,即转子的轴向尺寸较大或转轴上有多个盘形结构的转子,这时就不能简单地用一个集中质量来代替转子的质量。因为在这种情况下,即使转子的总质心在回转轴线上,将其置于静平衡试验仪上显示是静平衡的,但当这种转子转动时,由于各偏心质量所产生的离心惯性力不在同一回转平面内,将形成惯性力偶,转子支承上仍然会出现动反力,即是说:转子仍然是不平衡的(图 6-5)。由于这种不平衡只有在转子运动时才显现出来,故这种转子也称为动不平衡转子。用平衡配重使动不平衡转子在运动时产生的惯性力的主矢与主矩都趋于零的平衡措施称为转子的动平衡。

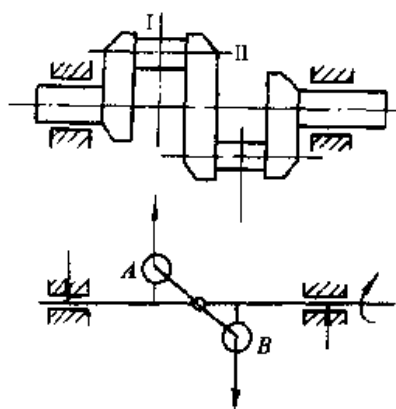


图 6-5 转子的动不平衡

在静平衡配重的计算中,为了简化计算,我们把整个转子的质量用一个集中于转子质心上的质量替代,这个质量称为转子质量的替代质量。同样,为了计算方便也可以将转子的质量用几个集中质量来替代,当然,代换质量数目越少,计算也越方便。实际工程计算中常用两个或三个质量进行代换,并且通常将代换点选在运动参数容易确定的点(如连杆机构构件上和铰链点)或便于实施平衡措施的点上。只要所有替代质量之和与原构件的质量相等,所有替代质量的总质心与原构件质心重合,则替代质量产生的总惯性力与原构件的惯性力相等,满足上述这两个替代条件的质量替代也称为质量的静替代。在此基础上,如果使替代质量对过质心转轴的转动惯量与原构件对过质心转轴的转动惯量相等,则替代质量的总惯性力和总惯性力偶矩与原构件的惯性力与惯性力偶矩相等,满足上述三个替代条件的质量替代也称为质量的动替代。

当转子轴向尺寸较宽时,假想将转子沿轴向分割成若干段,如果每段回转体上的质心均不在其回转轴上,则各偏心质量转动时产生的惯性力将形成一空间力系,用一个平衡配重即使可以平衡该力系的合力,也不能平衡其合力偶。因此,动平衡至少需要用两个平衡配重,使两个平衡配重在随转子转动时产生的平衡惯性力的主矢与主矩分别与转子惯性力的主矢与主矩相平衡。

为了计算动平衡应加在转子上的两个平衡配重的大小和方位,应用质量替代理论,将转子上所有的偏心质量分别用两个替代质量来代替。设转子上任意偏心质量  $m_i$ ,其质心  $S_i$  在其回转平面上距回转中心的向径为  $r_i$ ,将  $m_i$  用转子上任选两个



平面(称为校正面)上的质量  $m'_i$ 、 $m''_i$  替代。过质心  $S_i$  作直角坐标系  $S_i-xy$ , 使  $S_i x$  轴与转子的回转轴平行。校正面 I 距  $S_i$  的距离为  $l_1$ 、校正面 II 距  $S_i$  的距离为  $l_2$ , 两校正面间的距离为  $l=l_1+l_2$ 。根据质量静替代条件得:

$$\left. \begin{aligned} m'_i + m''_i &= m_i && (\text{总质量不变}) \\ m'_i(-l_1) + m''_i l_2 &= 0 && (\text{总质心重合}) \end{aligned} \right\}$$

上两式中有  $m'_i$ 、 $m''_i$ 、 $l_1$  和  $l_2$  共四未知量, 欲求  $m'_i$  和  $m''_i$  的大小可任选  $l_1$  和  $l_2$  之值, 即: 可以在转子上任意位置确定两个校正面, 通常选添加平衡配重比较方便的位置作为校正面。当两校正面确定后, 可求出两校正面上的替代质量  $m'_i$ 、 $m''_i$ 。因  $S_i x$  轴与回转轴平行, 故替代质量  $m'_i$ 、 $m''_i$  在校正面中的向径  $r'_i$ 、 $r''_i$  大小与  $r_i$  相等, 方向与  $r_i$  平行。因此, 偏心质量的质径积  $m_i r_i$  在两校正面上的替代质径积分别为:

$$\left. \begin{aligned} m'_i r'_i &= \left( \frac{l_2}{l} \right) m_i r_i \\ m''_i r''_i &= \left( \frac{l_1}{l} \right) m_i r_i \end{aligned} \right\}$$

当转子上每个偏心质量的质径积在两校正面上的替代质径积——确定后(图 6-6), 可按静平衡求平衡质径积的向量多边形方法, 在每个校正面上分别求出所应增加的平衡质径积。当两个校正面上加上相应的平衡质径积的配重后, 转子惯性力的主矢与主矩也就同时被平衡了。

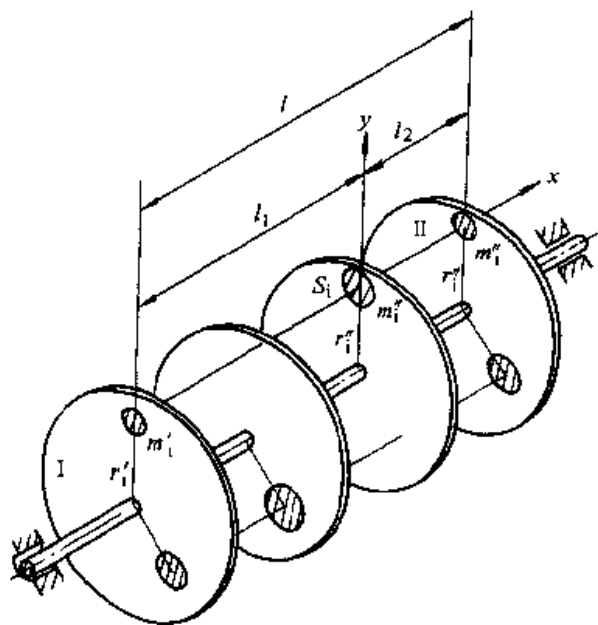


图 6-6 偏心质量的替代

由于动不平衡转子偏心质量的大小和方位在一般情况下是不知道的, 故转子的动平衡须在动平衡机上完成。动平衡机型式很多, 各种动平衡机的构造与工作原理也不尽相同。目前工业上使用较多的动平衡机是通过检测转子转动时的振动来

确定偏心质量的大小和方位的。有关动平衡机的工作原理可参阅有关资料。

最后需要指出:不论利用何种型式的平衡试验设备对转子进行平衡,总是会有残余不平衡量的。工程中对于各种用途的转子的残余不平衡量的要求也是不相同的,在平衡操作时可查阅有关规范执行。

### \* (二) 挠性转子的平衡

在低速下经过动平衡的转子,支承的动反力可以完全或部分被消除。但是当这种转子在临界转速附近转动时,轴的变形会明显增大,从而使原有的平衡被打破,支承上又会产生新的动反力。如果这时对转子再进行平衡,将其支承上的动反力消除,但随着转子转速的继续升高,支承上又会再次产生出新的动反力。出现这种现象的根本原因在于:轴在不同的速度下,其挠曲变形的形状及变形量的大小各不相同,轴的振动频率也不相同。因此,对挠性转子进行平衡,必须弄清轴的挠曲变形和轴的弹性振动规律,从而确定挠性转子平衡的理论及方法。

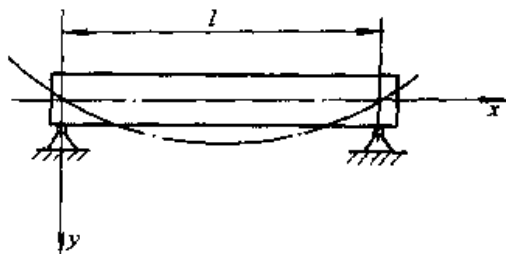


图 6-7 简支匀质轴在自重作用下的挠度曲线

(1) 轴的临界速度和振型函数。根据材料力学可知:在图 6-7 所示的坐标系  $O-xy$  中,简支匀质轴在自重的作用下轴的弯矩  $M$ ,挠度  $y$  (即轴的横向位移)和单位长度载荷  $q$  有以下关系:

$$M = EJ \frac{d^2 y}{dx^2}; \quad q = \frac{d^2 M}{dx^2}$$

所以

$$q = \frac{d^2}{dx^2} \left( EJ \frac{d^2 y}{dx^2} \right)$$

式中  $EJ$ ——轴的抗弯刚度。对于等截面匀质轴,  $EJ$  为常数,故

$$q = EJ \frac{d^4 y}{dx^4} \quad (6-7)$$

如果这时在某一初始干扰下轴作横向自由振动,我们可以把轴看成是一个由无穷多个质点组成的弹性系统。设每个质点的质量为  $m$ ,每个质点因运动而产生的惯性力为:

$$F_u = -m \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (6-8)$$

根据达朗贝尔原理,由式(6-7)和式(6-8)得弹性轴作无阻尼横向自由振动的微分方程,注意到挠度  $y$  既是坐标  $x$  的函数,又是时间  $t$  的函数得:

$$EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (6-9)$$

根据振动理论:  $n$  个自由度的振动系统有  $n$  个主振型和  $n$  个相应的主频率, 当挠性轴以某一主振动方式振动时, 其振动为简谐运动。设轴以固有频率  $\omega_n$  振动时, 简谐运动方程为:

$$y_n(x, t) = Y_n(x) \sin(\omega_n t + \alpha_n) \quad (6-10)$$

将式(6-10)代入式(6-9)得:

$$EJ \frac{d^4 Y_n}{dx^4} - m\omega_n^2 Y_n = 0 \quad (6-11)$$

设:  $k^4 = \frac{m\omega_n^2}{EJ}$  (6-12)

由式(6-11)和式(6-12)得:

$$\frac{d^4 Y_n}{dx^4} - k^4 Y_n = 0 \quad (6-13)$$

方程(6-13)的通解为:

$$Y_n = Ae^{kx} + Be^{-kx} - C\cos kx + D\sin kx \quad (6-14)$$

上式中  $A, B, C, D$  四个常系数可由支承的边界条件决定。对于两端简支的轴, 如果不计支承的变形, 其边界条件为:

$$\left. \begin{aligned} x=0, \quad Y_{n0}=0, \quad \left[ \frac{d^2 Y_n}{dx^2} \right]_0 &= 0 \\ x=l, \quad Y_{nl}=0, \quad \left[ \frac{d^2 Y_n}{dx^2} \right]_l &= 0 \end{aligned} \right\}$$

根据上述边界条件和式(6-14), 可得由四个方程组成的方程组, 从中解出:

$$A=B=C=0 \quad \text{和} \quad D\sin kl=0 \quad (6-15)$$

对于解  $D\sin kl=0$ , 若  $D=0$  表示轴不振动。当轴振动时  $D \neq 0$ , 故有意义的解为:  $\sin kl=0$ , 即  $kl=\pi, 2\pi, 3\pi \cdots, n\pi$ , 或  $k=\frac{n\pi}{l}$  ( $n$  为正整数)。将  $k$  代入式(6-15)得系统的  $n$  阶固有频率:

$$\omega_n = \left( \frac{n\pi}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EJ}{m}} \quad (n=1, 2, \cdots, \infty)$$

上式中, 当  $n=1$  时得轴振动的一阶固有频率, 当  $n=2$  时得轴振动的二阶固有频率……, 依次类推。将式(6-15)代入式(6-14)中得轴的各阶主振型:

$$Y_n = D \sin \frac{n\pi}{l} x$$

式中  $\sin \frac{n\pi}{l} x$  —— 匀质挠性轴的振型函数。

根据轴的振型函数可以画出轴的各阶振型函数曲线。简支、匀质等截面轴的1、2、3阶振型函数曲线如图6-8所示。

以上讨论了轴在不转动时的横向振动。下面讨论当轴以角速度 $\omega$ 转动时的振动情况。

设匀质、等截面轴在未转动时轴中心线与定坐标系 $O-xyz$ 中的 $x$ 轴重合,轴上单元截面的质心连线与中心线重合。当轴以角速度 $\omega$ 转动时,轴将产生挠曲变形,轴中心线的变形 $s(x)$ 称为轴的挠度曲线。挠度曲线通常是空间曲线,随轴一齐转动。各质心质量产生的惯性力 $m\omega^2 s(x)$ 将形成一空间分布力系。为了分析挠度曲线这时的变化规律,将 $s(x)$ 向 $Oxy$ 和 $Oxz$ 平面投影得两平面挠度曲线 $Y(x)$ 和 $Z(x)$ 。为了简化

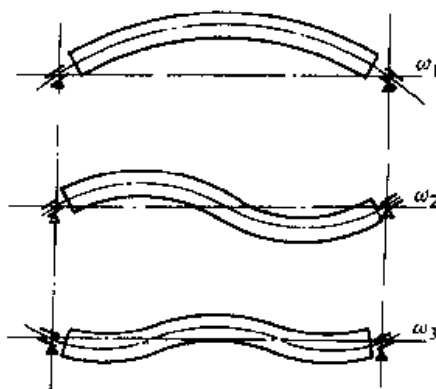


图6-8 匀质挠性轴的  
1、2、3阶振型

分析,现只讨论 $Oxy$ 平面的情况。在 $Oxy$ 平面中惯性力 $F_u(x) = -m\omega^2 Y(x)$ ;弹性轴在变形为 $Y(x)$ 时的弹性恢复力为 $EJ \frac{d^4 Y(x)}{dx^4}$ ,根据二力平衡得:

$$EJ \frac{d^4 Y(x)}{dx^4} - m\omega^2 Y(x) = 0$$

注意上式和式(6-11)具有相同的形式,只是式(6-11)中的 $\omega$ 是固有频率 $\omega_n$ ,于是我们可以得到以下重要结论:当轴转动的角速度 $\omega$ 与轴的固频率 $\omega_n$ 相同时,轴的挠度曲线与轴该阶振型曲线是完全相同的。这时轴的转动速度 $\omega = \omega_n$ 称为轴的临界速度。根据前面的分析,轴的临界速度也有无穷多阶,当轴以某一阶临界速度转动时,其挠度曲线就是该阶的振型曲线。

(2) 挠性转子的平衡特点。由于材质不均、制造误差、结构形状不规则等多方面原因,使转子质量分布具有很大的随机性。因此,设转子各单位长度轴的质心与 $x$ 轴存在偏心,其偏移量用矢量 $e(x)$ 表示,它是一个大小、方向随轴长度而变化的矢量(图6-9);轴在运动时产生的挠曲变形为 $s(x)$ ,由单位长度轴上的惯性力与轴的弹性恢复力平衡,建立转子的挠度曲线方程为:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[ EJ(x) \frac{d^2 s(x)}{dx^2} \right] - \omega^2 m(x) [s(x) + e(x)] = 0$$

整理得:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[ EJ(x) \frac{d^2 s(x)}{dx^2} \right] - \omega^2 m(x) s(x) = \omega^2 m(x) e(x) \quad (6-16)$$

当 $e(x) = 0$ 时,方程(6-16)为一自由振动方程;当 $e(x) \neq 0$ 时,方程(6-16)为

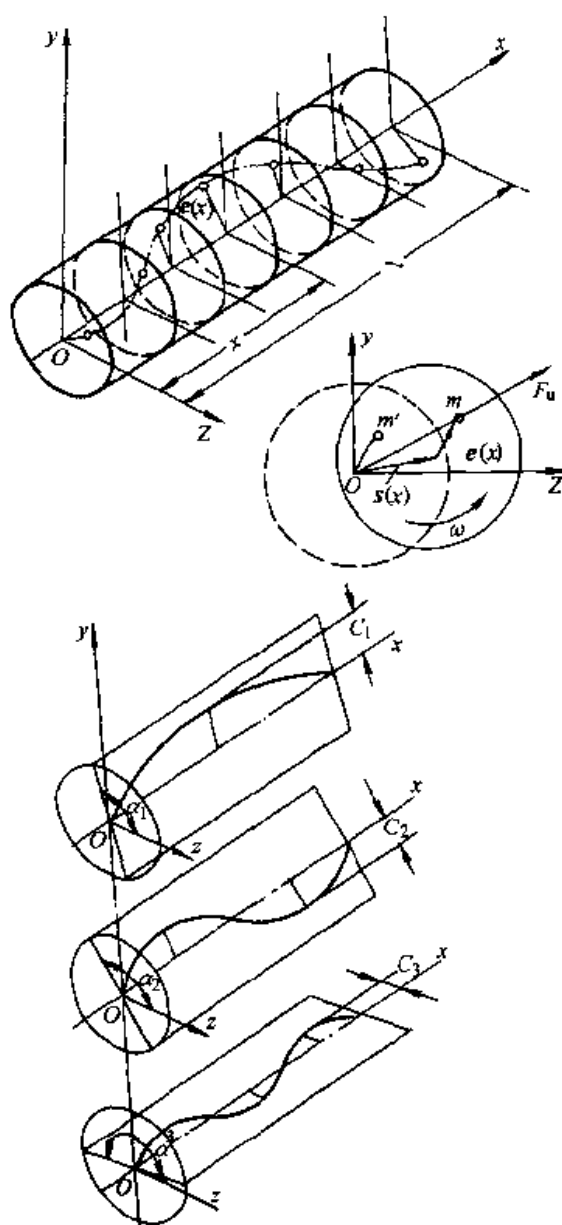


图 6-9 匀质轴的挠度曲线

一强迫振动方程。方程的解应由齐次方程的通解和非齐次方程的特解组成,其通解即为自由振动时的解。在稳定运转条件下,自由振动会由于阻尼作用而逐渐消失,故方程的特解对研究挠性转子的平衡具有更重要的意义。方程(6-16)的特解可用下面的方法求出:

将空间矢量  $e(x)$  向  $Oxy$  和向  $Oxz$  平面投影得两条平面曲线,两平面曲线可以看成是以轴的长度  $l$  为周期的周期函数,将其展开成富氏级数(即  $n$  阶振型函数的组合),

$$\left. \begin{array}{l} \text{在 } Oxy \text{ 平面中得: } \sum_{n=1}^{\infty} C_{ny} \sin \frac{n\pi x}{l} \\ \text{在 } Oxz \text{ 平面中得: } \sum_{n=1}^{\infty} C_{nz} \sin \frac{n\pi x}{l} \end{array} \right\}$$

式中  $C_{nz}, C_{ny}$  —— 各阶振型函数的展开系数。

再将两平面中相同阶的振型函数——对应进行合成, 得  $n$  个与原振型函数同阶的振型函数, 合成后的各阶振型函数曲线都是平面曲线, 其形状与同阶的挠度曲线相同, 但分布在与  $Oxz$  平面夹角分别为  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  的不同平面内 (图 6-9)。

将合成后在不同平面内的各阶振型函数统一用式表示为:

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{i\alpha_n} \sin \frac{n\pi x}{l}$$

式中  $C_n = \sqrt{C_{ny}^2 + C_{nz}^2}$ 。根据式(6-16)得:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[ EJ(x) \frac{d^2 s(x)}{dx^2} \right] - m(x) \omega^2 s(x) = \omega^2 m(x) \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{i\alpha_n} \sin \frac{n\pi x}{l}$$

可以证明: 上面方程的特解为:

$$s(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega^2}{\omega_n^2 - \omega^2} C_n e^{i\alpha_n} \sin \frac{n\pi x}{l}$$

方程的特解给出了挠性转子变形的以下一些重要特性:

1) 在一定转速下, 转子的挠度曲线是无穷多个与各阶自由振动振型函数规律相同的挠度曲线的总和。各阶挠度曲线分布在不同相位的平面内。

2) 挠度曲线与转子的转速  $\omega$  有关。当  $\omega$  接近某阶临界转速  $\omega_n$  时, 该阶振型分量趋于无穷大。因此, 当转子在某阶临界转速下运转时, 转子的挠曲变形主要呈现该阶振型曲线的形状, 其他阶的变形是次要的。

3) 由于振型函数具有正交性, 因此,  $k$  阶不平衡分量只引起  $k$  阶振型分量, 其他阶的不平衡分量均不产生  $k$  阶振型分量。

根据挠性转子的变形特性, 可以知道挠性转子的平衡方法有以下特点:

1) 要完全平衡一个挠性转子, 必须把无穷多阶的振型分量都消除掉。但在实际应用中, 任何一个转子都只在某一阶临界速度以下运转。在启动过程中, 要保证转子通过临界速度时振动不致太大, 以及在工作转速下能平稳运转, 高阶振型分量不是主要因素, 因此并不需要把无穷多个振型分量都消除掉, 只需在某一阶临界转速范围内进行平衡。

2) 挠性转子的平衡在一般情况下包括两部分: 转子的刚性平衡和各阶振型的

平衡。图 6-10 示出了校正平面的一般选取位置。平衡一阶振型主要靠平面 IV 上的平衡质径积来消除轴的动挠度；I、VII 平面上质径积的主要作用，是保证转子在挠性平衡的同时，也能满足转子的刚性平衡条件。平衡二阶振型应取 I、VII 和 III、V 平面进行刚性平衡和挠性平衡…。

在对每阶振型进行挠性平衡的同时，由于上述平衡方法又增加了两个刚性平衡质量，这种平衡方法又称  $N+2$  法。对有些机械来说，增加平衡面数会给设计、使用和维修带来许多不方便，所以有时也可以降低精度要求而采用  $N$  法（即不作刚性平衡）。当  $N$  取值愈大时， $N$  法与  $N+2$  法的平衡效果愈相近。

挠性转子的平衡需在平衡机上进行，平衡方法主要有前面介绍的  $N$  法或  $N+2$  法（又称为振型平衡法）。此外，还有影响系数法等，具体内容可查阅有关文献。

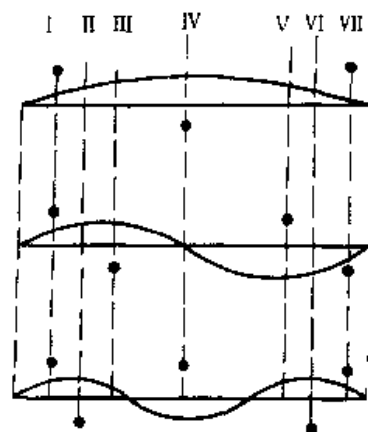


图 6-10 挠性转子平衡  
校正平面的选取

## \* 二、平面机构的平衡

刚性转子运动时产生的惯性力，可以通过重新调整转子的质量分布，使其总质心移到转子的回转中心上而得到平衡。但对于由许多运动形式各不相同构件组成的平面机构，惯性力的平衡显然要复杂得多。平面机构惯性力的平衡目的有二，一是要在众多运动副中有目的地减轻某些运动副中过大的动反力；二是减轻或消除机构连同机架的振动（因机架通常是固定在机座上的，因此这种平衡也称为机座上的平衡）。由于第一方面的问题需涉及具体的机构、具体的目标，因此本节主要讨论第二方面的问题。由于机构及机座的振动除了可以由惯性力引起外，还可以由惯性力偶矩引起，当研究机构惯性力偶矩对机座振动的影响时，还必须考虑作用在机构上的驱动力矩和生产阻力矩对机座振动的影响，所以本节只讨论平面机构惯性力的平衡问题。

### （一）平面机构惯性力完全平衡的条件

在图 6-11 所示坐标系  $O-xyz$  中，平行于  $O-xy$  平面而作平面运动机构的总惯性力为：

$$\left. \begin{aligned} F_x &= - \sum_{i=1}^n m_i \ddot{x}_i \\ F_y &= - \sum_{i=1}^n m_i \ddot{y}_i \\ F_z &= - \sum_{i=1}^n m_i \ddot{z}_i \end{aligned} \right\}$$

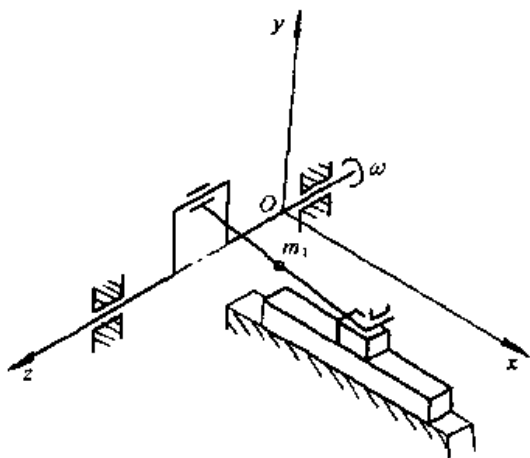


图 6-11 平面机构惯性力平衡的坐标系

式中  $n$ ——可动构件数；

$m_i$ —— $i$  构件的质量；

$\ddot{x}_i, \ddot{y}_i, \ddot{z}_i$ —— $i$  构件质心加速度分量。

因为  $z_i$  为常量,  $\ddot{z}_i$  等于零, 故平面机构惯性力完全平衡的条件是:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= - \sum_{i=1}^n m_i \ddot{x}_i = 0 \\ F_y &= - \sum_{i=1}^n m_i \ddot{y}_i = 0 \end{aligned} \right\} \quad (6-17)$$

对于单自由度平面机构, 设曲柄角位移、角速度和角加速度分别为  $\varphi, \omega$  和  $\alpha$ , 则

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_i &= \frac{dx_i}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{dx_i}{d\varphi}, \quad \ddot{x}_i = \omega^2 \frac{d^2 x_i}{d\varphi^2} + \alpha \frac{dx_i}{d\varphi} \\ \dot{y}_i &= \frac{dy_i}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{dy_i}{d\varphi}, \quad \ddot{y}_i = \omega^2 \frac{d^2 y_i}{d\varphi^2} + \alpha \frac{dy_i}{d\varphi} \end{aligned} \right\} \quad (6-18)$$

将式(6-18)代入式(6-17)中得:

$$\left. \begin{aligned} \omega^2 \sum_{i=1}^n m_i \frac{d^2 x_i}{d\varphi^2} + \alpha \sum_{i=1}^n m_i \frac{dx_i}{d\varphi} &= 0 \\ \omega^2 \sum_{i=1}^n m_i \frac{d^2 y_i}{d\varphi^2} + \alpha \sum_{i=1}^n m_i \frac{dy_i}{d\varphi} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

对于任意  $\omega, \alpha$  如果上式成立, 必有:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d^2 x_i}{d\varphi^2} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n m_i \frac{d^2 y_i}{d\varphi^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6-19)$$



$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n m_i \frac{dx_i}{d\varphi} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n m_i \frac{dy_i}{d\varphi} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6-20)$$

式(6-19)、(6-20)是作平行于  $O-xy$  平面运动的平面机构惯性力完全平衡的充分和必要条件。可以证明,对于作周期平面运动的机构,满足了式(6-19),则式(6-20)必然得到满足。为了简化证明,取式(6-19)中的第一式证明,将式对  $\varphi$  积分得:

$$\sum_{i=1}^n m_i \frac{dx_i}{d\varphi} = c_1$$

再积分得:

$$\sum_{i=1}^n m_i x_i = c_1 \varphi + c \quad (6-21)$$

设机构的运动周期为  $\varphi_T$ , 则

$$x_i(\varphi) = x_i(\varphi_T + \varphi)$$

由式(6-21)得:

$$\sum_{i=1}^n m_i x_i(\varphi) = \sum_{i=1}^n m_i x_i(\varphi_T + \varphi)$$

$$\text{即} \quad c_1 \varphi + c = c_1 (\varphi_T + \varphi) + c$$

$\varphi_T \neq 0$  上式成立,必有

$$c_1 = 0$$

故有

$$\sum_{i=1}^n m_i x_i = c$$

上式对  $\varphi$  微分,得式(6-20)。

因此,作周期运动平面机构惯性力完全平衡的充分和必要条件可以表示为:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n m_i x_i &= \text{常数} \\ \sum_{i=1}^n m_i y_i &= \text{常数} \end{aligned} \right\} \quad (6-22)$$

对于任何一个平面机构,机构的总质心  $(x_s, y_s)$  为:

$$\left. \begin{aligned} x_s &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i \\ y_s &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i y_i \end{aligned} \right\} \quad (6-23)$$

式中  $M$ ——机构的总质量,对于构件质量不变的机构,  $M = \sum_{i=1}^n m_i = \text{常数}$ 。

由式(6-22)和式(6-23)可知:如果平面机构总质心的位置坐标在机构运动时始终为常量,即机构总质心保持不动,机构的惯性力得到完全平衡。因此,保证平面机构在运动时机构的总质心不动,是平面机构惯性力完全平衡的充要条件。

根据上述结论,当机械由多套相同的机构组成时,可采用以输入轴对称的方式布置机构。由于机械在运转中机构的总质心保持不动,从而使机构的惯性力得到完全平衡,例如图 6-12a 所示两个相同的曲柄滑块机构的布置方式,可使机构的惯性力实现完全平衡。只有一个机构时,也可以增加一个相同的平衡机构,按输入轴对称的方式布置。这种方法的主要缺点是成本较高、占用空间较大。当机械由多套相同的机构组成时,为了缩小机构占用的空间,也可以采用图 6-12b 所示的

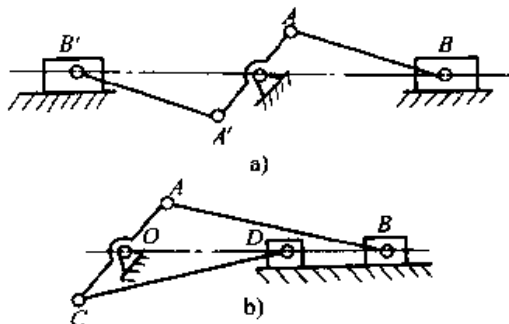


图 6-12 用多套相同机构的平衡

a) 完全平衡布置 b) 部分平衡布置

布置方式,使惯性力得到部分平衡。多缸活塞式发动机正是用这种方法实现惯性力部分平衡的,随着缸数的增加,活塞运动产生的惯性力和惯性力矩被平衡的效果愈好;六缸的平衡效果优于四缸和两缸。

在平面机构的某些构件上(通常是可转动的连架杆),用添加平衡配重的方法来平衡机构的惯性力,是一种简单、经济、实用的方法,是工程中最常采用的方法,也是本节讨论的重点。

用添加平衡配重来完全平衡机构的惯性力主要应解决的问题是:确定平衡配重的数量;平衡配重的大小及其在添加平衡配重构件上的位置。解决这类问题的方法主要有:点向量法、质量替代法(或广义质量替代法)和线性独立矢量法等。由于线性独立矢量法能较好地应用于空间机构的平衡问题,本节将主要介绍线性独立矢量法。

## (二) 平面机构惯性力完全平衡的线性独立矢量法

线性独立矢量法的基本思想是:首先根据(6-23)式列出机构总质心位置的矢量表达式,当机构运动时它是机构运动时间的函数。如果能使表达式中所有与时间有关矢量的系数都等于零,则机构总质心的位置将与时间无关而静止不动,机构也就被平衡了,系数等于零的条件即机构惯性力完全平衡的条件。下面以图 6-13 所示平面铰链四杆机构为例,说明如何用线性独立矢量法来求解机构惯性力完全平衡的条件。

对于任意一平面机构,其总质心可以用直角坐标系  $O-xy$  中的矢量表示为:

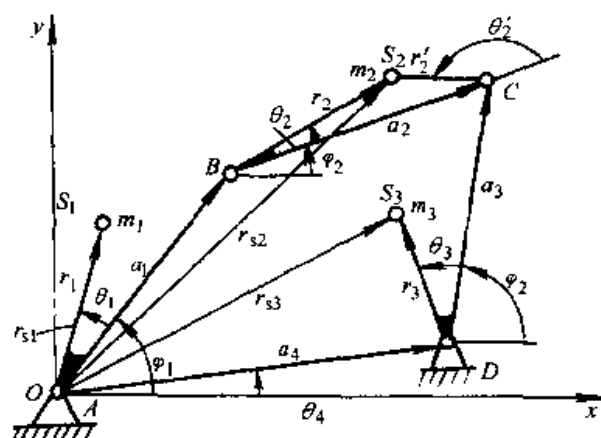


图 6-13 平面四杆机构构件质心位置参数

$$\mathbf{r}_s = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_{si} \quad (6-24)$$

式中  $n$ ——可动构件数；

$\mathbf{r}_{si}$ ——各构件质心在坐标系中的位置矢量；

$m_i$ ——各构件的质量；

$M$ ——机构的总质量， $M = \sum_{i=1}^n m_i$ 。

在图 6-13 所示平面四杆机构中，各构件的质心矢量  $\mathbf{r}_{si}$  用复数可以表示为：

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}_{s1} &= r_1 e^{i(\varphi_1 + \theta_1)} \\ \mathbf{r}_{s2} &= a_1 e^{i\varphi_1} + r_2 e^{i(\varphi_2 + \theta_2)} \\ \mathbf{r}_{s3} &= a_4 e^{i\theta_4} + r_3 e^{i(\varphi_3 + \theta_3)} \end{aligned} \right\} \quad (6-25)$$

式中： $a_1, a_4, r_1, r_2, r_3, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$  和  $\theta_4$  的意义如图 6-13 中所示。

将式(6-25)代入式(6-24)中得：

$$\mathbf{r}_s = \frac{1}{M} [(m_1 r_1 e^{i\theta_1}) + m_2 a_1 e^{i\varphi_1} + (m_2 r_2 e^{i\theta_2}) e^{i\varphi_2} + (m_3 r_3 e^{i\theta_3}) e^{i\varphi_3} + m_4 a_4 e^{i\theta_4}] \quad (6-26)$$

上式中与时间有关的矢量为  $e^{i\varphi_1}$ 、 $e^{i\varphi_2}$  和  $e^{i\varphi_3}$ ，但这三个矢量并不独立，因为它们必须满足四杆机构  $ABCD$  构成的封闭向量方程式：

$$a_1 e^{i\varphi_1} + a_2 e^{i\varphi_2} - a_3 e^{i\varphi_3} - a_4 e^{i\theta_4} = 0$$

对于四杆机构，封闭矢量方程只有上述一个，所以  $e^{i\varphi_1}$ 、 $e^{i\varphi_2}$ 、 $e^{i\varphi_3}$  中只有两个是线性独立的。选择两连架杆作为平衡配重的添加构件（这样选择可以避免连杆上两转动副中的应力过分增大，连架杆上的平衡配重也相对较小，同时也便于机构的结构设计），将  $e^{i\varphi_2}$  表示成另外两个矢量的线性组合：

$$e^{i\varphi_2} = \frac{a_1}{a_2} e^{i\varphi_1} + \frac{a_4}{a_2} e^{i\theta_4} - \frac{a_1}{a_2} e^{i\varphi_1} \quad (6-27)$$

将式(6-27)代入式(6-26)整理可得:

$$\begin{aligned} r_s = \frac{1}{M} & \left[ \left( m_1 r_1 e^{i\theta_1} + m_2 a_1 - m_2 r_2 \frac{a_1}{a_2} e^{i\theta_2} \right) e^{i\varphi_1} + \left( m_3 r_3 e^{i\theta_3} + m_2 r_2 \frac{a_3}{a_2} e^{i\theta_2} \right) e^{i\varphi_3} \right. \\ & \left. + \left( m_3 a_4 + m_2 r_2 \frac{a_4}{a_2} e^{i\theta_2} \right) e^{i\theta_4} \right] \end{aligned} \quad (6-28)$$

令式(6-28)中与时间有关的矢量  $e^{i\varphi_1}$ 、 $e^{i\varphi_3}$  前的系数为零,得两个平衡方程:

$$\left. \begin{aligned} m_1 r_1 e^{i\theta_1} + m_2 a_1 - m_2 r_2 \frac{a_1}{a_2} e^{i\theta_2} &= 0 \\ m_3 r_3 e^{i\theta_3} + m_2 r_2 \frac{a_3}{a_2} e^{i\theta_2} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

注意到:  $r_2 e^{i\theta_2} = a_2 + r_2' e^{i\theta_2'}$ , 上式可以简化为:

$$\left. \begin{aligned} m_1 r_1 e^{i\theta_1} - m_2 \frac{a_1}{a_2} r_2' e^{i\theta_2'} &= 0 \\ m_3 r_3 e^{i\theta_3} + m_2 r_2 \frac{a_3}{a_2} e^{i\theta_2} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

所以平面铰链四杆机构的惯性力完全平衡的条件是:

$$\left. \begin{aligned} m_1 r_1 &= m_2 r_2' \frac{a_1}{a_2}; \quad \theta_1 = \theta_2' \\ m_3 r_3 &= m_2 r_2 \frac{a_3}{a_2}; \quad \theta_3 = \theta_2 + \pi \end{aligned} \right\} \quad (6-29)$$

上式说明:当连杆的质量  $m_2$  和质心位置与两连架杆上的质量  $m_1$ 、 $m_3$  和质心位置满足式(6-29)的配置条件时,机构的惯性力被完全平衡。如果连杆上的质量  $m_2$  的位置及大小不变,两连架杆上的质量  $m_1$ 、 $m_3$  不满足式(6-29)的配置要求,机构的惯性力则没有被完全平衡。设两连架杆上已有的质径积  $m_{10}r_{10}$  和  $m_{30}r_{30}$  没有在  $m_1 r_1$  和  $m_3 r_3$  的位置上,为了使机构的惯性力实现完全平衡,应安装平衡配重  $m_{1b}r_{1b}$  和  $m_{3b}r_{3b}$  使:

$$\left. \begin{aligned} m_{10}r_{10} + m_{1b}r_{1b} &= m_1 r_1 \\ m_{30}r_{30} + m_{3b}r_{3b} &= m_3 r_3 \end{aligned} \right\}$$

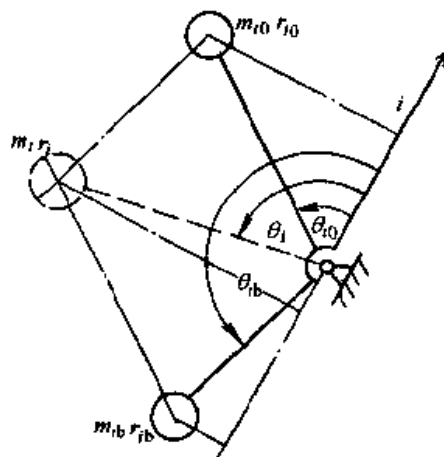


图 6-14 连架杆平衡配重的位置

设:  $m_{10}r_{10}$  相对于连架杆  $i$  的位置角为  $\theta_{i0}$ ;  $m_{ib}r_{ib}$  与连架杆的位置角为  $\theta_{ib}$  ( $i = 1, 3$ )。根据图(6-14)容易求出安装在两连架杆上的配重大小及其在连架杆上的位置为:

$$\left. \begin{aligned} m_{ib}r_{ib} &= \sqrt{(m_i r_i)^2 + (m_{i0} r_{i0})^2 - 2(m_i r_i)(m_{i0} r_{i0})\cos(\theta_i - \theta_{i0})} \\ \operatorname{tg}\theta_{ib} &= \frac{(m_i r_i)\sin\theta_i - (m_{i0} r_{i0})\sin\theta_{i0}}{(m_i r_i)\cos\theta_i - (m_{i0} r_{i0})\cos\theta_{i0}} \end{aligned} \right\} (i = 1, 3) \quad (6-30)$$

**例 6-2** 已知图 6-15 所示平面铰链四杆机构  $ABCD$  各杆长  $L_{AB} = 50\text{mm}$ ;  $L_{BC} = 200\text{mm}$ ;  $L_{CD} = 150\text{mm}$ ;  $L_{AD} = 250\text{mm}$ ; 连杆质量  $m_2$  为  $3\text{kg}$ , 质心  $S_2$  距  $B$  铰链距离为  $82.462\text{mm}$ , 距  $C$  铰链为  $170.54\text{mm}$ ; 连架杆  $AB$  的质量  $m_1$  为  $7\text{kg}$ , 质心  $S_1$  距  $A$  铰链距离为  $28.284\text{mm}$ ;  $\overrightarrow{AS_1}$  与  $\overrightarrow{AB}$  夹角为  $315^\circ$ ; 连架杆  $CD$  的质量为  $10\text{kg}$ , 质心  $S_3$  距  $D$  铰链距离为  $61.188\text{mm}$ ;  $\overrightarrow{DS_3}$  与  $\overrightarrow{DC}$  夹角为  $348.7^\circ$ 。求: 机构惯性力完全平衡时应在两连架杆上安装配重的大小及方位?

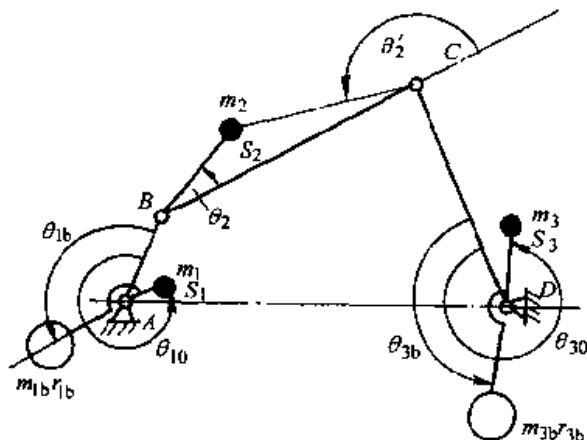


图 6-15 平面铰链四杆机构惯性力的完全平衡

**解**

计算  $\overrightarrow{BS_2}$  与连杆  $\overrightarrow{BC}$  的夹角  $\theta_2$  为  $14.036^\circ$ 。计算  $\overrightarrow{CS_2}$  与连杆  $\overrightarrow{BC}$  的夹角  $\theta'_2$  为  $170.54^\circ$ 。

根据式(6-29)得:

$$\theta_1 = \theta'_2 = 170.54^\circ$$

$$m_1 r_1 = m_2 (\overrightarrow{CS_2}) \frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{BC}} = 91.2375 \text{kg} \cdot \text{mm}$$

$$\theta_3 = \theta_2 + \pi = 194.036^\circ$$

$$m_3 r_3 = m_2 (\overrightarrow{BS_2}) \frac{\overrightarrow{CD}}{\overrightarrow{BC}} = 185.5395 \text{kg} \cdot \text{mm}$$

将上述计算结果代入式(6-30)中得:

$$\operatorname{tg}\theta_{1b} = 0.6739(+/-)$$

$\theta_{1b}$  为以  $\overrightarrow{AB}$  为横坐标的直角坐标系中的第二象限角。

$$\theta_{1b} = 180^\circ - \arctg(0.6739) = 146^\circ$$

$$m_{1b}r_{1b} = 277.347\text{kg} \cdot \text{mm}$$

$$\text{tg}\theta_{3b} = 0.096(+/-)$$

$\theta_{3b}$  为以  $\overrightarrow{CD}$  为横坐标的直角坐标系中的第二象限角。

$$\theta_{3b} = 180^\circ - \arctg(0.096) = 174.5^\circ$$

$$m_{3b}r_{3b} = 783.6\text{kg} \cdot \text{mm}$$

画出平衡配重的位置如图 6-15 所示。

由上述分析可知:通过添加平衡质量可以改变机构的总质心位置,使其最终落在机架上不动而使机构的惯性力实现完全平衡。以平面铰链四杆机构为例,通过添加平衡质量使机构总质心落在机架上不动,质量配置有 5 种方案如图 6-16 所示。显然,图 6-16b、e 方案增加了 3 个平衡质量,从而增加了机构的自重,因此不是理想的方案,其余 3 个平衡方案只用了 2 个平衡质量,能否用 1 个平衡质量可以将机构的惯性力完全平衡呢?回答是否定的。因为  $n$  个构件组成的单自由度平面机构,有  $(n-1)$  个与时间有关的矢量,而  $n$  杆机构可以列出  $\left(\frac{n}{2} - 1\right)$  个封闭矢量方程式,线性独立的矢量数为  $(n-1) - \left(\frac{n}{2} - 1\right) = \frac{n}{2}$ ,因此,平面四杆机构线性独立的矢量数为 2,即至少要加 2 个配重才能使机构的惯性力得到完全平衡。由此可知: $n$  杆机构至少应加  $\frac{n}{2}$  个平衡质量才能使机构的惯性力完全平衡。如果是消除机构连同机座的振动为目的,这  $\frac{n}{2}$  个平衡质量宜加在以转动副与机架相联的连架杆上。

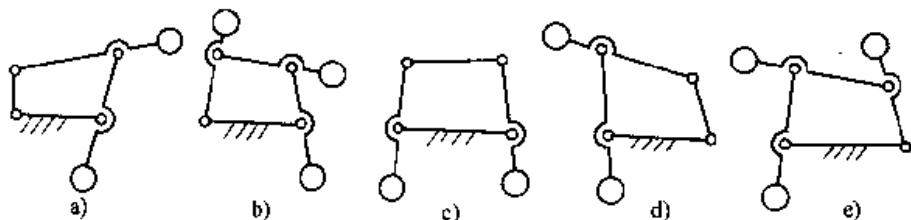


图 6-16 平面铰链四杆机构惯性力完全平衡配重的配置方案

a)、d) 连杆和连架杆加两个配重的方案 b)、e) 连杆和两连架杆上加三个配重的方案 c) 两连架杆上加两个配重的方案

### (三) 平面机构惯性的部分平衡

机构惯性力的完全平衡,对有些机构是很难实现的,有些机构理论上可以实现,但由于需要增加过多、过大的平衡量,给设计带来许多其他方面的问题。例如:例题 6-2 所示的平面四杆机构,机构的总重量为 20kg,但要完全平衡机构的惯性力需增加的平衡质径积就达 1061kg·mm。因此,用添加最少、最轻、位置最合理的平衡质量,使机构的残余惯性力最有效地减少,是设计者关心的问题,这就是所谓的机构惯性力部分平衡的问题,本节将简单予以介绍。

以图 6-17 所示的曲柄滑块机构为例,分别在连杆和曲柄上恰当地选择两个平衡量  $m_{2b}r_{2b}$  和  $m_{1b}r_{1b}$ ,可以使机构的总质心落在  $A$  点上,使机构的总质心在机构运动时保持不动,从而实现机构惯性力的完全平衡。但计算表明:这时  $m_{2b}r_{2b}$  值较大,给机构的结构设计带来一些问题,更主要的是:较大的  $m_{2b}r_{2b}$  将使运动副  $B$  增加过大的动负荷。因此,曲柄滑块机构常采取惯性力部分平衡的方法,在曲柄上用一个平衡量  $m_{1b}r_{1b}$ ,来部分平衡由于滑块质量  $m_3$  和连杆质量  $m_2$  在  $C$  点的替代质量  $m_{2c}$  共同引起的惯性力( $m_{2c}$  可以采用刚性转子平衡一节中讲的质量静替代方法求出,即:将  $m_2$  用在  $B$ 、 $C$  点的两个质量  $m_{2b}$  和  $m_{2c}$  来替代,其中  $m_{2b}$  在运动中产生的惯性力可以用在曲柄上添加一定的平衡质量矩来平衡)。设:  $m_c = m_3 + m_{2c}$ ,根据第二章运动分析解析法中(2-10)式知:当曲柄长为  $R$ 、连杆长为  $L$ 、曲柄以  $\omega$  角速度匀速转动时,滑块的加速度为:

$$a_c = -\omega^2 R \left( \cos\varphi + \frac{R}{L} \cos 2\varphi \right)$$

故,滑块上的惯性力为:

$$F_u = m_c \omega^2 R \left( \cos\varphi + \frac{R}{L} \cos 2\varphi \right)$$

取直角坐标  $O-xy$ ,设  $m_c \omega^2 = a$ ,将曲柄转角分为 12 等分,以适当的力比例尺画出曲柄在一个运动循环中滑块的惯性力大小及方向的变化图如图 6-18a 所示,图中当曲柄在 1 位置时,滑块的惯性力为  $\vec{O1}$ ;曲柄在 2 位置时的惯性力为  $\vec{O2}$ …。如果在曲柄  $\vec{AB}$  的反方向上增加平衡配重  $m_{1b}r_{1b} = m_c R$  来平衡滑块的惯性力,当曲柄转动时产生的平衡惯性力为:

$$F_b = -m_c R \omega^2 = -aR$$

$F_b$  的方向与  $\vec{AB}$  方向相反。

将曲柄 12 个位置时的平衡惯性力  $F_b$  分别与对应 12 个位置时滑块的惯性力  $F_u$  合成,得平衡后机构 12 个位置的残余惯性力  $F_r$ ,画出残余惯性力矢量端点的轨迹曲线(称为矢端曲线)如图 6-18b 所示,其最大残余惯性力如图中  $\vec{OA}$ 、 $\vec{OA'}$  所示。当曲柄上的平衡量  $m_{1b}r_{1b} = \frac{2}{3}m_c R$  时,作出其残余惯性力矢端曲线如图中虚线所示。这时机构的最大残余惯性力出现的位置已经发生了变化,“最大残余惯性力”出现在  $\vec{OB}$ 、 $\vec{OB'}$  和  $\vec{OB''}$  的位置,大小已相当接近相等,它们均比  $\vec{OA}$  和  $\vec{OA'}$  小。如果再继

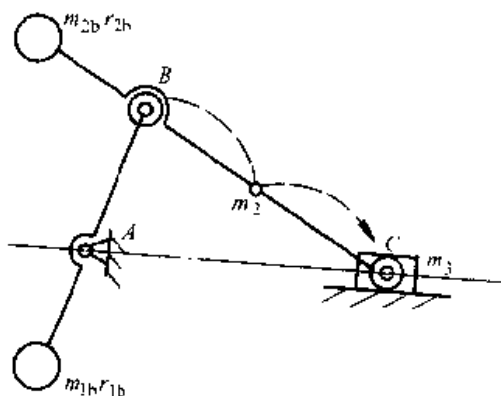


图 6-17 曲柄滑块机构惯性力完全平衡配重的配置方案

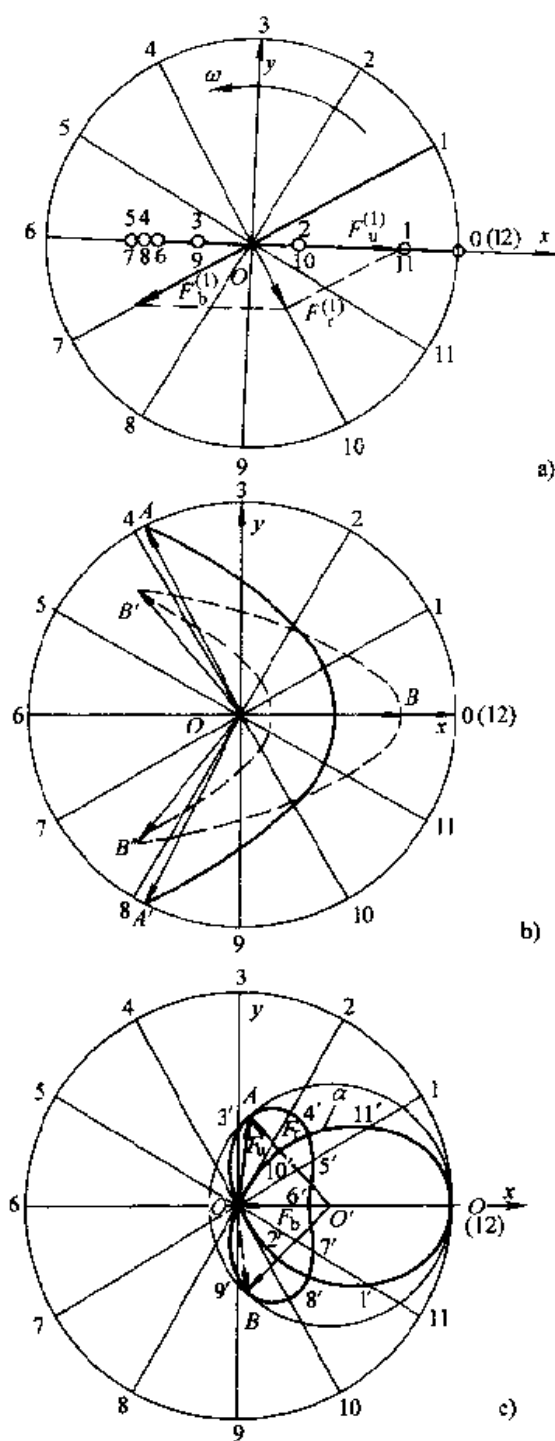


图 6-18 曲柄滑块机构惯性力  
部分平衡的图解

续减小平衡量, 虽然  $\vec{OB'}$ 、 $\vec{OB''}$  方向上的残余惯性力会进一步减小, 但  $x$  轴方向上的残余惯性力  $\vec{OB}$  将逐渐增大, 即是说,  $m_{1b}r_{1b} = \frac{2}{3}m_c R$  已相当接近最佳平衡量。为了更精确地获得使机构残余惯性力最大值最小时, 应在曲柄上添加的平衡量, 可按下



列方法用图解法求解:

1) 将图 6-18a 中的曲柄位置  $\overline{O0}$ 、 $\overline{O1}$ 、 $\overline{O2}$ 、…… $\overline{O11}$  与其对应的滑块水平惯性力矢量  $\overline{O0}$ 、 $\overline{O1}$ 、 $\overline{O2}$ 、…… $\overline{O11}$  分别固结后, 把不同位置的曲柄连同固结在一起的惯性力矢量沿曲柄转动相反的方向旋转一定的角度, 使所有的曲柄位置  $\overline{O0}$ 、 $\overline{O1}$ 、……均与  $x$  轴重合, 得到以曲柄为参照系滑块惯性力变化的矢端曲线  $\alpha$ , 如图 6-18c 所示, 图中  $O$  点至曲线  $\alpha$  的矢量为以曲柄为参照系条件下滑块的惯性力  $F_u$ 。

2) 作惯性力  $F_u$  矢端曲线  $\alpha$  的最小外接圆, 求出该外接圆的圆心  $O'$ 。设  $\overrightarrow{O'O}$  为曲柄上的平衡量  $m_b r_b$  产生的平衡惯性力  $F_b$ , 因为残余惯性力  $F_r = F_u + F_b$ ,  $O'$  至  $\alpha$  曲线的矢量即为机构的残余惯性力  $F_r$ , 因圆  $O'$  是  $\alpha$  曲线的最小外接圆, 故残余惯性力的最大值最小, 均等于最小外接圆的半径如图中的  $\overline{O'O}$ 、 $\overline{O'A}$  和  $\overline{O'B}$ 。图中  $\overline{O0}$  为滑块的最大惯性力, 设  $R/L = 0.5$ , 由滑块惯性力的计算公式知:  $\overline{O0} = 1.5aR$ , 由此算出图中  $\overline{OO'}$  的值约为  $0.65aR$ , 所以将平衡量  $m_b r_b = \frac{0.65m_c \omega^2 R}{\omega^2} = 0.65m_c R$  加在曲柄  $\overline{O0}$  的反方向时, 机构的最大残余惯性最小。

### 第三节 机械的运转及其速度波动的调节

机器的运动规律, 是由各构件的质量、转动惯量和作用于各构件上的力等多方面因素决定的。作用在机器上大小、方向不断变化的力, 导致了机器运动和动力输入轴(主轴)角速度的波动和驱动力矩的变化。机器主轴速度过大的波动, 对机器完成其工艺过程是十分有害的, 它可以使机器产生振动和噪声, 使运动副中产生过大的动负荷, 从而缩短机器的使用寿命。然而, 这种波动大多又是不可避免的, 因此, 如何分析、计算机械系统的速度波动(也称机械的真实运动规律分析), 并且在设计中采取较经济的措施将过大的波动予以调节, 是本节讨论的主要问题。

图 6-19 示出了一般机械在运转时主轴速度的变化过程, 其中包括机械在启动、停车阶段主轴速度变化的瞬态过程和机械正常运转时的稳态过程。在启动过程中, 机械系统的输入功大于克服生

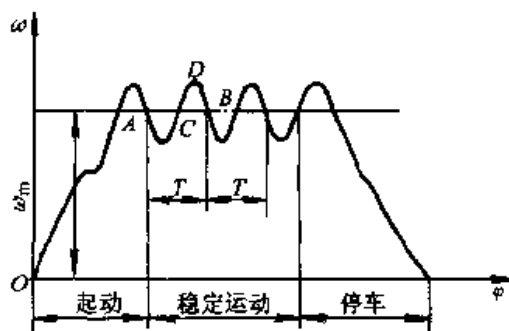


图 6-19 机械运转的三个阶段

产阻力所作的有用功和克服有害阻力所作的有害功, 系统主轴角速度从零开始作加速运动直至机械正常工作。在停车过程中, 输入功为零, 系统完全依靠各构件在停车前积蓄的能量来维持系统作减速运动。为了提高机械的工作效率, 在瞬态过程中设计者通常比较关心完成过程的时间, 例如, 常采用不加载使系统启动, 以缩短

启动的时间;在停车时常采用制动器增大阻力,以缩短机械的停车过程的时间等等。当机器进入正常工作阶段时,机器的主轴在一种相对稳定的状态下长时间地运转。有些机械(如鼓风机、离心泵等)其主轴的角速度保持恒定不变或变化量很小,我们称这些机械作等速稳定运转;大多数机器的主轴的角速度是变化波动的,我们称这些机器作变速稳定运转。在作变速稳定运转的机器中,有些机器在工作时,因受外力无规律变化的作用,主轴角速度呈无规律的波动变化,如汽车、推土机等,我们称主轴角速度的这种波动为非周期性速度波动。有些机器如自动机床、生产流水线上的各种机械设备在工作时,外力按一定的周期有规律地作用在机器上,使机器的主轴角速度呈现出有规律的波动变化,我们称主轴角速度的这种波动为周期性速度波动。在周期性速度波动的过程中,主轴的速度将围绕某一平均值上下变化如图 6-19 所示,其速度从平均值经过变化又恢复到平均值的最短时间称为速度波动的周期,也称为机器的一个运动周期,通常用  $T$  表示一个运动周期的时间值。机器的一个运动周期的过程,称为机器的一个运动循环。从功能观点看,主轴之所以能从平均速度经过变化又能恢复到平均速度,说明机器从一个运动循环的开始至结束的时间内,机器的输入功与有用功和有害功的和相等。机器从一个运动循环开始到运动结束,机器动能没有增加。而在运动循环中的任意时刻,机器的输入功与有用功和有害功之和并不相等。当输入功大于有用功与有害功之和时,机器的动能增加,机器的主轴速度增大。当输入功小于有用功与有害功之和时,机器的动能减少,主轴速度降低。机器输入功与有用功和有害功之和不能时时保持相等,是造成机器主轴波动的主要原因。

本节将主要讨论主轴速度呈周期性波动的单自由度机械系统运动分析、调速方法和有关的调速零件的设计问题。

### 一、单自由度机械系统的等效动力学模型 —— 等效构件、等效力矩与等效转动惯量

研究机械系统的真实运动,必须首先分析系统的功能关系,建立作用于系统上的外力与系统动力参数和运动参数之间的关系式。建立这种关系式的方法很多,例如,可以用前面讨论过的动态静力学方法;也可以用分析力学的方法等等。本节主要介绍以动能定理为基础,建立机械系统的等效动力学模型的方法。

设机械系统由  $K$  个可动的刚性构件组成,每个构件的质心为  $S_i$ ;集中在质心处的质量为  $m_i$ ;绕质心的转动惯量为  $J_{Si}$ ;构件的角速度为  $\omega_i$ ;质心速度为  $v_{Si}$ 。每个构件质心上均假设作用有一个已知力  $F_i$  和一个已知力偶矩  $M_i$ 。根据动能定理:在  $dt$  时间内,系统动能的增量  $dE$  应该等于在  $dt$  时间内作用于该系统的外力所作的元功和  $dW$ ,即

$$dE = dW = Ndt \quad (6-31)$$

式中  $N$ ——所有外力的瞬时功率。

将系统的动力参数、运动参数和已知力代入式(6-31)中得:

$$\frac{1}{2}d\left[\sum_{i=1}^K J_{Si}\omega_i^2 + \sum_{i=1}^K m_i v_{Si}^2\right] = \left[\sum_{i=1}^K M_i \cdot \omega_i + \sum_{i=1}^K F_i \cdot v_{Si}\right] dt$$

对于平面运动机构  $M_i \cdot \omega_i = \pm M_i \omega_i$ , 正负号由作用在构件上的力偶与构件的转动方向确定, 相同时取正, 相反时为负。 $F_i \cdot v_{Si} = F_i v_{Si} \cos \alpha_i$ ,  $\alpha_i$  为力矢量  $F_i$  与作力点速度矢量  $v_{Si}$  间的夹角。故上式可以进一步表示为:

$$\frac{1}{2}d\left[\sum_{i=1}^K J_{Si}\omega_i^2 + \sum_{i=1}^K m_i v_{Si}^2\right] = \left[\pm \sum_{i=1}^K M_i \omega_i + \sum_{i=1}^K F_i v_{Si} \cos \alpha_i\right] dt \quad (6-32)$$

式(6-32)中共有  $2K$  个运动参数, 对于单自由度系统, 这  $2K$  个运动参数中只有一个独立的, 只要解出其中一个, 其余运动参数可以通过前面讲过的运动分析方法一一求出。设: 取系统主轴的角速度  $\omega_1$  为独立的运动参数, 由式(6-32)将  $\omega_1$  提出得:

$$\frac{1}{2}d\left\{\left[\sum_{i=1}^K J_{Si}\left(\frac{\omega_i}{\omega_1}\right)^2 + \sum_{i=1}^K m_i\left(\frac{v_{Si}}{\omega_1}\right)^2\right]\omega_1^2\right\} = \left[\pm \sum_{i=1}^K M_i\left(\frac{\omega_i}{\omega_1}\right) + \sum_{i=1}^K F_i\left(\frac{v_{Si}}{\omega_1}\right)\cos\alpha_i\right]\omega_1 dt$$

注意到上式中左端方括号内的量具有转动惯量的量纲, 设用  $J_v$  表示; 等式右端方括号内的量具有力矩的量纲, 设以  $M_v$  表示, 则

$$\left. \begin{aligned} J_v &= \sum_{i=1}^K J_{Si}\left(\frac{\omega_i}{\omega_1}\right)^2 + \sum_{i=1}^K m_i\left(\frac{v_{Si}}{\omega_1}\right)^2 \\ M_v &= \pm \sum_{i=1}^K M_i\left(\frac{\omega_i}{\omega_1}\right) + \sum_{i=1}^K F_i\left(\frac{v_{Si}}{\omega_1}\right)\cos\alpha_i \end{aligned} \right\} \quad (6-33)$$

于是系统的运动分析方程可以简单表示为:

$$d\left(\frac{1}{2}J_v\omega_1^2\right) = M_v\omega_1 dt \quad (6-34)$$

式(6-34)是一个具有  $J_v$  转动惯量的回转构件在力矩  $M_v$  作用下的运动方程。由此可见, 对于单自由度机械系统的动力学分析问题, 总可以转化为一个构件的动力学分析问题, 这种转化并未改变系统在动力学方面的性质, 只是数学处理方法有所不同而已。因此, 我们称由式(6-34)表述的动力学模型为原机械系统以运动参数  $\omega_1$  建立的等效动力学模型。这个动力学模型由一个具有  $J_v$  转动惯量的可转动构件和一个作用于该构件上的力偶矩  $M_v$  构成。这个构件即原机械系统中运动参数为  $\omega_1$  的构件, 该构件称为原机械系统的等效构件,  $J_v$  称为原系统的等效转动惯量,  $M_v$  称为原系统的等效力矩。由式(6-33)得:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2}J_v\omega_1^2 &= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^K J_{Si}\omega_i^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^K m_i v_{Si}^2 \\ M_v\omega_1 &= \pm \sum_{i=1}^K M_i\omega_i + \sum_{i=1}^K F_i v_{Si} \cos \alpha_i \end{aligned} \right\}$$

从上式可知:等效转动惯量可以用等效构件的动能与原机械系统所有运动构件的动能相等求出;等效力矩可以根据等效构件的瞬时功率与原机械系统中有所有已知力的瞬时功率相等求出,其计算式如式(6-33)所示。等效构件可以在原系统中任选,如果原机械系统中有作往复直线运动的构件,也可以选它作为等效构件。根据动能相等的原则可以求出一个等效质量;根据瞬时功率相等可以求出一个等效力,从而可以建立起一个等效构件作移动的等效动力学模型。等效构件的选取应从以下几点考虑,即1)便于计算等效构件的等效动力参数(转动惯量或等效质量)和等效力矩或等效力;2)便于计算等效构件的运动周期和运动位置;3)便于在等效构件的运动分析完成后求解其他运动构件的运动参数。选用机构中作回转运动的原动件或机器的主轴作为等效构件是比较恰当的。以后在未作说明时,均认为是以系统的主轴作为等效构件。对式(6-33)作进一步分析可知:

1) 等效构件的角速度 $\omega_1$ 与其他构件的角速度 $\omega_i$ 和各构件质心速度 $v_{Si}$ 的速比 $\frac{\omega_i}{\omega_1}$ 、 $\frac{v_{Si}}{\omega_1}$ 是机构位置的函数,而与 $\omega_1$ 的真实值的大小无关。该速比可以在令 $\omega_1 = 1$ 的条件下,通过对机构进行运动分析求出 $\omega_i$ 和 $v_{Si}$ 而得到。故当各构件的动力参数 $m_i$ 、 $J_{Si}$ 和作用在各构件上的外力 $F_i$ 、 $M_i$ 大小和方向已知时,可以在分析等效构件的真实速度 $\omega_1$ 之前求出等效转动惯量 $J_v$ 和等效力矩 $M_v$ 之值。

2) 等效转动惯量值恒为正值。由于各构件与等效构件的速比是机构位置的函数,如果机械系统中各构件的质量和转动惯量是常量,则等效转动惯量也是机构运动位置的函数。对于各构件与等效构件的速比均为定值的机械系统,例如全部由齿轮机构组成的机械系统,其等效转动惯量恒为常量。各构件与等效构件的速比为变量的机械系统,例如:由连杆机构组成的机械系统,等效转动惯量将是一个变量,其变化的周期与机械系统的运动循环周期相同。

3) 由于外力矩 $M_i$ 可能与 $\omega_i$ 同向,也可能反向; $F_i$ 与 $v_{Si}$ 可能夹锐角,也可以夹钝角,故等效力矩之值可能是正值,也可能是负值。为了分析方便,在等效力矩表达式中,凡是值大于零的各项和因其在系统运动时作正功,使系统的动能增加,称为系统的等效驱动力矩,用 $M_{vd}$ 表示;凡是值小于零的各项和因其在系统运动时作负功,使系统的动能减少,称为系统的等效阻力矩,用 $M_{vr}$ 表示。因此,等效力矩 $M_v$ 可以用等效驱动力矩 $M_{vd}$ 与等效阻力矩 $M_{vr}$ 之和表示为 $M_v = M_{vd} + M_{vr}$ 。等效力矩可能是常量,也可能是变量,当等效力矩是变量时,其变化的周期是作用在系统中各力的变化周期与系统运动循环周期的公共周期。由于等效转动惯量是周期变化的(或是常量),故当等效力矩也是周期性变化时,等效构件的速度将作周期性有规律的波动变化。

与等效转动惯量不同的是:对于各构件质量和转动惯量不变的机械系统,等效转动惯量之值总可以在对机构进行真实运动分析前求出,但等效力矩之值不一定

能在运动分析前求出。等效力矩能否在运动分析前求出,取决于机械系统中各力的机械特性。所谓力的机械特性是指力与运动参数(位移、速度、时间等)的函数关系。力在运动中可以是常量,如起吊的重物对起重机的阻力;以重锤为动力的机械中重锤产生的驱动力。力可以是机构运动位置的函数,如空气压缩机中活塞上的阻力;弹簧产生的驱动力。力也可以是机构运动速度的函数,如作用在鼓风机、离心泵叶片上的阻力;电动机产生的驱动力。力还可以是机构运动时间的函数,如揉面机、球磨机内驱动轴受到的阻力;电池拖动原动机发出的驱动力等等。有些力可以是多种运动参数的函数,如机构中的惯性力既是机构运动位置的函数,又是运动速度的函数。电动机驱动的机械系统,如冲压机床,生产阻力是机构运动位置的函数,而驱动力是电机速度的函数,如果以冲床的主轴为等效构件,等效力矩将是等效构件运动位置 and 速度两者的函数。当外力是常量或是等效构件位置的函数时,等效力矩之值可以在运动分析前求出;当外力是等效构件运动速度或时间的函数时,其等效力矩之值不能在运动分析前求出。例如:用电动机作为动力的机械系统,电动机的输出力矩  $M_d$  是电机转速  $\omega$  的函数,电动机在稳定运转时的驱动力矩在等效构件上的等效驱动力矩的函数关系式可用下面方法求出:三相异步电动机的特性曲线工作段(即电动机稳定运转时驱动力矩与速度的变化区间)如图 6-20 中  $\widehat{CHA}$  所示,用插值的方法可将电动机转子工作段的角速度和电动机输出转矩的关系用二次插值函数表示为  $M_d = a + b\omega + c\omega^2$ (式中: $a$ 、 $b$ 、 $c$  可根据电动机产品目录提供的数据求出,详见例题 6-7)。设:等效构件的角速度为  $\omega_1$ ,电动机转子与等效构件间的传动比为  $i$ ,则电动机的等效驱动力矩为  $M_{ed} = \frac{a}{\omega_1} + ib + i^2\omega_1c$ ,由于等效驱动力矩中含有待求运动参数  $\omega_1$ ,故电动机的等效驱动力矩之值不可能在运动分析前求出。

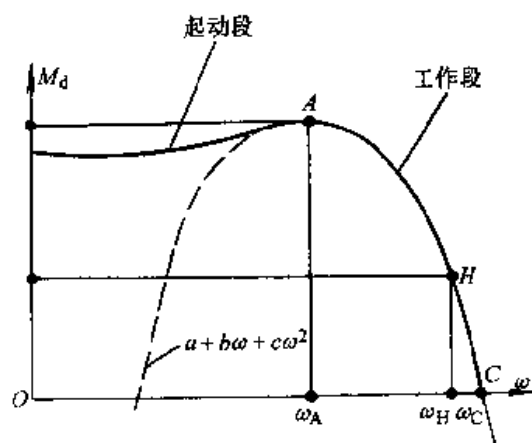


图 6-20 三相异步电机的机械特性曲线

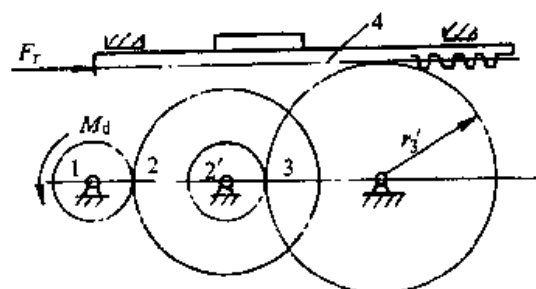


图 6-21 机床工作台传动系统图

**例 6-3** 图 6-21 所示为机床工作台传动系统。已知各齿轮的齿数分别为:  $z_1 = 20$ ,  $z_2 = 60$ ,  $z_2' = 20$ ,  $z_3 = 80$ ; 齿轮 3 与齿条 4 啮合的节圆半径为  $r'_3$ ; 各轮转动惯量

分别为  $J_1$ 、 $J_2$ 、 $J_2'$  和  $J_3$ ；工作台与工件的重量和为  $G$ ；齿轮 1 上作用有驱动矩  $M_d$ ，齿轮的节线上水平作用有生产阻力  $F_r$ 。求：以齿轮 1 为等效构件时系统的等效转动惯量和等效力矩。

解

由式(6-5)得：

$$\begin{aligned} J_v &= J_1 + (J_2 + J_2') \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + J_3 \left( \frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2 + \frac{G}{g} \left( \frac{v_4}{\omega_1} \right)^2 \\ &= J_1 + (J_2 + J_2') \left( \frac{z_1}{z_2} \right)^2 + J_3 \left( \frac{z_1 z_2'}{z_2 z_3} \right)^2 + \frac{G}{g} \left( \frac{z_1 z_2}{z_2 z_3} \right) r_3'^2 \end{aligned}$$

代入各齿数和  $r_3'$  之值得：

$$J_v = J_1 + \frac{1}{9}(J_2 + J_2') + \frac{1}{144}J_3 + \frac{1}{144} \left( \frac{Gr_3'^2}{g} \right)$$

式中  $g$ ——重力加速度。

从上式可以看出：由于系统中各运动构件与等效构件的速比为常数，故等效转动惯量为常数。从计算结果中还可以看出：高速运动构件的转动惯量在等效转动惯量中占的比例大；低速运动构件在等效转动惯量中占的比例小。所以，在计算精度要求不高时，常常可以忽略低速运动构件的转动惯量。因为  $F_r$  为生产阻力，故

$$F_r \cdot V_4 = F_r \omega_3 r_3' \cos 180^\circ = -F_r \omega_3 r_3'$$

生产阻力  $P_r$  的等效力矩为：

$$M_{vr} = -F_r r_3' \left( \frac{\omega_3}{\omega_1} \right) = -F_r r_3' \left( \frac{z_1 z_2'}{z_2 z_3} \right) = -\frac{F_r r_3'}{144}$$

整个传动系统的等效力矩为：

$$M_r = M_{vd} + M_{vr} = M_d - \frac{F_r r_3'}{144}$$

**例 6-4** 图 6-22a 所示为一等腰曲柄滑块机构，曲柄、连杆的杆长均为  $l$ ，曲柄与连杆的质心  $S_1$ 、 $S_2$  分别在各杆的中点，曲柄、连杆绕质心的转动惯量分别为  $J_{S1}$ 、 $J_{S2}$ ，滑块的质心  $S_3$  在  $B$  点，曲柄、连杆和滑块的质量分别为  $m_1$ 、 $m_2$ 、 $m_3$ 。曲柄上作用有驱动力矩  $M_d$ ，滑块上作用有一水平阻力  $F_r$ 。在不计各运动副中的摩擦时，求：当曲柄与水平线夹角为  $30^\circ$  时，以曲柄为等效构件时的等效转动惯量和等效力矩。

解

由式(6-5)得：

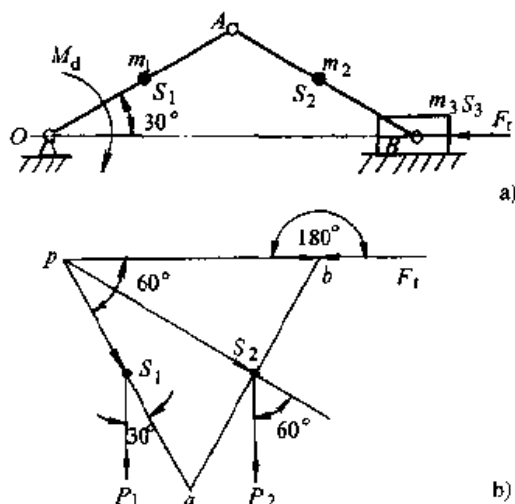


图 6-22 曲柄滑块机构的等效计算

a) 机构运动简图 b) 力与速度的夹角

$$J_v = \left[ J_{S1} \left( \frac{\omega_1}{\omega_1} \right)^2 + m_1 \left( \frac{v_{S1}}{\omega_1} \right)^2 \right] + \left[ J_{S2} \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + m_2 \left( \frac{v_{S2}}{\omega_1} \right)^2 \right] + m_3 \left( \frac{v_{S3}}{\omega_1} \right)^2$$

$$M_v = M_d + F_r \frac{v_3}{\omega_1} \cos(\widehat{v_3, F_r}) + m_1 g \frac{v_{S1}}{\omega_1} \cos(\widehat{v_{S1}, P_1}) + m_2 g \frac{v_{S2}}{\omega_1} \cos(\widehat{v_{S2}, P_2})$$

$$+ m_3 g \frac{v_{S3}}{\omega_1} \cos(\widehat{v_{S3}, P_3})$$

式中  $P_1, P_2, P_3$ ——作用在构件 1、2、3 上的重力；

$g$ ——重力加速度。

由于机构的位置特殊,用图解法也能准确求出各构件间的速比。任取曲柄角速度值作该机构在图示位置时的速度多边形如图 6-22b 所示,从图中容易求出:因为

$\overline{ab} = \overline{pa}$ , 即  $v_{CB} = v_A = \omega_1 l = \omega_2 l$ , 故  $\omega_2 = \omega_1$ ;  $v_{S1} = \frac{1}{2} \omega_1 l$ ;  $v_{S2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \omega_1 l$ ;  $v_3 = \omega_1 l$ ;  
 $F_r$  为生产阻力,方向水平与  $v_3$  方向相反;  $P_1, P_2, P_3$  为重力,方向铅垂向下。 $(\widehat{v_3, F_r}) = 180^\circ$ ;  $(\widehat{v_{S1}, P_1}) = 30^\circ$ ;  $(\widehat{v_{S2}, P_2}) = 60^\circ$ ;  $(\widehat{v_{S3}, P_3}) = 90^\circ$ 。将上述值代入得:

$$J_v = J_{S1} + J_{S2} + \left( \frac{1}{4} m_1 + \frac{3}{4} m_2 + m_3 \right) l^2$$

$$M_v = M_d - F_r l + \frac{\sqrt{3}}{4} (m_1 + m_2) g l$$

在实际工程问题中,大多数机械系统的等效转动惯量和等效力矩之值都是随系统运转而不断变化的。当需要计算系统在一个运动循环过程中  $J_v$  和  $M_v$  的全部变化规律时,可借用第二章的运动分析程序来计算各速比。当编好系统运动分析的程序后,令原动曲柄(设原动曲柄为等效构件)的角速度为 1,求出各构件在任意运动位置时的角速度  $\omega_i$  和各质心速度  $v_{Si}$ ,其值即为各构件与等效构件的速比,根据式(6-33)可求出等效构件在该位置时的等效转动惯量和等效力矩之值。

**例 6-5** 如图 6-23a 所示平面六杆机构,已知  $l_{OA} = 90\text{mm}$ ,  $l_{AB} = 360\text{mm}$ ,  $l_{BC} = 300\text{mm}$ ,  $l_{CD} = 150\text{mm}$ ,  $l_{DE} = 300\text{mm}$ 。设:在直角坐标系  $O-xy$  中,  $C$  点的坐标为  $x_C = 360\text{mm}$ ,  $y_C = -300\text{mm}$ , 滑块的导轨与  $x$  轴平行,导轨与  $O$  点的距离  $H = 400\text{mm}$ 。各构件的质心分别位于  $S_1, S_2, S_3, S_4$  和  $S_5$  点上,各构件的质量分别为:  $m_1 = 1.5\text{kg}$ ,  $m_2 = 3.6\text{kg}$ ,  $m_3 = 6\text{kg}$ ,  $m_4 = 3\text{kg}$ ,  $m_5 = 4\text{kg}$ 。各构件绕质心的转动惯量分别为  $J_{S1} = 0.1\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $J_{S2} = 0.06\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $J_{S3} = 0.2\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $J_{S4} = 0.05\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $J_{S5} = 0$ ,其中  $J_{S1}$  包括了电动机轴和减速齿轮部分的转动惯量。作用在滑块上的工作阻力  $F_r$  的变化规律如曲线图 6-23b 所示,其中:  $\overline{ab}$  段为直线、 $\overline{bc}$  段为抛物线,阻力大小如图中数字所示。以曲柄为等效构件:

1) 求机构在一个运动循环中的等效转动惯量;

2) 不计运动副中的摩擦和构件的惯性力,求机构在一个运动循环中除电动机的驱动力以外的其他所有外力的等效力矩。

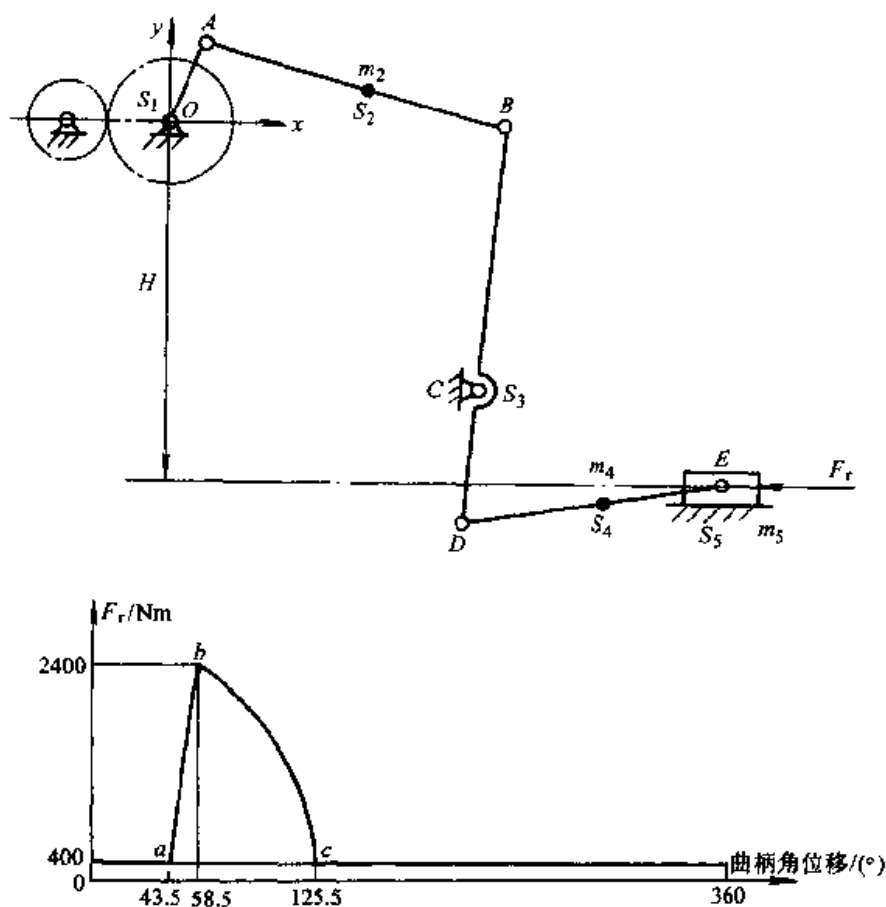


图 6-23 平面六杆机构及其工作阻力

解

(1) 用第二章的运动分析子程序,编写机构运动分析程序。令曲柄角速度  $\omega_1 = 1$ , 选取计算步长  $\Delta\varphi_1$ , 将曲柄一个运动循环的转角  $\varphi_1$  分为  $n$  等分,  $n = \frac{\varphi_T}{\Delta\varphi_1}$ , 计算曲柄在一个运动循环中各构件的角速度  $\omega_i (i = 2, 3, 4)$  和各质心速度  $(\dot{x}_{Si}, \dot{y}_{Si}) (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ , 根据式(6-33)得等效构件的等效转动惯量  $J_v$  为:

$$J_v = J_{S1} + \sum_{i=2}^4 J_{Si} \omega_i^2 + \sum_{i=1}^5 m_i (\dot{x}_{Si}^2 + \dot{y}_{Si}^2)$$

(2) 将工作阻力用插值函数表示

1)  $0 \leq \varphi_1 \leq 43.5^\circ$  和  $125.5^\circ \leq \varphi_1 \leq 360^\circ$  时,  $F_r = 400\text{N}$ 。

2)  $43.5^\circ \leq \varphi_1 \leq 58.5^\circ$  时,  $F_r$  用线型插值函数  $F_r = A + B\varphi_1$  表示, 将  $a, b$  两点处  $\varphi_1$  与  $F_r$  的对应值代入, 得:

$$\left. \begin{aligned} 400 &= A + 43.5B \\ 2400 &= A + 58.5B \end{aligned} \right\}$$

解出:  $A = 133.33, B = 5400$ , 故  $F_r = (133.33 + 5400)\varphi_1\text{N}$



3)  $58.5^\circ \leq \varphi_1 \leq 125^\circ$  时,  $F_r$  用抛物线方程  $F_r = C + D\varphi_1^2$  表示, 将  $b, c$  两点处  $\varphi_1$  与  $F_r$  的对应值代入, 得:

$$\begin{cases} 2400 = C + D(58.5)^2 \\ 400 = C + D(125.5)^2 \end{cases}$$

解出:  $C = 2955.2, D = 0.16223$ , 故  $F_r = 2955.2 - 0.16223\varphi_1^2(\text{N})$ 。

设: 重力加速度为  $g$ , 作用于等效构件的等效力矩可用下式求出:

$$M_v = - \sum_{i=1}^5 m_i g (\dot{y}_{Si}) - F_r (\dot{x}_{S5})$$

算出等效构件在  $n$  个运动位置时的  $J_v$  和  $M_v$ , 以横坐标表示等效构件的转角  $\varphi_1$ , 画出其在一个运动循环中的变化曲线如图 6-24a、b 所示。

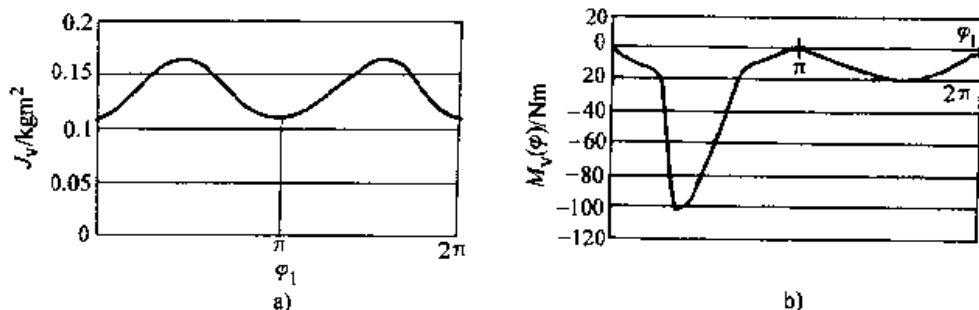


图 6-24 等效线图

a) 等效转动惯量线图 b) 等效力矩线图

## 二、机械运动方程及其求解

### (一) 机械运动方程

利用等效动力学模型方法, 可以把单自由度机械系统的运动分析简化为等效构件的运动分析, 只要能解出该构件的运动规律, 即可以用运动分析方法求出整个系统中所有构件的运动规律。将式(6-34)中等效构件的角速度  $\omega_1$  用  $\omega$  表示, 位置角  $\varphi_1$  用  $\varphi$  表示, 得等效构件的运动方程:

$$d\left(\frac{1}{2}J_v\omega^2\right) = M_v\omega dt = M_v d\varphi \quad (6-35)$$

将(6-35)式微分后得力矩形式的运动方程:

$$\frac{d\left(\frac{1}{2}J_v\omega^2\right)}{d\varphi} = M_v = \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_v}{d\varphi} + J_v\omega \frac{d\omega}{d\varphi} \quad (6-36)$$

将(6-35)式的  $\varphi$  从  $\varphi_0$  到  $\varphi_1$  积分得能量形式的运动方程:

$$\frac{1}{2}J_{v1}\omega_1^2 - \frac{1}{2}J_{v0}\omega_0^2 = \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} M_v d\varphi \quad (6-37)$$

式中  $J_{v1}, J_{v0}$  和  $\omega_1, \omega_0$  —— 对应等效构件在  $\varphi_1$  和  $\varphi_0$  位置时的等效转动惯量和运动角速度。

为了简化书写过程,今后在采用式(6-36)和式(6-37)时,均省略下标“V”。

## (二) 运动方程求解

机械运动方程可采用图解法、解析法和数值方法求解。图解法计算精度低,不便于对机械全过程作运动分析,故这种方法目前已很少采用。

运动方程能否用解析法求解,用何种形式的运动方程求解,取决于  $J_v$ 、 $M_v$  能否用解析函数式表示,以及这些函数的性质。如果  $J_v$  是机构位置的函数或常量;或  $J_v$  变化规律比较简单,可用插值的方法构造其函数多项式,而且  $dJ_v/d\varphi$  能求得其函数表达式,如果这时  $M_v$  也可以表示为  $\varphi$  或  $\omega$  的单一变量的函数关系式时,则可用(6-36)得出运动方程的解析解。(6-37)式为—积分方程,若  $M_v$  为机构运动位置的函数或常量,并且机械系统初始状态的运动规律已知时,则可以通过对  $M_v$  求积分求得运动方程的解析解。如果  $M_v$  与等效构件的函数关系是一个多种运动参数的复杂函数;或是实测得到的一些离散的数据; $M_v$  不能用函数式表示,这时运动方程只能采用数值法求解。所以数值解法是机械系统真实运动规律分析常用的方法。

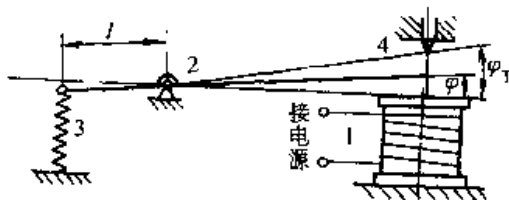


图 6-25 电磁开关机构

**例 6-6** 图 6-25 为一摆动衔铁电磁开关机构,图中当电流截断后,电磁铁松开衔铁 2,衔铁在弹簧 3 的驱动下转动与触点 4 接通。衔铁的转动惯量  $J$  为常数,不计运动副中的摩擦、衔铁的重量和运动时产生的惯性力,求:当电流截断后衔铁转至与触点 4 接通所需时间的解析解。

**解**

设以衔铁为等效构件,作用于等效构件上的等效力矩即弹簧产生的驱动力矩,它是衔铁转角位置  $\varphi$  的函数:

$$M_v = (F_0 - KL\varphi)L = a - b\varphi$$

式中  $a = F_0L$ ;

$b = KL^2$ ;

$F_0$ ——弹簧的初拉力;

$K$ ——弹簧系数。

因为  $M_v$  可对  $\varphi$  积分,用能量形式的运动方程:

$$J_1\omega_1^2 - J_0\omega_0^2 = 2\int_{\varphi_0}^{\varphi_1} M_v d\varphi$$

因为:  $J_1 = J_0 = J$ ,  $\varphi_0 = 0$  时  $\omega_0 = 0$ , 故

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\frac{2}{J} \int_0^{\varphi} (a - b\varphi) d\varphi} = \sqrt{\frac{2}{J} \left( a\varphi - \frac{b}{2}\varphi^2 \right)}$$

分离变量后再积分得:

$$t = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{\frac{2}{J} \left( a\varphi - \frac{b}{2}\varphi^2 \right)}} = -\sqrt{\frac{J}{b}} \arcsin \left( \frac{a - b\varphi}{a} - \frac{\pi}{2} \right)$$

给出衔铁的转角  $\varphi_T$ , 可求出衔铁与电磁铁脱开转至与触点 4 接触所需的时间。

**例 6-7** 起重机用的电动机的机械特性曲线如图 6-26a 所示, 电机转速为  $100\text{rad/s}$  时输出力矩为  $10\text{N}\cdot\text{m}$ ; 转速为  $52\text{rad/s}$  时输出力矩为  $100\text{N}\cdot\text{m}$ ; 转速为零时输出力矩为  $145\text{N}\cdot\text{m}$ 。设: 以电动机轴为等效构件时, 起重机工作阻力等效到电动机轴的等效阻力矩  $M_r$  等于  $223\text{N}\cdot\text{m}$  为常数; 起重机的转动惯量等效到电动机轴的等效转动惯量  $J_v$  等于  $1\text{kg}\cdot\text{m}^2$ , 试分析起重机电动机从  $100\text{rad/s}$  到转动停止所需时间的解析解。

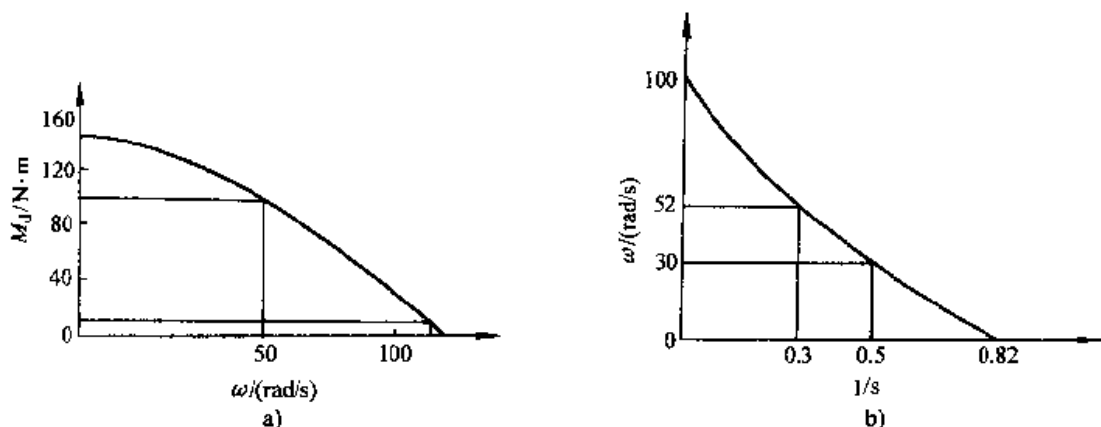


图 6-26 电动机特性曲线

a) 电动机的机械特性曲线 b) 制动过程中电动机转速与时间的变化规律曲线

**解**

先用插值的方法求出电动机的等效驱动力矩与等效构件速度的函数关系式。因已知电动机角速度与输出力矩的三组对应值, 设  $M_d = a + b\omega + c\omega^2$ , 其中有三个待定系数  $a, b, c$ 。将电动机角速度  $\omega$  与其输出力矩  $M_d$  的三组对应值代入得:

$$\left. \begin{aligned} a + 100b + (100)^2c &= 10 \\ a + 52b + (52)^2c &= 100 \\ a &= 145 \end{aligned} \right\}$$

解出  $a, b, c$  得电机的等效驱动力矩为:  $M_{vd} = 145 - 0.3404\omega - 0.0101\omega^2$

所以以电动机轴为等效构件的等效力矩为:

$$M_v = M_{vd} + M_{vr} = -78 - 0.3404\omega - 0.0101\omega^2$$

由于等效力矩是等效构件速度的函数, 能量形式运动方程中  $\int_{\varphi_0}^{\varphi_1} M_v d\varphi$  的积分结

果不能求出, 故只能采用力矩形式的运动方程。因为等效转动惯量为常数,  $\frac{dJ}{d\varphi} = 0$ ,

由力矩形式的运动方程得:

$$J_v \frac{d\omega}{dt} = M_v = -78 - 0.3404\omega - 0.0101\omega^2$$

分离变量对  $\omega$  从 100 至  $\omega$  作定积分运算得:

$$t = \int_{100}^{\omega} \frac{d\omega}{-78 - 0.3404\omega - 0.0101\omega^2}$$

设:  $c = -78$ ;  $b = -0.3404$ ;  $a = -0.0101$ , 因  $b^2 < 4ac$ , 上式可根据定积分公式得:

$$t = \frac{2}{\sqrt{4ac - b^2}} \arctg \left( \frac{2a\omega + b}{\sqrt{4ac - b^2}} \right) \Big|_{100}^{\omega}, \text{整理可得:}$$

$$\omega = -86.2485 \operatorname{tg}(0.8711t - 0.935) - 16.8515$$

令上式中  $\omega = 0$ , 解之可得电动机角速度从 100 rad/s 到完全停止所需时间  $t \approx 0.82$  s。画出其制动过程电动机转速与时间变化曲线如图 6-26b 所示。

当  $J_v$ 、 $M_v$  不能用可积函数式表示时, 只能采用数值计算方法对机构进行运动分析, 即: 用数值计算方法求等效构件在一个运动循环中  $n$  个离散点的角速度值  $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{n-1}$  来描述等效构件的运动规律,  $n$  的取值愈大, 运动分析精度愈高, 但计量工作量愈大, 故这种方法必须借助电子计算机才能完成。这种方法的基本计算过程是:

1) 将等效构件一个运动循环的角位移  $\varphi_T$  均分为  $n$  等份, 得数值计算的计算步长  $h, h = \frac{\varphi_T}{n} = \varphi_{i+1} - \varphi_i$ 。设等效构件的角速度为 1, 利用运动分析程序, 按  $\varphi_i = \varphi_0 + ih (i = 1, 2, \dots, n-1)$  对机构进行运动分析, 求出机构中各构件的角速度、质心速度与等效构件速度的速比, 用式 (6-33) 计算等效构件在一个运动循环中  $n$  个位置的  $J_v$  和  $M_v$ , 存储在计算机中待调用。

2) 当采用能量形式的运动方程进行运动分析时, 将运动方程中的定积分  $\int_{\varphi_0}^{\varphi_1} M(\varphi) d\varphi$  用辛浦生数值积分结果代替。设:  $M_0, M_1, M_2$  分别表示等效构件在  $\varphi_0, \varphi_0 + h, \varphi_0 + 2h$  时的等效力矩之值;  $\omega_0$  为初始计算角速度, 则等效构件在  $\varphi_0 + 2h$  位置时的角速度  $\omega_2$  可以用下式求出:

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{J_0 \omega_0^2 + 2 \int_{\varphi_0}^{\varphi_0+2h} M(\varphi) d\varphi}{J_2}} = \sqrt{\frac{J_0 \omega_0^2 + \frac{2h}{3} (M_0 + 4M_1 + M_2)}{J_2}}$$

式中  $\int_{\varphi_0}^{\varphi_0+2h} M(\varphi) d\varphi = \frac{h}{3} (M_0 + 4M_1 + M_2)$  为辛浦生求积公式。

3) 求出  $\omega_2$  后, 用  $\omega_2$  为初值递推计算等效构件在  $\varphi_0 + 4h$  位置时的角速度  $\omega_4$

$$\omega_4 = \sqrt{\frac{J_2 \omega_2^2 + \frac{2h}{3} (M_2 + 4M_3 + M_4)}{J_4}}$$

以  $\omega_4$  为初值,按类似的方法递推计算  $\omega_6, \omega_8, \dots, \omega_{n-1}$ , 求出等效构件在一个运动循环中全部运动分析结果  $\omega_0, \omega_2, \dots, \omega_{n-1}$ 。由于上述运动分析结果是用  $\omega_0$  为初值递推算出的,因此运动分析的真实性取决于初值  $\omega_0$  是否真实。

从例题 6-7 和图 6-26 可以看出:机械系统在起动和停车运动阶段  $\omega_0$  比较容易确定,但怎样确定机械系统在稳态运转时的  $\omega_0$  呢?要回答这个问题首先应当了解原动机的机械特性。工程中使用的各种原动机均在不同程度上具有能自动调节输出转矩与输出转速关系的能力,即:当输出转矩变小时,转速将升高;当转速变低时,输出转矩将增大。例如在例题 6-7 中电动机的机械特性为  $M_d = 145 - 0.3404\omega - 0.0101\omega^2$ , 当  $\omega = 100 \text{ rad/s}$  时输出转矩为  $10 \text{ N} \cdot \text{m}$ ; 当  $\omega = 52 \text{ rad/s}$  时输出转矩为  $100 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。由于原动机具有这种能力,当机械系统阻力增大而使原动机转速下降时,只要增大的阻力不超过原动机能发出的最大转矩,原动机就能自动随其转轴转速的降低而增大输出转矩,使系统受力达到新的平衡,从而使系统能在新的转速下继续正常运转。一台由具有自动调速的原动机驱动的设备,当设计合理时,其原动机的转速通常是在其额定转速附近波动变化的。因此,在对机械作运动分析时,可以用原动机的额定转速计算其运动分析的计算初值  $\omega_0$ , 经过有限个运动循环的递推计算,便可求出其真实运动规律。证明如下:

设:机械系统的真实运动规律由  $\omega-t$  曲线表示,其变化规律已知,在任一时刻  $t$ , 曲线  $\omega-t$  的切线斜率为  $\frac{d\omega}{dt}$ 。在同一时刻  $t$ , 任意给出的计算初值  $\omega_0$  递推求出来的角速度为  $\omega'$ , 其变化规律为  $\omega'-t$  曲线表示。如果  $\omega' > \omega$ , 根据力矩形式的运动方程得:

$$\frac{d\omega}{dt} - \frac{d\omega'}{dt} = \frac{M - \frac{1}{2} \frac{dJ}{d\varphi} \omega^2}{J} - \frac{M' - \frac{1}{2} \frac{dJ}{d\varphi} (\omega')^2}{J}$$

当  $\omega' > \omega$  时,因为具有自动调速的原动机的输出力矩减小,故  $M > M'$ , 所以  $\frac{d\omega}{dt} > \frac{d\omega'}{dt}$ , 即:在同一时刻计算出来的  $\omega'-t$  曲线的斜率总是大于真实  $\omega-t$  曲线的斜率,这就意味着  $\omega'-t$  曲线将逐渐逼近  $\omega-t$  曲线。同理,如果  $\omega' < \omega$ , 计算出来的  $\omega'-t$  曲线的切线斜率总是小于  $\omega-t$  曲线的切线斜率,  $\omega'-t$  曲线也是向  $\omega-t$  曲线逐渐逼近的。由于  $\omega-t$  曲线是由系统功能平衡关系唯一确定的,因此,能自动调速原动机驱动的机械系统,不论运动分析的初值是否真实,经过一段时间的递推计算后(通常只需二个运动循环的计算),  $\omega'-t$  曲线最终将会单调收敛于真实的  $\omega-t$  曲线。

根据以上分析,稳定运转机械系统的运动分析,可以用原动机的额定转速来计算运动分析的计算初值  $\omega_0$ , 并以此初值进行一个运动循环的递推运算,求出运动循环结束时的角速度值  $\omega_{n-1}$  和下一个运动循环开始时的角速度值  $\omega_n$ 。因为周期性速度波动机械的主轴在运动循环开始时的角速度值与下一运动循环开始时的角速度值相等,故可将  $\omega_0$  与  $\omega_n$  相比较,如果误差满足运动分析精度要求,递推运算求出

的  $\omega_n$  就是系统等效构件的真实运动速度。如果  $\omega_0$  与  $\omega_n$  之差不能满足运动分析误差要求,应以  $\omega_n$  为计算初值,再进行一个运动循环的递推运算,直至  $\omega_0$  与  $\omega_n$  之差满足运动分析精度要求为止。

对于等效力矩是等效构件位置、速度等多种运动参数的函数的系统,如大多数由电动机拖动的机械系统,则只能用力矩形式的运动方程进行运动分析,其分析过程和用能量形式的运动方程进行运动分析略有不同:

1) 确定等效构件的运动循环周期,设计运动分析的计算步长  $h$ ,用式(6-33)计算系统在一个运动循环中的全部等效转动惯量。由于系统的等效力矩由两部分组成:可以求出数值的部分  $M(\varphi)$  和必须用函数式表示的部分  $M(\omega)$ ,算出  $M(\varphi)$  部分之值。

2) 用差分代替微分,计算  $\left(\frac{dJ}{d\varphi}\right)_i = \frac{J_{i+1} - J_{i-1}}{2h}$ 。

3) 确定计算初值  $\omega_0$ ,计算等效力矩中用函数表示部分  $M(\omega_0)$  的值。计算

$$\left(\frac{d\omega}{d\varphi}\right)_0 = \frac{M(\varphi_0, \omega_0) - \frac{1}{2}\omega_0^2 \left(\frac{dJ}{d\varphi}\right)_0}{J_0 \omega_0}$$

4) 用龙格-库塔公式计算  $\omega_1$

$$\omega_1 = \omega_0 + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

式中  $k_1 = \left(\frac{d\omega}{d\varphi}\right)_0 = f(\varphi_0, \omega_0)$

$$k_2 = f\left(\varphi_0 + \frac{h}{2}, \omega_0 + k_1 h/2\right)$$

$$k_3 = f\left(\varphi_0 + \frac{h}{2}, \omega_0 + k_2 h/2\right)$$

$$k_4 = f(\varphi_0 + h, k_3 h)$$

5) 用相同的方法,以  $\omega_1$  为初值递推计算  $\omega_2, \omega_3, \dots, \omega_{n-1}$ 。

6) 在作稳定运转的运动分析时,当完成一个运动循环的运动分析后,比较  $|\omega_0^2 - \omega_n^2|$  是否小于计算精度要求,若不满足,以  $\omega_n$  为初值再作一个运动循环的运动分析,直到满足计算精度要求为止。

### 三、机械系统速度波动的调节

构件质量不变的机械系统,随着机构周期性地重复运动,等效转动惯也按一定的规律周期性地重复变化。如果机械系统的等效力矩的变化也具有周期性,系统的等效构件将作周期性的变速运动。反之,如果机械系统的等效力矩变化不具有周期性,系统的主轴将作无规律的变速运动。

图 6-27a 所示为一作周期变速运动系统的等效驱动矩  $M_d$  和等效阻力矩  $M_r$  在一个运动周期中的变化曲线图。图中  $M_d$  曲线正下方与  $\varphi_0, \varphi_T$  轴间围成的面积值为

等效驱动力矩在一个运动周期中作的正功; $M_r$  曲线正上方与  $\varphi_0$ 、 $\varphi_T$  的轴间围成的面积值为等效阻力矩在一个运动周期中作的负功。对应一个运动周期,这两个面积相等,系统所有外力做功之和为零,系统的运动速度在  $\varphi_0$  与  $\varphi_T$  时相等。但在一个运动周期中的任意时刻, $M_d$  作的正功与  $M_r$  作的负功并不一定相等,将  $M_r$  曲线以  $\varphi_0\varphi_T$  为轴对称移到轴的上方如图中虚线所示。

从图中可以看出:在  $\varphi_0$  到  $\varphi_A$  运动区间, $M_d$  大于  $M_r$ ,等效力矩作正功(称为盈功);在  $\varphi_A$  和  $\varphi_B$  的运动区间, $M_r$  大于  $M_d$ ,等效力矩作负功(称为亏功)。等效力矩作盈功时,等效构件的动能增加,系统加速运动;反之,等效力矩作亏功时,等效构件的动能减小,系统作减速运动。为了求出等效力矩从  $\varphi_0$  开始在一个运动周期中盈亏功累积的变化情况,以便确定等效构件的速度变化规律,可以采用作图 6-27b 所示的功能指示图来确定等效力矩作的最大盈功和亏功。

设在功能指示图中用箭头向上的线段表示盈功,用箭头向下的线段表示亏功,线段的长度表示盈亏功的值。在图 6-27a 下方作

一直角坐标,在对应  $\varphi_A$  的位置,向上作  $\overline{\varphi_A a}$  表示等效力矩从  $\varphi_0$  至  $\varphi_A$  作的盈功;在对应  $\varphi_B$  的位置,以  $a'$  为起点( $\overline{\varphi_A a} = \overline{\varphi_B a'}$ )向下

作  $\overline{a' b}$ ,表示等效力矩从  $\varphi_A$  到  $\varphi_B$  作的亏功;在对应  $\varphi_T$  的位置,以  $b'$  为起点向上作  $\overline{b' \varphi_T}$ ,表示等效力矩从  $\varphi_B$  到  $\varphi_T$  作的盈功。从图中可以看出: $\overline{\varphi_A a}$  表示等效构件从  $\varphi_0$  运动到  $\varphi_A$  位置等效力矩作的最大盈功,而  $\overline{\varphi_B b}$  表示等效构件从  $\varphi_0$  运动到  $\varphi_B$  位置等效力矩作的最大亏功。如果该系统的等效转动惯量为常数,那么当等效构件运动至  $\varphi_A$  位置时速度最大;运动到  $\varphi_B$  位置时速度最小。如果该系统的等效转动惯量是变化的,那么虽然在  $\varphi_A$  位置时等效构件的盈功最大,但如果这时的等效转动惯量值比  $\varphi_A$  相邻位置的值大,等效构件在  $\varphi_A$  位置的速度也并不一定是最大。同理,等效构件在  $\varphi_B$  位置的速度也并不一定是最小。但如果等效转动惯量中变量部分相对常量部分值较小, $\varphi_A$  和  $\varphi_B$  位置的速度与其最大或最小速度之差相差不大。由于最大盈亏功决定了系统动能的最大增减量,也基本决定了系统运动速度的波动的最大值。因此,要减小系统运动速度的过大波动,最简单、最经济的办法是增大系统的等效转动惯量中的常量部分值。因此,工程中常在作周期性速度波动机械系统的主轴,

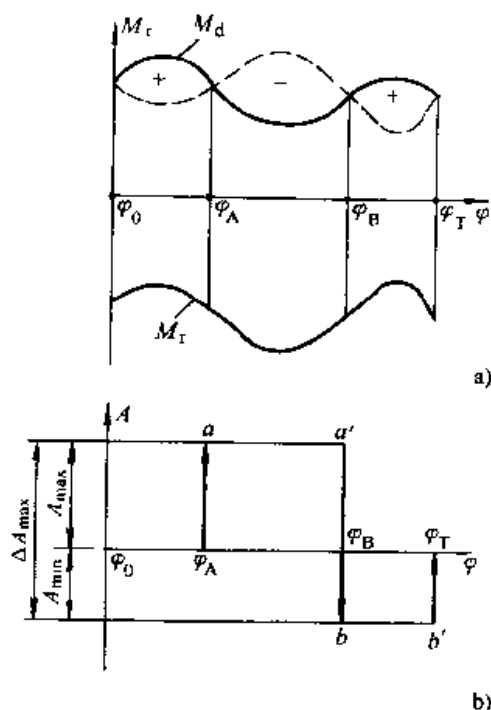


图 6-27 机械系统的盈亏功

a) 等效驱动力矩和等效阻力矩曲线

b) 功能指示图

或与主轴成定传动比的其他高速轴上,安装转动惯量较大的盘形构件(称为飞轮),对系统过大的速度波动进行调节(图 6-28)。

对于非周期性速度波动的机械系统,由于等效力矩作的盈、亏功呈无规律的变化,从而无法确定应加飞轮的转动惯量。因此,非周期速度波动的机械系统只能用专门的调速器来调节其过大的速度波动,在此基础上,也可以用适量的飞轮来改善其调速的质量(例如单缸柴油机上的飞轮)。因调速器的结构较飞轮复杂,成本相对也较高,故周期性速度波动的机械一般不用调速器来调速。

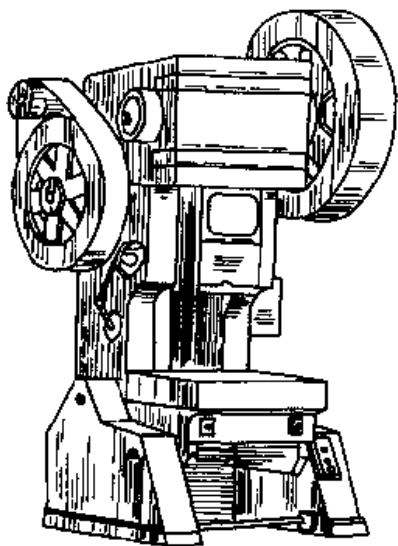


图 6-28 冲床

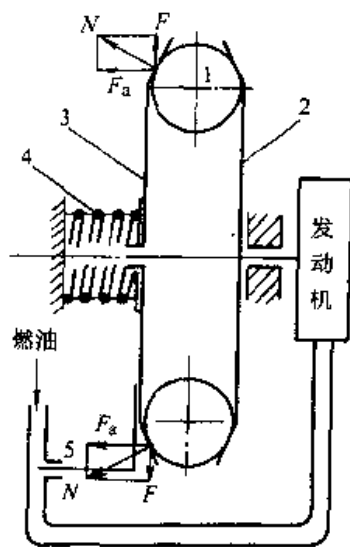


图 6-29 柴油机调速器

调速器的种类很多,构造也不尽相同。但就调速原理而论,可以归纳为:根据系统速度变化所获得的反馈信息,用调节器(产生调速指令)、功率放大器(产生调速动力)和调速机构(产生调速动作)将反馈信息转换为适当的调速动作,使系统的速度改变,从而达到调速的目的。图 6-29 示出了用于柴油机的调速器及其调速示意图。该调速器由斜盘、飞球、飞球架(未画出)、弹簧和油门拉杆组成。当柴油机工作时,柴油机的转轴驱动带有飞球 1 的斜盘 2 转动。如果发动机因工作阻力减小转速增高时,飞球产生离心惯性力的轴向分力  $F_a$  增大,迫使斜盘 3 压缩弹簧 4 向左移,带动油量调节拉杆 5 减小供油量,使发动机转速下降。反之,当发动机轴转速减小时,  $F_a$  也随之减小,斜盘 3 在弹簧 4 的作用下向右移,带动拉杆 5 开大油门使发动机转速增高,从而维持发动稳定运转。由于调速器的调节原理与设计内容已超出本课程的范围,本书将只讨论采用飞轮调速的有关设计问题。

飞轮在机械中的作用,相当于一个储能器。当等效力矩作盈功时,飞轮以增加自身动能的形式将系统多余的能量储存起来,使主轴的角速度增大的幅值减小;当等效力矩作亏功时,飞轮又释放出储存的功能,以弥补系统运动能量的不足,使主轴的角速度下降幅度减小,从而扼制了主轴过大的速度波动。飞轮转动惯量愈大,



能够储存的动能愈多,调速的能力愈强。但另一方面,过大转动惯量的飞轮会显得十分笨重,带来诸如:制造成本高,运输、安装、起动困难等一系列问题。直径太大的飞轮,还可能因飞轮转动时离心惯性力过大,造成飞轮轮辐破裂而发生事故。因此,怎样计量机器的速度波动?如何根据合理的速度波动值确定飞轮的转动惯量是本节讨论的主要问题。

(一) 机械运动速度不均匀系数及其许用值

机器在一个运动循环中,主轴最大角速度与最小角速度之差可以反映出机器运转速度变化的大小,但它不能反映出机器运转的平稳性。例如,平均角速度为  $100\text{rad/s}$  和平均角速度为  $1000\text{rad/s}$  的机器,如果角速度波动的最大值( $\omega_{\max}$  —  $\omega_{\min}$ ) 均为  $50\text{rad/s}$ ,显然,第二台机器比第一台机器转行平稳。因此,工程中常用速度波动的最大值与平均速度的比值来反映机器运转的不均匀程度,即:

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_m} \tag{6-38}$$

式中  $\delta$ —— 机器运转速度不均匀系数;  
 $\omega_m$ —— 机器主轴在一个运动循环中的平均角速度。

设:主轴在运动周期  $T$  的转角为  $\varphi_T$ ,则

$$\omega_m = \frac{\varphi_T}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T \omega dt$$

当主轴角速度变化不大时,常用下式来计算  $\omega_m$ ,以简化计算。

$$\omega_m = \frac{1}{2}(\omega_{\max} + \omega_{\min}) \tag{6-39}$$

将式(6-39)代入式(6-38)中,整理可得:

$$\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2 = 2\omega_m\delta \tag{6-40}$$

针对不同机械对运转平稳性的要求不同,工程中对各种机械的运转速度不均匀系数制定了规范,表 6-1 列出了部分机械速度不均匀系数的许用值 $[\delta]$ ,可供设计时参考。

表 6-1 常用机械运转速度不均匀系数许用值表

机器名称	$[\delta]$	机器名称	$[\delta]$
破碎机	1/5 ~ 1/20	纺纱机	1/60 ~ 1/100
冲、剪、锻床	1/7 ~ 1/20	船用发动机	1/20 ~ 1/150
泵	1/5 ~ 1/30	压缩机	1/50 ~ 1/100
轧钢机	1/10 ~ 1/25	内燃机	1/80 ~ 1/150
农业机器	1/5 ~ 1/50	直流发电机	1/100 ~ 1/200
织布、印刷、制粉机	1/10 ~ 1/50	交流发电机	1/200 ~ 1/300
金属切削机床	1/20 ~ 1/50	航空发动机	小于 1/200
汽车与拖拉机	1/20 ~ 1/60	汽轮发电机	小于 1/200

飞轮设计就是选择合适的飞轮转动惯量,使机器安装了飞轮后,机器主轴的速度不均系数  $\delta \leq [\delta]$ 。但需要指出的是:同样转动惯量的飞轮装在机器的低速轴上和装在机器的高速轴上储存的动能是不相同的。设高速轴上角速度的最大值为  $\omega_{\max}$ ; 最小值为  $\omega_{\min}$ , 转动惯量为  $J_F$  的飞轮在高速轴上储存的动能为:  $\Delta E = \frac{1}{2} J_F (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2)$ , 而在与高速轴传动比为  $i$  的低速轴上, 转动惯量为  $J_F$  的飞轮储存的动能仅为:  $\frac{1}{2} J_F \left[ \left( \frac{\omega_{\max}}{i} \right)^2 - \left( \frac{\omega_{\min}}{i} \right)^2 \right] = \frac{\Delta E}{i^2}$ , 即: 同样转动惯量的飞轮在高速轴上储存的动能是低速轴上的  $i^2$  倍。因此, 飞轮应设计安装在高速轴上, 这样可以用较小转动惯量的飞轮达到正确调速的目的。当然, 这并不意味着飞轮一定要安装在速度最高的原动机轴上。因为在这种情况下, 联系原动机轴与机器主轴间的传动机构(例如齿轮机构), 会因主轴速度波动而使其承受到正、反不断变化的动负荷的冲击, 从而引起系统振动并产生噪声。飞轮安装的高速轴(即转速相对较高的轴)应根据安装轴的刚度和结构上的可能性与合理性来确定。

此外, 在有冲击载荷的机械系统中, 例如冲床和例题 6-8 所示的例子中, 因机器在运行的大部分时间中生产阻力较小, 而在冲压工件时生产阻力会突然变大, 并出现峰值, 在这种情况下, 要克服生产阻力较大的峰值通常要采用较大功率的电动机, 但如果在系统中安装适当转动惯量的飞轮, 则可以用较小的电动机。例如在例题 6-8 中, 当要求  $[\delta] = 0.05$  时, 经过计算不用飞轮理论上需用 3kW 的电动机, 当安装转动惯量为  $2.68 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  的飞轮, 只需用 1.5kW 的电动机, 如果用转动惯量为  $5.36 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  的飞轮, 则只需用 0.8kW 的电动机。因此, 安装合适的飞轮, 可以节省能源消耗, 降低生产成本。当然, 究竟应该用多大转动惯量的飞轮, 还应结合其他方面的因素, 例如起动是否困难? 结构是否容许? 成本是否合理... 等因素全面进行评估, 然后才能最终确定。

## (二) 最大盈、亏功与飞轮转动惯量的计算

设在系统的等效构件上安装了转动惯量为  $J_F$  的飞轮, 等效构件从  $\varphi_0$  转动到  $\varphi_a$  时, 等效力矩累积作出最大盈功  $A_{\max} = \int_{\varphi_0}^{\varphi_a} (M_d + M_r) d\varphi$ ; 从  $\varphi_0$  到  $\varphi_b$  时, 等效力矩累积作出最大亏功  $A_{\min} = \int_{\varphi_0}^{\varphi_b} (M_d + M_r) d\varphi$ 。根据系统运动方程可知: 等效力矩作最大盈功时, 等效构件获得最大的动能增量; 等效力矩作最大亏功时, 等效构件获得最小的动能增量。设等效构件在  $\varphi_0$  时的动能为  $E_0$ , 则:

$$A_{\max} - A_{\min} = (E_{\max} - E_0) - (E_{\min} - E_0) = E_{\max} - E_{\min}$$

设:  $A_{\max} - A_{\min} = \Delta A_{\max}$ ,  $\Delta A_{\max}$  称为等效力矩作的最大盈亏功, 则:

$$\Delta A_{\max} = E_{\max} - E_{\min} = \int_{\varphi_0}^{\varphi_a} (M_d - M_r) d\varphi \quad (6-41)$$

又设等效构件在  $\varphi_a$  时的等效转动惯量为  $(J_c + J_a)$ 、角速度为  $\omega_a$ ；在  $\varphi_b$  时的等效转动惯量为  $(J_c + J_b)$ 、角速度为  $\omega_b$ ，式中  $J_c$  为等效转动惯量中的常量部分， $J_a$ 、 $J_b$  为等效转动惯量的变量部分。于是(6-41)式可以写成：

$$\Delta A_{\max} = \frac{1}{2}(J_F + J_c + J_a)\omega_a^2 - \frac{1}{2}(J_F + J_c + J_b)\omega_b^2 \quad (6-42)$$

通常等效转动惯量中的变量部分比  $J_F$  和  $J_c$  小，在近似计算中可以忽略，又因为  $\omega_a \approx \omega_{\max}$ ， $\omega_b \approx \omega_{\min}$ ，由式(6-42)得：

$$\frac{1}{2}(J_F + J_c)(\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = \Delta A_{\max} \quad (6-43)$$

将式(6-40)代入式(6-43)，并假设  $J_F$  的飞轮使等效构件的速度不均匀系数已达到等于  $[\delta]$  的要求，由式(6-43)得计算飞轮转动惯量的基本计算公式：

$$J_F = \frac{\Delta A_{\max}}{\omega_m^2 [\delta]} - J_c \quad (6-44)$$

当  $J_c \ll J_F$  时，式(6-44)可进一步简化为：

$$J_F = \frac{\Delta A_{\max}}{\omega_m^2 [\delta]} \quad (6-45)$$

用式(6-44)或(6-45)计算飞轮的转动惯量，由于忽略了系统的等效转动惯量的变量部分或全部转动惯量，因此，计算结果比不忽略系统的等效转动惯量时算出的值大。把这种转动惯量较大的飞轮用于原系统，对减小系统的速度波动是有利的。飞轮转动惯量的计算公式在推导过程中虽作了近似处理，而其设计的可靠性并不受到影响。

在用(6-43)或(6-44)计算飞轮转动惯量时， $\omega_m$  可以根据原动机的额定转速  $n_H$  算出。设原动机与主轴间的传动比为  $i$ ，则  $\omega_m = \frac{\pi n_H}{30i}$ 。  $[\delta]$  可以根据机器的类型从表 6-1 中选取。当作用在系统中的外力不变时， $\Delta A_{\max}$  与  $\omega_m^2$  的比值约等于一个常数，设  $\frac{\Delta A_{\max}}{\omega_m^2} = C$ ，由式(6-45)得：

$$J_F = \frac{C}{[\delta]} \quad (6-46)$$

因为  $[\delta]$  与  $J_F$  成反比，故在选取  $[\delta]$  值时，不要过分强调运转的平稳性，而将  $[\delta]$  的值取得太小，以免使设计出来的飞轮过于笨重。

在一般情况下，要用式(6-41)精确地计算  $\Delta A_{\max}$  是比较困难的，因为，等效力矩通常很难用函数式给出，如果等效力矩是等效构件位置、速度等多种运动参数的函数时，也无法用积分的方法来求系统的最大盈亏功。如果等效力矩仅仅是等效构件运动位置的函数，虽然可以用画等效驱动力矩和等效阻力矩曲线，通过图解积分来计算最大盈亏功(图 6-27)，但这样作不仅费工费时，而且设计精度也差。如果系统的运动分析采用的是数值计算方法，则无需计算最大盈亏功就可直接计算出飞

轮的转动惯量。用数值方法计算飞轮转动惯量的基本过程是：

1) 对系统进行运动分析, 求出  $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{n-1}$ 。

2) 用式(6-38)、(6-39) 计算速度不均匀系数  $\delta_1$ , 并与预先选定的  $[\delta]$  进行比较, 当  $|\delta_1 - [\delta]|$  不满足设计精度要求时, 可用下面方法计算飞轮的转动惯量:

当系统未安装飞轮时, 由式(6-44) 知:

$$J_c = \frac{C}{\delta_1}, \text{ 即 } C = J_c \delta_1 \quad (6-47)$$

设系统在第一次安装飞轮  $J_F^{(1)}$  后, 速度不均匀系数等于许用值  $[\delta]$ , 即:

$$J_F^{(1)} + J_c = \frac{C}{[\delta]} \quad (6-48)$$

将式(6-47) 代入式(6-48), 整理得:

$$J_F^{(1)} = J_c \left( \frac{\delta_1 - [\delta]}{[\delta]} \right) \quad (6-49)$$

3) 将  $J_F^{(1)}$  加入等效转动惯量中, 重新进行一个运动循环的运动分析后, 求出  $\delta_2$ , 若  $\delta_2$  还达不到  $[\delta]$  的要求, 可用下式继续进行飞轮转动惯量的计算:

$$J_F^{(k)} = \left( \frac{\delta_k - [\delta]}{[\delta]} \right) (J_c + J_F^{(k-1)}) \quad (k = 2, 3, \dots, n) \quad (6-50)$$

若经过  $n$  次计算后,  $|\delta_n - [\delta]|$  满足设计精度要求, 则系统上应安装飞轮的转动惯量为:

$$J_F = \sum_{k=1}^n J_F^{(k)}$$

### (三) 飞轮尺寸的确定

普通的飞轮一般由轮缘 1、轮辐 2 和轮毂 3 组成如图 6-30 所示。由于 2、3 部分的转动惯量只占飞轮全部转动惯量的 15% 左右, 简化计算中, 只考虑轮缘部分的转动惯量。

设轮缘外径为  $D_1$ , 内径为  $D_2$ , 平均直径  $D = \frac{D_1 + D_2}{2}$ , 轮缘宽度  $H = \frac{D_1 - D_2}{2}$ , 轮缘质量为  $m$ 。根据转动惯量计算公式得:

$$J_F = \frac{m}{2} \left( \frac{D_1^2 + D_2^2}{4} \right) = \frac{m}{8} (D_1^2 + D_2^2)$$

当  $H$  不大时, 可认为飞轮质量均布于平均直径为  $D$  的环面上, 故上式可以近似改写为:

$$J_F \approx \frac{mD^2}{4}$$

选择飞轮的平均直径  $D$ , 并根据飞轮转动角速度校核飞轮轮缘的最大圆周速度, 使其小于安全极限值, 将前面计算出的

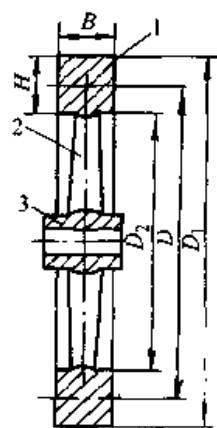


图 6-30 飞轮  
几何尺寸

1—轮缘 2—轮辐  
3—轮毂

$J_F$  代入上式, 求出飞轮质量  $m$ , 再根据飞轮的质量用下式可求出飞轮的其他几何尺寸。

$$m = \frac{\pi}{4}(D_1^2 - D_2^2)BY = \pi\gamma BHD \quad (\text{kg})$$

式中  $\gamma$  —— 材料重度, 单位为  $\text{N/m}^3$ ;

$B$  —— 飞轮宽度,  $B$ 、 $D$ 、 $H$  的单位均为  $\text{m}$ 。

**例 6-8** 将例题 6-5 所示的系统用电动机驱动, 初选电动机的额定功率  $p_H$  为  $0.8\text{kW}$ , 额定转速  $n_H$  为  $1380\text{r/min}$ , 同步转速  $n_c$  为  $1500\text{r/min}$ , 电动机的过载倍数  $T_M$  为 2, 电动机轴与系统的曲柄轴(等效构件)之间的传动比  $i$  为 11.5。试分析:

- 1) 曲柄的真实运动规律及电动机输出力矩的变化规律;
- 2) 曲柄的速度不均匀系数满足  $[\delta] = 0.05$  时, 计算应加在曲柄上飞轮的转动惯量;
- 3) 求系统在安装飞轮以后曲柄的真实运动规律及电动机输出力矩的变化规律。

**解**

1) 将电动机的机械特性用插值函数式表示:  $M_d = a + b\omega_1 + c\omega_1^2$ , 式中  $\omega$  为电动机的角速度。欲求出待定系数  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 需知  $M_d$  和  $\omega_1$  的三组对应值。现已知: 同步转速时电动机的输出转矩  $(M_d)_c = 0$ , 同步角速度  $\omega_c = \frac{1500\pi}{30} = 157.1\text{rad/s}$ ; 额定角速度  $\omega_H = \frac{1380\pi}{30} = 144.5\text{rad/s}$ , 额定转矩  $(M_d)_H = 9550 \frac{p_H}{n_H} = 5.536\text{N} \cdot \text{m}$ 。最大输出转矩  $(M_d)_A$  和转速  $\omega_A$  可根据  $T_M$  由电动机的有关计算公式求出, 电动机的最大输出转矩为:

$$(M_d)_A = (M_d)_H T_M = 11.072\text{N} \cdot \text{m}$$

电动机最大输出转矩时的转速为:

$$n_A = n_c(1 - T_M - \sqrt{T_M^2 - 1}) + n_H(T_M + \sqrt{T_M^2 - 1})$$

算出得:  $n_A = 1052\text{r/min}$ , 故  $\omega_A = \frac{n_A\pi}{30} = 110.19\text{rad/s}$

将三组值代入插值函数, 解出:

$$a = -65.988, b = 1.356, c = -0.0056。$$

故电动机的输出力矩  $M_d$  可用电动机转轴的角速度  $\omega_1$  表示为:

$$M_d = -65.988 + 1.356\omega_1 - 0.0056\omega_1^2$$

设: 等效构件的角速度为  $\omega$ , 电动机输出力矩  $M_d$  的等效驱动力矩  $M_{vd}$  为:

$$M_{vd} = \frac{a}{\omega} + b \frac{\omega_1}{\omega} + c \frac{\omega_1^2}{\omega} = -\frac{65.988}{\omega} + 15.594 - 0.7882\omega \quad (6-51)$$

2) 根据例题 6-5 中算出的等效转动惯量  $J$  值用差分代微分计算  $\left(\frac{dJ}{d\varphi}\right)_i =$

$\frac{J_{i-1} - J_{i-1}}{2h}$  之值(式中  $h$  为计算步长)。画出  $\frac{dJ}{d\varphi}$  的变化曲线如图 6-31a 所示。

3) 以电机额定转速计算曲柄的角速度  $\omega_0 = 12.57 \text{ rad/s}$  为计算初值, 并将例题 6-5 中算出的等效阻力矩  $M_v(\varphi)$  之值代入力矩形式的运动方程:

$$\left( \frac{d\omega}{d\varphi} \right)_0 = \frac{\left( -\frac{65.988}{\omega_0} + 15.594 - 0.7882\omega_0 \right) + M_v(\varphi) - \frac{\omega_0^2}{2} \left( \frac{dJ}{d\varphi} \right)_0}{J_0 \omega_0}$$

用龙格-库塔公式递推计算  $\omega_1$ , 再以  $\omega_1$  为初值递推计算  $\omega_2 \dots$ , 计算一个运动循环得到  $\omega_n = 13.624 \text{ rad/s}$ , 因为  $\omega_0 \neq \omega_n$ , 因此该循环所得计算结果不是系统的真实运动规律。以  $\omega_n$  作为计算初值  $\omega_0$  再进行一个运动循环的递推计算, 设运动分析精度为 0.001, 经过一个运动循环的计算, 求出  $\omega_n = 13.624 \text{ rad/s}$ , 因为  $|\omega_n^2 - \omega_0^2|$  小于分析精度要求, 得系统真实运动分析结果, 画出运动规律变化曲线如图 6-31b 实线曲线所示。将所得结果代入式(6-51)中, 得等效驱动力矩的变化规律如图 6-31c 所示。这时算出主轴速度波动系数:

$$\delta = 0.154 > 0.05$$

用式(6-49)、(6-50) 计算飞轮的转动惯量, 并将算出的飞轮转动惯量加入到系统的等效转动惯量中再进行计算, 当  $J_F = 5.36 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  时, 求出  $\delta = 0.05$ , 画出系统主轴的运动规律和等效驱动力矩曲线如图 6-31b、c 中虚线所示。

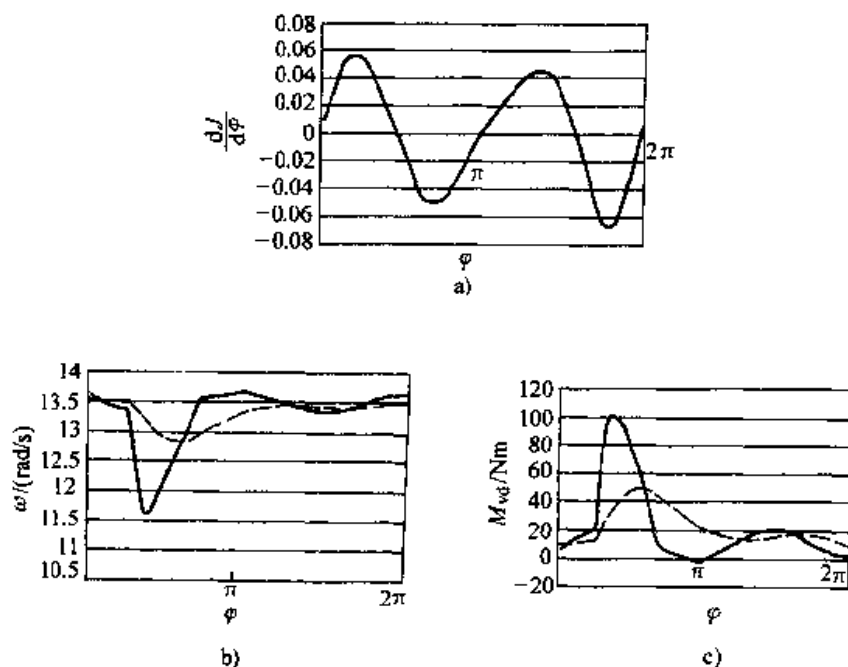


图 6-31 平面六杆机构的真实运动规律

a)  $dJ/d\varphi$  曲线 b) 飞轮安装前后机构曲柄的运动规律

c) 飞轮安装前后电动机驱动力矩变化规律

## \* 第四节 考虑构件弹性时的机械动力学简介

我们曾把机构视为一个由刚性构件组成的运动系统,从而用刚体动力学的方法对机构进行研究。通过分析我们认识到:周期性变化的惯性力和主轴的速度波动,是使运动副中出现过大附加动负荷并使机械的效率和使用寿命降低的重要原因之一。通过质量平衡和功率平衡(即给机械系统安装飞轮),可以用较少的成本,将这些不利的因素在一定程度上予以克服。但另一方面也应当认识到:由于构件本身具有弹性,当机构在周期性变化的惯性力和外力的激励下,所有的构件均会产生变形、发生振动,这些变形和振动对机器工作的安全性、可靠性以及完成机器的预期功能同样是十分有害的,这种危害对于高速、轻结构的机械表现得尤为突出。例如:工业机械手在高速运转时,由于动载荷引起构件的弹性变形和振动,必将降低机械手在工作时的准确性,甚至导致各运动构件间运动配合失调,使机械手不能正常工作。又例如:机器中常有起动、停车等速度变化的运动过程,有些机构常常在不等速条件下运动(如像间歇运动机构),速度巨烈的变化必然造成构件上动载荷的增大。如果此时弹性构件正好在共振状态下工作,则会使构件产生很大的变形和应力,从而可能造成构件损坏。因此,对于自动化程度高,对机械有高速、轻重量、低能耗等要求时,不仅要研究机械的一般运动学和动力学问题,也要研究机构在计及构件弹性时受惯性载荷作用下的实际运动,分析其动态运动精度,研究其振动的特点和动载荷的变化规律等动力学问题,从而可以进一步考虑如何在保证机构运动精度的前提下,尽可能减轻构件的重量,对机构进行最优化设计…。

考虑构件弹性时的机械动力学分析过程通常需经过以下三个步骤:

1) 建立弹性动力学模型。图 6-32a 所示为一根装有四个齿轮的轴,四个齿轮的转动惯量分别为  $J_1$ 、 $J_2$ 、 $J_3$  和  $J_4$ ,三段轴的刚度系数分别为  $K_1$ 、 $K_2$ 、 $K_3$ 。当将轴视为刚性轴时,整个轴连同轴上的齿轮视为一个构件,系统只有一个自由度,构件的转动惯量为四个转动惯量之和。当将轴视为弹性体时,每段轴可以看成是一段扭簧,整个轴是由三段扭簧和四个具有转动惯量的圆盘串联而成如图 6-32b 所示。因此,这时系统将有四个自由度。如果图中  $J_2$ 、 $J_3$  比  $J_1$ 、 $J_4$  小很多,还可以将其进一步简化为图 6-32c 所示的系统。显然,对图 6-32c 所示系统进行分析、计算要容易些,但图 6-32b 更接近实际情况,因此,究竟采用哪一种力学模型,应根据问题的要求和分析精度而定。

又例如图 3-29 所示的凸轮机构,若考虑凸轮轴的横向振动,该机构可以进一步表示为图 6-33a 所示的两自由度的弹性动力学模型。在一般情况下,高速凸轮机构的角速度比凸轮机构的最低固有频率低很多,在凸轮廓线的激励下,从动杆输出端的总响应中,一阶固有频率的响应分量占主导地位,而二阶以上的高阶固有频率

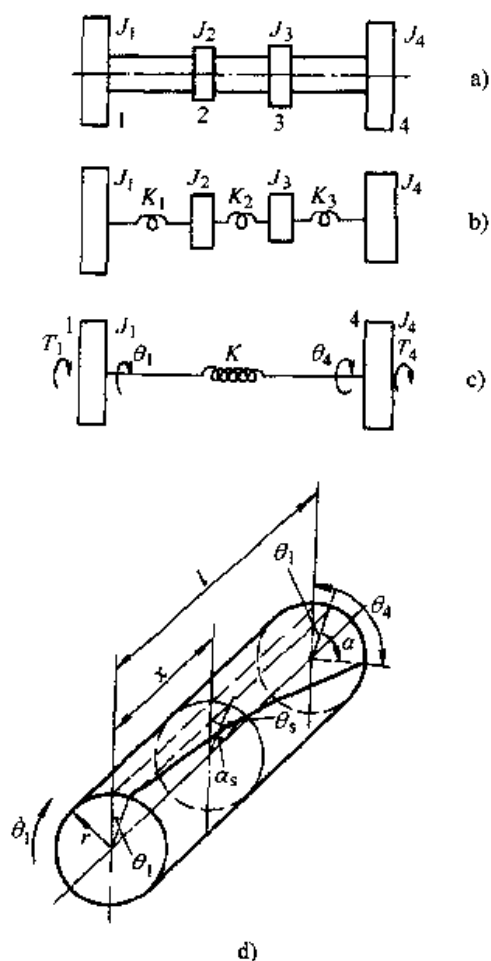


图 6-32 轴的弹性动力学模型

- a) 装有四个齿轮的轴  
b) 齿轮轴弹性动力学模型  
c) 简化后的弹性动力学模型  
d) 轴的变形分析

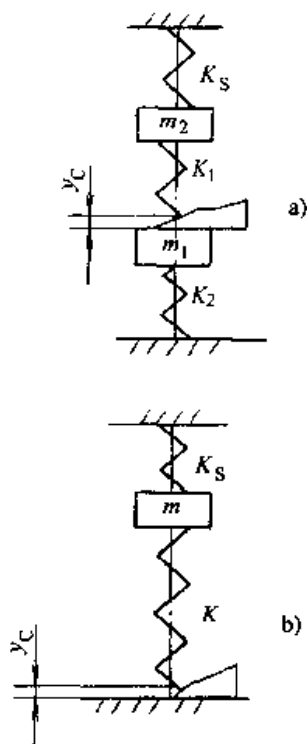


图 6-33 凸轮机构的弹性动力学模型

- a) 弹性动力学模型  
b) 简化后的弹性动力学模型

的响应所占比例很小,因此多自由度模型按基频(即一阶固有频率)简化为单自由度模型导致的计算误差是很小的。因此,图 6-33a 所示的多自由度力学模型可按基频简化为图 6-33b 所示的单自由度力学模型,简化后等效刚度  $K$  可以按多自由度力学模型图用串联刚度的方法来计算:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}}$$

其等效质量  $m$  为:

$$m = \frac{K + K_s}{\omega_n^2}$$



式中  $K_s$ ——封闭弹簧的刚度系数；

$K_1$ ——从动杆刚度系数；

$K_2$ ——凸轮轴横向刚度系数；

$\omega_n$ ——系统的固有频率，可以由图 6-33b 所示模型建立的运动方程中解出。

当  $K \gg K_s$  时，等效质量可进一步简化为：

$$m = \frac{K}{\omega_n^2}$$

平面连杆机构的弹性动力学问题与凸轮机构的弹性动力学问题比较，由于平面连杆机构构件运动形式的多样性，其分析过程要复杂得多。平面连杆机构建立弹性动力学模型的原理是：首先在不考虑构件弹性的条件下，对平面连杆机构进行运动分析与受力分析，求出机构在不同运动位置时的运动规律和作用在各构件上的动载荷，然后将机构按每一个分析位置固结为一个结构，并将相应的动载荷分别“冻结”在各个构件上，借用结构力学的分析方法（例如有限元法）求出各构件的应力与弹性应变，将求出的应力和应变与这一位置不计构件弹性时的分析结果叠加，得到计及构件弹性时的动力学分析结果。

2) 建立运动方程。根据弹性动力学模型建立运动方程的方法很多，常用的方法主要有：应用拉格朗日方程、力法和有限方法等。例如：以图 6-32c 所示弹性动力学模型用拉格朗日方程来建立其运动方程的基本过程如下：

设：轴端两齿轮上的扭矩分别为  $T_1$ 、 $T_4$ ，等效轴为匀质等断面轴，其剪切弹性模量为  $G$ ，断面惯性矩为  $I$ ，长度为  $l$ ，单位长度的转动惯量为  $J_s$ ，轴上任意断面处的角位移为  $\theta_s$ （图 6-32d），则轴的动能为：

$$E_s = \int_0^l \frac{1}{2} J_s \dot{\theta}_s^2 dx \quad (6-52)$$

设：轴的扭转变形沿轴向是线性变化的，在距轴端为  $x$  处相对于端面的扭转变形为  $\alpha_s$ （图 6-32），从图 6-33d 中可以看出：

$$\alpha_s = \frac{x}{l} (\theta_4 - \theta_1)$$

故轴在  $x$  处角位移为：

$$\theta_s = \theta_1 + \alpha_s$$

$$\dot{\theta}_s = \dot{\theta}_1 + \frac{x}{l} (\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_1) \quad (6-53)$$

将式(6-53)代入式(6-52)中积分得：

$$E_s = \frac{1}{6} J_s (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_4 + \dot{\theta}_4^2)$$

式中  $J_s = J_s l$ ，即整个轴的转动惯量。

取  $\theta_1$ 、 $\theta_4$  为广义坐标，整个系统（轴和两个齿轮）的动能为：

$$E = \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}J_4\dot{\theta}_4^2 - \frac{1}{6}J_s(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_4^2 + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_4)$$

系统的势能为:

$$U = \frac{1}{2}K(\theta_4 - \theta_1)^2$$

式中:  $K = \frac{GI}{l}$ 。

系统的广义力为:

$$F_1 = T_1, \quad F_4 = T_4。$$

将上述结果代入拉格朗日方程中,整理得系统考虑构件弹性时的运动方程:

$$\left. \begin{aligned} \left( J_1 + \frac{1}{3}J_s \right) \ddot{\theta}_1 + \frac{1}{6}J_s \ddot{\theta}_4 + K(\theta_1 - \theta_4) &= T_1 \\ \frac{1}{6}J_s \ddot{\theta}_1 + \left( J_4 + \frac{1}{3}J_s \right) \ddot{\theta}_4 + K(\theta_4 - \theta_1) &= T_4 \end{aligned} \right\} \quad (6-54)$$

又例如:以图 6-33b 所示弹性动力学模型用力法建立凸轮机构的运动方程。设:凸轮输入给从动杆的位移规律为  $y_c$ ,以图中等效质量  $m$  为示力体,并略去式 (3-26) 中的力  $P$ ,建立力平衡关系得:

$$m\ddot{y} = K(y_c - y)$$

设:  $\omega_n^2 = \frac{K}{m}$ ,得系统运动方程:

$$\ddot{y} + \omega_n^2 y = \omega_n^2 y_c \quad (6-55)$$

平面连杆机构建立弹性动力学方程的基本步骤如下:

将每根杆视为一个梁单元,在梁单元上设置适量的结点,对于简单的平面连杆机构,通常取构件与构件的联结点作为结点,并以结点处的弹性线位移(纵向和横向)和角位移为广义坐标,用拉格朗日方程推导出梁单元的运动微分方程,然后再运用梁单元坐标与机构系统坐标间的坐标变换关系,将梁单元运动微分方程集合为机构的系统运动微分方程,得到一个类似多自由度系统的振动方程:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F - M\ddot{u}_r$$

式中  $M$ ——系统的质量矩阵;

$C$ ——系统的阻尼矩阵;

$K$ ——系统的刚度矩阵;

$F$ ——广义力列阵;

$\ddot{u}_r$ ——刚体加速度列阵;

$u$ ——待求系统的广义坐标;

$\dot{u}$ ,  $\ddot{u}$ ——系统广义坐标对时间的一阶和二阶导数。

3) 运动方程求解。机构弹性动力学方程可以用很多种方法求解,例如用求特

征向量和直接对运动方程积分的方法都能求解。对于式(6-55)所示的弹性动力学方程,也可以用设特解的方法求解。如果运动方程为非线性方程,非线性方程一般不易直接积分求解,故常用欧拉法或龙格库塔法等数值方法求解。

下面以式(6-55)所示运动方程为例,说明其求解过程。设:高速凸轮机构从动杆要求的输出运动规律为正弦加速度运动规律。则

$$y_c = h \left( \tau - \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi\tau \right) \quad (6-56)$$

式中  $h$ ——从动杆的升距;

$\tau = \frac{t}{t_0}$ ,  $t_0$ ——从动杆完成推程所需时间。

将式(6-56)代入式(6-55)中得:

$$\ddot{y} + \omega_n^2 y = \omega_n^2 h \left( \tau - \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi\tau \right) \quad (6-57)$$

该方程是一个强迫振动方程,方程的解为非齐次方程的特解  $y'$  与方程的齐次方程的通解  $y''$  之和。设非齐次方程的特解为:

$$y' = B_1 \sin 2\pi\tau + B_2 \cos 2\pi\tau + B_3 C + B_4$$

将特解代入运动方程中,注意到  $\frac{d\tau}{dt} = \frac{1}{t_0}$  得:

$$y' = - \frac{\omega_n^2 h}{2\pi \left[ \omega_n^2 - \left( \frac{2\pi}{t_0} \right)^2 \right]} \sin 2\pi\tau + h\tau$$

运动方程的齐次方程是一个自由振动方程,设其通解为:

$$y'' = A_1 \sin \omega_n t + A_2 \cos \omega_n t$$

故该运动方程的解为:

$$y = y' + y'' = A_1 \sin \omega_n t + A_2 \cos \omega_n t + h\tau - \frac{\omega_n^2 h}{\left[ \omega_n^2 - \left( \frac{2\pi}{t_0} \right)^2 \right]} \cdot \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi\tau \quad (6-58)$$

根据运动的初始条件: $\tau = 0, t = 0$  时,  $y = 0$ , 得:  $A_2 = 0$ 。将式(6-58)对时间  $t$  微分得  $\dot{y}$  为:

$$\dot{y} = A_1 \omega_n \cos \omega_n t - \frac{h}{t_0} - \frac{\omega_n^2 h 2\pi}{\left[ \omega_n^2 - \left( \frac{2\pi}{t_0} \right)^2 \right]} \cdot \frac{1}{2\pi t_0} \cos 2\pi\tau$$

当  $\tau = 0, t = 0$  时,  $\dot{y} = 0$ , 由此得:

$$A_1 = \frac{(2\pi)^2}{t_0^2 \omega_n^2 - (2\pi)^2} \cdot \frac{h}{t_0 \omega_n}$$

所以

$$y = \frac{(2\pi)^2}{t_0^2 \omega_n^2 - (2\pi)^2} \frac{h}{t_0 \omega_n} \sin \omega_n t + h\tau - \frac{t_0^2 \omega_n^2}{t_0^2 \omega_n^2 - (2\pi)^2} \cdot \frac{h}{2\pi} \sin 2\pi\tau$$

设:  $\lambda = \frac{t_0}{t_n}, t_n = \frac{2\pi}{\omega_n}$  —— 凸轮机构自由振动的周期。 $\lambda$ 的物理意义是凸轮在推程阶段自由振动的次数。于是经过整理可得:

$$\left. \begin{aligned} y &= h \left( \tau - \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - 1} \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi\tau + \frac{1}{\lambda^2 - \lambda} \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi\lambda\tau \right) \\ \dot{y} &= \frac{h}{t_0} \left( 1 - \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - 1} \cos 2\pi\tau + \frac{1}{\lambda^2 - 1} \cos 2\pi\lambda\tau \right) \\ \ddot{y} &= \frac{2\pi h}{t_0^2} \left( \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - 1} \sin 2\pi\tau - \frac{\lambda}{\lambda^2 - 1} \sin 2\pi\lambda\tau \right) \end{aligned} \right\}$$

画出不同  $\lambda$  值的  $\ddot{y}-\tau$  曲线如图 6-34 所示。从图中可知: 当凸轮转速较低 (即  $t_0$  值大), 凸轮机构的固有频率  $\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}}$  高 (即凸轮机构刚度大或质量小,  $t_n$  值小),  $\lambda$  值大时, 从动杆最大加速度的响应值较小, 有利于减小机构的冲击、振动和噪声。

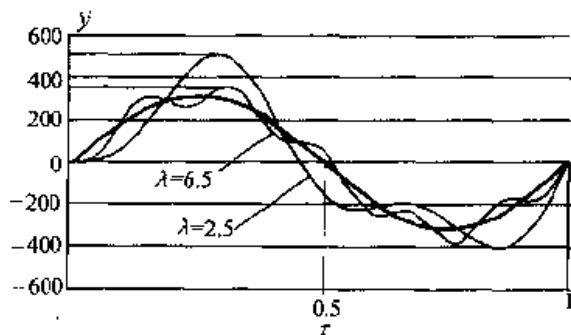


图 6-34 推杆加速度曲线

## 习 题

6-1 题图 6-1 所示曲柄摇块机构, 曲柄以  $\omega_1 = 40 \text{ rad/s}$  角速度匀速沿逆时针方向转动, 已知  $AB = 100 \text{ mm}, AC = 200 \text{ mm}, BS_2 = 86 \text{ mm}, m_2 = 20 \text{ kg}, J_{S_2} = 0.074 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , 其他构件的质量和转动惯量不计, 求: (1) 当  $\theta = 90^\circ, \varphi_1 = 60^\circ$  时, 连杆上的总惯性力及其作用线; (2) 各运动副中的反力及应加在原动件上的平衡力矩  $M_d$ 。

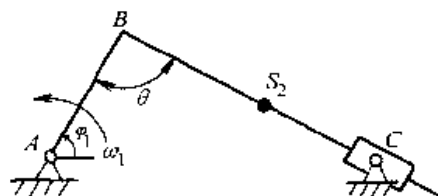
6-2 题图 6-2 所示的盘形转子中, 有 4 个不平衡质量, 它们的大小及其质心到回转轴的距离分别为:  $m_1 = 10 \text{ kg}, r_1 = 100 \text{ mm}; m_2 = 8 \text{ kg}, r_2 = 150 \text{ mm}; m_3 = 7 \text{ kg}, r_3 = 200 \text{ mm}; m_4 = 5 \text{ kg}, r_4 = 100 \text{ mm}$ 。试对该转子进行平衡设计。

6-3 题图 6-3 所示为一均质圆盘转子, 工艺要求在圆盘上钻 4 个圆孔, 圆孔直径及孔心到转轴  $O$  的距离分别为:  $d_1 = 40 \text{ mm}, r_1 = 120 \text{ mm}; d_2 = 60 \text{ mm}, r_2 = 100 \text{ mm}; d_3 = 50 \text{ mm}, r_3 = 110 \text{ mm}; d_4 = 70 \text{ mm}, r_4 = 90 \text{ mm}$ , 方位如图。试对该转子进行平衡设计。

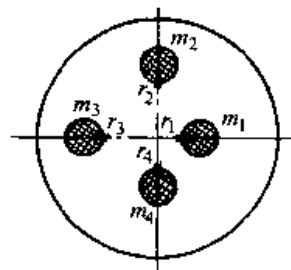
6-4 题图 6-4 所示为一行星轮系, 各轮均为标准齿轮, 其齿数  $z_1 = 60, z_2 = 40, z_{2'} = 42, z_3 = 58$ , 模数均为  $m = 4 \text{ mm}$ 。行星轮 2-2' 本身已平衡, 质心位于轴线上, 其总质量  $m_{22'} = 2 \text{ kg}$ 。试

问:

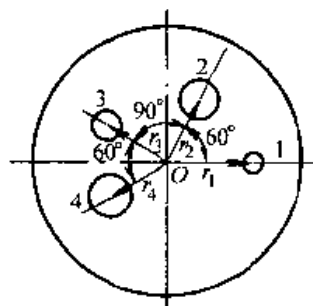
- (1) 行星轮 2-2' 的不平衡质径积为多少?
- (2) 转动中所产生的离心惯性力应如何加以平衡?



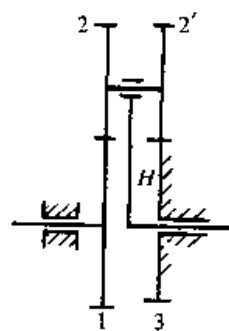
题图 6-1



题图 6-2



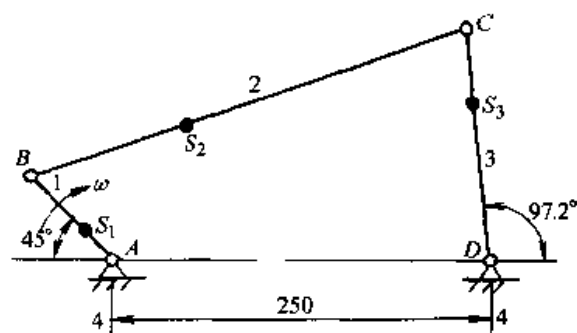
题图 6-3



题图 6-4

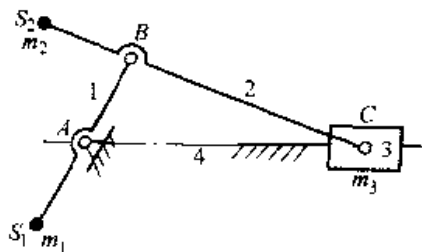
6-5 题图 6-5 所示曲柄摇杆机构中, 已知各构件长度:  $l_1 = 75\text{mm}$ ,  $l_2 = 300\text{mm}$ ,  $l_3 = 150\text{mm}$ ; 各杆的质量为  $m_1 = 0.3\text{kg}$ ,  $m_2 = 0.6\text{kg}$ ,  $m_3 = 0.9\text{kg}$ , 其质心位置  $l_{AS1} = 25\text{mm}$ ,  $l_{BS2} = 100\text{mm}$ ,  $l_{DS3} = 100\text{mm}$ 。

- (1) 试用质量静替代法将各杆质量替代到  $A, B, C, D$  四点;
- (2) 若在曲柄、摇杆上加平衡质量  $m_{e1}$  及  $m_{e3}$  使机构惯性力平衡, 当取平衡质量的回转半径为  $r_{e1} = r_{e3} = 75\text{mm}$  时,  $m_{e1}, m_{e3}$  各为多少?



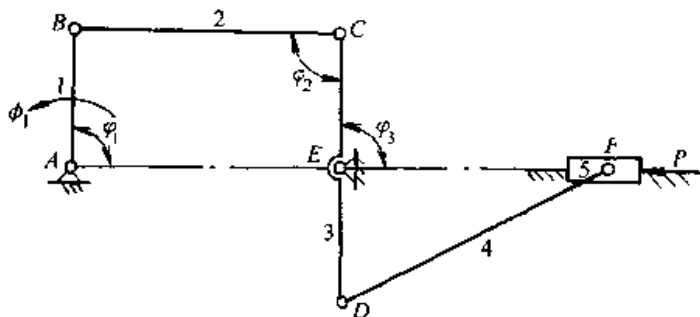
题图 6-5

6-6 在图 6-6 所示曲柄滑块机构中,已知各杆长度: $l_{AB} = 100\text{mm}$ ,  $l_{BC} = 300\text{mm}$ ;曲柄和连杆的质心  $S_1, S_2$  的位置分别为  $l_{AS_1} = 100\text{mm} = l_{BS_2}$ , 滑块 3 的质量  $m_3 = 0.4\text{kg}$ , 试求此曲柄滑块机构惯性完全平衡时的曲柄质量  $m_1$  和连杆质量  $m_2$  的大小。



题图 6-6

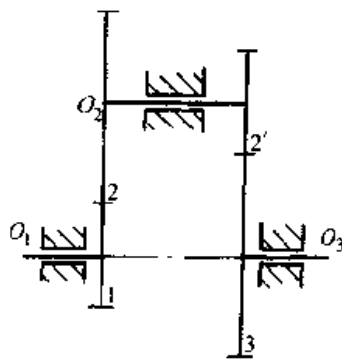
6-7 如题图 6-7 所示的六杆机构中,已知滑块 5 的质量  $m_5 = 20\text{kg}$ ,  $l_{AB} = l_{CD} = 100\text{mm}$ ,  $l_{BC} = l_{CE} = l_{EF} = 200\text{mm}$ ,  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 90^\circ$ , 作用在滑块 5 上的力  $P = 500\text{N}$ 。当取曲柄  $AB$  为等效构件时,求机构在图示位置的等效转动惯量和力  $P$  的等效力矩。



题图 6-7

6-8 题图 6-8 所示的轮系中,已知各轮齿数: $z_1 = z_2' = 20$ ,  $z_2 = z_3 = 40$ ,  $J_1 = J_2 = 0.01\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $J_2 = J_3 = 0.04\text{kg} \cdot \text{m}^2$ 。作用在轴  $O_3$  上的阻力矩  $M_3 = 40\text{N} \cdot \text{m}$ 。当取齿轮 1 为等效构件时,求机构的等效转动惯量和阻力矩  $M_3$  的等效力矩。

6-9 题图 6-9 所示为 X6140 铣床主传动系统简图。图中标出各轴号(I, II, ..., V), V 轴为主轴。各轮齿数见图。各构件的转动惯量(单位为  $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )为:电动机  $J_M = 0.0842$ ;轴:  $J_{S1} = 0.0002$ ,  $J_{S2} = 0.0018$ ,  $J_{S3} = 0.0019$ ,  $J_{S4} = 0.0070$ ,  $J_{S5} = 0.0585$ ;齿轮块:  $J_3 = 0.0030$ ,  $J_4 = 0.0091$ ,  $J_7 = 0.0334$ ,  $J_8 = 0.0789$ ;齿轮:  $J_5 = 0.0053$ ,  $J_6 = 0.0087$ ,  $J_9 = 0.1789$ ,  $J_{10} = 0.0056$ ;飞轮  $J_F = 0.1112$ ;带轮:  $J_1 = 0.0004$ ,  $J_2 = 0.1508$ ;制动器 C:  $J_C = 0.0004$ , 带的质量  $m = 1.214\text{kg}$ 。求图示传动路线以主轴 V 为等效构件时的等效转动惯量。

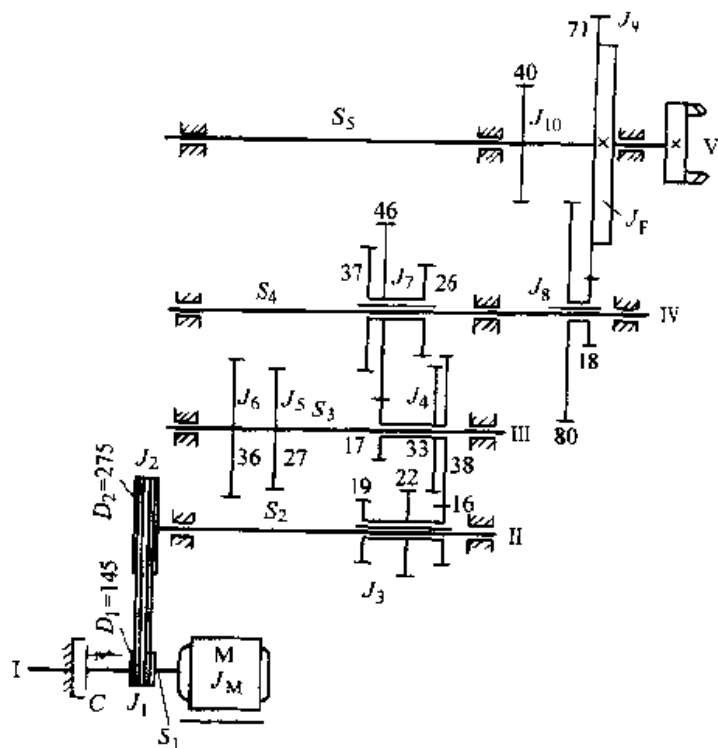


题图 6-8

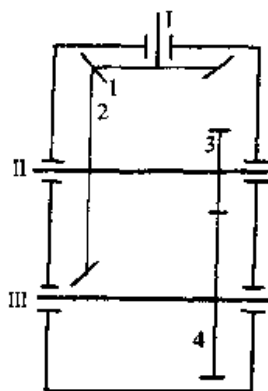
6-10 在题图 6-10 所示减速器中,已知各轮的齿数: $z_1 = z_3 = 25$ ,  $z_2 = z_4 = 50$ , 各轮的转动惯量  $J_1 = J_3 = 0.04\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $J_2 = J_4 = 0.16\text{kg} \cdot \text{m}^2$  (忽略各轴的转动惯量), 作用在轴 III 上的阻力矩  $M_3 = 100\text{N} \cdot \text{m}$ 。试求选取 I 轴为等效构件时,该机构的等效转动惯量  $J$  和  $M_3$  的等效阻力矩  $M_e$ 。

6-11 题图 6-11 所示为一简易机床的主传动系统,由一级带传动和两级齿轮传动组成。已知直流电动机的转速  $n_0 = 1500 \text{ r/min}$ , 小带轮直径  $d = 100 \text{ mm}$ , 转动惯量  $J_d = 0.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , 大带轮直径  $D = 200 \text{ mm}$ , 转动惯量  $J_D = 0.3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。各齿轮的齿数和转动惯量分别为:  $z_1 = 32, J_1 = 0.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, z_2 = 56, J_2 = 0.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, z_2' = 32, J_2' = 0.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, z_3 = 56, J_3 = 0.25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

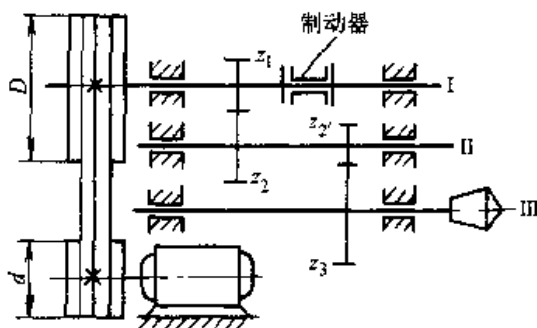
要求在切断电源后 2 秒, 利用装在 I 轴上的制动器将整个传动系统制动住。求所需的制动力矩  $M_f$ 。



题图 6-9

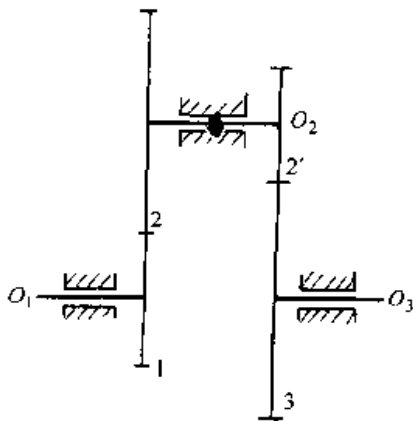


题图 6-10



题图 6-11

6-12 在题图 6-12 所示定轴轮系中,已知各轮齿数分别为: $z_1 = z_{2'} = 20$ ,  $z_2 = z_3 = 40$ ;各轮对其轮心的转动惯量分别为  $J_1 = J_{2'} = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $J_2 = J_3 = 0.04 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ;作用在轮 1 上的驱动力矩  $M_d = 60 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,作用在轮 3 上的阻力矩  $M_r = 120 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。设该轮系原来静止,试求在  $M_d$  和  $M_r$  作用下,运转到  $t = 1.5 \text{ s}$  时,轮 1 的角速度  $\omega_1$  和角加速度  $\alpha_1$ 。



题图 6-12

6-13 某机器选用交流异步电动机为原动机,电动机的额定角速度  $\omega_{H1} = 102.8 \text{ rad/s}$ ,额定转矩  $M_H = 465 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,同步角速度  $\omega_1 = 104.6 \text{ rad/s}$ ,过载倍数  $T_M = 2$ ,以电动机轴为等效构件,求当等效阻力矩  $M_r = 400 \text{ N} \cdot \text{m}$  时,该机器稳定运转时的角速度。

6-14 设机器稳定运转时主轴的角速度  $\omega = 100 \text{ rad/s}$ ,机器的等效转动惯量为常量  $J = 0.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。今用一制动器与机器主轴直接联接,制动器的制动阻力矩  $M_r = 20 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。设要求制动时间小于 3 秒。以主轴为等效构件,检验该制动器是否能满足工作要求。

6-15 设电动机的驱动力矩  $M_d = (20000 - 200\omega_1) \text{ N} \cdot \text{m}$ ,以电动机轴为等效构件算得系统的生产阻力矩为  $400 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,等效转动惯量为  $10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。试求起动后电动机转速与时间的函数关系式。



## 第七章 机械系统运动方案设计

### 第一节 机械总体方案设计

机械系统方案设计是机械产品创新与质量保证的首要环节。

一般而言，机械产品是以机械运动为特征的技术系统。故机械系统方案设计的核心是机械系统运动方案的设计，它在机械系统设计的总体中，占有十分重要的地位，也是最具创造性和综合性的内容。本章主要讨论机械系统方案设计的一些基本问题，以期对方案设计的内容、步骤和方法等有一个基本的了解，对简单机械系统的运动方案设计，特别是执行系统的方案设计具有初步的分析、设计能力。

#### 一、机械产品的设计过程

设计机械的过程并没有一个通用的固定的顺序，应按具体情况确定。机械设计的一般进程，可分为产品规划（概念设计）、总体方案设计、结构技术设计、生产施工设计（工艺设计）和改进设计五个阶段。其工作内容和任务如表 7-1 所示。

表 7-1 机械产品设计过程

设计阶段	工 作 内 容		形成文件
产品规划（概念设计）	选题	选择设计对象、提出设计题目（设想）	
	调研和预测	市场调查：进行需求、购买行为分析，作销售量预测及市场占有率预测；进行经济、社会环境分析，作产品社会效益及产品生命周期预测；进行政策、法规分析，作产品生产和销售可能性预测 技术调查：进行产品设计、制造的新技术、新材料的调研，掌握有关产品的国内外水平和发展趋势，作技术可行性预测及产品成本预测	调研报告
	确定对策	从经济、技术、市场各方面论证新产品开发的必要性和产品设计、制造、销售上各项措施实施的可能性	产品开发可行性论证报告
	确定设计任务	明确设计目标及需要达到的功能目标和性能指标	设计任务书

(续)

设计阶段	工 作 内 容		形成文件
总体方案设计	目标分析和功能原理设计	根据设计任务书中规定的设计任务, 进行功能目标分析, 作出工艺动作的分解, 明确各个工艺动作的工作原理, 提出设计、工艺等方面需要解决的关键问题	功能原理解及功能原理方案
	方案设计	拟定总体方案和基本性能参数、结构参数, 进行执行系统、传动系统的设计, 选择原动机。对完成各工艺动作和工作性能的执行机构的运动方案进行全面创新构思, 对各可行方案进行运动规律设计、机构型式设计和协调设计	总体方案示意图, 机械系统运动简图, 运动循环图, 总体方案设计计算说明书
	方案评价与决策	对各可行方案进行运动分析、动力分析及有关计算, 作模拟设计试验, 以进行功能、性能评价和技术、经济评价。在可行方案群中选择最优方案, 确认其总体设计方案	
结构技术设计	结构方案拟定	根据经济性、稳定性、运输安装、管理维修、环境保护等因素, 拟定执行系统、传动系统的结构方案以及与原动机之间联接的方案	
	造型设计	从人机工程、民族风格、用户心理感受、易操作性以及美学观念出发, 进行产品造型、色彩表面处理的设计	
	结构设计及材料选择	从加工工艺、装配工艺性、摩擦润滑、振动噪声、传热、腐蚀等因素出发, 设计零部件的结构, 确定各零件的相对位置、结构型式及联结方法	
		根据运动、动力计算, 强度和刚度计算, 选择零件材料、热处理方法和要求, 确定零部件各部分的形状、尺寸公差、精度及制造安装的技术要求。确定外购的标准件、元器件规格和技术要求	
	设计图绘制	绘制总装配图、各类系统图(包括执行系统、传动系统、控制系统、润滑系统、气液压系统、电路系统)、部件装配图和零件图。编制设计计算说明书	详细设计图样及设计说明书
施工工艺设计	工艺设计	进行加工工艺、装配工艺设计。制定工艺流程及零部件检验标准	工艺文件及工装设计图, 实验及产品使用说明书
	工装设计	进行加工、装配时必要的工具、量具、夹具和模具的设计, 包括必要的专用加工设备及装置的设计	
	施工设计	制定装配调试、试运行及性能测试的步骤及各阶段的技术指标。制定包装、运输、基础安装的要求。确定随机器提供的备件、专用工具明细表	
改进设计阶段		引入并行设计观念, 将前面各阶段的评价信息反馈到新一轮的设计中, 进行改进设计	

根据本学科的定位和任务,下面主要讨论机械总体方案设计的基本内容和基本方法。

## 二、机械总体方案设计的目的和内容

### (一) 总体方案设计的目的

总体方案设计的目的,就是通过调查研究进行机械产品规划,确定设计任务、明确设计的要求和条件,在此基础上寻求问题的解法及原理方案构思,进行功能原理设计,拟定机械功能原理方案,选择机构类型,得出一组可行的机械系统运动方案,为下一步进行详细的结构设计作好原理方案方面的准备,提出战略性、指导性的意见,也为最终进行评价、优选、决策提供诸如可行性、先进性等等相关技术原理方面详尽的科学依据。

总之,通过科学地、精心地进行产品的总体方案设计,以期达到所设计的机械产品功能齐全,性能优良,市场接受,经济效益显著,为人类造福。

### (二) 总体方案设计的内容

机械系统主要由原动机、传动系统、执行系统和控制系统所组成。总体方案设计的主要内容就是围绕这几部分的方案设计。

1. 执行系统的方案设计 主要包括执行系统的功能原理设计、动作及运动设计、执行机构的型式设计、执行系统的协调设计和执行系统的方案评价与决策。

2. 原动机类型的选择和传动系统的方案设计 其中传动系统的方案设计主要包括传动类型和传动路线的选择,传动链中机构顺序的安排和各级传动比的分配。

3. 控制系统的方案设计。

4. 其他辅助系统的设计 主要包括润滑系统、冷却系统、故障检测系统、安全保障系统和照明系统等的设计。

一般而言,传动机构是指转速变换机构,而执行机构是指运动形式和运动规律变换机构。有时,传动系统、执行系统及控制系统的界限并不能明显地划分,特别是在现代机电一体化系统中变得模糊而更具综合性。而上述各项设计内容,也必须围绕机械产品这个“整机”来进行创新设计和整体优化。

本章就是从总体方案设计提出执行系统方案设计(机械运动方案设计),重点阐明执行系统方案设计的地位、任务和内容,以达到对机械系统运动方案设计有一个较完整的了解。

## 第二节 现代设计观念与创新设计简介

机械运动方案设计是最具创新性和综合性的,是机械产品开发设计的最重要

的阶段。为完成这一设计,应采用现代设计的策略与方法,充分发挥设计者的创造才能,进行创新性设计。下面,首先简要介绍关于现代设计与创新设计的一些基本问题。

## 一、现代设计观念

### (一) 机械设计的历史回顾简述

人类的设计工作大致经历了三个阶段:

1) 直觉设计阶段。为了有效地从事生产、抵御野兽的侵害和其他部落的掠夺,早期的人们发明了弓箭、杠杆、辘轳、轮车、风车、水力机械、畜力机械等等。那时人们只是从自然现象中得到启示,或是全凭直观感觉来设计制作工具和机械。一般只知道这些工具和机械能够省力、提高工效,但不知其所以然。直觉设计往往带有一定的盲目性。

2) 经验设计阶段。自从17世纪数学与力学被人们掌握以后,人们开始运用经验数学公式来解决设计中的一些问题,如机械的运动及力的分析,材料和构件的应力和强度计算等。18世纪工业革命后,机器的创造发明层出不穷。19世纪科技发展更进一步促进设计工作的发展。这阶段设计的特点主要是依靠个人的才能和经验,运用一些基本设计计算理论,借助类比、模拟和试凑等设计方法来进行的。一般来说,经验设计只能满足基本的功能要求,但在成本、性能、质量诸方面的考虑是很不全面的。这一阶段的产品完善周期一般很长,一个产品从发明到实际应用,往往需要几十年甚至上百年的改进演变过程。

3) 半理论半经验设计阶段。本世纪初,图样设计法替代了试凑法,大大提高了设计效率 and 设计质量,减少了设计中的浪费。

这个阶段由于加强了设计基础理论和各种专业机械产品设计机理的研究,从而为设计提供了数据、图表和手册等;由于加强了关键零部件的设计研究,大大提高了设计速度和成功率;由于加强了“三化”研究,即零件标准化、部件通用化、产品系列化,进一步提高了设计的速度和质量,降低了产品的成本。这样也可以使设计减少盲目性,增加合理性。

但是,这一阶段的设计还缺乏系统化的观点,尚无创新开发的办法和综合优化的思想。因此,它还没有完全摆脱经验设计的局面

### (二) 现代设计方法的产生

如上所述,现代设计是过去设计活动的延伸和发展。20世纪50年代后期到60年代初期,由于电子计算机日渐广泛的采用,设计方法学和创造方法学的迅速发展以及科学技术的进步,使人们在掌握事物的客观规律与人的思维规律的同时,运用有关科学、技术原理进行复杂的、甚至在以前认为不可能的计算和设计,从而机械产品的设计工作发生了质的变化。大约于20世纪60年代末期,在机械产品设计领域中,国际上相继出现了一系列新兴学科分支,主要有设计方法学、优化

设计、价值工程、计算机辅助设计 (CAD)、可靠性设计、工业艺术造型设计、模块化设计、反求工程、有限元法、机械动态设计等等;还有不少新的设计方法,如相似性设计、系统化设计、并行设计、人机工程学、模态设计等等。其中不少技术已日趋成熟,并得到了广泛应用。人们把国际上新崛起的有关设计的新兴学科称为现代设计。

现代设计在设计指导思想、设计对象、设计方法和设计手段上都有着显著特点和先进性。从设计指导思想来看,它由过去的经验、类比方法提高到逻辑的理性的、系统的新设计方法;从设计对象来看,它考虑了人、机、环境的相互协调,从而发挥产品的最大潜力或提高系统的有效性;从设计方法上来看,它广泛采用优化设计、创造性设计、可靠性设计、工业艺术造型设计,并广泛应用 CAD 技术等,使设计的水平有一个质的飞跃;从设计手段上来看,它充分采用电子计算机进行计算、自动绘图和数据库管理等。这样,大大提高了设计的准确性、稳定性和设计效率,并且使修改设计十分方便。

现代设计方法在机械运动方案设计中的应用,必然会使这项设计摆脱经验、类比的局面,能够在较短的时间内得到一个较为理想的机械运动方案。

机械创新设计是现代机械设计的核心,机械系统运动方案设计的每一个环节,都包含有创新设计的内容,都离不开创造性的思维。

### (三) 机械现代设计和创新设计的特点

可概括为以下几点。

- 1) 从经验积累上升到系统理论,更具科学性;
- 2) 由漫长的相对稳定到充满活力的快速飞跃发展,更具创造性;
- 3) 从较单一的应用力学体系发展到多学科融合的系统工程,更具多元性;
- 4) 从设计的指导思想、理论体系以及设计技法、设计的物质手段都充分体现了量新的科学技术成就,更具完美性;
- 5) “以人为本”,人与自然和谐发展在现代机械设计中也得到了充分的体现;让机器的黑烟、轰鸣成为历史,设计“绿色机器”成了现代机械设计追求的目标。

现代机械设计理论与方法是一门广义的综合性学科,是科学技术发展的综合应用。既是方法学,又是决策学。

现代设计方法实质上是科学方法论在设计中的应用。当前科学方法论经聚类分析以后,可以简要归纳为具有普遍意义的:信息论方法,系统论方法,控制论方法,优化论方法,对应论方法,智能论方法,突变论方法,以及功能论、模糊论、艺术论等方法。其中特别是突变创造、智能方法、信息分析和广义优化,则起着决定性的作用。并贯穿于其他方法之中。

## 二、创造性设计与创造性思维

创造性设计是现代设计的基石。在工程设计中,无论是确定技术原理、技术

过程，还是确定系统的功能结构，乃至具体零件的尺寸、形状、制造方法等，充分发挥人的创造力，用创造性的方法求解问题，可能获得始料未及的突出效果。设计人员的大胆创新，有利于冲破各种传统观念和惯例的束缚，创造出各种原理独特、结构新颖的机械产品。

创造，就是首创前所未有的事物。人类的文明史就是一部创造史。社会就是在人类不断创造新事物以满足人类需求的活动中得到进步和发展的。创造主要靠工程设计来完成来实现。所以工程设计的根本意义就是创造。“工程”一词在拉丁文中，其原意即为创造。

从“思维心理学”角度来讲，创造是人的全部体力和智力都处于高度紧张状态下的一种活动。创造活动的进程是动态的变化的，是一个过程。它大致可以分为：准备阶段。即提出问题、收集资料和定向科学分析等；创造阶段。即构思、顿悟和发现等；整理结果阶段。即验证、评价和决策等。

创造性思维反映事物本质属性和内在、外在有机联系，是具有新颖的、广义的、可以物化的一种思想心理活动。这种思维活动具有如下特点：

(1) 独立性。就是能突破框框，敢于提出与前人、众人不同的见解，具有真知灼见。从因素分析学说研究，这种独立性又存在三种“因子”：一是“怀疑因子”，即敢于对司空见惯或完整无缺的事物提出否定或怀疑；二是：“抗压因子”，即能突破陈规陋习，锐意进取创新，勇于向旧的传统和习惯挑战；三是“自变因子”，即能主动否定自己，打破自我束缚。

(2) 连动性，也称推理性。表现在思想活跃，具有由此及彼的思维能力。对于任何现象和想法，善于由此及彼地、合理地进行逻辑思维和推理。其表现形式有三种：一是“纵向连动”，即发现一种现象后能立即推向纵深，究其根源；二是“横向连动”，当看到一个现象后，能扩展思维，想到与之相关的事物；再就是“反向连动”，即看到一个现象后，能联想到其反面。

(3) 多向性。善于从不同的角度看问题，想问题，以便寻找新的思路和解法。这种思维之所以能获得成功，主要通过下列几种途径：一是“发散”，即在一个问题面前，尽量提出多种设想和方案，拓宽选择范围；二是“换元”，即灵活地变换影响事物的诸多因素中的一个，从而产生新的思路；三是“转向”，即当思维在一个方向受阻时，便马上转向其他方向；四是“创优”，即力求寻找最优解。

(4) 跨越性。从思维进程而言，能省略思维步骤，加大思维跨度；从思维条件而言，能跨越事物可现度的限制，迅速实现事物的从“虚体”到“实体”的转化。

(5) 综合性。善于把现有的各种信息、现象、概念等加以综合概括和应用，以解决问题。这要求具备三个方面的能力：一是“智慧杂交能力”，善于提取前人智慧宝库中的精华，通过巧妙结合，形成新的成果；二“思维统摄能力”，即把大量

的概念、事实和观察材料进行分析综合，概括整理，形成科学概念和系统；三是“辩证分析能力”，即对占有的材料进行分析综合，灵活对待，从中选取有用的东西。

创造性思维，是创造性活动的源泉，是创造能力的基础。创造性思维的模式可以分为：形象思维与抽象思维；发散思维与集中思维；动态思维与有序思维等。正确的思维模式与方法能够有效地激发与发挥人的创造能力和正确地进行创造性活动。

创造性思维也是创新原理及创新方法的基础，或者说创新原理与方法是创造性思维的物化和可操作化。如综合创新与组合创新原理与方法；类比、移植创新原理与方法；转向创新原理与方法；还原创新原理与方法等，都是创新思维的体现与物化。这些创新原理与方法应用在机械运动方案设计中也是十分有效的，特别是综合与组合创新、类比与移植创新，以及根据机械的结构特点，由转向与还原创新原理派生出的演化、替代创新方法应用得更多。

### 第三节 机械执行系统运动方案设计

执行系统是机械系统中的一个重要组成部分，是直接完成机械系统预期工作任务的部分。

执行系统由一个或多个执行机构组成。执行构件是执行机构的输出构件。它是执行系统中直接完成工作任务的零部件，它或是与工作对象直接接触并携带它完成一定的动作（例如夹持、搬运、转位等），或是在工作对象上完成一定的动作（例如喷涂、洗刷、锻压等）。因而执行构件的数量及它们的运动形式及运动规律和传动特性等要求，就决定了整个执行系统的结构方案。

机械执行系统的方案设计是机械系统总体方案设计的核心，也是整个机械设计工作的基础。执行系统方案设计的好坏，对机械能否完成预期的功能目标，起着决定性的作用。

#### 一、机械执行系统运动方案设计的主要内容和过程

机械执行系统运动方案设计，是在产品规划（或概念设计）明确拟定了其功能目标后进行的。其设计的主要内容为：功能原理设计、动作及运动设计、执行机构型式设计、执行系统的协调设计、机构的尺度设计、运动和动力分析、方案评价及决策等，其过程表示在图 7-1 中。

下面，先将有关的内容作一个简单的介绍：

(1) 功能原理设计。任何一部机械的设计，都是为了实现某种预期的功能要求，包括工艺要求和使用要求。所谓功能原理设计，就是根据机械预期实现的功能，考虑选择何种工作原理（或功能原理）来实现所需的功能要求。实现某种预

期的功能要求,可以采用多种不同的工作原理。这些功能原理广义地可分为物理的、化学的和生物学的等等(在机械系统中主要是考虑物理的工作原理)。还可以更进一步划分为具体的工作原理。例如物理学的还可分为力学的、电磁学的、光学的、热学的、材料弹塑性形变的等等。而力学的还可更具体地分为摩擦的、推拉的、惯性的、重力的、吸附的、粘着的……等等。例如要求设计一个齿轮成形设备,可选择基于材料弹塑性变形原理的冲压、滚扎等;也可选择基于熔融成形原理的、化学腐蚀的、电化学的;还可以采用基于材料切削的仿形法和展成法等等。用不同的功能原理设计出的机械,其性能、结构、工作品质、适用场合等都会有很大的差异,这必须根据更具体的工作要求,如强度、精度寿命以及产量、效率、成本、环保等诸多因素综合考虑确定。同时尽可能在满足要求的前提下多采用几个方案。

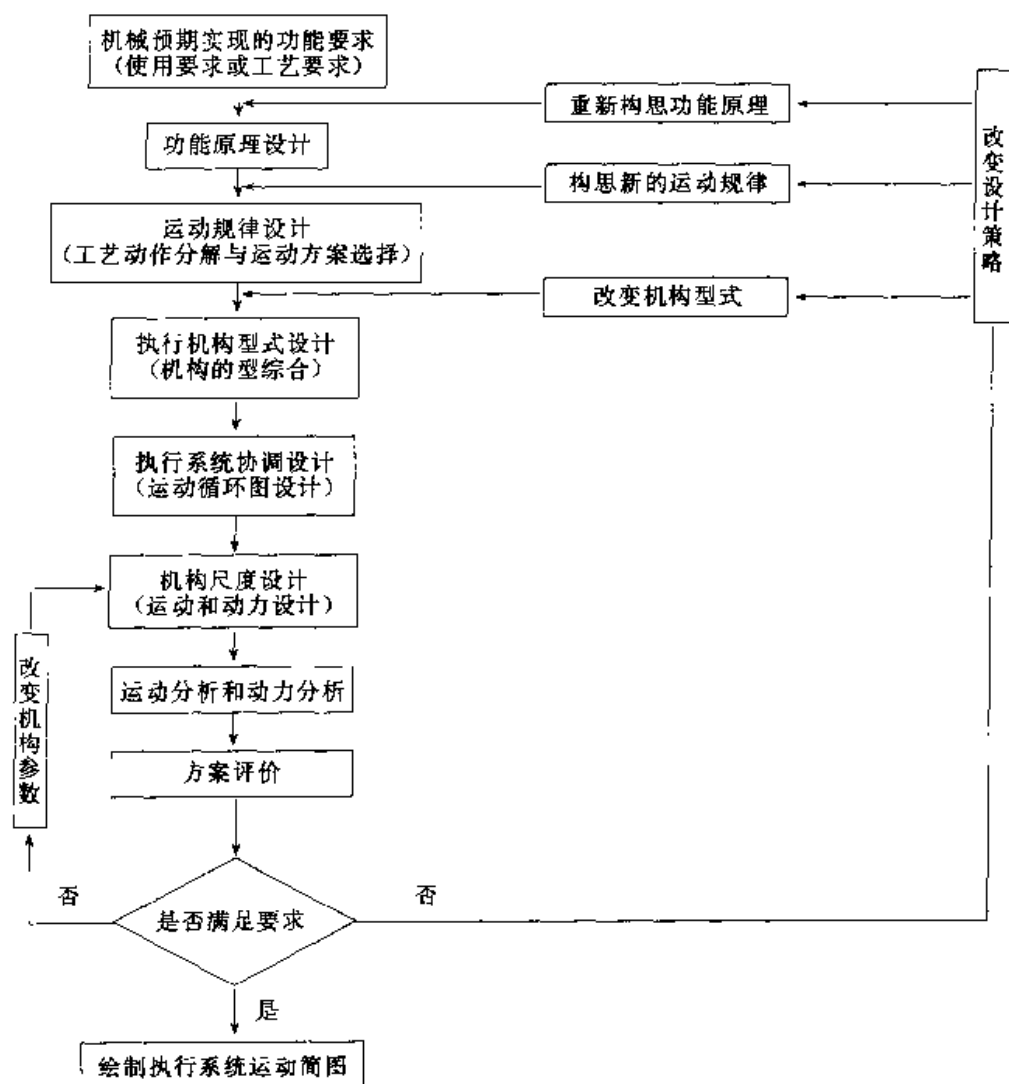


图 7-1 机械执行系统方案设计过程框图



(2) 动作及运动设计。在工作原理选定之后,要根据工艺要求进行工艺动作的分解及执行运动的确定。首先要进行工艺动作分解,例如齿轮成形选定了用展成法进行加工,则根据展成工艺,可分解为切削、分度(展成)、进刀三个工艺动作。一般工艺动作可直接作为执行运动,这就确定了该齿轮加工机床要具有三个独立的执行运动,即往复直线运动(切削)、对滚运动(展成)、径向进刀(直线)运动。执行运动确定之后,就确定了执行构件的数目。一般一个执行运动对应一个执行构件,有时也可将几个执行运动合并由一个执行构件来完成。例如齿轮加工机床,对滚运动需由刀具和工作台两个执行构件来实现;而切削和进刀则可由一个执行构件——刀具来完成。

很多情况是一个工作原理,可以有多种工艺动作分解。如切削平面,则有铣削、刨削、磨削等不同工艺,把它们分解成不同的工艺动作它们执行运动的形式和数量也不同,最后设计出的机床结构也是大不相同的。

(3) 执行机构型式设计。实现同一种运动,可以选用不同型式的机构。所谓机构型式设计,是指究竟选择何种机构来实现上述运动。例如,为了实现刀具的上下往复运动,既可以采用齿轮齿条机构和螺旋机构;也可以采用曲柄滑块机构或凸轮机构;还可以通过机构组合或结构变异创造发明新的机构等。究竟选择哪种机构,还需要考虑机构的动力特性、机械效率、制造成本等。

(4) 执行系统的协调设计。一部复杂的机械,通常由多个执行构件及执行机构组合而成。当选定执行构件及其运动后,还必须使这些执行构件的运动以一定的次序协调动作,使其统一于一个整体,互相配合,以完成预期的工作要求。例如齿轮加工机床的展成运动,必须使工作台(工件)及刀具按一定的传动比关系实现对滚运动。如果各个机构动作不协调,就会破坏机械的整个工作过程,达不到工作要求,甚至会损坏机件和产品,造成生产和人身事故。所谓执行系统的协调设计,就是根据工艺过程对各动作的要求,分析各执行构件应如何协调和配合,设计出协调配合图。这种协调配合图通常称为机械的运动循环图,作为选择执行机构型式和拟定机械运动方案的依据。它具有指导各执行机构和控制系统的设计、安装和调试的作用。

(5) 机构的尺度设计。机构的尺度设计,是对所选择的各个执行机构进行运动和动力设计,确定各执行机构(一般为运动形式变换机构)的运动学尺寸,绘制出各执行机构的运动简图。

运动形式变换机构的运动学尺寸设计,就是确定该机构构件的长度和运动学参数。如转动副间的相对位置尺寸、移动副的导路位置、高副运动副元素的几何形状及尺寸、螺旋机构的导程(或螺纹头数与螺距)、棘轮齿数及形状、槽轮机构尺寸及槽数、不完全齿轮机构的齿轮齿数及形状等。

(6) 运动和动力分析。对整个执行系统进行运动分析和动力分析,以检验是

否满足运动要求和动力性能方面的要求。

(7) 方案评价与决策。方案评价包括定性评价和定量评价。前者是指对结构的繁简、尺寸的大小、加工的难易等进行评价,后者是指将运动和动力分析后所得的执行系统的具体性能与使用要求所规定的预期性能进行比较,从而对设计方案作出评价。如果评价的结果认为合适,则可绘制出执行系统的运动简图,即完成了执行系统的方案设计;如果评价的结果是否定的,则需要改变设计策略,对设计方案进行修改。修改设计方案的途径因实际情况而异:既可以改变运动参数,重新进行机构尺度设计;也可以改变机构型式,重新选择新的机构;还可以重新进行工艺动作分解,进行执行运动设计;甚至还可以否定原来所采用的功能原理设计,重新寻找新的功能原理。

需要指出的是,选择方案与对方案进行尺度设计和性能分析,有时是不可分的。因为在实际工作中,大体尺寸还没有确定,就不可能对方案作出确切评价,确定选择哪种方案。所以,这些工作在某种程度上是并行的。

综上所述,实现同一种功能要求,可以采用不同的工作原理;实现同一种工作原理,可以选择不同的运动规律;实现同一种运动规律,可以采用不同型式的机构。因此,为了实现同一种预期的功能要求,就可以有许多种不同的方

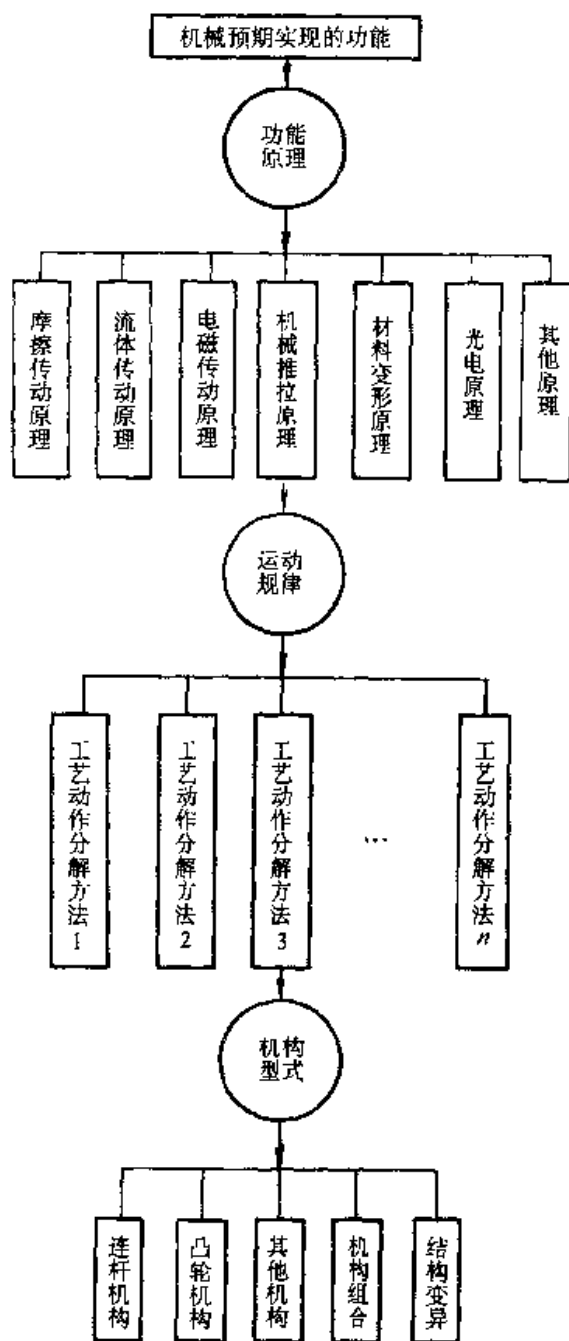


图 7-2 机械系统运动方案设计的多解性

案。机械执行系统方案设计所要研究的课题,就是如何合理地利用设计者的专业知识和分析能力,创造性地构思出各种可能的方案并从中选出最佳方案,这种方案构思的方法可以用图 7-2 来表示。

## 二、执行系统运动方案设计的思路与策略

执行系统运动方案设计的主要过程和内容前已作了概略的介绍,从并行设计

的观念出发,在设计的全过程中,相关的内容都是互相关联、互相影响的。特别是功能原理设计、工艺动作及执行运动设计和执行机构的型式设计这几个主要部分,其关联程度有时可达到难解难分的地步。因此,现将功能原理和运动规律设计放在一起讨论,以期更集中、更客观地反映它们之间的内在联系。

功能原理设计是在功能目标确定后进行的。多数情况是将总的功能目标分解成若干相关的分功能目标,选择合适的工作原理,以完成预定的功能目标。这里所说的功能原理包括有关的运动原理、力学原理、技术原理、工艺动作原理等等。选择的工作原理不同,执行系统的运动方案也必然不同。因此,功能原理设计的内容,就是根据机械预期的功能目标,构思出所有可能的功能原理,并从中分析、评价、优化筛选出既能很好地满足功能要求而工艺动作及结构型式又简单的工作原理。

而运动规律设计的根本目的,就是根据工作原理所提出的工艺要求构思出能够实现该工艺要求的各种工艺动作及对应的运动形式与规律,然后从中选取最为简单适用的作为机械的运动方案。运动方案选择是否适当,直接关系到运动实现的可能性、整机的复杂程度以及机械的工作性能,对机械的设计质量具有决定性的影响。因此,它是执行系统方案设计中十分关键的一步。

机械运动规律设计和运动方案选择所涉及的问题很多,只有在认真总结生产实践经验的基础上综合运用多方面的知识,才能拟定出比较合理的运动规律和选择出较为优秀的运动方案。在拟定和评价各种运动规律和运动方案时,应同时考虑到机械的工作性能、适应性、可靠性、经济性、先进性等多方面的因素。

为作好功能原理的构思及运动方案的选择,需要综合应用各方面的知识、经验,以及充分发挥创造才能。这是一项十分重要而又具有挑战性的工作,没有一套成熟的固定的程式。下面,提出两种基本的思路与策略。

#### (一) 巧妙的构思

确定机械的工作原理是一个严谨、巧妙的构思过程,是进行机械创新的重要内容。因此,除了认真分析机械的功能目标,详细地了解各种技术原理之外,还需要在思维方法上进行各种探索,放开思路、大胆设想,尽可能多提出一些原理方案。为进行功能原理的巧妙构思,提出以下思路。

(1) 根据设计对象的用途和要求,合理表述机械的功能目标或原理。目标既要明确、具体,又要能使设计者有发挥创造构思的空间。例如,要设计一个密封盖的夹紧装置若将功能表述为螺旋夹紧,则设计者直觉地会联想到丝杆螺母夹紧。如果表述为机械夹紧,则还可以想到其他的机械手段。如果表述得更抽象,如用压力夹紧,则思路就会更宽,就会想到气动、液压、电动等更多的技术原理。

(2) 要充分关注在进行功能原理设计和工艺动作分解时要考虑的影响因素。影响因素有:产品加工批量、品种、规格,生产率,质量与工艺要求,以及产品的材料;同时还要考虑生产流程、工艺路线及生产方式等。

(3) 确定合适的技术原理。为实现功能目标而选择的技术原理，决定着机器总体性能的品质、性能和操作方法。

图 7-3 所示为测定薄板厚度的检测仪器，选用机械传动原理或放射穿透原理，就决定了它们不同的结构方案和显示方式。

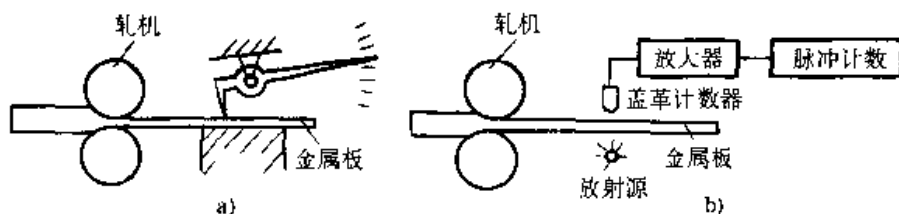


图 7-3 测厚仪原理方案

a) 机械探测 b)  $\beta$ 射线测厚

又如设计一台洗衣机，首先要确定如何去污，用冷洗还是热洗，用搓洗还是漂洗。如果用搓洗，则要设计爪、臂来实现搓洗的动作，这就是仿照人工洗衣动作的洗衣机器人，这样产品的价格就会很高。如采用合适的洗涤剂，采用水流和衣物的相对运动进行漂洗，则机构就会很简单，可制造出价格较低的洗衣机。

(4) 找准功能原理设计的原点。要善于分析综合、返本还原、找准实质。在设计中找准了原点，就是找准了实现功能目标的本质因素。

任何发明创造都有创造的原点，善于抓住实现功能目标的最本质的一环，就能把握住创造的原点。“洗衣服”这一功能要求是在不损伤衣物的情况下，将脏物从衣物上分离出来，关键就在于“分离”，可以有揉搓、刷擦、捶打；然而，如果设计洗衣机老局限在模仿人手的动作上，则因结构十分复杂而难以实现。后来人们跳出了传统的洗衣方法，从洗衣机预期实现的功能要求出发，回到了创造的原点，即从衣物上“分离”脏物，采用漂洗原理，利用一个波轮在水中旋转，形成涡流来翻动衣物，并加入洗涤剂以减小脏物与衣物的附着力，从而达到了清洗衣物的目的。不仅结构简单，而且安全可靠。家用缝纫机的发明也是一个很好的例子，人手的穿针引线只是一个动作过程，其功能目标的实质是用线将“布料夹紧”。只有在突破了模仿人手的动作而回到了创造的原点，采用摆梭使底线绕过面线将布料夹紧的工作原理，才成功地发明了家用缝纫机。

(5) 仿生法。模仿人或动物的动作进行分解，构思出实现某一预定工作原理的运动和结构。前述设计洗衣机、缝纫机不能机械地模仿人的动作，但通过分析人或生物的动作，确能给创新设计以启迪，找到解决问题的原理和运动方案。

例如人们常见的建筑工地上使用的挖土机，其运动规律就是模仿人手挖土的工艺动作，它由上臂、肘、挖斗等组成，是一种很成功的设计。又如图 7-4 所示的搓元宵机，其运动规律也是模仿人手搓元宵的动作而设计的。整个装置是由旋转圆盘 1、连杆 2 和 3、转动构件 4 和机架 5 所组成的空间五杆机构，运动由旋转圆

盘 1 输入, 通过装在圆盘外圈上的球形铰链带动连杆 3、2 和转动构件 4 运动, 从而使与连杆 3 固结的工作箱作空间振摆运动, 工作箱内的元宵馅在稍许湿润的元宵粉中经多方向滚动即可制成元宵。

(6) 充分考虑工作对象及物料的几何特性、力学特性, 有时利用被加工对象的特性参与运动往往可以简化结构。

例如图 7-5 所示加工螺纹的搓丝法就是一种高效率的方法。搓丝法是用上下两块搓丝板作往复移动, 两块搓丝板的斜槽方向相同, 搓丝时, 工件在两块之间作纯滚动, 搓丝板上的斜槽就如同一条斜线缠绕在圆柱体上一样形成了螺纹。实现这种工艺动作的机构就十分简单。

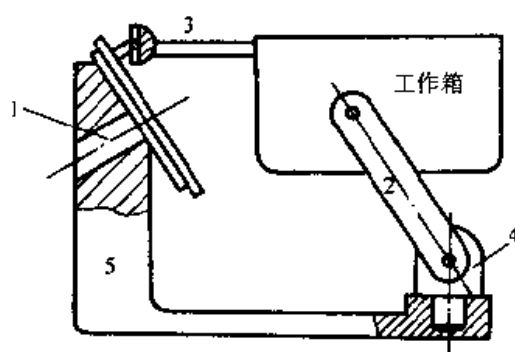


图 7-4 搓元宵机

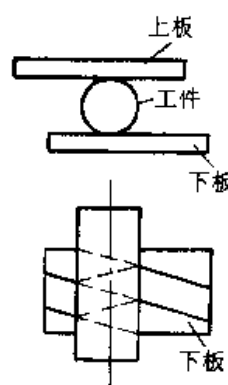


图 7-5 搓丝法

又如图 7-6 所示是一台对滚珠的圆度、表面粗糙度、材料均匀度等进行综合检测的装置。其跳动的轨迹和高度, 与滚珠的表面粗糙度、圆度以及材料的性质等有关, 于是在设计时, 对利用滚珠的弹性在平面上跳动, 根据跳动的路线来判别其是否合格, 则可使运动规律大为简化。设想用一组表面光洁的圆柱体, 按一定的距离排列, 将滚珠从某一投射角投到第一个圆柱体上, 再弹到第二个、第三个、第四个圆柱体上, 质量合格的产品最后落到预先放置的容器中, 不合格的产品则会在中途被淘汰。设计者只需要设计一个抛投滚珠的机构, 就可以代替综合检测的各种动作。这是一种奇妙的、有独创性的设计。

## (二) 功能分析与功能求解

如前所述, 所谓分析综合, 就是把机械预期的功能目标分解为各种分功能, 然后加以研究, 分析其本质, 进行各分功能原理设计, 最后把这些分功能原理综合起来, 组成一个完整的新系统。这也是一种进行功能原理设计的一种有效方法。

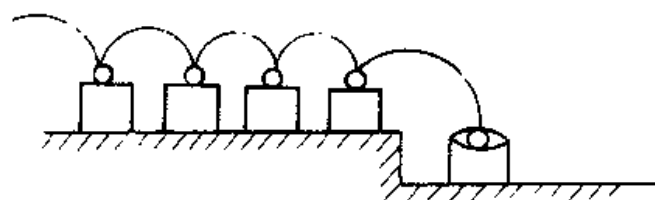


图 7-6 滚珠综合检测装置

1. 功能分析 功能分析法是系统设计中拟定功能原理方案的主要方法。一台

机器所能完成的功能，称为机器的总功能。例如缝纫机，其总功能就是缝合布料，它是由多个功能系统所组成，通过它们的协调工作来完成总功能。所以功能分析法就是将机械产品的总功能分解成若干功能元，然后求解功能元，再将其组合，可以得到满足总功能要求的多种解决方案，以供评价选择。

采用功能分析法，不仅简化了实现机械执行系统的功能原理方案的构思方法，同时也有利于依靠创造性思维，采用现代设计方法来构思和创新，易于得到最优化的功能原理方案。

功能分析法的设计步骤及各阶段应用的主要方法如图 7-7 所示。总功能的分解可以用功能树来表达其功能关系和功能元组成，如图 7-8 所示。

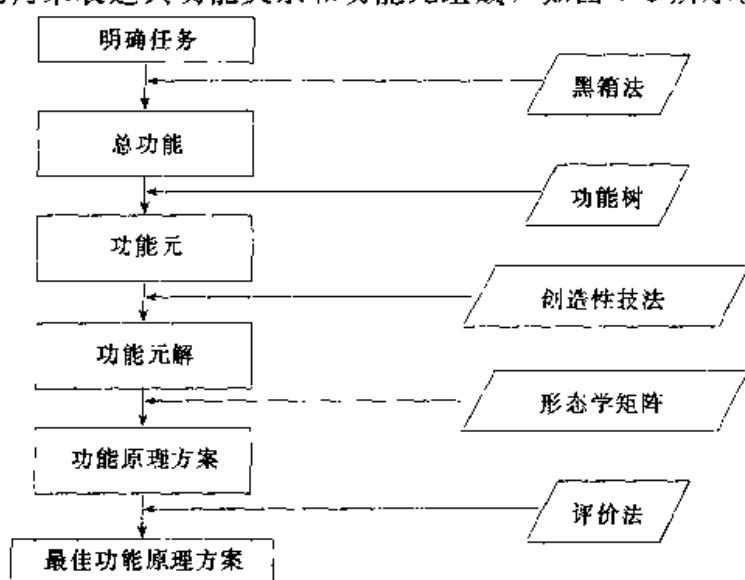


图 7-7 功能分析的设计步骤及方法

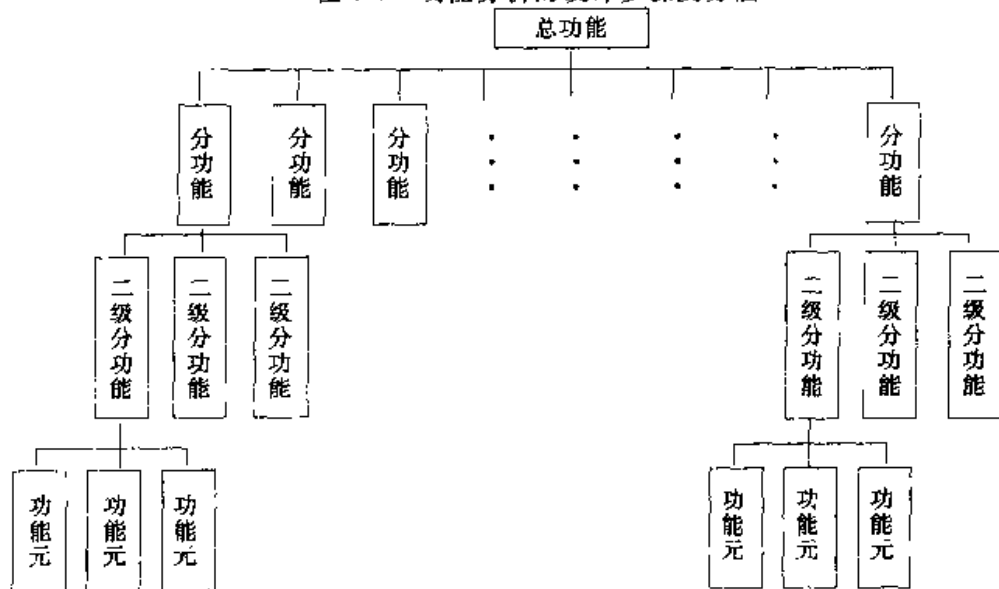
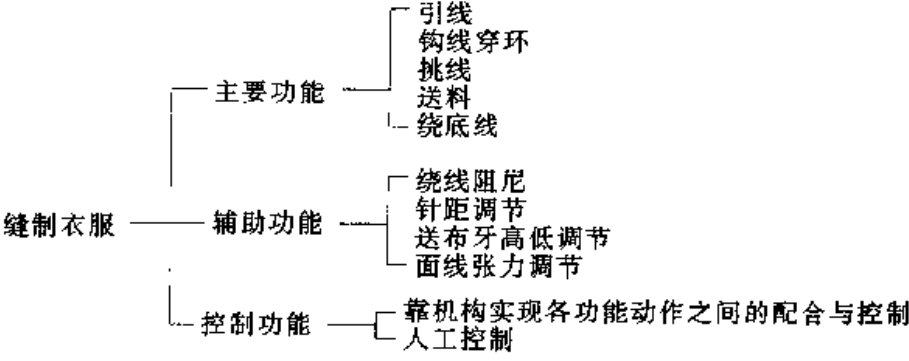


图 7-8 功能树

功能元是直接能求解的功能单元。功能树中前级功能是后级功能的目标功能，而后级功能是前级功能的手段功能。这就是功能树中前后级功能之间的关系。

下面以家用缝纫机为例说明机器的总功能如何按功能树的方式进行分解：

家用缝纫机的总功能是缝制衣服，要用多个分功能才能综合实现其总功能，可表示为



各分功能的排列方式可以分为下述三种形式如图 7-9 所示。图 7-9a 为串联（链式）结构，用于先后顺序进行的过程。图 7-9b 的主体为并联（平行）结构，用于同时进行的过

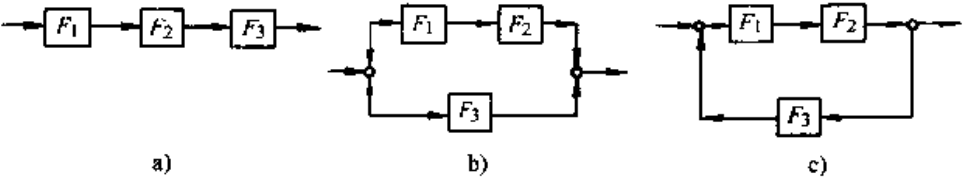


图 7-9 各分功能的排列方式

a) 串联结构 b) 并联结构 c) 环形结构

2. 功能求解 功能（功能元）求解是原理方案设计中的关键步骤。在求解过程中，应运用创造性的思维方法，利用各种创造性技法来开阔思路，参考国内外有关的图册和资料，以探索尽可能多的功能元解。为了更有效地进行功能求解，可采取以下的措施：

(1) 根据机构的基本功能，归纳整理为功能元。任何一个复杂的机构系统所要实现的运动，都可以认为是由一些基本的功能元按一定规律组成的，根据功能元就易于找到相应的功能载体，实现功能元的求解。基本的功能元及其表示符号如图 7-10 所示。

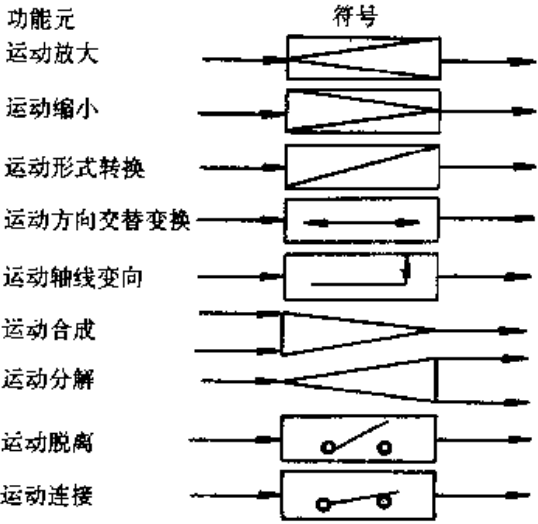


图 7-10 基本功能元及表示符号

(2) 列出功能元解的目录。为了便于设计人员进行功能原理的构思, 可以将有关的功能元解, 按一定的分类排序原则, 用矩阵表列出, 形成解的目录。

例如: 若需运动形式变换功能具有急回特性, 为了实现这一功能元, 可将所有可能的解用矩阵表的形式列出, 如表 7-2 所示。

表 7-2 具有急回特性的机构解法目录

功能元解	曲柄摇杆机构	连杆机构	偏置曲柄滑块机构	摆动导杆机构	双导杆机构	大摆角急回机构
功能元简图						

(3) 注意功能求解的技巧。在进行功能求解时, 需注意合适的工艺动作或运动方式, 先着重于它的运动设计, 然后考虑机构的综合。有以下几点值得注意:

1) 确定工艺动作时要充分注意机械自身的特点, 不能照搬手工操作的程序, 而应根据机构自身的特点将手工操作的动作变换为机构易于实现的动作要求, 只要变换的结果能体现原手工操作的效果就可以了。

2) 把复杂的运动(工艺动作)先进行分解再合成。机械最容易实现的运动是简单的转动和直线移动。因此, 要与机械的运动特性相结合, 最一般的方法是把复杂的运动要求先进行分解, 然后合成。例如, 要求设计一台计算机的绘图机, 它能按计算机的指令, 绘出各种曲线  $y=f(x)$ 。最简单的办法是把复杂的曲线运动规律, 分解成  $X$ 、 $Y$  两个方向的移动。此时, 只需让这种绘图机的纸不动, 让绘图笔作  $X$ 、 $Y$  两个方向的运动, 即可绘成各种曲线。也可以把这种曲线运动规律分解成沿  $X$  轴的移动和绕  $X$  轴的转动。此时, 只需使笔作  $X$  方向的移动, 而将纸绕在卷筒上, 让纸作往复转动也可绘成各种曲线。由此可见, 同一个运动规律, 可以分解成各种不同的简单运动, 而设计出结构完全不同而又具有相同使用效果的机构(图 7-11)。

3) 要使分解后的运动规律协调配合。运动规律分解并设计出实现各分解运动规律的机构后, 还需要有一个控制机构, 以使各分散的运动协调地工作。为了便于设计控制机构, 通常需先设计并绘制运动循环图。在控制方法上, 可以采用机械控制如分配轴等, 也可以采用电气控制, 复杂的可以采用计算机控制。



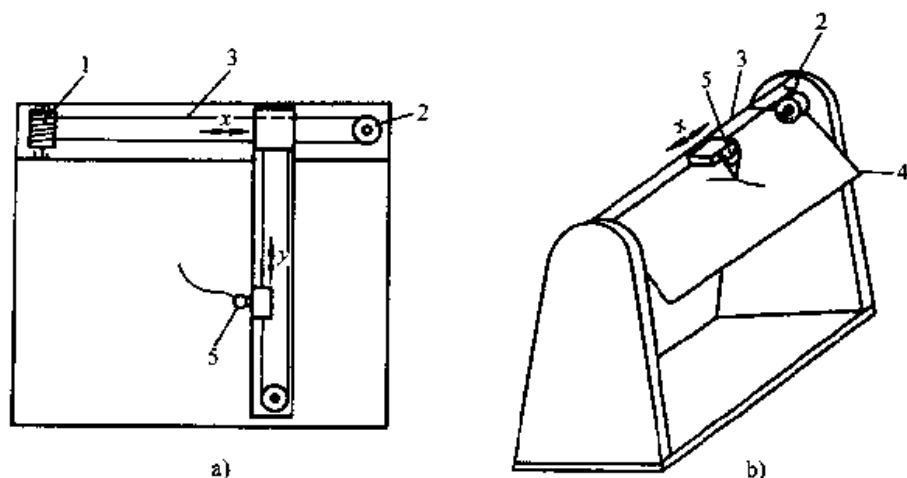


图 7-11 绘图机运动的分解

a)  $x$ 、 $y$  两方向的移动 b) 沿  $x$  轴移动, 绕  $x$  轴转动

1—主动轮 2—从动轮 3—钢丝 4—绘图纸 5—绘图笔

### 三、机械执行系统的功能原理及运动方案设计的多方案性

敢于联想畅想、开拓突破,在观察现实中联想,在学习前人的发明成果中联想,就能提出很多实现预定功能目标的功能原理来。

为实现同一预定的功能目标,可以选择不同的功能原理来实现,更多的情况是选用不同的技术原理来完成的,这也是一个客观存在的规律。下面通过若干实例来说明多方案性及在拟定方案时应注意的一些问题。

例 1 人们对斜面的应用可以说是十分充分的了,利用斜面这一功能技术原理(力学原理)特征,拓展出许多实用的机械。例如螺旋机构可作为螺旋压力机或螺旋千斤顶,利用螺旋的自锁性,制造出许多的螺纹联接件;由于其运动几何特性,既旋转又同时移动,以及螺旋面间有空隙的特点,还可以用于物料的输送和挤压,有了各种螺旋输送及挤出机与螺杆泵;利用其旋向和转向对其移动方向的影响,还可作为螺旋差动机构和微动机构、千分尺等等。

例 2 要加工一个齿轮,规定了齿轮的材料、规格以及精度要求。如用无屑加工,可以拟定出精密铸造、粉末冶金成型、滚压等工作原理。这是成型原理的不同。如采用切削加工,可以有成型法和展成法。这是产生齿形的几何原理的不同。采用成型法铣削时,还有盘状齿轮铣刀与指状齿轮铣刀的区别;采用展成法时,由于采用的相对运动原理不同,又有滚齿和插齿的区别。这不仅说明了功能原理的多方案性,也说明了通过丰富的想象,甚至突发灵感而产生新设想、新概念、新方案。灵感的产生是长期学习、积累经验、积累知识的结果。

例 3 要求设计包装颗粒糖果的糖果包装机。功能目标相同,既可以采用图 7-12a 所示的扭结式包装原理,也可以采用图 7-12b 所示的折叠式包装原理,还可以采用图 7-12c 所示的接缝式包装原理。三种包装方法所依据的工作原理不同,工艺

动作显然也不同，所设计的机械的运动方案也完全不同。

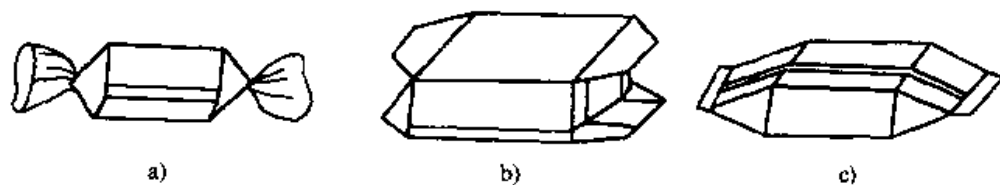


图 7-12 糖果包装的三种形式  
a) 纽结式 b) 折叠式 c) 接缝式

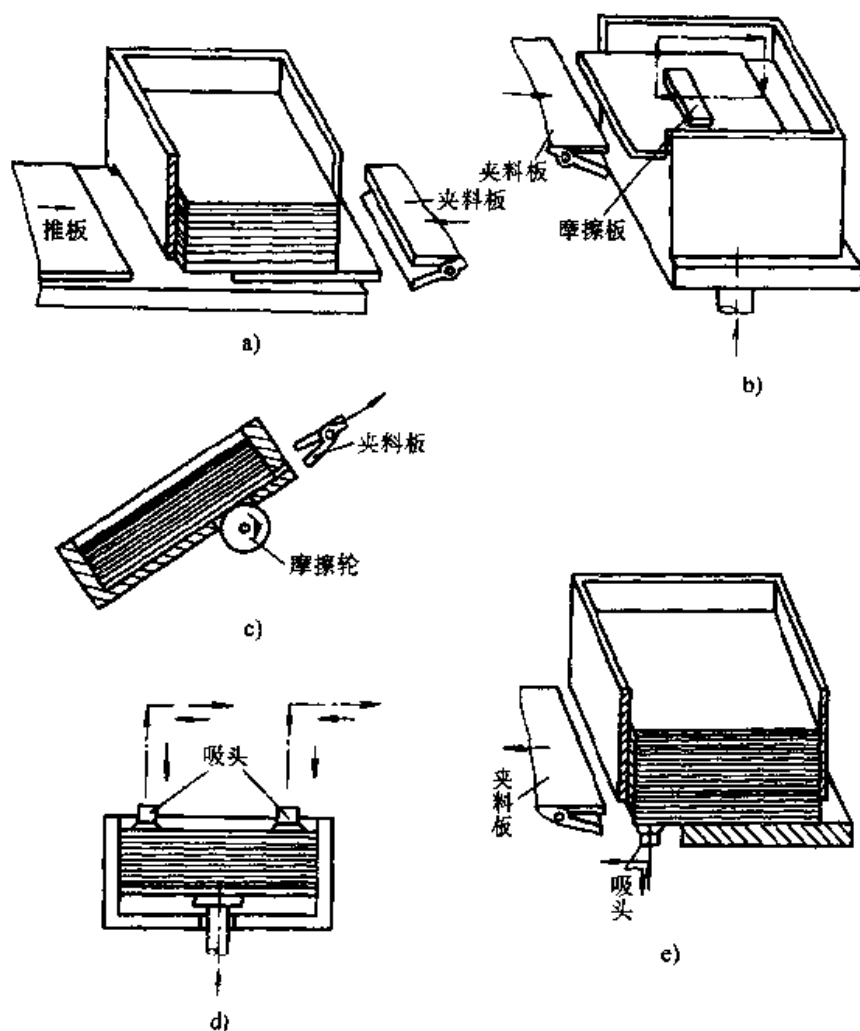


图 7-13 自动输送料板装置的功能原理

a) 机械推拉 b) 平板摩擦 c) 摩擦轮 d) 顶部气吸 e) 底部气吸

例 4 要求设计一自动输送料板的装置，既可以采用机械推拉原理，将料板从底层推出，然后用夹板将其抽走，如图 7-13a 所示；也可以采用摩擦传动原理，用摩擦板从顶层推出一张料板，然后用夹板将其抽走，如图 7-13b 所示；或用摩擦轮将料板从底层滚出，再用夹料板将其抽走，如图 7-13c 所示；还可以采用气吸原理，用顶吸法吸走顶层一张料板，如图 7-13d 所示；或用底层吸取法，吸出料板的边缘，

再用夹料板将其抽走，如图 7-13e 所示；当料板为钢材时，还可以采用磁吸原理。

上述几种工作原理，都属于力学原理，虽然都可以满足机械执行系统预期实现的功能要求，但工作原理不同，所需的运动规律也不相同，采用 7-13a 所示的机械推拉原理，只需要推料板和夹料板的往复运动，运动规律简单，但这种原理只适用于有一定厚度的刚性料板；采用图 7-13b、c 所示的摩擦传动原理，不仅需要摩擦板（或摩擦轮）接近料板的运动，还需要送料运动和退回运动等，运动规律比较复杂；采用图 7-13d、e 所示的气吸原理，除了要求吸头作 L 形轨迹的运动外，还必须具有附加的气源。

在进行机械的功能原理设计时，一定要根据使用场合和使用要求，对各种可能采用的功能原理认真加以分析比较，从中选出既能很好地满足机械预期的功能要求，工艺动作又可简便实现的工作原理。

工艺动作分解与运动方案选择有着密切的关系，同一工作原理，工艺动作分解不同则运动规律和设备结构也不同。从提高机器的可靠性考虑，实现同一机器功能时尽可能采用动作简单、工序数少的动作过程。

例如，要求设计一台加工内孔的机床，依据的是刀具与工件相对运动而形成一个内圆柱面。根据这一工作原理，加工内孔的工艺动作可以有几种不同的分解方法，得到不同的加工方案和不同的设备，各种方案各具特点，适用范围也不一样。

1) 车床的方案。是让工件作连续等速转动，刀具作纵向等速移动；为了得到所需的内孔尺寸，刀具还需作径向进给运动。工艺动作的这种分解方法，就得到如图 7-14a 所示的镗内孔的车床的方案。

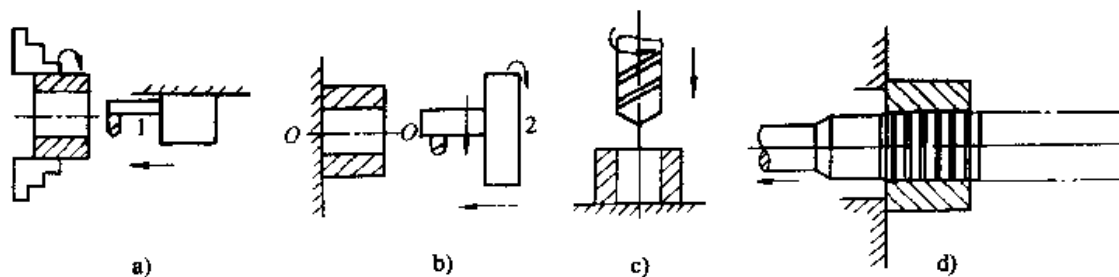


图 7-14 内孔加工的不同方案

a) 车床 b) 镗床 c) 钻床 d) 拉床

2) 镗床的方案。第二种分解方法是让工件固定不动，使刀具既绕被加工孔的中心线转动，又作纵向进给运动；为了得到被加工孔的直径，刀具还需作径向调整运动。这种分解方法就成了如图 7-14b 所示的镗内孔的镗床的方案。

3) 钻床的方案。第三种分解方法是让工件固定不动，而采用不同尺寸的专用刀具——钻头和铰刀等，使刀具作等速转动并作纵向进给运动，而不需要达到孔径尺寸要求的径向进给运动。这种分解方法就形成了如图 7-14c 所示的加工内孔

的钻床的方案。

4) 拉床的方案。第四种方法是让工件和刀具均不转动, 而只让刀具作直线运动。这种分解方法就形成了图 7-14d 所示的拉床方案。

以上车、镗、钻、拉方案各具特点, 适用范围也不一样。当加工小的圆柱形工件时, 选用车床镗内孔的方案比较简单, 即使稍大的圆柱形工件, 也可以采用立式车床的方案; 当加工尺寸很大且外形复杂的工件时 (如加工箱体上的主轴孔), 由于将工件装在机床主轴上转动很不方便, 因此可以采用镗床的方案; 钻床的方案取消了刀具的径向调整运动, 工艺动作简化了, 但带来了刀具的复杂化, 且加工大的内孔有困难; 拉床的方案动作最简单, 生产率也高, 但所需拉力大, 刀具价格昂贵且不易自制, 拉削大零件和长孔时有困难, 在拉孔前还需要在工件上预制出拉孔和工件端面, 且一般适用于大批量的精加工。所以在进行运动规律设计和运动方案选择时, 应综合考虑各方面的因素, 根据实际情况对各种运动规律和运动方案加以认真分析比较, 从中选择出最佳方案。图 7-15 为平面加工所采取的不同方案, 并得到了牛头刨床和龙门刨床。

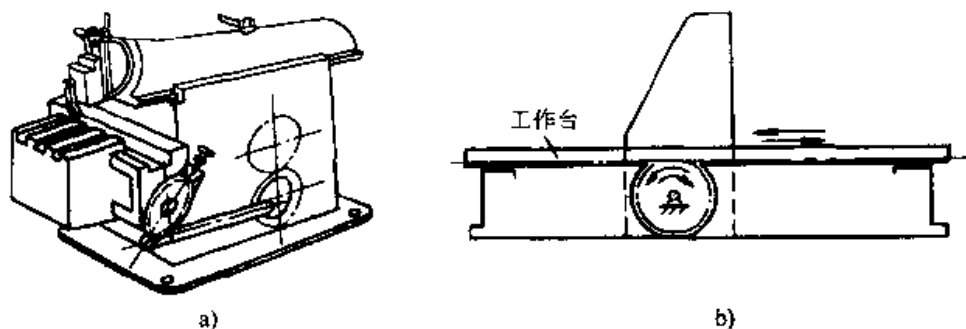


图 7-15 平面加工的不同方案

a) 牛头刨床—刀具往复 b) 龙门刨床—工件往复

#### 四、执行机构的型式设计与创新

当把机械的整个工艺过程所需的动作或功能分解成一系列基本动作或分功能, 并确定了完成这些动作或功能所需的执行构件数目和各执行构件的运动规律后, 即可根据各基本动作或功能的要求, 选择或创造合适的机构型式来实现这些动作了。这一工作称为执行机构的型式设计, 又称为机构的型综合。

执行机构型式设计的优劣, 将直接影响到机械的工作质量、使用效果和结构的繁简程度。它是机械系统方案设计中举足轻重的一环, 也是一项极具创造性的工作。

##### (一) 执行机构型式设计的原则

机械系统运动方案设计的目的是要实现一定的工艺动作过程, 整个工艺动作过程往往可分解为若干个执行构件的运动, 这些运动是按一定动作顺序来完成的。按机器的运动方案设计要求, 针对不同的执行构件运动形式和运动规律, 应选择

相应的合适的执行机构。执行机构选型，一般应考虑以下原则：

(1) 满足执行构件的工艺动作和运动要求。满足执行构件所需的运动要求，包括运动形式、运动规律或运动轨迹方面的要求，是执行机构型式设计时首先要考虑的最基本因素。

(2) 尽量简化和缩短运动链，选择较简单的机构。实现同样的运动要求，应尽量采用构件数和运动副数最少的机构。其好处是运动链短，结构简单，可降低制造费用；减轻机械重量；有利于减少运动副摩擦带来的功率损耗，提高机械的效率；有利于减少运动链的累计误差，从而提高传动精度和工作可靠性；有利于提高机械系统的刚性。

图 7-16a、b 分别为精确的和近似的直线导向机构的简图，实际上，由于前者复杂，可能会造成相当大的累积误差，所以宁愿选用后者。

图 7-17 所示为完成同样冲压工作的两种机构型式方案。从图中可以看到，在保证曲柄转速相同的前提下，图 7-17b 所示的机构简化了，机械的重量也减轻了。

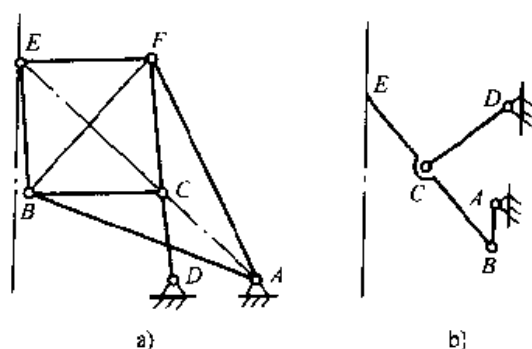


图 7-16 直线机构  
a) 精确直线机构 b) 近似直线机构

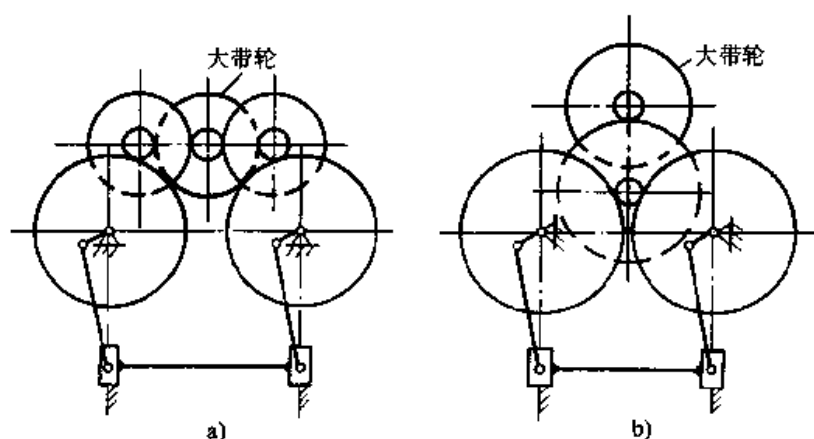


图 7-17 冲压床传动系统的配置  
a) 分路驱动 b) 集中驱动

(3) 尽量减小机构的尺寸。图 7-18a 所示为驱动机械中用作执行构件实现往复移动的对心式曲柄滑块机构，由图中可以看出，若欲使滑块行程为  $s$ ，则曲柄长度应为  $s/2$ 。若利用杠杆行程放大原理，采用图 7-18b 所示的机构，并使  $DC=CE$ ，则使滑块实现同样的行程  $s$ ，曲柄长度约为  $s/4$ ，连杆尺寸也相应减小了；为了达到同样的目的，也可以利用齿轮倍增行程原理，采用图 7-18c 所示的机构，当活动齿条的行程为  $s$  时，齿轮中心的行程为  $s/2$ ，曲柄长度可减到  $s/4$ 。

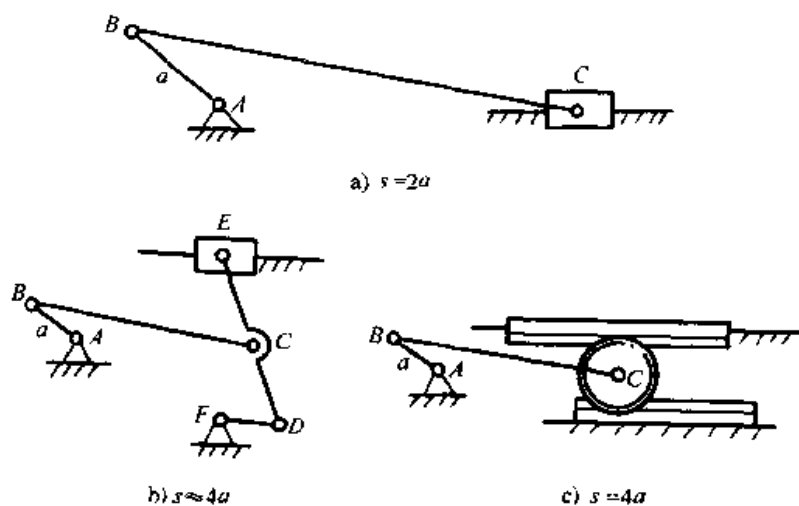


图 7-18 行程扩大机构

(4) 选择合适的运动副形式。运动副在机械传递运动和动力的过程中起着重要的作用，它直接影响到机构的结构形式、传动效率、寿命和灵敏度等。

一般来说，转动副易于制造，容易保证运动副元素的配合精度，且效率较高；同转动副相比，移动副元素制造较困难。

(5) 考虑动力源的形式。原动机的选择应有利于简化结构和改善运动质量。选择合适的动力源，有利于简化机构结构和改善机械性能。在进行执行机构型式设计时，应充分考虑工作要求、生产条件和动力源情况。当有气、液源时，常采用液压和气动机构，这样既可以简化机构结构，省去许多电动机、传动机构或转换运动的机构，有利于操作，也有利于调节速度和减振。特别是对于多个执行机构的工程机械、自动生产线或自动机等，更应优先考虑这些因素。例如为了使执行构件 K 作等速往复直线运动，既可以如图 7-19a 所示的那样采用电动机作为动力源，也可以如图 7-19b 所示的那样采用往复式油缸作为动力源。由图中可以看出，若采用图 7-19a 所示的方案，不仅需要单独的电动机和传动机构（图中未画出）驱动原动件，而且还需要采用连杆机构把转动变为执行构件的近似等速往复移动；而采用图 7-19b 所示的液压驱动方案，不仅可以用一个动力源驱动多个执行构件，而且机构简单、结构紧凑、体积小，反向时运转平稳、易于调节移动速度。

(6) 使执行系统具有良好的传力和动力特性。为了提高机构的效率和改善机构的动力性能，在进行执行机构型式设计时，应注意选用具有最大传动角、最大增力系数和效率较高的机构，如牛头刨床上采用的导杆机构。这样可减少主动轴上的力矩和原动机的功率及机构的尺寸和重量。

机构中若有虚约束，则要求提高加工和装配精度，否则将会产生很大的附加内应力，甚至会产生楔紧现象而使运动发生困难。因此，在进行执行机构型式设计时，应尽量避免采用虚约束。若为了改善受力状况、增加机构刚度或减轻机构

重量而必须引入虚约束时，则必须注意结构、尺寸等方面设计的合理性，必要时还需增加均载装置和采用自调结构等措施。

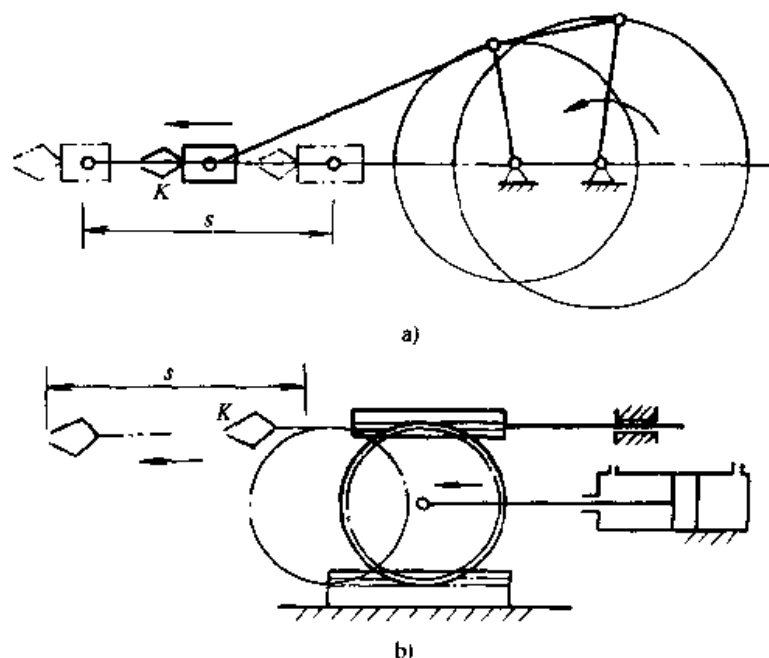


图 7-19 不同的驱动方案

a) 电动机作动力源 b) 往复液压油缸作动力源

对于机械中高速运转的机构，如果作往复运动或平面复杂运动的构件惯性质量较大，或转动构件上有较大的偏心质量，则易于在机械运转过程中产生较大的动载荷，引起振动、噪声及使效率降低。应该选择较易于进行动力平衡或质量分布较合理的机构。

为了改善机械的动力学性能，还应优先选用近似等速运动或加速度较小，变化连续的机构；要尽量选用无急回或急回较小的机构；还要考虑机构的结构刚度及移动副的间隙等因素。

(7) 使机械具有调节某些运动参数的能力。在某些机械的运转过程中，有些运动参数（如行程）需要经常调节；而在另一些机械中，虽然不需要在运转过程中调节运动参数，但为了安装调试方便，也需要机构中有调节环节。在这些情况下，进行执行机构型式设计时，要考虑使机构具有调节功能。

机构运动参数的调节，在不同情况下有不同的方法。一般来说，可以通过选择和设计具有两个自由度的机构来实现。两自由度的机构具有两个原动件，可将其中一个作为主原动件输入主运动（即驱动机构实现工艺动作所要求的运动），而将另外一个作为调节原动件，当调节到需要位置后，使其固定不动，则整个机构

就成为具有一个自由度的系统。在主原动件的驱动下，机构即可正常工作。

图 7-20a 所示为一普通的曲柄摇杆机构，其摇杆的极限位置和摆角均不能在运转过程中调节。若将其改为图 7-20b 所示的二自由度机构，取 a 为原动件，b 为调节原动件，则改变构件 b 的位置，摇杆的摆角和极限位置就会发生相应的变化。调节适当后，即可使构件 b 固定不动，整个机构就变成了单自由度 II 级机构。

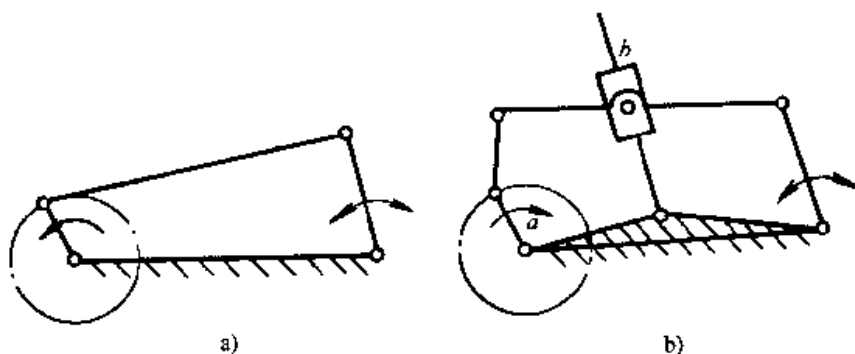


图 7-20 输出运动可调机构

a) 普通的曲柄摇杆机构 b) 摇杆摆角可调机构

(8) 保证机械的安全运转。在进行机械执行机构型式设计时，必须考虑机械的安全运转问题，以防止发生机械损坏或出现生产和人身事故。例如，为了防止机械因过载而损坏，可采用具有过载保护性的带传动或摩擦传动机构；又如，为了防止起重机械的起吊部分在重物作用下自行倒转，可在运动链中设置具有自锁功能的机构（如蜗杆蜗轮机构）。

以上介绍了执行机构型式设计时应遵循的一些基本原则。在设计时，应综合考虑，统筹兼顾，根据设计对象的具体情况，抓住主要矛盾，有所侧重。

## (二) 执行机构的选型

所谓机构的选型，是将前人创造的数以千计的各种机构，按照运动特性或动作功能进行分类，然后根据设计对象中执行构件所需要的运动特性和动作功能，考虑前述原则，进行搜索、选择、比较和评价，选出执行机构的合适型式。

(1) 按照执行构件所需的运动形式和运动变换功能的要求，从各种常用机构中进行选择、分析和比较。满足运动形式和功能变换的要求，是执行机构选型首先要考虑的因素。为便于选型，在表 7-3 中列出了执行构件常见的运动形式及相关的机构举例，可供选型时参考。

按执行构件所需运动形式进行机构选型，方便、直观。在此基础上可进一步进行改型、创新。除表中所列举的机构外，还可在各种机构设计手册中查寻。

从机构所能实现的运动变换功能来分析，除前述运动形式变换外，还有以下



几种运动变换功能及其对应的机构（举例）。

表 7-3 常见的运动形式及相关的机构

运动形式		机 构 示 例
连续转动	定传动比匀速	平行四杆机构、双万向联轴器机构、齿轮机构、轮系、谐波齿轮传动机构、摩擦传动机构、挠性传动机构
	变传动比匀速	轴向滑动圆柱齿轮机构、混合轮系变速机构、摩擦传动机构、行星无级变速机构、挠性无级变速机构
	非匀速	双曲柄机构、转动导杆机构、单万向联轴器机构、非圆齿轮机构、某些组合机构
往复运动	往复移动	曲柄滑块机构、移动导杆机构、正弦机构、移动从动件凸轮机构、齿轮齿条机构、斜块机构、螺旋机构、气动机构、液压机构
	往复摆动	曲柄摇杆机构、双摇杆机构、摆动导杆机构、曲柄摇块机构、空间连杆机构、摆动从动件凸轮机构、某些组合机构
间歇运动	间歇转动	棘轮机构、槽轮机构、不完全齿轮机构、凸轮式间歇运动机构、某些组合机构
	间歇摆动	特殊形式的连杆机构、摆动从动件的凸轮机构、齿轮-连杆组合机构、利用连杆曲线圆弧段或直线段组成的多杆机构
	间歇移动	棘齿条机构、摩擦传动机构、从动件作间歇往复运动的凸轮机构、反凸轮机构、气动机构、液压机构、移动杆有停歇的斜面机构
预定轨迹	直线轨迹	连杆近似直线机构、八杆精确直线机构、某些组合机构
	曲线轨迹	利用连杆曲线实现预定轨迹的连杆机构、凸轮-连杆组合机构、齿轮-连杆组合机构、行星轮系与连杆组合机构、行星轮系
特殊运动要求	换向	双向式棘轮机构、定轴轮系（三星轮换向机构）
	超速	齿式棘轮机构、摩擦式棘轮机构
	过载保护	带传动机构、摩擦传动机构
一般平面运动	刚体位置和姿态	平面连杆机构的连杆、行星轮系和齿轮-连杆组合机构

- 1) 实现运动合成与分解的机构（如差动轮系，差动螺旋等）；
- 2) 实现运动轴线变换的机构（如空间齿轮传动，摩擦传动，气液传动等）；
- 3) 实现转速变换的机构（例如所有非匀速变换机构）；
- 4) 实现运动分支、连接、离合、过载保护等其他功能的机构和装置。

从运动变换的角度来看，任何一个复杂的执行机构都是由一些基本机构（如四杆机构、凸轮机构、齿轮机构、五杆机构、差动轮系等）所组成，这些基本机构的原动构件和从动构件运动形式不一，原动构件多数为连续匀速转动或往复移动，而从动构件则各式各样。它们具有如图 7-10 所示的进行运动转换（运动变换和传递动力）的基本功能。而一个机械系统从原动机到各个执行构件，就是这些能实现功能运动变换的单元所组合起来的功能运动链。

从前述可知，满足同一运动形式和功能要求的机构可以有多种，而一个机械

系统通常又是由实现多种运动功能要求的机构协调构成的。如何求得多方案，并从中进行优选，这是一个十分重要的问题。下面介绍一种常用的方法。

(2) 按功能转换形态学矩阵组合优选执行机构。在根据生产工艺和使用要求进行执行机构型式设计时，可首先认真研究它需要实现的总体功能。一般情况下，总体功能往往可以分解成若干分功能。这样的分解可以用下述形式来表达：

$$U = (U_i) \quad i=1, 2, m \quad (7-1)$$

即总体功能  $U$  是由若干分功能  $U_i$  组成的。而每一个分功能又可以用不同的机构来实现，即

$$T_j = (t_{1j}, t_{2j}, t_{mj}) \quad j=1, 2, n \quad (7-2)$$

式中  $T_j$ ——能够完成该分功能的机构的集合；

$t_{ij}$ ——对应于一个能完成分功能  $U_i$  的机构；

$m$ ——能实现该分功能的机构数目。

若用  $U_i$  定义行， $T_j$  定义列， $t_{ij}$  为元素构成矩阵，则可以得如下所示的功能转换形态学矩阵：

$$(U-T) = \begin{bmatrix} t_{11} & \cdots & t_{1j} & \cdots & t_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_{i1} & \cdots & t_{ij} & \cdots & t_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_{m1} & \cdots & t_{mj} & \cdots & t_{mn} \end{bmatrix} \quad (7-3)$$

由于能够实现各分功能的机构数目并不相等，因此，通常将能实现某一分功能的最多机构数定为  $n$ ，少于  $n$  的分功能的元素项  $t_{ij}$  用零表示。

由于总体功能是由若干分功能组成的，因此，只要在矩阵的每一行任找一个元素，把各行中找出的机构组合起来，就组成一个能实现总体功能的方案。根据这一原则，可得到的方案总数为

$$N = n^m \quad (7-4)$$

当然，由于有些机构具有多种分功能（如曲柄滑块机构既有运动形式变换功能，又有运动轴线变向功能），因此可能会出现重复方案；由于矩阵中有些元素为零，因此有些方案不可能成为有效方案。所以  $N$  个方案并不是都能成立。尽管如此，这一方法还是为设计者寻求多种供分析和选择的方案提供了一条有效的途径。

从功能转换形态矩阵中得出许许多多组合方案后，先从中剔除一些明显不符合要求的方案，然后按照上述的原则，即可筛选出一些较合理的由一些基本机构组合成的方案，以供进一步评价。




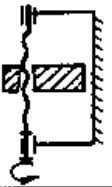
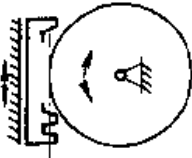
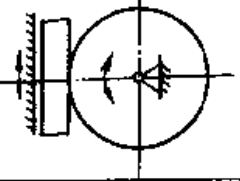
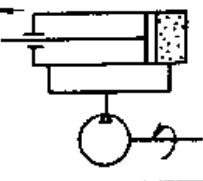

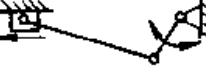
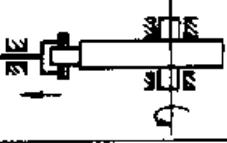
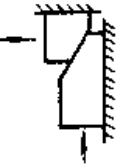
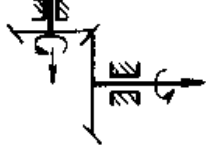
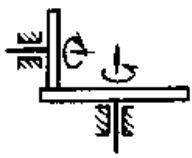


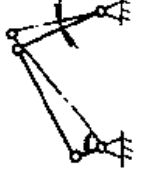
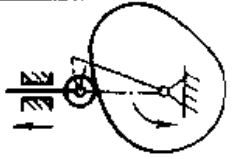
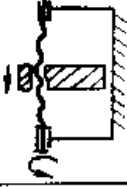

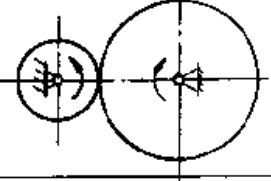

传动原理	推拉传动原理			啮合传动原理	摩擦传动原理	流体传动原理
	机构	连杆机构	凸轮机构	螺旋、斜面机构	齿轮机构	摩擦轮机构
						
						
						

图 7-21 加压执行机构功能形态学矩阵

下面以能锻出高精度毛坯的精锻机的主机构的选型为例,来说明用这种方法形成方案的具体过程。

精锻机主机构的总体功能是当加压执行构件(冲头)上下运动时,能锻出精度较高的毛坯。根据空间条件,驱动轴必须水平放置,加压执行构件沿铅垂方向移动。按照这些要求,该执行机构应具有以下三个基本功能:

- 1) 运动形式变换功能。将转动变换为移动。
- 2) 运动轴线变向功能。将水平轴运动变换为铅垂方向运动。
- 3) 运动位移或速度缩小功能。减小位移量(或速度),以实现增力要求( $F = W/s = P/v$ )。

根据以上分析,可画出完成加压执行机构总体功能的功能转换形态学矩阵,如图 7-21 所示。由于矩阵中三个分功能的排列次序是任意的,故变更这三种基本功能的排列次序,可得到如图 7-22 所示的六种基本功能结构。其中 I、II、III 三种结构是先将转动变为移动,在移动状态下再改变运动方向;IV、V、VI 三种结构是在转动状态下改变运动方向后才变换为移动;I、II、IV 是在移动状态中增力;III、VI、V 则是在转动状态中增力。

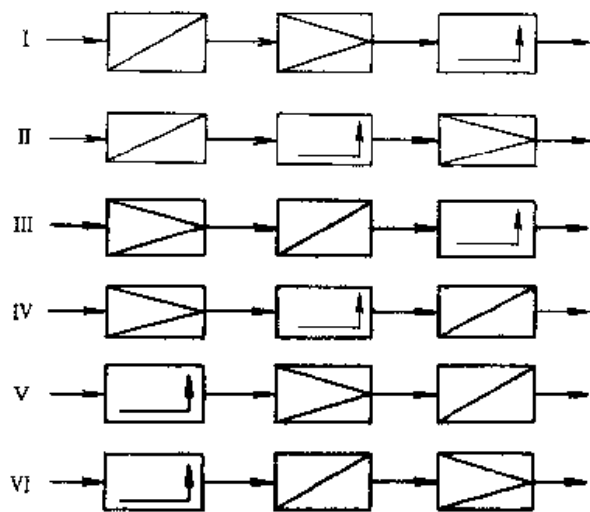


图 7-22 六种基本功能结构

只要在图 7-21 所示的功能转换形态学矩阵中的三个分功能中各任选一个机构,就可以组合成一个能实现总体功能的执行机构方案,故可得到  $N=6^3=216$  个方案。在这众多的方案中先剔除重复的或不合适的方案,然后按上述原则并结合精锻机的具体情况,选择合适的方案。

例如,若要求机构的结构尽可能简单,则可选择矩阵中的第一列(连杆机构)和第二列(凸轮机构),由于它们都同时兼有这三种基本功能,因此只要从中选择一个机构,就能完成设计要求中的三种功能,故这是所有方案中结构最简单的方案。但是,由于凸轮机构是高副接触,接触点压力过大,故不宜采用;曲柄滑块机构虽具有压力大、效率高等优点,但其刚度较小,也不宜用于要求锻出较高精度毛坯的精锻机上。因此,需要在功能变换形态学矩阵图中另选一些刚度较高的机构组成新的方案。图 7-23 列出四种方案:方案 A 采用曲柄滑块机构实现运动形式变换功能和运动大小变换功能,采用刚度很高的斜面机构实现运动轴线变向功能和运动大小变换功能,该方案由于采用斜面机构而增强了系统刚度,因经过两次运动大小变换而增加了锻压力;方案 B 采用曲柄滑块机构实现运动形式变换功能,采用液压机构实现运动轴线变向功能和运动大

小变换功能,可得到较大的锻压力;方案C采用曲柄摇杆机构实现运动大小变换功能,采用摆杆滑块机构实现运动形式变换、运动轴线变向和运动大小变换三种功能,由于该方案经过两次运动大小变换;故具有较大的压力,但系统刚度较差;方案D采用摩擦轮机构实现运动轴线变向功能,采用螺旋机构实现运动形式变换功能和运动大小变换功能,由于螺旋机构有很好的运动大小变换功能,故该方案可产生很大的锻压力。

以上四种方案均能满足工作所提出的锻压要求,故均可作为初选方案,以供作进一步评价和优选。

上述机构选型的两种方法,只要所选的机构能够实现预期的工作要求、结构简单、性能优良,且用得巧妙,其本身也是一种创新。

### (三) 机构构型的创新设计

先从常用机构中选择一种功能和原理与工作要求相近的机构,然后在此基础上重新构造机构的型式,称为机构的构型创新设计。

从思维法则看,机构构型的创造性技法主要有扩展法、组合法、变异法几种;而从机械学这个较为专业的角度来看,主要有以下的常用方法:

#### 1. 充分利用现有机构的运动和结构特点创新机构

利用现有机构,充分考虑、认识、挖掘现有机构的运动特点,各构件相对运动的关系及特殊构件的形状等,发挥现有机构的潜力,可创新设计出新的机构。

如图7-24所示的双摇杆机构,利用构件BC整周转动来带动摇杆AB的来回摆动,使风扇在高速转动的同时来回摇动。这种机构是利用连杆和摇杆的摇动特点构成风扇的摇头结构。

如图7-25所示的铰链四杆机构,利用连杆BC的导引运动来实现汽车发动机罩壳的开启、关闭的两个位置。其中弹簧的位置、弹簧的刚度要使罩壳在开启时能处于力平衡状态,在关闭时能有一定锁紧力。这种机构是利用连杆的导引运动特性构成的罩壳启、闭机构。

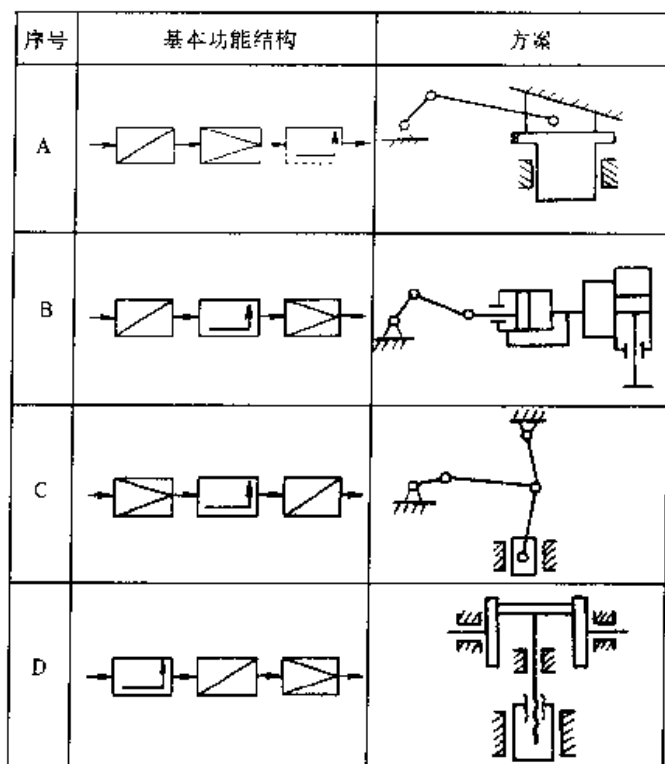


图 7-23 精锻机的四种方案

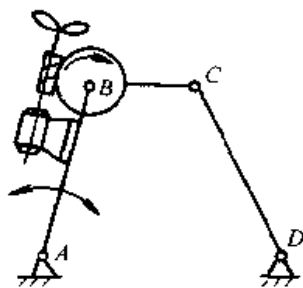


图 7-24 双摇杆机构  
(风扇摇头机构)

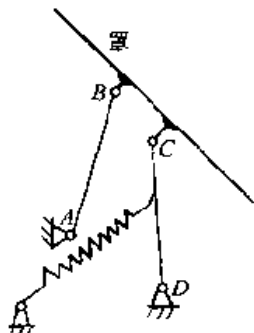


图 7-25 铰链四杆机构  
(汽车发动机盖)

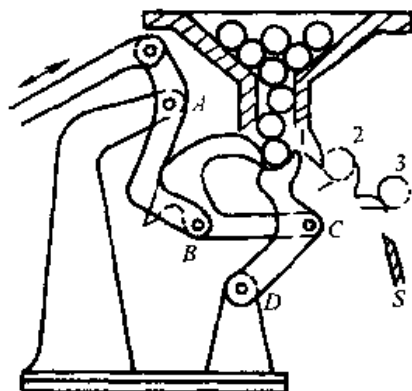


图 7-26 分送工件的  
铰链四杆机构

还可利用两构件相对运动关系设计构思机构。如图 7-26 所示的铰链四杆机构，利用摇杆和连杆的特殊形状和运动关系，得到一个分送工件的机构。图中，在位置 1 上将一个圆柱形工件接住；在位置 2 上将圆柱形工件送出，并且挡住料斗内其余工件，在位置 3 上将圆柱工件送到滑板  $S$  处滑下。这一构思是将铰链四杆机构中的连杆的运动功能与摇杆的运动功能两者有机地组合起来达到分送工件的作用。这是用简单的机构完成较为复杂的动作过程，其构思思路很有参考价值。

图 7-27 所示为一新型抓斗机构，与常用的图 7-28 所示的平面四杆机构的抓斗有较大差异，它的基本构件型式是周转轮系 1—2—3，1、2 为齿轮，3 为转臂。转臂 3 扩展为抓斗的左侧爪。再加上对称的两边连杆 4、5 可使左右两侧爪对称动作。绳索 6 可控制两侧爪的开或闭。这一新型抓斗机构的创新构思，是应用了简单的周转轮系，将齿轮 2 和转臂 3 的构形和功能加以扩展，利用两构件的运动关系而成，其巧妙之处就是既简单又实用。

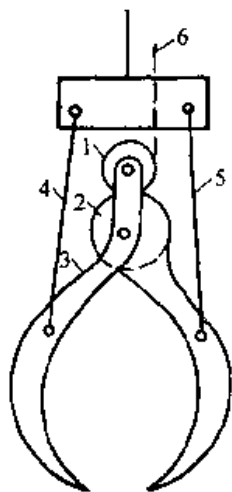


图 7-27 新型抓斗机构

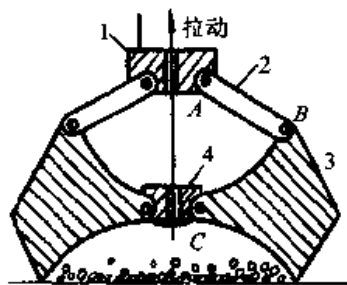


图 7-28 抓斗机构  
(摇杆滑块机构)

利用成型固定构件,在机架上安装斜面、圆弧等成型零件,使之参与相对运动过程,有时会起到意想不到的简化机构的作用。在轻工业生产中,如糖果、饼干、香烟、香皂等的裹包和颗粒状、液体状食品的制袋充填等工艺动作都比较复杂。为实现包装机械等比较复杂的工艺过程,如果按通常的工艺动作过程分解方法,对每个动作采用一个执行机构来完成,那么机械中的机构型式就很多,结构便很复杂。所以要求机构型式简单、合理、新颖,采用一些特殊形状固定模板来完成某些工艺动作是方法之一。

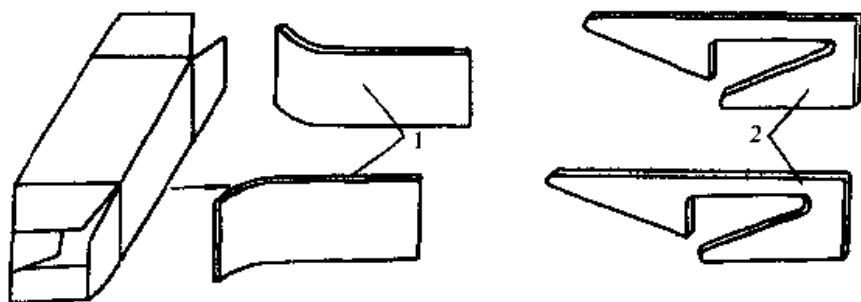


图 7-29 折边式包裹包装和模板

对于折边式包裹包装机,在进行侧面上下折边和折后端左右边角时,都是用移动凸轮机构的原理来完成的。此时已折成如图 7-29 左图所示情况,接下来应完成折后端左右角和上下端折角这两个动作。为了简化机构,我们可设计两对特殊形状的固定模板 1 和 2,此时只要将裹包包装物体向右推动,通过固定模板 1 就完成后端左右边角的折角动作;再向右推动,通过固定模板 2 就完成上下端折角动作。这种构思的方法,使折边式裹包机大为简化,且动作的可靠性提高。

## 2. 利用基本机构构型的变异设计新机构

1) 机构局部结构的改变。改变机构局部结构,可以获得有特殊运动性能(如具有停歇运动特性)的机构。

如图 7-30 所示为左边极限位置附近有停歇的导杆机构。其做法是将导杆槽的中间某一部分做成了圆弧形,且圆弧半径等于曲柄 1 的长度,而圆心在  $O_1$ 。

2) 机构运动副类型的变换。改变机构中的某个或多个运动副的型式,可创新出不同运动性能的机构。通常的变换方式有两种:一

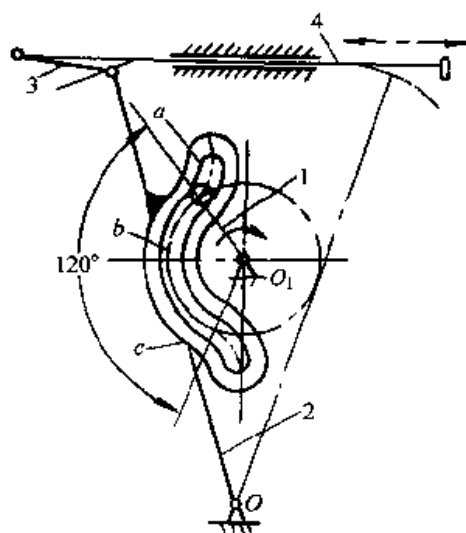


图 7-30 有停歇特征的导杆机构

种是转动副与移动副之间的互换；另一种是高副和低副之间的变换（参看第一章有关内容）。

3) 利用由运动链形成机构的原理进行机构创新。在第一章中曾提及，运动链可以认为是机构的结构方案，同一运动链，取不同构件为机架和原动件，再通过运动副的演化和代换，将创造出许多性能和用途不同的机构来。这是创新机构的一个行之有效的的重要途径。下面通过一个实例来说明其创新过程。

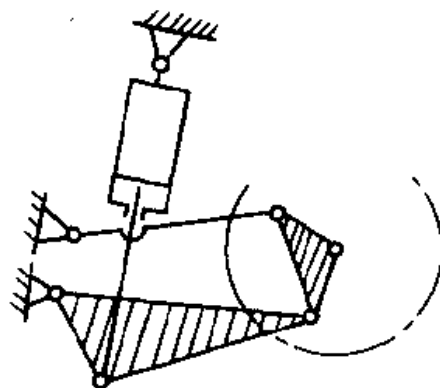


图 7-31 车轮减震机构

如图 7-31 所示为一车轮减震机构。若将组成此机构中的某些特定的完成所需功能的构件和运动副经过排列组合，可列出近百种新的减震机构，然后根据实际使用条件、加工制造难易等各种因素选出 6 种新的减震机构供选用（如图 7-32 所示）。

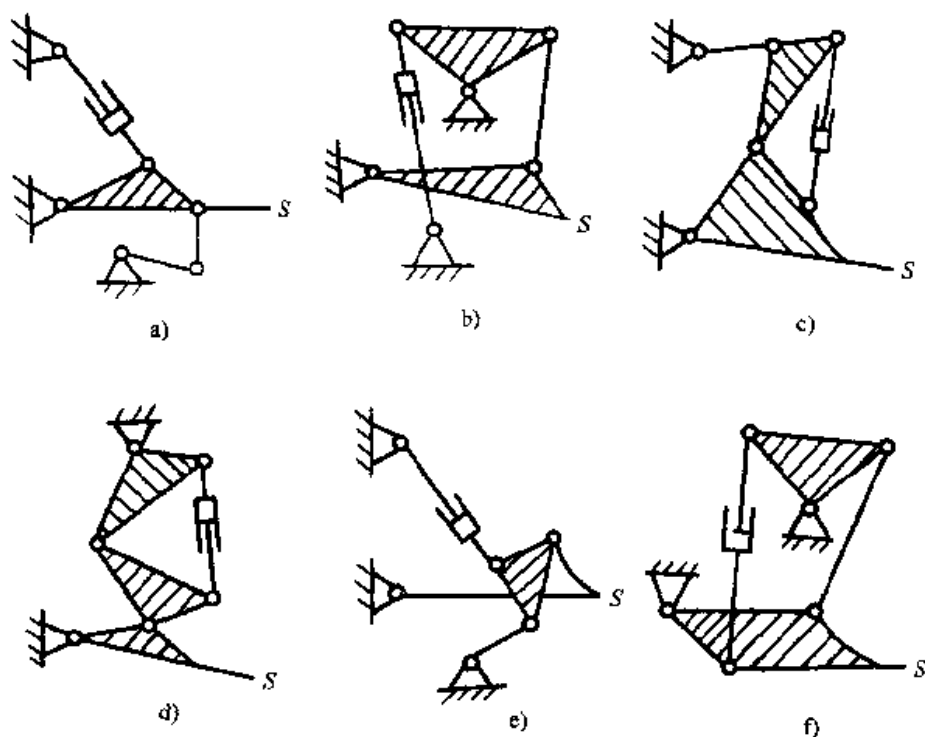


图 7-32 车轮减震机构的 6 种方案

上述的机构类型创新设计可按如图 7-33 所示程序，推导出所有和原始机构具有相同功能构造的新机构。



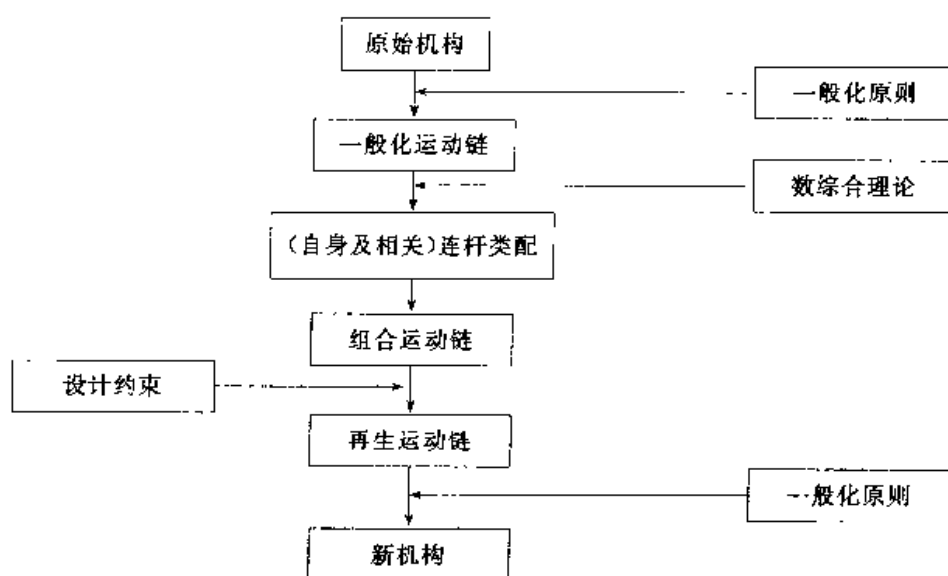


图 7-33 机构类型创新设计程序

下面以越野摩托车尾部悬挂装置的创新设计为例来说明上述步骤。

(1) 原始机构。图 7-34 表示越野摩托车尾部悬挂装置的原始机构。其中, 1 为机架, 2 为支承臂, 3 为摆动架, 4 为浮动杆, 5、6 分别为吸震器的活塞和气缸。

(2) 设计约束。为对新机构类型创新提供依据, 对尾部悬挂装置订出几个设计约束:

- 1) 必须有一个固定杆作为机架;
- 2) 必须有一个吸震器;
- 3) 必须有一个安装后轮的摆动杆;
- 4) 固定杆、吸震器和摆动杆必须是不同的杆件。

(3) 一般化运动链。一般化运动链是只有连杆和转动副的运动链, 根据原始机构按照: 解除原机架为一般构件, 所有“非转动副”转化为转动副; 保持运动链的自由度不变, 构件的运动副元素数量及各构件的邻接关系不变的原则, 即可得到如图 7-35 所示的一般化运动链。

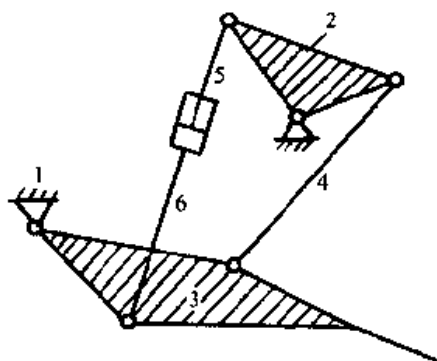


图 7-34 越野摩托车尾挂原始机构

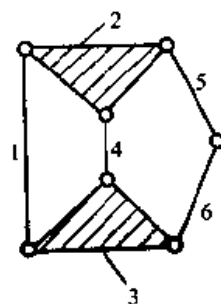


图 7-35 一般化运动链

然后根据在保持构件数 ( $N=6$ )、构件类型  $N_3=2$ ,  $N_2=4$  及运动副数  $p=7$  不变的原则下, 找出与之类似的其他运动链。这样即可得到六个构件、七个铰链的两种(含原自身运动链)运动链(图 7-36)。

(4) 根据前述约束条件, 为便于利用找到的一般化运动链进行新机构的创新设计, 按照演化、变异、替代等原理, 把运动链中不同构件指定为机架, 吸震器及摆动杆, 并分别标上  $G_r$ 、 $S_s$  及  $S_w$  等符号, 得到特殊形式的所谓再生运动链(图 7-37)。

(5) 将再生运动链图功能结构化, 即可得到所需要的机构简图。例如再给定安装车轮的摆杆, 则图 7-37 中的 a、b、d、f、h、i 均满足, 把它们按约束条件功能结构化后, 即可得到如图 7-32 所示的 6 种适用的新机构。

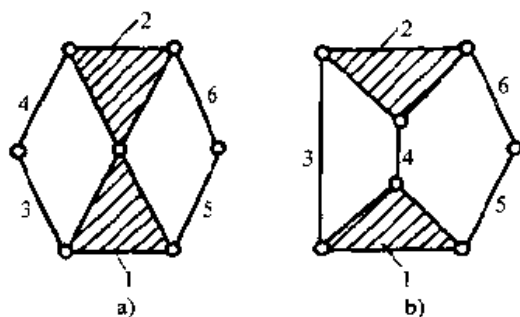


图 7-36 一般化运动链的两种结构

a) watt 链 b) stephenson 链

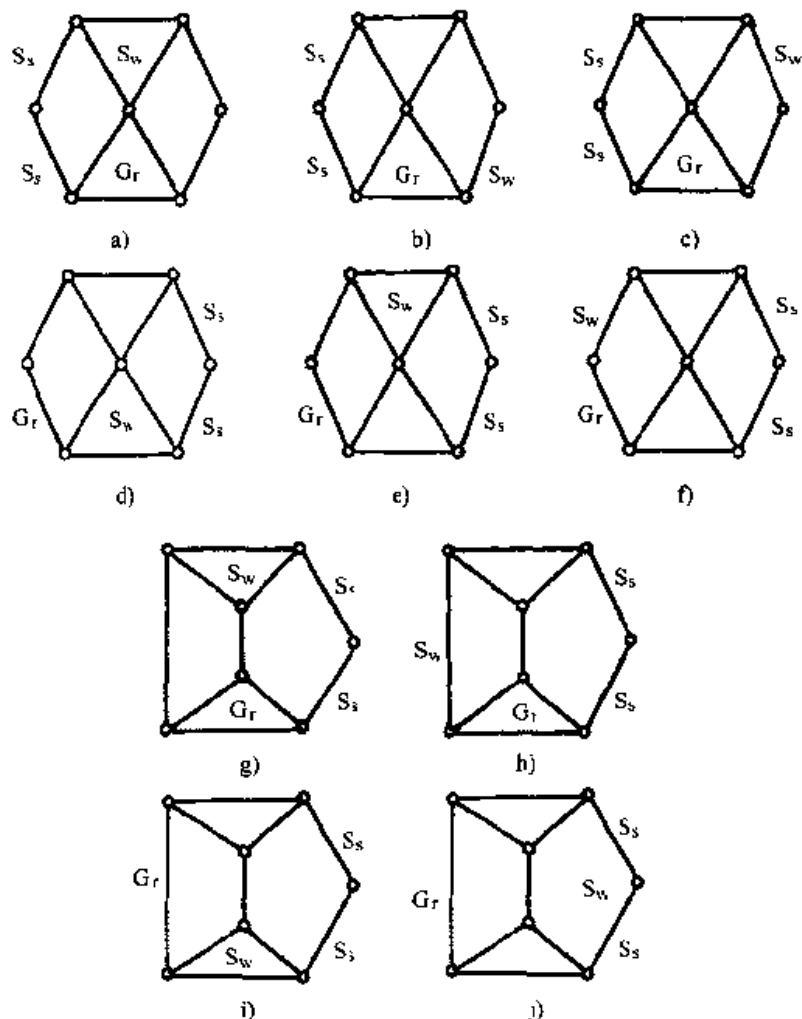


图 7-37 赋予功能构件后的再生运动链

#### (四) 机构组合创新

机构的组合是指将几个基本机构按一定的原则或规律组合成一个复杂的机构或机械系统。如凸轮连杆机构是由凸轮机构和连杆机构组合而成的；现代的机械产品，它们都是用多种基本机构组合来实现某种复杂的运动要求。人们常将某些由基本机构组合而成的，具有特殊运动和动力学特性，可以如同其他基本机构一样、作为机械中一个典型机构来应用的组合系统称为“组合机构”（如实现长停歇的、实现步进式运动的、实现某些特殊轨迹的等）。不论是为了获得满足一定功能要求的机械运动方案，或是为了获得新的机构，基本机构的组合，都是一种重要而且有效的机械创新设计的途径与方法。

基本机构主要是指连杆机构、凸轮机构、齿轮机构、间歇机构等。这些基本机构应用很广，但随着生产过程机械化、自动化的发展，对机构输出的运动和动力特性提出了更高的要求，而单一的基本机构具有一定的局限性，使其在某些性能上不能满足要求。例如连杆机构在高速运转时需要解决动平衡问题，一些特殊的运动规律用单一的连杆机构也难以实现；凸轮机构虽然可以实现任意运动规律，但行程不可调，且行程也不可能增大；齿轮机构虽然具有良好的运动和动力特性，但运动形式简单；棘轮机构、槽轮机构等间歇运动机构其运动和动力特性均不理想，具有不可避免的冲击、振动，以及速度和加速度的波动。为了解决这些问题，必须进行机构的组合创新设计，充分利用各种基本机构的良好性能，改善它们的不良特性。运用机构的组合原理构造出既满足工作要求，又具有良好运动和动力特性的新机构或执行机械系统。

机构的组合，其实质就是通过各种基本机构间一定形式的相互联接，实现前置输出运动的变换、迭加和组调，从而得到整个组合系统的输入-输出不同于任何基本机构的运动学、动力学特征的新的机构或机械系统。根据各基本机构间运动作用机理的不同，可划分为以下几种组合方式：

(1) 串联式机构组合。这是最基本、最常见的组合方式。如图 7-38a 的框图所示，它是由两个以上基本机构依次串联而成。前一机构的输出构件和输出运动，即是后一机构的输入构件和输入运动。如图 7-38b 所示的转动导杆机构 1—2—3—6 与对心式曲柄滑块机构 3—4—5—6 的串联组合，不仅使本来无急回特性的对心式曲柄滑块机构具有急回特性，而且使滑块在工作行程中的较大范围内近似等速移动，整个机构具有良好的传力性能和力的机械效益。图 7-38c 所示组合则显著地扩大了输出杆 5 的行程。图 7-38d 则可实现输出杆较长时间的近似停歇运动。图 7-38e、f 则是基础机构（最终输出运动的基本机构）自由度为 2 及不同种类机构的串联组合。它们可以实现输出构件带停歇的特殊运动规律。

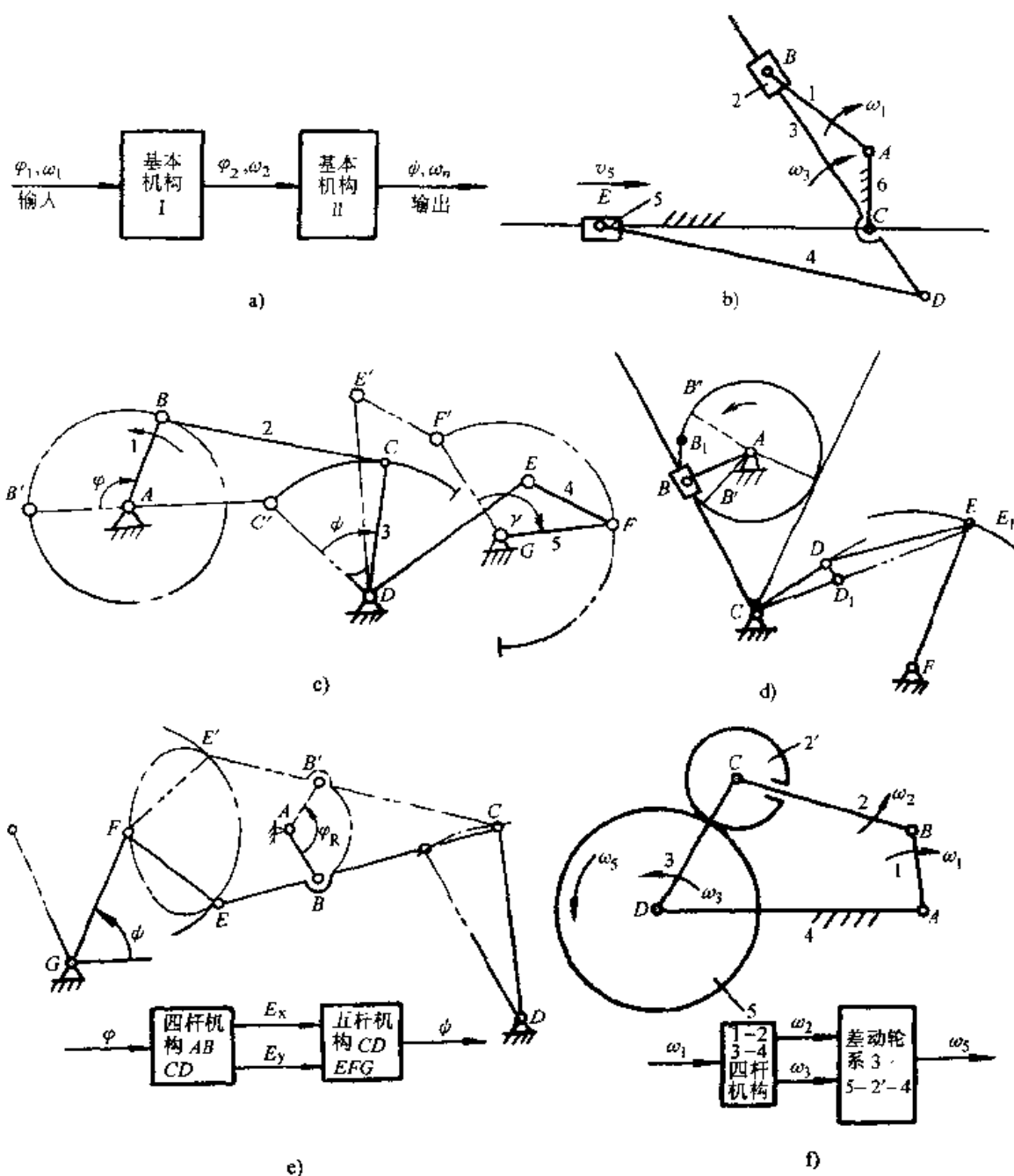


图 7-38 机构的串联组合  
 a) 串联组合框图 b) 急回组合 c) 扩大行程组合 d) 实现停歇组合  
 e) 长停歇组合 f) 连杆-齿轮组合

串联组合机构的运动分析是首先对与原动机联接的基本机构进行分析, 然后依串联顺序逐级分析, 直至基础机构, 求出整个组合机构的运动参数。而综合则是按与运动分析相反的顺序进行。例如如图 7-38b 所示串联六杆机构, 给定了滑块行程  $H$ ,  $DE$  杆与滑块间的最小传动角  $\gamma_{\min}$  及行程速度变化系数  $k$ , 要求确定各杆长。该机构中对心式曲柄滑块机构  $CDE$  为实现将转动转换为移动的基础四杆机构, 故首先根据设计要求对它进行综合。显然,  $L_{CD} = H/2$ , 根据该种机构最小传动角

出现在曲柄与滑块导路相垂直的位置关系,即可确定连杆长  $L_{DE} = H/2\cos\gamma_{\min}$ 。然后再综合确定转动导杆机构  $ABC$ 。其综合的基本依据必然是其从动杆——转动导杆的运动规律要求。对这一具体六杆机构,还给定  $k$ 。因为对于对心式曲柄滑块机构,如果  $CD$  作等速转动,则滑块的往复移动是没有急回特性的,故为了达到  $k$  的要求就只能使  $CD$  作非匀速运动,也即是要由转动导杆的非匀速运动来提供。所以  $ABC$  转动导杆机构就应按行程速比系数  $k$  来设计。

(2) 并联式机构组合。其组合框图如图 7-39a 所示。原动机的运动通过  $n$  个并列基本机构的传递和转换,成为  $n$  个不同规律的运动再输入具有  $n$  个自由度的基础机构,汇集成一个运动输出。这  $n$  个并列机构的输入运动可以由一个原动机的运动分流驱动,也可以是由  $n$  个原动机分别驱动。这类机构多为不同类别机构的组合。图 7-39b 为连杆-齿轮机构的组合。图 7-39c 为连杆-凸轮机构的组合。

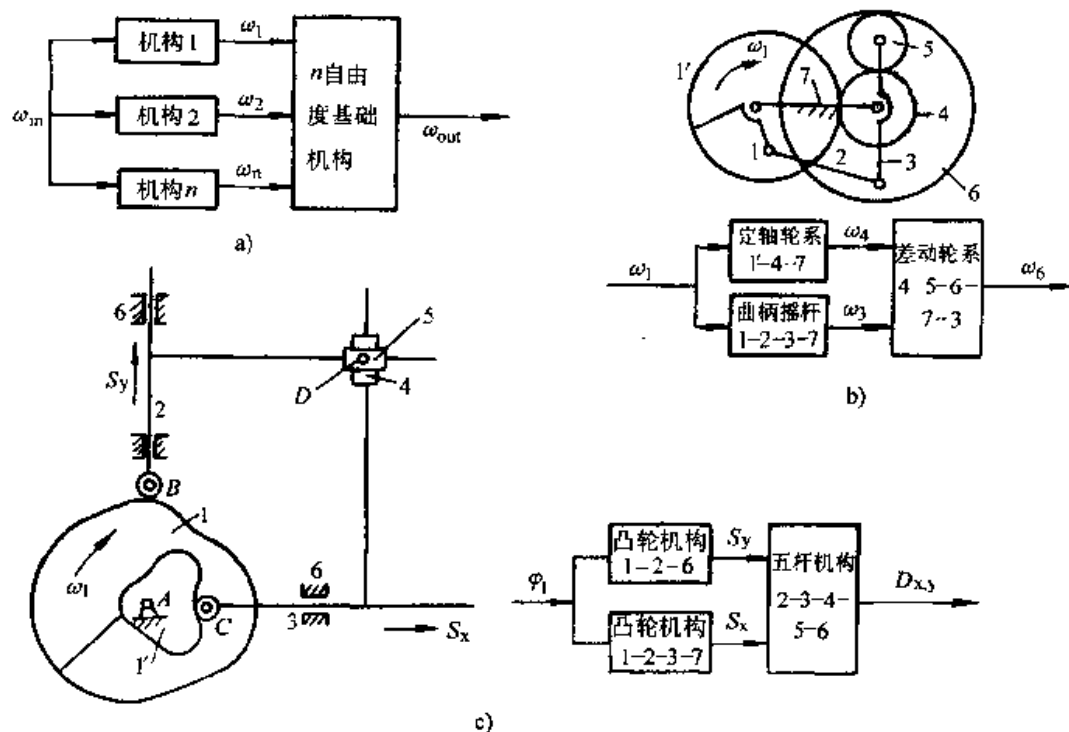


图 7-39 机构的并联组合

a) 组合框图 b) 连杆-齿轮机构的组合 c) 连杆-凸轮机构的组合

这类组合机构,既可实现复杂的运动函数,也可用于实现特殊的复杂轨迹。其分析与综合的顺序与前类组合机构相似。并联组合的基础机构必然是自由度大于 1 的,它可实现运动的合成,也可以实现运动的分解。因此,在综合时,首先确定多自由度基础机构的尺寸,然后使其输出构件按给定的运动规律运动,即可返回求出其必须的  $n$  个输入运动的规律或它们之间的关系,从而得到各并联机构的综合目标。例如,要求实现一“步进轨迹”,如图 7-40a 所示,选定了一自由度为 2 的缩放机构为基础机构,其由 4 个转动副联接所形成的闭环为一平面四边形。图

7-40a 的输入运动为二相互垂直方向的直线移动, 图 7-40b 则为绕  $D$  点的两个摆动。则当其尺寸确定后, 在  $M$  点沿给定轨迹运动时, 即可分别求出所需的两个输入运动  $S_x$ 、 $S_y$  及摆角  $\varphi_{DE}$ 、 $\varphi_{DG}$  作为设计二并列输入机构的依据 (例如如图 7-40b, 分别是由曲柄摇杆机构  $ABCD$  及摆动凸轮机构  $ADH$  所实现的)。

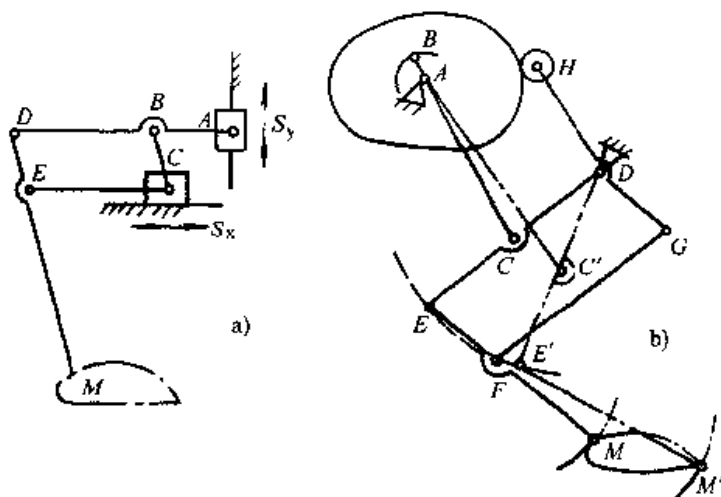


图 7-40 实现“步进轨迹”机构的两种方案

a) 分解为  $S_x$ 、 $S_y$  b) 分解为  $\varphi_{DE}$ 、 $\varphi_{DG}$

(3) 混联式组合机构。这是具有前两种组合特征的复合式组合。其组合框图如图 7-41a 所示, 基本机构 I 的输出运动为基础机构 II 的输入运动, 两者具有串联组合的特征。而  $\omega_1$  又分为两路输入 II, 故  $\omega_1$  与  $\omega_2$  又具有并联的性质。这是应用很广泛的一类组合方式, 可用于各类机构的组合, 可实现各种工作要求。例如, 图 7-41b 为杆机构的组合, 主要用于实现复杂的刚体导引要求; 图 7-41c 为连杆-齿轮机构的组合, 输出构件 5 可获得复杂的运动函数规律; 图 7-41d 为齿轮-凸轮机构的组合, 该机构可利用扇形齿 3 的摆动来消除链传动的多边形效应; 图 7-41e 为齿轮-凸轮-连杆机构的组合, 可获得齿轮 6 的非匀速、带停歇甚至局部反转的运动。最为常见的是混合轮系。

图 7-42a 所示的凸轮连杆机构由凸轮机构 1—4—5 和双自由度单闭环五杆机构 1—2—3—4—5 组合而成。原动凸轮  $1'$  和曲柄 1 固连, 构件 4 是两个基本机构的公共构件。当 1 和  $1'$  一起转动时,  $1'$  推动其从动件 4 移动, 故五杆机构有两个构件的运动已知, 这时 II 级组两构件 2、3 上任一点 (例如内部转动副 C 的轴心) 便能实现给定的轨迹  $c_1$ 。而图 7-42c 表示了该组合机构的设计过程。根据结构要求选定 A 点及移动导路方向, 再作出  $\rho'\rho''$  (它们以 A 为中心所画的圆弧, 分别与给定轨迹曲线切于最近和最远点), 则曲柄长  $L_{AB} = (\rho'' - \rho') / 2$ , 连杆长  $L_{BC} = (\rho'' + \rho') / 2$ , 以此二杆组, 使 C 点在轨迹上运动, 即求可求得  $C_1$ 、 $C_2 \cdots C_{12}$  及对应的  $B_1$ 、 $B_2 \cdots B_{12}$ 。再选定一适当杆长 CD, 即可求得  $D_1$ 、 $D_2 \cdots D_{12}$ 。最后根据  $D_i$  与  $B_i$  的对应关系, 即可设计出凸轮机构。

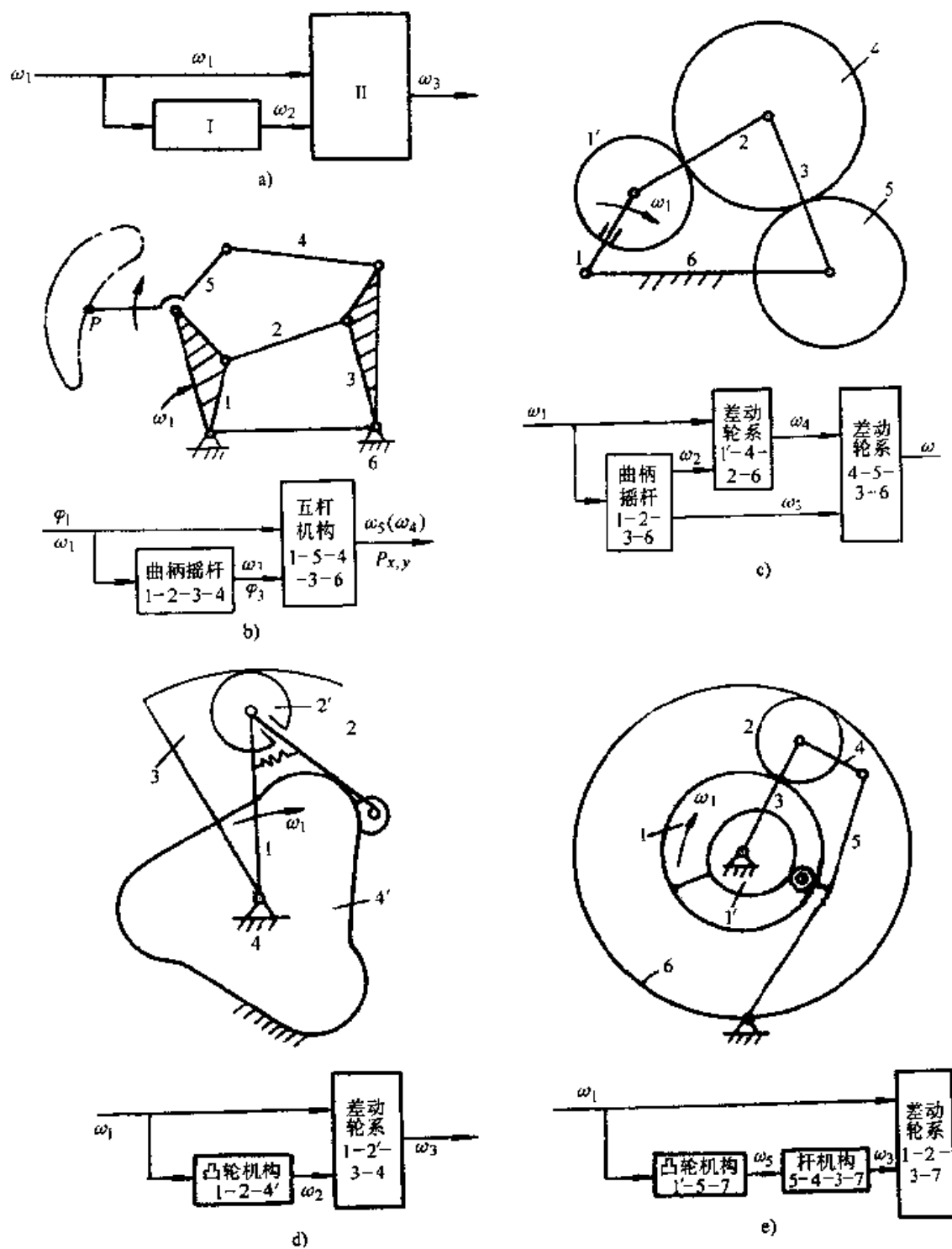


图 7-41 混联式组合机构

a) 组合框图 b) 杆机构组合 c) 连杆-齿轮机构的组合  
d) 齿轮-凸轮机构的组合 e) 齿轮-凸轮-连杆机构的组合

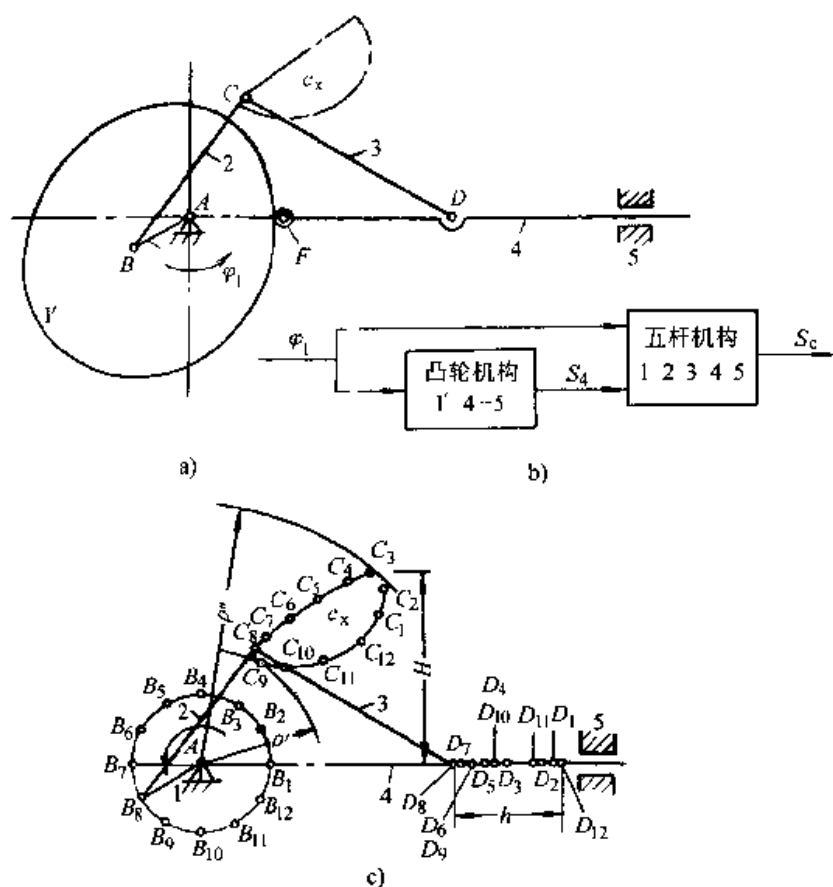


图 7-42 混联式组合机构设计

a) 凸轮连杆机构 b) 组合方式框图 c) 轨迹作图设计

(4) 反馈式组合机构。图 7-43a 所示为输出件蜗轮能按一定运动规律周期地变速转动的凸轮齿轮机构。等速转动的原动蜗杆 2 带动蜗轮 3，而后的侧面具有一条凸轮槽 3'，其从动件为滑架 4。蜗杆的轴装在滑架的轴承内，但两者却不能作相对移动。当 3' 推动 4 时，2 的轴亦随之移动，故蜗杆具有两个自由度，即一个转动和一个移动。这个组合机构的输出运动  $\varphi_3$  由两部分组成：其一是由于蜗杆的输入转动  $\varphi_2$  所产生的转动  $\varphi_3^* = (Z_2/Z_3) \varphi_2$ ；另一部分是由于凸轮机构的作用使蜗杆沿轴向移动一个位移  $s_2$  所产生的一个附加转动  $\varphi_3^{**} = s_2/r_3$ 。因此蜗轮输出的转动  $\varphi_3$  应为

$$\varphi_3 = \varphi_3^* \pm \varphi_3^{**} = (Z_2/Z_3) \varphi_2 \pm s_2/r_3$$

式中  $r_3$  为蜗轮 3 的节圆半径。若由于蜗杆转动所产生的蜗轮转动方向与由于蜗杆的移动所产生的蜗轮转动方向相同，则上式等号右边取 + 号；反之，则取 - 号。

将上式对时间  $t$  求导数得  $\omega_3 = (Z_2/Z_3) \omega_2 \pm v_2/r_3$ 。当从动件滚子与以  $O$  为圆心的圆弧凸轮槽  $abc$  段相接触时，凸轮不推动滑架，故  $v_2 = 0$ ，而  $\omega_3 = (Z_2/Z_3) \omega_2$  为常量，即蜗轮作匀速转动；当滚子与径向变化的凸轮槽  $cda$  段接触时， $v_2 \neq 0$  且



为变量,故蜗轮输出按一定规律而变化的非匀速转动。图 7-43b 为该组合机构的组合方式框图。

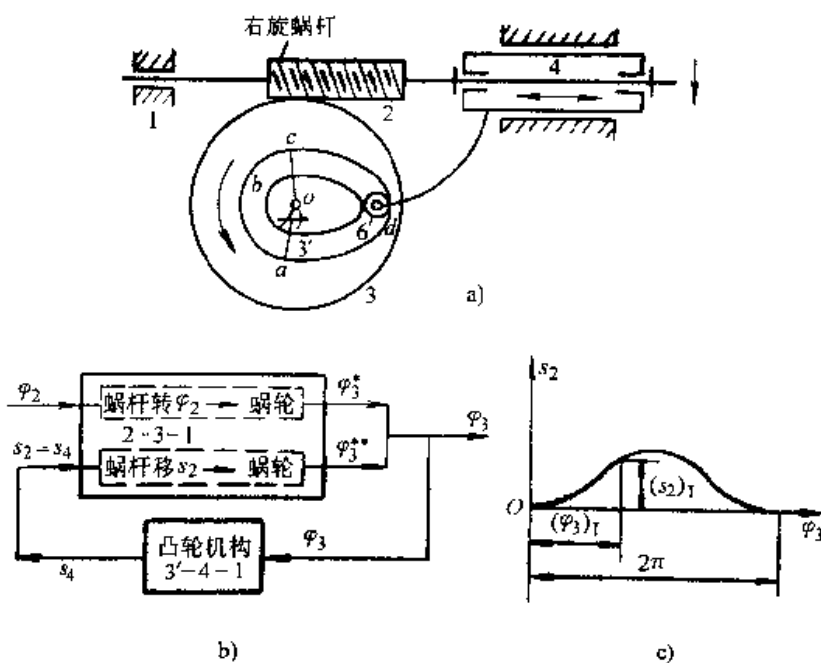


图 7-43 反馈式组合机构

a) 凸轮-蜗杆蜗轮机构 b) 组合方式框图 c) 位移线图

由上述可知,一个多自由度基本机构的一个输出运动,经过一个单自由度基本机构转换为另一个输出运动之后,可以又反馈给原来的那个多自由度基本机构。机构的这种组合方式称为反馈式组合,所得的组合机构称为反馈式组合机构。这个机构有补偿运动的作用,故曾于齿轮加工机床中用来校正机构系统的误差。

(5) 迭联(叠加)式组合机构。叠加组合的特点是前一机构的输出构件为后一机构的已知运动构件(可视为机架),且以相对于该构件的运动作为后一机构的输入运动,一般多由单独的原动机进行驱动,因而最后执行构件的运动是各部分运动的“叠加”。它广泛地用于机械手、机器人机构中(见图 7-44)。

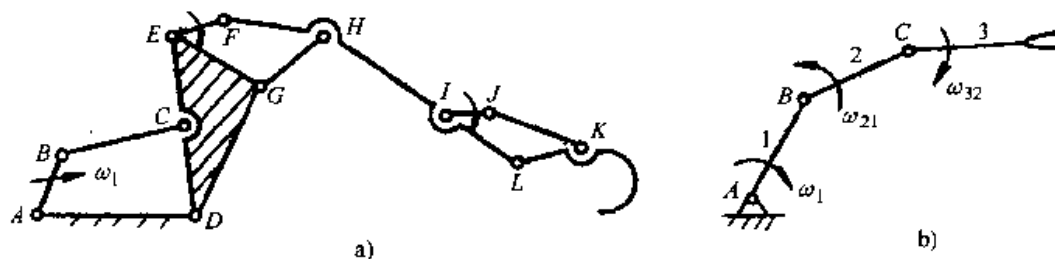


图 7-44 迭联式组合机构

a) 闭链机构的迭联 b) 开链机构

### (五) 执行机构型式设计实例

#### 例 1 干粉压片机

现以干粉压片机的主加压机构为例, 具体说明执行机构型式设计的过程。

干粉压片机的功用是将不加粘接剂的干粉料制成圆型片坯, 要求其生产率为 25 片/min。根据生产条件和粉料的特征, 设计者决定采用大压力压制。由于主加压机构所加压力甚大, 用摩擦传动原理不甚合适; 用液压传动原理, 因顾及系统漏油会污染产品, 也不宜采用; 故决定用电动机作为动力源, 选择刚体推压传动原理。其工艺动作的分解如图 7-45 所示。

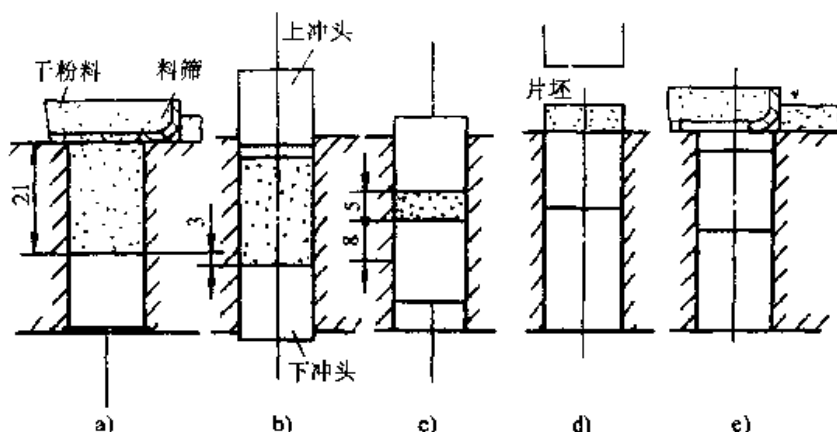


图 7-45 干粉压片机工艺动作分解

a) 加料 b) 上冲头下压 c) 上下冲头同时加压、保压  
d) 上冲头退出, 下冲头往上顶片 e) 料筛推片, 下冲头下移

图 7-45a 为将粉料筛入型腔; 图 7-45b 为下冲头下沉, 以防上冲头加压时粉料溢出型腔; 图 7-45c 为上、下冲头同时加压, 并停歇一定时间保压; 图 7-45d 为上冲头退回, 下冲头随后以稍慢速度向上运动, 顶出压好的片坯; 图 7-45e 为料筛推走片坯, 同时完成下一个循环的筛料工作。

由上述工艺动作分解过程可知, 该机械共需 3 各执行构件, 即上冲头、下冲头和料筛。现以上冲头主加压机构为例, 说明其机构选型和构型过程。

首先根据动作功能分解与组合原理进行机构选型。上冲头主加压机构应具有以下几种基本功能:

- 1) 运动形式变换功能。将原动机输出的转动变换为上冲头的直线移动。
- 2) 运动方向交替变换功能。因上冲头的运动是往复运动, 故机构应有运动方向交替变换功能。
- 3) 运动缩小功能。因冲头压力较大, 希望机构具有增力功能, 而减小速度或位移, 可实现增力, 从而可减小原动机的功率。
- 4) 运动停歇功能。因压制中有保压阶段, 故要求上冲头在下移行程末端有较长的停歇或近似停歇功能。

先选取 1)、2)、3) 三种必备功能来构思方案。若每一种基本功能仅列出各类基本机构中的一种, 则可组成如图 7-46 所示功能转换形态学矩阵图。由该图可知方案数目  $N=3^3=27$  个。先通过直观判断, 剔除其中一些繁琐和不合理的方案, 然后根据机构型式设计的原则, 从剩余方案中选出如图 7-47 所示的 5 个方案作为初选方案。

基本机构 基本功能	齿轮机构	连杆机构	凸轮机构
运动形式 变换 			
运动方向 交替变换 			
运动缩小 			

图 7-46 压片机功能转换形态学矩阵图

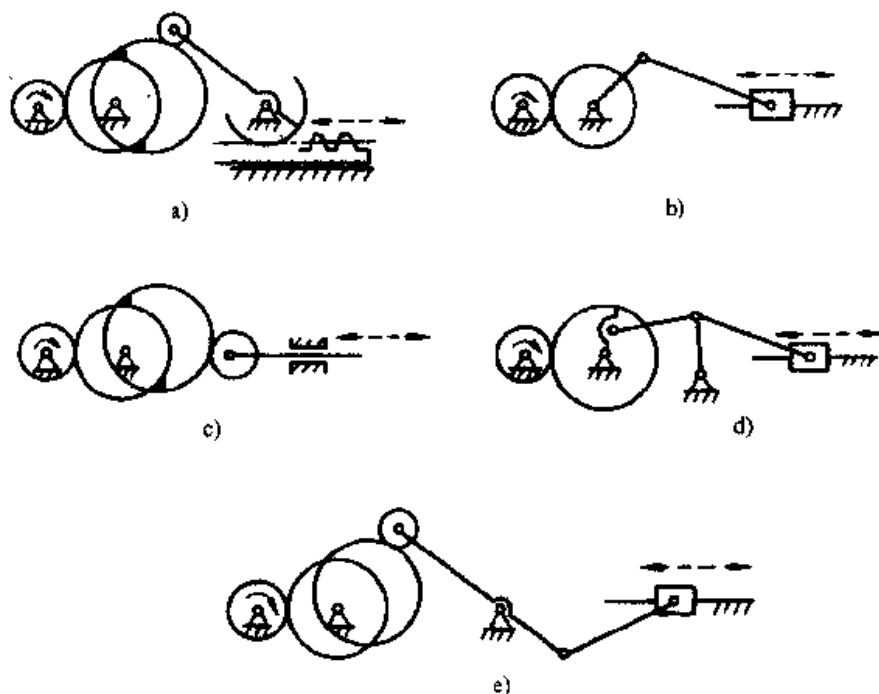


图 7-47 干粉压片机 5 个初选方案

由于上冲头在下移行程的末端还有停歇的附加要求,而通过上述机构的选型所得的初选方案中的 b)、d) 不具有这种功能,故需在这些方案的基础上采用机构扩展、机构组合、机构变异的方法进行机构创新构型,以完善其功能。

现以图 7-47d 所示的方案为原型进行机构创新构型。

1) 扩展法。如图 7-48 所示,为了使执行构件滑块(冲头)  $F$  具有运动停歇功能,可先在铰链四杆机构连杆  $BC$  的延长线上寻找一点  $H$ ,该点的运动轨迹中有一段直线或近似直线,然后在该点添加一个  $RPR$  双杆组,且使该双杆组中的导杆  $GH$  与  $H$  点的直线轨迹段平行,则当  $H$  点运动在直线段上时,导杆  $GH$  将处于停歇状态,与导杆固联的  $GE$  杆也停歇不动,从而使冲头  $F$  具有了停歇功能。

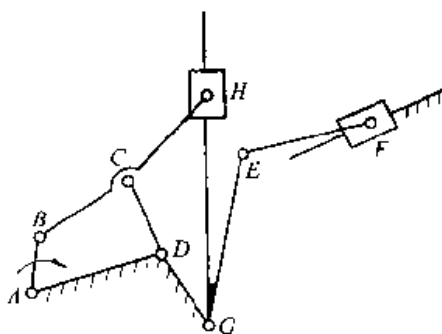


图 7-48 扩展法

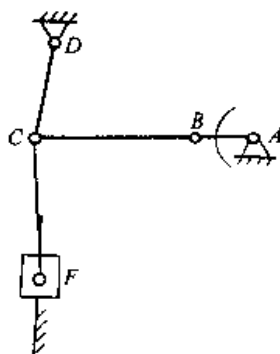


图 7-49 组合法

2) 组合法。图 7-47d 采用的是铰链四杆机构与曲柄滑块机构的串联组合。根据串联组合方式的特点,若将两机构均处于极限位置时串联起来,如图 7-49 所示,则在该位置时,铰链四杆机构  $ABCD$  的从动杆  $CD$  (即曲柄滑块机构  $DCF$  的主动杆)和曲柄滑块机构的从动件滑块  $F$  都处在速度为零的位置,而在该位置前后,两者的速度都比较小,因而滑块的速度在较长时间内可近似看作为零,即实现了近似停歇功能。

3) 变异法。若将图 7-47d 中铰链四杆机构的连杆与从动摇杆相连的转动副变为移动副,则可得到如图 7-50a 所示的摆动导杆机构与摆杆滑动机构的串联组合方案。为了使冲头  $F$  获得准确的停歇功能,可将导杆槽由直槽改为带有一段圆弧的曲线槽,且使圆弧的半径等于曲柄长  $AB$ ,其中心与曲柄转轴  $A$  重合,并将滑块  $B$  改成滚子,如图 7-50b 所示。经过如上变异后,当曲柄  $AB$  运动至导杆曲线槽圆弧段位置时,冲头  $F$  将获得准确的停歇。

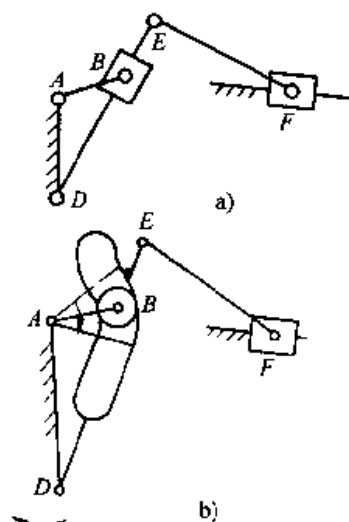


图 7-50 变异法

a) 导杆滑块机构

b) 带停歇的变异

## 例 2 牛头刨床切削运动机构

此机构的基本要求是：要把连续回转运动转换为往复直线运动；切削过程的移动速度应近似等速；空回行程有“急回”特性，但其加速度的变化不应过于剧烈，速度及加速度极值不宜过大，具有较好的动力学特性；有良好的传力特性，较高的承载能力和承受突加载荷的能力；能实现较大的行程且可方便地调整。

根据上述要求，选型时首先要考虑能实现运动形式转换的所有基本机构，再根据其他要求选择其中最优的机构。如基本机构不能满足，再考虑机构的组合。现可供选择的基本机构有：螺旋机构，齿轮齿条机构，直动从动件凸轮机构，曲柄滑块机构，移动导杆双滑块机构等。根据传力要求，最好选择其中的低副机构。在对其中的3种低副机构的基本结构和基本性能进行分析后可见，它们各有优缺点，但都只能部分满足牛头刨床的工作要求，且它们都只能布置在切削行程的方向上，易造成结构干涉，或受力状况不好，而且使纵向尺寸过大，所以只能采取各基本机构的组合型式才能较全面地满足工作要求。

进行机构组合则首先是选择基础机构。可见应该是输出运动为往复移动的曲柄滑块机构或摇杆滑块机构。前置输入基本机构的基本要求，是能为基础机构的摇杆或曲柄提供一非匀速的运动，使之具有急回特性和在慢行程中滑块移动近似等速。而且能满足减少纵向尺寸，易于安装调整，使用维护方便的要求，除执行构件滑块外，其余各构件尽可能处于移动导路的下方。根据以上考虑，基础机构与输入机构的位置（图中以双点划线框图表示）和运动联接（图中以小圆表示）关系应如图7-51所示。

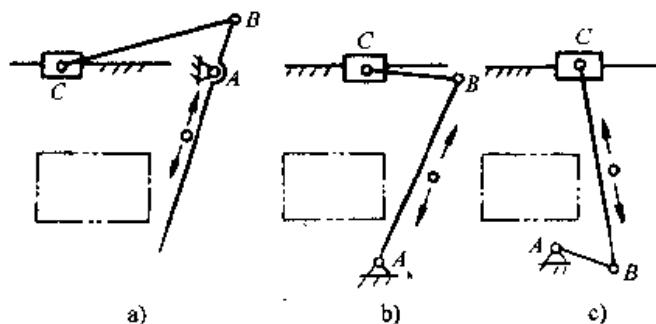


图 7-51 牛头刨床的基础机构

前置基本输入机构可选用低副机构，也可选用高副机构，

或是两者的组合，低副可以是全铰链型也可以是带移动副的。因而可获得大量不同结构型式的组合机构。仅以图7-51中b、c两种组合方式即可得到60种左右的方案。考虑到牛头刨床的受力情况，下面仅就由图7-51为基础的低副组合机构进行分析比较和优选。

以图7-51a为基础的低副组合机构型式如图7-52所示。前置机构必须是双曲柄机构（全铰链型或转动导杆型）。其优点是可获得比较均匀的切削速度，有急回特性。并可通过调整机架AD的长度，方便地改变滑块的运动规律，通过调整AB长改变行程。其主要缺点是双曲柄机构的尺寸较大，运动范围也大，并与移动导路相交割。故不仅整个机构尺寸较大，且容易发生构件和运动之间的干涉，结构布置较难，A、D支承通常只能采取悬臂结构。铰链双曲柄型的传力特性、动力特性、传动效率都较差，不宜用作牛头刨床机构。当切削行程要求很大，则双曲柄机构的尺寸相对于基础机构的

曲柄、连杆则可以较小, 故在某些龙门刨床中可以采用。

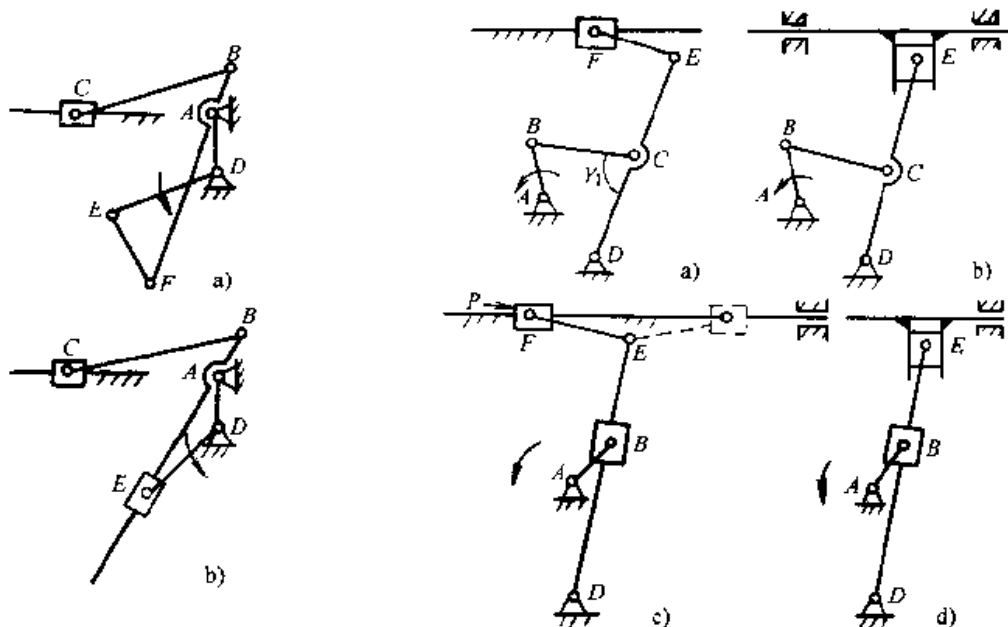


图 7-52 由图 7-51a 组合的方案

图 7-53 由图 7-51b 组合的方案

以图 7-51b 为基础的低副组合机构 (包括其变型) 如图 7-53 所示。其共同特点是具有急回特性, 都有一定的行程扩大作用。通过综合各杆长, 都可获得工作行程中一段近似匀速移动, 都具有加、减速特性。可获得较好的传力特性, 且主要运动构件均处于移动导路下方, 尺寸比较紧凑, 便于布置和使用维护。其中图 7-53c、7-53d 组合的前置机构为摆动导杆机构, 其传动角  $\gamma_1$  始终为  $90^\circ$ , 较图 7-53a、图 7-53b 有更好的传力特性, 且在曲柄长度相同的情况下, 导杆机构具有更显著的急回特性, 其切削行程可获得更好的近似匀速特性。但相应的图 7-53c、7-53d 组合的动力特性较差, 且含移动副较多, 效率较低。考虑到牛头刨床的切削速度一般较低, 经综合比较, 以图 7-53c 型组合最为适宜。顺便指出, 作为承受载荷较大的机构, 还应注意机构的、装配模式。例如图 7-53c 中的连杆  $EF$ , 若按实线模式装配, 在切削过程中, 该杆为受压状态, 稳定性较差 (特别在  $EF$  杆较长、压力角较小时), 故宜采用虚线所示的装配模式。

以图 7-51c 为基础的组合, 由于它与前置机构的联接构件作一般平面运动, 故若联接运动副为铰链, 则“前置链”的输出铰点也应能实现任意连杆曲线; 若与移动副联接, 则联接构件应能作一般平面运动。故其组合型式如图 7-54 所示, 可以认为是在基础机构的连杆上串联一个二杆主动链所形成。也可视为基础机构与一个五杆二自由度机构的并联组合。而图 7-53 的组合为两个基本四杆机构的串联。这类组合的后三种结构较紧凑, 具有更好的传力特性, 一般多采用图 7-54d、7-54e 两种。与前类组合相比, 例如图 7-54e 型与图 7-53c 型, 在曲柄、机架长度相等、摆杆长度也相等的时刻比较, 其受力及传力状况基本相同, 而图 7-54e 可实

现更大的行程，切削速度能更近似于等速。但其效率较低，设计及分析比较困难。两类各有优缺点，都可以选用，一般前者应用较多，后者多在一些大行程的刨床中采用。

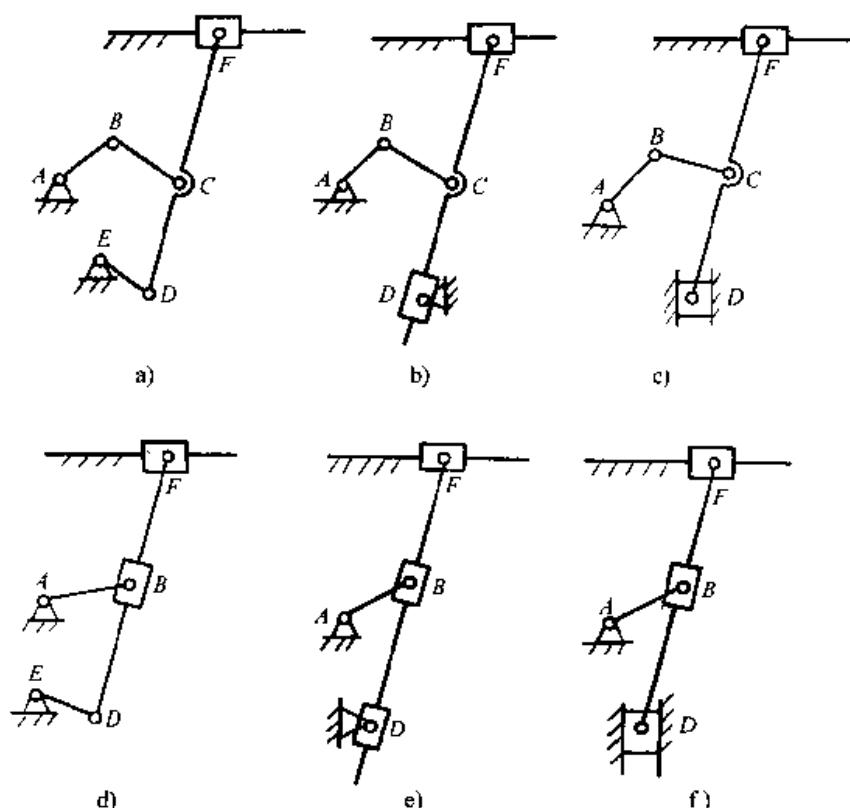


图 7-54 由图 7-51c 组合的方案

## 五、执行机械系统的协调设计

机器为完成总功能，各执行机构不仅要完成各自的执行动作，而且相互之间必须协调一致。

### (一) 执行系统协调设计的基本要求

执行系统各部分执行机构应满足以下的要求：

1. 工艺性准则 执行系统中各执行机构的动作过程和先后次序，必须符合生产工艺路线所提出的要求，以确保系统中各执行机构最终完成的物质、能量、信息传递的总体效果能满足预定的功能目标。否则就无法满足机器的生产工艺过程，也就不能实现机器的工作原理。

当功能目标比较复杂，相应的工艺动作和执行机构也比较多时，或当两个或两个以上的执行

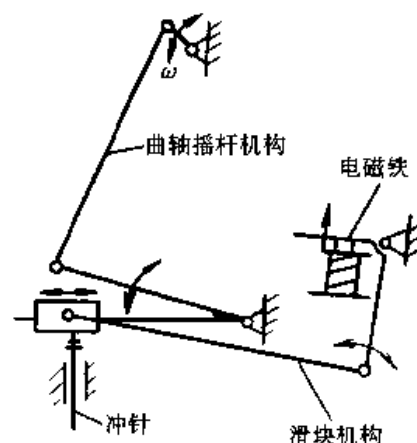


图 7-55 纸板冲孔机

机构以同一执行动作同时作用于同一操作对象时,各执行机构之间的运动必须协调一致。如图 7-55 所示的纸版冲孔机的冲孔动作,是由曲柄摇杆机构和电磁铁操纵的曲柄滑块机构的组合运动来实现的。当曲柄摇杆机构的摇杆向下摆动至水平位置时,滑块向右平移至冲针上方并固定不动。摇杆(又称打击板)继续下摆,滑块(又称榔头)打击冲针实现冲制小孔的功能。如果这两个机构动作不协调,摇杆从水平位置向下摆动时,滑块不在冲针上方位置或滑块虽已到位但摇杆却向上摆动,都不能完成冲孔工艺动作。

2. 时、空协调性准则 各执行机构在时间上要协调配合。不少机械的执行机构的执行动作是按一定的时间顺序进行的,必须使各执行机构的运动循环时间间隔相同,或按工艺要求成一定的倍数周期关系。机器各执行机构的运动循环时间的同步化,亦即各执行机构的运动循环时间间隔相同或按生产工艺过程要求成一定的倍数。使各执行机构的动作不但保证在时间上有顺序关系,而且能够实现周而复始的循环协调动作。

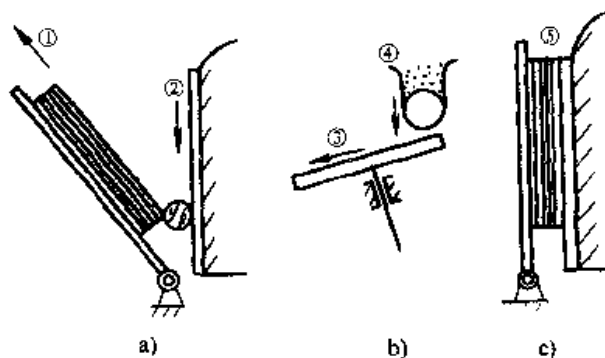


图 7-56 平压印刷机工艺动作过程

a) 取走纸片、字盘刷墨 b) 辊筒上涂匀油墨 c) 纸压印在字盘上

如图 7-56 所示的平压印刷机中,首先由油辊机构把油墨刷在字盘上,然后印头机构把纸压在字盘上,完成印字动作。当印头退回时,操作工人就取出印好的纸片。这两个执行机构的动作先后顺序不能搞乱,即当油辊还在字盘上刷油墨时,印头不能压上去,否则印头会压在油辊上,两机构动作互相干涉,严重的还会损坏机器。

有些机械的执行机构除了在时间上必须按一定顺序动作外,在空间位置上也必须协调一致,以免互相干涉。如图 7-57 所示的包装机械的折边机构,其左、右两折边机构的执行机构不仅有时间上的顺序关系,而且还有空间上的干涉关系。 $M$  点是左、右两执行构件端点轨迹的交点,也是它们的空间干涉点。为避免两折边执行构件在空间相碰而导致机件损坏,对左、右两折边机构的运动必须进行

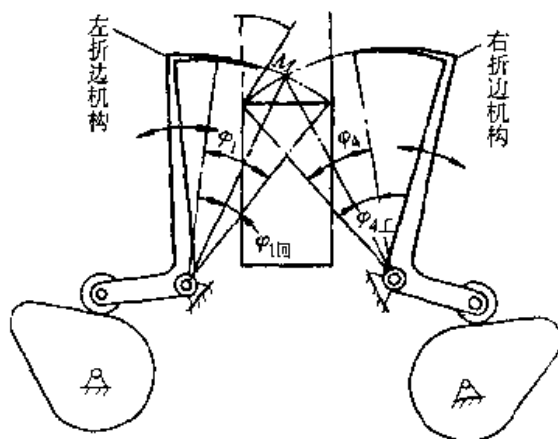


图 7-57 包装机构的折边机构



协调（即空间同步化设计）。

在实际生产中，还有一些机械的执行机构的执行构件之间不仅存在时间、空间协调设计问题，还存在速度的协调设计问题。如插齿机中齿坯和插齿刀的两个旋转运动之间必须保持一定的传动比，只有这样才能完成插齿功能。

机器各执行机构在运动过程中，不仅要在时间上保证一定的顺序关系，而且在一个运动循环的时间间隔内，运动轨迹不相互干涉。同时，为了保证机器的工作质量，既不使动作先后顺序的时间间隔太长，又不能使动作先后顺序的时间间隔太短，这称为机器各执行机构运动循环空间同步化。动作先后顺序的时间间隔太长，会使机器生产率下降，动作先后顺序的时间间隔太短，可能使执行构件产生相互干扰。

3. 节能与高效准则 在准确无误有序地完成预定的工艺动作的同时，如何安排机构的联接组合方式，还要考虑功率流向、能量分配和机械效率。为了提高劳动生产率，应尽量缩短执行构件的运动循环周期。

## （二）执行系统协调设计的方法

根据生产工艺的不同，机械的运动循环可分为两大类：一类是机械中各执行机构的运动规律是非周期性的，它取决于工作条件的不同而随时改变，具有相当大的随机性，例如起重机、建筑机械和某些工程机械；另一类是机械中各执行机构的运动是周期性的，即经过一定的时间间隔后，各执行构件的位移、速度和加速度等运动参数就周期性地重复，生产中大多数机械都属于这种固定运动循环的机械。现讨论的是有固定周期性运动循环的机械执行系统协调设计的方法。

对于固定运动循环的机械，当采用机械方式集中控制时，通常用分配轴或主轴与各执行机构的主动件联接起来，或者用分配轴上的凸轮控制各执行机构的主动件。各执行机构主动件在主轴上的安装方位，或者控制各执行机构主动件的凸轮在分配轴上的安装方位，均是根据系统协调设计的结果来决定的。

执行系统协调设计的步骤如下：

1. 确定机械的工作循环周期 根据设计任务书中所定的机械的理论生产率，确定机械的工作循环周期。机械的运动循环是指一个产品在加工过程中的整个工艺动作过程（包括工作行程、空回行程和停歇阶段）所需要的总时间，它通常以  $T$  表示。在机械的工作循环内，其各执行机构必须实现符合工件（产品）的工艺动作要求和确定的运动规律、有一定顺序的协调动作。

执行机构完成某道工序的工作行程、空回行程（回程）和停歇所需时间的总和，称为执行机构的运动循环周期。各执行机构的运动循环与机器的工作循环，一般来说在时间上应是相等的。但是，也有不少机器，从实现某一工艺动作过程要求出发，某些执行机构的运动循环周期与机器的工作循环周期并不相等。此时，在机器的一个工作循环内有些执行机构可完成若干个运动循环。

执行机构的运动循环周期  $T_p$ ，通常由三部分组成

$$T_p = t_{\text{工作}} + t_{\text{空程}} + t_{\text{停}}$$

$t_{\text{工作}}$ ——执行构件工作行程时间；

$t_{\text{空程}}$ ——执行构件空回行程时间；

$t_{\text{停}}$ ——执行构件停歇时间。

2. 在一个运动循环中，确定各执行构件的各个行程段及其所需时间 根据机器生产工艺过程，分别确定各个执行机构的工作行程段、空回段和可能具有的若干个停歇段。确定各执行构件在每个行程段所需花费的时间及对应于原动件（主轴或分配轴）的转角。

3. 确定各执行构件动作间的协调配合关系 根据机械生产过程对工艺动作先后顺序和配合关系的要求，协调各执行构件各行程段的配合关系。此时，不仅要考虑动作的先后顺序，还应考虑各执行机构在时间和空间上的协调性，即不仅要保证各执行机构在时间上按一定顺序协调配合，而且要保证在一定过程中不会产生空间位置上的相互干涉。

现以粉料压片机为例，来说明协调设计的目的和要求以及协调设计的方法（参阅图 7-58）。粉料压片机的机械运动简图如图 7-58c 所示，它是将粉料压成有一定紧密度的药片。根据生产工艺路线方案，此粉料压片机必须按以下顺序实现以

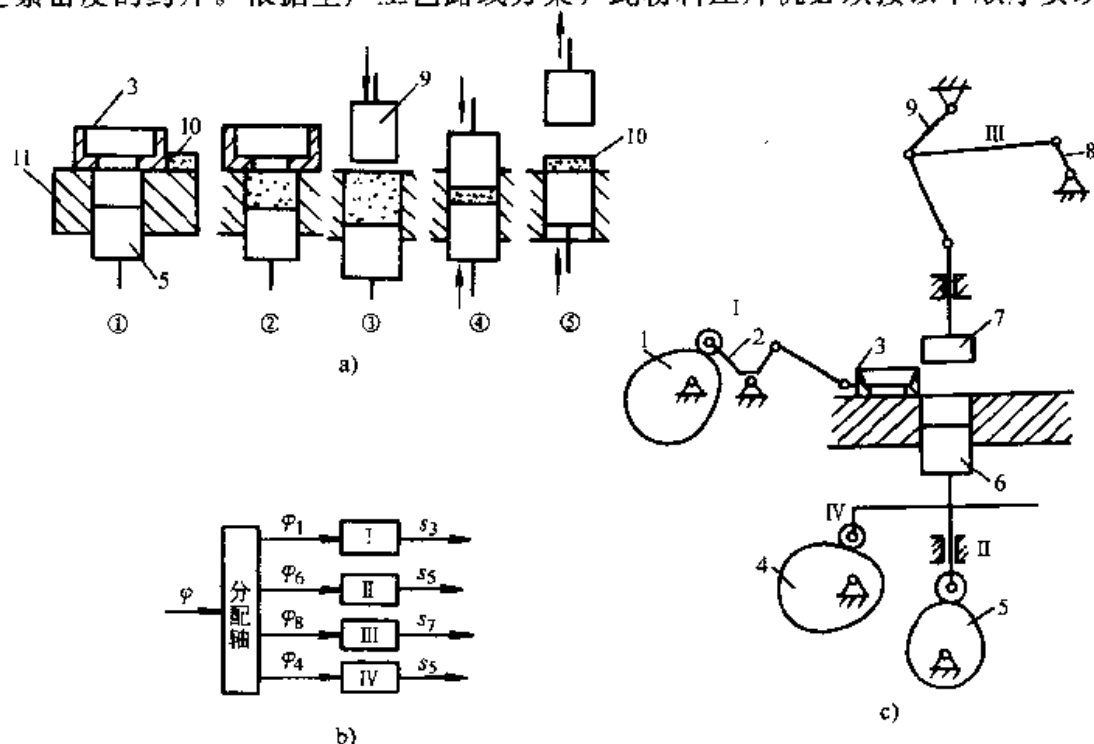


图 7-58 粉料压片机

a) 执行构件的动作过程 b) 结构框图 c) 机构运动简图

1—送料推片机构 2—下压头快速推进机构 II—上压头机构 IV—下压头慢速推进及保压机构

1、4、5—凸轮 2—摆杆 3—料斗 6—下冲头 7—上冲头 8—曲柄 9—肘杆

下五个动作（如图 7-58a 所示）：

- 1) 移动料斗至模具的型腔上方准备将粉料装入型腔，同时将已经成型的药片推出；
- 2) 料斗振动，将料斗内粉料筛入型腔；
- 3) 下冲头上升至一定深度，以防止上冲头向下压制时将型腔内粉料扑出；
- 4) 上冲头向下，下冲头向上，将粉料加压并保压一定时间，使药片成型较好；
- 5) 上冲头快速退出，下冲头随着将成型工件（药片）退出型腔，完成压片工艺过程。

从图 7-58c 所示的机械运动简图可见，它由四个执行机构来完成上述五个动作。凸轮连杆机构 I 完成工艺动作 1)、2)；凸轮机构 II 完成动作 3)；平面多杆机构 III 及凸轮机构 IV 协调配合完成动作 4)、5)。

在此粉料压片机中执行构件为 3、7、6，四个执行机构的原动件为 1、4、5、8。为了使各执行机构的运动循环时间同步化，我们可以将原动件 1、4、5、8 安装在同一根分配轴上或用一些传动机构把它们连接起来，以实现原动件转速相同和相互间有一定的相位差。在同一根分配轴上的构件 1、4、5、8 只要按动作顺序安排，就可实现周而复始的循环协调动作。如果采用一些传动机构把构件 1、4、5、8 连接起来，应使它们在同一转速下运转并保持动作顺序。在某些其他类型机器也可使它们不在同一转速下运转，此时各原动件转速比值为某一整数比，以实现周而复始的协调动作。一般以原动件最低转速所对应的运动循环为整机的运动循环，较高转速的构件一般应作间歇运动，以实现各执行构件动作的协调配合。

在粉料压片机中，执行构件 3、7 的两个运动轨迹是相交的，故在安排两执行构件的运动时，不仅要注意到时间上的协调，还要注意到空间位置上的协调——空间同步化。亦即使两执行构件在运动空间内不相互干扰。时间协调与空间同步化有密切关系。

### （三）工作循环图的编制

机械在完成工艺动作过程时，为了保证各执行构件间的动作的协调配合关系，在设计机械时，应编制出用以表明在机械的一个循环中，各执行构件运动配合关系的机械运动循环图（也叫机械工作循环图）。在编制机械运动循环图时，必须从机械的许多执行构件（或输入构件）中选择一个构件作为运动循环图的标定件，用它的运动位置（转角或位移）作为确定各个执行构件的运动先后次序的基准，表达机械整个工艺动作过程的时序关系。

机器的工作循环图是表示机器各执行机构的运动循环在机器工作循环内相互关系的示意图，它也可称为机器的运动循环图。机器的生产工艺动作顺序，是通过拟定机器工作循环图选用各执行机构来实现的。因此，工作循环图是设计机器的控制系统和进行机器调试的依据。

1. 执行机构的运动循环图 表示执行构件的一个工作周期循环过程（包括工作行程、空回行程和间歇停顿阶段）的图形，称为执行机构的运动循环图。

图 7-59a 所示的自动压痕机构，其压痕冲头的上下运动是通过凸轮来实现的。冲头的运动循环由三部分来组成：冲压行程所需时间  $t_k$ ，压痕冲头的保压停留时间  $t_0$  以及回程所需时间  $t_d$ 。因此压痕冲头一个循环所需时间  $T_p$  为

$$T_p = t_k + t_0 + t_d \quad (7-5)$$

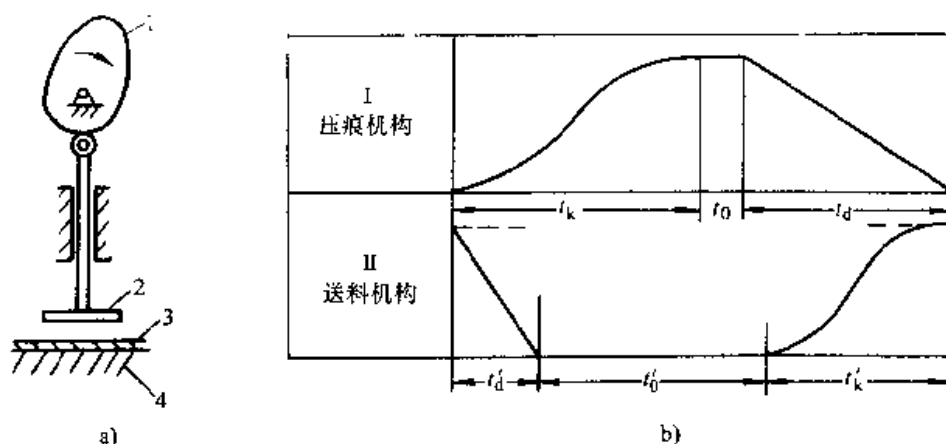


图 7-59 自动压痕机及运动循环图

a) 压痕系统 b) 压痕机工作循环图

1—凸轮 2—压痕冲头 3—工件 4—下压印模

用图形表示执行构件的运动循环的方式通常有三种：

(1) 直线式运动循环图。以一定比例的直线段表示运动循环各运动区段的时间（图 7-60a）。这种表示方法最简单，但直观性很差（例如压痕冲头在每一瞬时的位置无法从图上看），且不能清楚地表示与其他机构动作间的相互关系。

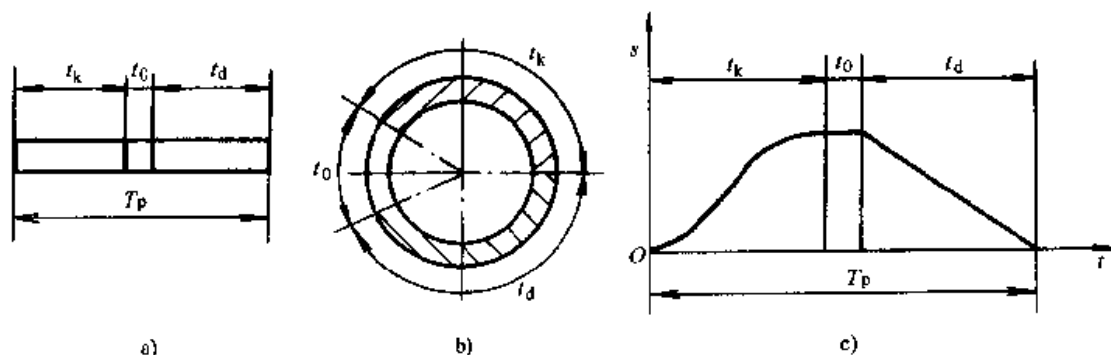


图 7-60 执行构件的运动循环图

a) 直线式运动循环图 b) 圆形运动循环图 c) 直角坐标运动循环图

(2) 圆形运动循环图。将运动循环的各个区段的时间及顺序按比例绘于圆形图标上(图 7-60b)。此法直观性强, 尤其对于分配轴每转一周为一个机械工作循环者, 有许多方便之处。但是, 当执行机构太多时, 需将所有执行机构的运动循环图分别用不同直径的同心圆环来表示, 看起来不很方便。

(3) 直角坐标运动循环图。以直角坐标表示各执行机构构件的运动状态(图 7-60c)。此法直观性最强, 比上述两种运动循环图更能反映执行机构的运动特征, 在设计机构的运动循环图时, 最好采用直角坐标循环图。

2. 机器的工作循环图 机器的工作循环图是机器中各执行机构的运动循环图按同一时间(即按某一转轴的转角)比例绘制并组合起来的总图。该图应以某一主要执行机构的起点为基准, 表示其余各执行机构的运动循环相对于该主要执行机构的动作顺序。

图 7-59 所示的自动压痕机, 其最简单的结构型式是由压痕机构和送料机构所组成。如果要考虑成品自动落料, 还应有一个落料机构。在图中送料机构没有表示出来。送料机构的运动循环周期  $T'_p$  为

$$T'_p = t'_k + t'_0 + t'_d$$

式中  $t'_k$  ——送料机构的上料所需时间;

$t'_0$  ——送料到位后执行构件的停歇时间;

$t'_d$  ——送料机构回程所需时间。

很显然, 送料机构的运动循环周期  $T'_p$  应与压痕机构的运动循环周期  $T_p$  相等。

绘制压痕机的工作循环图, 可以将压痕冲头的最高点为起点, 以它作为基准画出此两执行机构的运动循环图, 它们组合在一起就成为压痕机的工作循环图, 如图 7-59 所示。它是按直角坐标法画出的运动循环图, 工作行程由起点开始向上表示, 空回行程由最远点回至起点表示, 这与实际执行机构的上下、左右运动无直接关系。用直角坐标表示的运动循环图, 还可以表示出工作行程和空回行程中执行构件的运动规律。

送料机构的运动循环的动作, 必须与压痕冲头的运动循环的动作相协调, 即在压痕冲头向下冲压运动时, 送料机构应停歇不动; 当压痕冲头作回退运动和停歇时, 送料机构可作上料动作。在具体制定它们的运动循环图时, 只要动作协调、互不干涉, 可以进行小范围的调整。

### 3. 拟定机器工作循环图的步骤和方法

#### (1) 拟定机器工作循环图的步骤

1) 分析加工工艺对执行构件的运动要求(如行程或转角的大小, 对运动过程的速度、加速度变化的要求等)以及执行构件相互之间的动作配合要求。

2) 确定执行构件的运动规律, 这主要是指执行构件的工作行程、回程、停歇等与时间或主轴转角的对应关系; 同时还应根据加工工艺要求确定各执行构件工

作行程和空回行程的运动规律。

3) 按上述条件绘制机器工作循环草图。

4) 在完成执行机构选型和机构尺度综合后,再修改机器的工作循环图。具体来说,就是修改各执行机构的工作行程、空回行程和停歇时间等的大小、起始位置以及相对应的运动规律。

根据初步拟定的执行构件运动规律设计出的执行机构,常常由于布局 and 结构等方面的原因,使执行机构所实现的运动规律与原方案不完全相同,此时就应根据执行构件的实际运动规律修改机器工作循环图。如果执行机构所能实现的运动规律与工艺要求相差很大,这就表明此执行机构的选型和尺寸参数设计不合理,必须考虑重新进行机构选型或执行机构尺寸参数设计。

5) 拟定自动控制系统,控制元件的信号发出时间及其工作状态,并将它们在工作循环图上表示出来,得到完整的机器工作循环图。

## (2) 机器工作循环图的设计要点

1) 以工艺过程开始点作为机器工作循环的起始点,并确定开始工作的那个执行机构在工作循环图上的机构运动循环图,其他执行机构则按工艺动作顺序先后列出。

2) 不在分配轴上的凸轮,应将其动作所对应的中心角,换算出分配轴相应的转角。

3) 尽量使各执行机构的动作重合,以便缩短机器工作循环的周期,提高生产率。

4) 按顺序先后进行工作的执行构件,要求它们在前一执行构件的工作行程结束之时,与后一执行构件的工作行程开始之时,应有一定的时间间隔和空间裕量,以防止两机构在动作衔接处发生干涉。

5) 在不影响工艺动作要求和生产率的条件下,应尽可能使各执行机构工作行程所对应的中心角大些,以便减小凸轮的压力角。

综上所述,拟定机器工作循环图是机器设计过程中一个重要的设计内容,它是提高机器设计的合理性、可靠性和生产率必不可少的工作。它的主要作用是:

1) 保证执行构件的动作能够紧密配合,互相协调,使机器的工艺动作过程顺利实现;

2) 为计算和研究、提高机器生产率提供了依据;

3) 为下一步具体设计各执行机构提供了原始数据;

4) 是机械系统进行装配、安装、调试的指导性文件。

## 六、机械系统运动方案的评价与优选

### (一) 机械系统运动方案评价的意义、特点

1. 方案评价的意义 机械系统方案设计的最终目标,是寻求一种既能实现预

期功能要求,又性能优良、价格低廉的设计方案。方案评价不仅是针对执行系统,也针对整个机械系统或某个局部。

由于功能原理、运动规律、型式设计的多方案性,机械系统方案设计的过程,就是一个先通过分析、综合,使待选方案数目由少变多,再通过评价、决策,使待选方案数目由多变少,最后获得满意方案的过程。

通过创造性构思产生多个待选方案,再以科学的评价和决策优选出最佳的设计方案,而不是主观地确定一个方案和只通过校核来确定其可行性,这是现代设计方法与传统设计方法的重要区别之一。如何通过科学评价和决策来确定最满意的方案,是机械系统方案设计阶段的一个重要任务。

采用评价指标体系及其量化评估的办法,是进行机械运动方案选择的一大进步,只要不断完善评价指标体系,同时又注意收集机械设计专家的评价的资料,并加以整理,那么,就能有效地提高设计水平。

2. 机械运动方案的评价特点 机械运动方案设计是机械设计的初始阶段的设计工作,它具有如下特点:

1) 评价准则应包括技术、经济、安全可靠三个方面的内容。由于这一阶段的设计工作只是解决原理方案和机械系统的设计问题,不可能十分深入、具体地涉及机械结构设计的细节,因此,对经济性评价往往只能从定性角度加以考虑。对于机械运动方案的评价准则,所包括的评价指标总数不宜过多。

2) 由于机械运动方案对技术、经济、安全可靠三个方面的内容所能提供的信息大多还不够充分,因此一般情况下对建立的评价指标不考虑重要程度的权系数。但是,为了使评价指标有广泛的适用范围,对于机械运动方案设计中某些评价指标可以按不同应用场合列出其权系数。例如承载能力,对于重载的机器应加上较大的权系数。

3) 考虑到实际的可能性,一般可以采用0~4分评分方法来进行评价,即将各评价指标值等级分为五级。

4) 对于相对评价价值低于0.6的方案,一般认为较差,应该予以剔除。若方案的相对评价价值高于0.8,那么只要它的各项评价指标都比较均衡,则可以采用。对于相对评价价值在0.6~0.8之间的方案,则要具体问题具体分析,有的方案可以在找出薄弱环节后加以改进,从而使其成为较好的方案,加以采纳;有的方案的缺点太多难以改进,则应放弃。

5) 在评价机械运动方案时,应充分集中机械设计专家的知识 and 经验,特别是所要设计的这一类机器的设计专家的知识 and 经验;要尽可能多地掌握各种技术信息和技术情报;要尽量采用功能成本指标值进行机械运动方案的比较。通过这些措施才能使机械运动方案评价更加有效。

## (二) 评价内容与评价指标

进行运动方案的评价,应建立一个科学的评价体系。该评价体系包括评价内容、评价指标和相应的评价方法。这三者也是一组相互依存的概念,适用于评价不同的机构和机械系统。

1. 评价内容 在机器运动方案设计中,由于实现同一执行构件工艺动作的机构有多种,需进行评价择优。评价以下三个方面:

(1) 技术性能的合理性与先进性。一般包括下面三个方面的内容:

1) 功能达标程度。能否顺利、可靠地实现预定的功能目标。其中,各主要子功能是否具有良好的性能;各功能指标的调节程度如何;与同类产品相比,实现功能原理目标的工作原理、技术方法是否更先进,创新程度如何,是否有新意。

2) 机构功能的质量。一般来说,对几种执行机构在实现功能的质量上还是有区别的。这些差别表现在运动规律的满足程度、运动误差大小、机构的传力性能、效率高低、动力性能好坏、机构所占空间大小、对给定工况的适应程度等等。在择优时要综合考虑上述差别情况。最好的方法是进行定量化分析。

3) 机构结构的合理性。考虑机构结构的简单程度、传动链是否最短、原动机选择是否合理等等。

(2) 经济、节能、与环境的适应性。经济性包括制造时的经济性和运转时的经济性。前者要求结构简单、易于制造和装配,成本低等;后者要求机械效率高,能耗少,工作可靠,便于维护等。总括起来,应包括制造成本、运行费用是否低廉;结构是否简单;选用何种材料制造、耗费情况如何;制造难易程度,制造周期长短;使用寿命的长短;备件的供应,维修的难易;市场进入的程度,产品更新的周期;使用何种能源;对环境的安全性;产品本身及产品的制品对环境的污染程度,相关废弃物的回收、利用程度等。

(3) 对人的适应性。机器是人制造出来的,是为人服务的,因而要适应人的需要。包括对人的安全性,例如安全保护装置是否齐全,对操作者、使用者是否会产生伤害,误操作时对人、机的安全防范措施。易操作性包括:是否操作方便、简易、容易掌握。人机关系的协调性包括:结构外形、色彩、标识是否和谐、稳定、均衡、醒目、美观;是否具备“技术功能目标”外的功能,如小汽车对城市景观的美化功能,电冰箱等家用电器对居室的装饰功能。

2. 评价指标 评价一个设计方案的优劣,需要有一定的依据,这些依据称为评价准则。它包含两方面的内容:一是对设计目标的评价,二是对设计指标的评价。设计目标是指从哪些方面、以什么原则来评价方案,达到什么标准为优,这一项可以是定量的,但一般是定性评价。比如要求结构简单、尺寸小巧、效率高、加工方便、操作容易、成本低廉等等,达到这些为好。设计指标是指具体的约束限制,例如机构的运动学、动力学参数等。由于在执行机构的型式设计完成后,已初步进行了各执行机构的运动设计和动力设计,故这一项通常是可以进行定量评



价的。对于不符合设计指标的方案，需通过重新设计来达到设计指标，若重新设计后仍达不到设计指标的，则必须放弃。评价就是在由约束条件限定的可行域范围内，按设计目标寻找优选方案。

机械系统设计方案的优劣，通常应从技术、经济、安全可靠三方面予以评价。但是，由于在方案设计阶段还不可能具体地涉及到机械的结构和强度设计等细节，因此评价指标应主要考虑技术方面的因素，即功能和性能方面的指标应占较大的比例。

(1) 评价指标体系的要求。为了使机械运动方案评价结果是准确的、有效的，必须建立一个评价指标体系，它是由机械运动方案所要达到的目标群。对于机械运动方案的评价指标体系，一般应满足以下基本要求：

1) 评价指标体系应尽可能全面，但又必须抓住重点。它不仅要考虑到对机械产品性能有决定性影响的主要设计要求，而且应考虑到对设计结果有影响的主要条件。

2) 评价指标应具有独立性，各项评价指标相互间应该无关联，亦即提高了方案中某一评价指标的评价值的某种措施，不应对其他评价指标的评价值有明显的影响。

3) 评价指标都应当进行定量化。对于难以定量的评价指标，可以通过分级量化。评价指标定量化以后，有利于对方案进行评价与选优。

具体地说，建立评价指标，就是要设立评价项目，确定相应的量化标准，合理分配评分值。

(2) 机械系统的性能评价指标。机械运动方案是由若干个执行机构来组成的。在方案设计阶段，对于单一机构的选型或整个机构系统（机械运动方案）的选择，都应建立合理、有效的评价指标。从机构和机构系统的选择和评定的要求来看，主要应满足五个方面的性能指标，具体见表 7-4 所列。

表 7-4 机械性能的评价指标

序号	性能指标	具 体 内 容
1	机构的功能	实现运动规律的型式、传动精度高低
2	机构工作性能	应用范围、可调性、运转速度、承载能力、耐磨性、可靠性
3	机构动力性能	加速度峰值、噪声、效率、平稳性
4	经济性	制造的难易、制造误差的敏感度、调整的方便性、能耗的大小
5	结构紧凑性	尺寸、重量、结构的复杂程度

这五个方面 19 项评价指标的确定，一是根据机构及机构系统设计的主要性能指标要求；二是根据机械设计专家的咨询意见。因此，这些评价指标需要不断增删和完善。有了一个比较合适的评价指标，将会有利于我们去评价优选。

为了便于选用，在表 7-5 中列出四种典型机构评价指标的初步评定。

表 7-5 四种典型机构评价指标的初步评定

性能 指标	具体评 价指标	代号	评 价			
			连杆机构	凸轮机构	齿轮机构	组合机构
A 功能	1 运动规律型式	A1	任意性较差， 只能达到有限 个精确位置	基本上任意	一般定速比 转动或移动	基本上可以 任意
	2 传动精度	A2	较高	较高	高	较高
B 工作 能力	1 应用范围	B1	较广	较广	广	较广
	2 可调性	B2	较好	较差	较差	较好
	3 运动速度	B3	高	较高	很高	较高
	4 承载能力	B4	较大	较小	大	较大
	5 耐磨性	B5	耐磨	差	较好	较好
	6 可靠性	B6	可靠	可靠	可靠	可靠
C 动力 性能	1 加速度峰值	C1	较大	较小	小	较小
	2 噪声	C2	较小	较大	小	较小
	3 效率	C3	较低	较高	高	较高
	4 平稳性	C4	较差	较差	好	较好
D 经 济性	1 制造难易	D1	容易	困难	较难	较难
	2 制造误差敏感	D2	不敏感	敏感	敏感	敏感
	3 调整方便性	D3	方便	较麻烦	较方便	较方便
	能耗大小	D4	一般	一般	一般	一般
E 结构 紧凑	1 尺寸	E1	较大	较小	较小	较小
	2 重量	E2	较轻	较重	较重	较重
	3 结构复杂性	E3	简单	复杂	一般	复杂

如果在机械运动方案中采用自己创新的机构或其他的一些非典型机构，对评价指标应另作评定。

### (三) 机械运动方案的评价方法

1. 经验性的概略评价法 该方法一般适用于对创新方案进行初步评价。当设计项目不很复杂或评价指标比较具体时，可采用排队法或排除法进行经验性直接评价。

排队法是由一组专家对几个待选方案进行排队，按优劣排出名次，排在前者入选。

对于设计目标和技术要求均很具体的方案群，也可采用排除法（淘汰法）进行评价。根据设计要求，请专家逐个方案、逐项进行评价，有一项基本要求不满足的就予以淘汰，剩下的待选方案可进入下一轮设计。

2. 计算性的数学分析评价法 这是一种运用数学工具进行分析、推导和计算，得到定量评价参数的评价方法，常用的机械运动方案的评价方法有：评分法、技术—经济评价法、价值工程法（集中工程法）、系统工程评价法和模糊综合评价法等。

(1) 评分法。评分法是针对评价目标中的各个项目，选择一定的评分标准和总分计分法对方案的优劣进行定量评价，其工作步骤如图 7-61 所示。

评分方法有直接评分法和加权系数法。前者是根据评分标准直接打分，各评价项目分值均等；后者是按各评价项目的重要程度确定其权重，每项打分均应乘以加权系数后计入总分。加权系数法又称有效值法。

评分标准，是指将定性评价的项目按优劣程度分成区段，一般采用如表 7-6 所示的 5 个区段，也有分为 3 个区段、10 个区段或按百分制评分的方法。评分时，专家可根据经验判断被评价对象隶属于那个区段，然后给出评分。

表 7-6 评分标准（5 个区段）

评分分值	0	1	2	3	4
优劣程度	不能用	达目标（合格）	比较好	良好	理想
	不好	不太好	较好	好	很好

对各项目评定的分值，要按一定的统计计算方法算出总分。表 7-7 列出了常用的总分计分方法。总分的高低可综合体现方案的优劣，获得高分的方案为优选方案。

(2) 技术-经济评价法。这是一种综合考虑技术类指标和经济类指标评价值的评价法。所取的技术和经济评价值都是相对于理想状态的相对值。这种方法既考虑技术与经济指标的综合效应，又分别就技术类和经济类指标进行评价，若有一评价值偏低，就可以有针对性地消除引起技术评价值（或经济评价值）偏低的设计中的薄弱环节，从而使改进后二次设计的技术-经济综合评价值大大提高。

(3) 价值工程法。价值工程是以提高产品实用价值为目的，以功能分析为核心，以开发集体智力资源为基础，以科学的分析方法为工具，用最低的成本去实现机械产品的必要功能。

采用价值工程方法来评价机械运动方案，其实质是进行功能评价。即以功能为评价对象，以金额为评价尺度，找出实现某一必要功能的最低成本即功能评价值。

价值工程中功能与成本的关系是

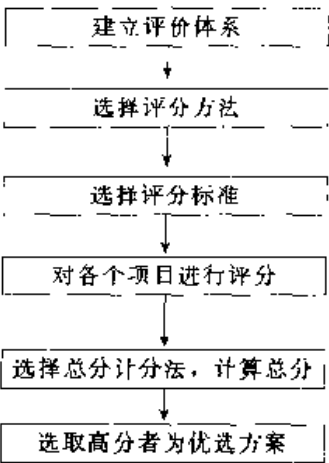


图 7-61 评分法的工作步骤

$$V = \frac{F}{C}$$

式中  $V$  —— 价值；

$F$  —— 功能；

$C$  —— 寿命周期成本。

机械运动方案的评价，可以按它的各项功能求出综合功能评价值，以便从多种方案合理地选择最佳方案。

表 7-7 总分计分法

方法	公 式	说 明
相加法	$Q_i = \sum_{j=1}^n p_{ij}$	将 $n$ 个评价项目评分值简单相加，该方法计算简单
连乘法	$Q_i = \prod_{j=1}^n p_{ij}$	将 $n$ 个评价项目评分值相乘，使各方案总分差拉开，便于比较
均值法	$Q_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_{ij}$	将相加法所得结果除以项目数，结果直观
相对值法	$Q_i = \frac{\sum_{j=1}^n p_{ij}}{nQ_0}$	将均值法所得结果除以理想值，使 $Q_i \leq 1$ ，可看出与理想值的差距
有效值法	$N_j = \sum_{i=1}^n q_i p_{ij}$	将各项评分值乘以加权系数后相加，考虑了各评价项目的重要程度

注：  $Q_i$  ——  $m$  个方案中第  $i$  个方案的总分值；

$Q_0$  —— 理想方案的总分值；

$n$  —— 评价体系中的评价项目数；

$p_{ij}$  ——  $n$  个评价项目中第  $i$  个项目的评分值；

$q_i$  ——  $n$  个评价项目中第  $i$  个项目的加权系数，且应满足： $q_i \leq 1$ ， $\sum_{i=1}^n q_i = 1$ ；

$N_j$  ——  $m$  个方案中第  $j$  个方案的有效值。

功能是指机械产品所具有的特定用途和使用价值。对于机械运动方案来说，特定用途就是指实现某一特定工艺动作过程，使用价值就是指机械实现了功能所体现的价值。对某一执行机构来说，特定用途就是指实现某一工艺动作，使用价值就是此动作所体现的效果。

为了评定机械产品的价值，必须使功能能够与成本进行比较。因此，功能也要用货币来表示。某一机械产品都是为了实现用户需要的某种功能，为了获得这种功能必须克服某种困难（付出相应的劳动量），而克服困难的难易程度是可以设法用货币来表示的。这种用货币表示的实现功能的费用，亦即功能的货币表现，称

为功能评价值。

这种方法要求有充分的实际数据作为依据,可靠性强,可比性好,而且由于目标成本在实际上是不断变化的,需要不断收集资料进行分析,适当地调整收集到的成本值。

有了机械运动方案的功能成本和功能评价值,就可以进行几个机械运动方案的评估选优。

价值工程法对机械运动方案的评估,由于方案阶段不确定因素还比较多,因此困难较大。但是只要对某一种专门机械产品,在大量资料积累之后,还是能够有效地进行评价选择。价值工程法由于强调机械的功能和成本。因此它有可能对不同工作原理方案进行评价,为人们进行方案创造开辟了一条重要的途径。

(4) 系统工程评价法。系统工程评价法就是将整个机械运动方案作为一个系统,从整体上评价方案适合总的功能要求的程度,以便从多种方案中客观地、有效地选择整体最优方案。

(5) 模糊综合评价法。在机械运动方案评价时,由于评价指标较多,如应用范围、可调性、承载能力、耐磨性、可靠性、制造难易、调整方便性、结构复杂性等等,它们很难用定量分析来评价,属于设计者的经验范畴,只能用很好、好、不太好、不好等模糊概念来评价。模糊评价就是利用集合与模糊数学将模糊信息数值化,以进行定量评价的方法。

上述几种评价方法各有特点,可以根据具体情况来选择使用。

## \* 第四节 机械传动系统的方案设计和原动机选择

### 一、机械传动系统的方案设计

#### (一) 传动在机械系统中的地位、作用及其设计过程

传动系统是将原动机的运动和动力传递给执行机构的中间装置。每个执行机构或执行构件与原动机之间有一个传动联系,有的执行机构或执行构件之间也有传动联系。组成传动联系的一系列传动件称为传动链,所有传动链以及它们之间的相互联系组成传动系统。

传动系统的方案设计是机械系统方案设计的重要组成部分。当完成了执行系统的方案设计和原动机的预选型后,即可根据执行机构所需要的运动和动力条件及原动机的类型和性能参数,进行传动系统的方案设计了。通常其设计过程及内容是:确定从原动机到执行机构原动件之间的转速比,即为传动系统的总传动比;根据设计任务书中所规定的功能要求,执行系统对动力、传动比或速度变化的要求以及原动机的工作特性,选择合适的传动装置类型;根据空间位置、运动和动力传递路线及所选传动装置的特点和适用条件,合理拟定传动路线,安排各传动

机构的先后顺序,拟定传动系统的总体布置方案;分配传动系统中各级传动比。然后进一步确定传动系统中各组成机构的运动学和动力学基本参数,设计各主要几何尺寸。最后绘制传动系统结构简图,完成传动系统的方案设计。

## (二) 传动系统类型的选择

传动系统根据其结构、运动及动力传递与变换等特征,划分成多种型式,可根据不同的工作要求选用。

### 1. 按传动的结构及工作原理分

(1) 机械传动。利用机构所实现的传动称为机械传动,其优点是工作稳定、可靠,对环境的干扰不敏感。缺点是响应速度较慢、控制欠灵活。

机械传动按传动原理又可分为啮合传动和摩擦传动两大类。啮合传动的传动比恒定、传递功率大、尺寸小(除链传动外)、速度范围广、工作可靠、寿命长,但加工制造复杂、噪声大、有时需安装过载保护装置;摩擦传动工作平稳、噪声小、结构简单、容易制造、价格低、有吸收冲击和过载保护能力,但传动比不稳定、传递功率较小、速度范围小、轴与轴承承载大、寿命较短。

(2) 液压、液力传动。利用液压泵、阀、执行器等液压元器件实现的传动称为液压传动;液力传动则是利用叶轮通过液体的动能变化来传递能量的。

液压、液力传动的主要优点是速度、扭矩和功率均可连续调节;调速范围大,能迅速换向和变速;传递功率大;结构简单,易实现系列化、标准化,使用寿命长;易实现远距离控制、动作快速;能实现过载保护。缺点主要是传递效率低,不如机械传动精确;制造、安装精度要求高;对油液质量和密封性要求高。

(3) 气压传动。以压缩空气为工作介质的传动称为气压传动。气压传动的优点是容易快速实现往复移动、摆动和高速转动,调速方便;气压元件结构简单、容易标准化、系列化、易制造、易操纵;响应速度快、可直接用气压信号实现系统控制,完成复杂动作;管路压力损失小,适于远距离输送;与液压传动相比,经济且不易污染环境,安全能适应恶劣的工作环境。缺点是传动效率低;因压力不能太高,故不能传递大功率;因空气的可压缩性,故载荷变化时,传递运动不太平稳;排气噪声大。

(4) 电气传动。利用电动机和电气装置实现的传动称为电气传动。电气传动的特点是传动效率高、控制灵活、易于实现自动化。由于电气传动的显著优点和计算机技术的应用,传动系统也正在发生着深刻变化。在传动系统中作为动力源的电动机虽仍在大量应用,但已出现了具有驱动、变速与执行等多重功能的伺服电动机,从而使原动机、传动机构、执行机构朝着一体化的最小系统发展。目前,它已在一些系统中取代了传动机构,而且这种趋势还会增强。

### 2. 按传动比和输出速度的变化情况分

按传动比或输出速度有否变化,可分为固定传动比和可调传动比的传动系统;

按动力机驱动执行机构或执行构件的数目,可分为独立驱动、集中驱动、和联合驱动的传动系统。其类型及举例列于表 7-8 中,可根据实际工作要求选用。

表 7 8 传动装置按速度变化情况的分类

传动类型		原动机 输出速度	传动类型举例
定传动比传动		恒定	齿轮传动、带传动、链传动、蜗杆传动、螺旋传动,不调速的电力、液压及气压传动
变传动比传动	有级变速	恒定	带塔轮的带传动,滑移齿轮变速箱
		可调	电力、液压传动中的有级调速传动
	无级变速	恒定	机械无级变速器,液力耦合器及变矩器,电磁滑块离合器,磁粉离合器,流体粘性传动
		可调	内燃机调速传动,电力、液压及气压无级调速传动
	周期性变速	恒定	非圆齿轮传动,凸轮机构,连杆机构及组合机构
		可调	数控的电力传动

传动类型的选择,首先必须满足所需传递的功率和传动比要求,同时要使执行系统的工况和工作要求与原动机的机械特性相匹配。例如要使所设置的传动机构与原动机、执行机构的特性有机结合,作到互补和完善;必要时还要在系统中按不同要求安装联轴器进行直接联接或增设离合器或液力耦合器;以及按需要设置减速、增速、变速机构,以及停车、反向、空档装置等。其次要充分考虑结构简单、经济高效和安全、环保等要求。

### (三) 传动链的方案设计

在根据系统的设计要求及各项技术、经济指标选择了传动类型后,若对选择的传动机构作不同的顺序布置或作不同的传动比分配,则会产生出不同效果的传动方案。只有合理安排传动路线、恰当布置传动机构和合理分配各级传动比,才能使整个传动系统获得满意的性能。为了传动的平稳性和减少振动和噪声,一般常在高速端布置一级带传动。而且,由于高速端力矩较小,也有利于带传动的工作。而链传动由于运转不均匀,容易引起振动与噪声,宜安排在中、低级。当传动系统中同时有蜗杆、齿轮传动机构,为了提高效率,使蜗杆蜗轮间有较高的相对滑动速度,易于形成油膜,一般将其安排在高速级。斜齿轮传动较直齿平稳,一般也将其布置在直齿轮的前面,处于高速级等等。要根据传动系统的实际工作需要,抓住该系统工作的主要矛盾合理地布局。

在传动链的方案设计中,还要注意选择功率流动的路线。一种是串联式驱动,原动机的功率依次通过多个传动机构流向执行机构,结构简单,设计容易,是常用的方式,另一种是并联分路驱动,当用一个原动机同时驱动几套执行机构时,常采用这种形式。这时功率将按实际工况自动分流,要特别注意需要功率最大的分

路, 对该分路应选择效率较高的传动机构。同时, 为了保证各执行系统的协调配合, 各路传动系统应严格按机器工作循环图设计。在设计大功率的传动系统时, 有时为了减小系统尺寸, 可采取先分流后汇流的方式。

## 二、原动机的选择

原动机的类型很多, 特性各异。在进行机械系统总体方案设计时, 原动机的机械特性及各项性能与机械执行系统的负载特性和工作要求是否相匹配, 将在很大程度上决定着整个机械系统的工作性能和构造特性。因此, 合理选择原动机的类型是机械系统方案设计中的一个重要问题。

### (一) 原动机的类型和特点

常用的原动机有以下几种类型。

1. 动力电动机 电动机的类型很多, 不同类型的电动机具有不同的结构型式和特性, 可满足不同的工作环境和机械不同的负载特性要求。其主要优点为: 驱动效率高、有良好的调速性能、可远距离控制, 启动、制动、反向调速都易控制, 与传动系统或工作机械联接方便, 作为一般传动, 电动机的功率范围很广。主要缺点为必须有电源, 不适于野外使用。

根据使用电源的不同, 又分为交流电动机和直流电动机两大类。

1) 交流电动机。依靠电磁力的作用, 使旋转磁极同步旋转的电动机称为同步电动机。其最大优点是能在功率因子  $\cos\varphi=1$  的状态下运行, 不从电网吸收无功功率。缺点为结构较异步电动机复杂、造价较高、转速不能调节。常用于长期连续工作而需保持转速不变的大型机械, 如大功率离心式水泵和通用风机等。另一类最常用的是三相异步电动机。使用三相交流电源、且转速与旋转磁场转速不同的电动机称为异步电动机。根据转子结构型式不同, 可分为笼型和绕线型两类, 前者结构简单、体积小、易维护、价格低, 寿命长, 连续运行特性好, 转速受负载转矩波动的影响小, 具有硬机械特性, 但启动和调速性能差, 启动转矩大时启动电流也大。适用于无调速要求、连续运转、轻载启动的机械中, 如风机、水泵等。后者结构复杂、维护较麻烦、价格稍贵, 但启动转矩大, 启动时功率因数较高, 可进行小范围调速。广泛用于启动次数较多、启动负载较大或小范围调速的机械, 如提升机、起重机和轧钢机械等。

2) 直流电动机。直流电动机使用直流电源, 按励磁方式不同, 直流电动机可分为他励、并励、串励和复励 4 种形式。其主要优点是调速性能好、调速范围宽、启动转矩大。缺点为结构较复杂、维护工作量较大, 且价格较高。

2. 控制电动机(伺服电动机) 伺服电动机是指能精密控制系统位置和角度的一类电动机。它体积小、重量轻; 具有宽广而平滑的调速范围和快速响应能力; 其理想的机械特性和调速特性均为直线。

伺服电动机广泛应用于工业控制、军事、航空航天等领域, 如数控机床、工



业机器人、火炮随动系统中。

3. 内燃机 内燃机的种类很多。按燃料种类分,可分为柴油机、汽油机和煤油机等;按一个工作循环中的冲程数分,可分为四冲程和二冲程内燃机;按气缸数目分,可分为单缸和多缸内燃机;按主要机构的运动形式分,可分为往复活塞式和旋转活塞式内燃机。其优点是功率范围宽、操作简便、启动迅速,适于工作环境无电源的场合,多用于工程机械、农业机械、船舶、车辆等。缺点为对燃油的要求高、排气污染环境、噪声大、结构复杂。

4. 液压马达 液压马达又称油马达,它是把液压能转变为机械能的动力装置,其主要优点是可获得很大的动力和转矩,可通过改变油量来调节执行机构的速度,易进行无级调速,能快速响应,操作控制简单,易实现复杂工艺过程的动作要求。缺点是要求有高压油的供给系统,液压系统的制造装配要求高,否则易影响效率和运动精度。

5. 气动马达 气动马达是以压缩空气为动力,将气压能转变为机械能的动力装置。常用的有叶片式和活塞式。其主要优点为:工作介质为空气,故容易获取且成本低廉;易远距离输送,排入大气也无污染;能适应恶劣环境;动作迅速、反应快。缺点为:工作稳定性差,噪声大,输出转矩不大,只适用于小型轻载的工作机械。

## (二) 原动机的选择

在进行机械系统总体方案设计时,原动机的选择主要考虑原动机本身的机械特性能否与工作机械的负载特性(包括功率、转矩、转速等)相匹配,能否与工作机械的调速范围、工作的平稳性等相适应;能否满足工作机械、工作制度及启动、制动的频率的要求;还要考虑经济性,包括原动机的原始购置费用、运行费用和维修费用等;还要考虑工作环境,如能源供应、防止噪声和环境保护等要求。

若工作机械要求有较高的驱动效率和较高的运动精度,应选用电动机,因为电动机的类型和型号较多,并具有各种特性,可满足不同类型工作机械的要求。例如:对于负载转矩与转速无关的工作机械,如轧钢机、提升机械、胶带运输机等,可选用机械特性较硬的电动机,如同步电动机、一般的交流异步电动机或直流并励电动机;对于负载功率基本保持不变的工作机械,如许多加工机床和一些工程机械等,可选用调激磁的变速直流电动机或带机械变速的交流异步电动机;对于无调速要求的机械,尽可能采用交流电动机;工作负载平稳、对启动和制动无特殊要求且长期运行的工作机械,宜选用笼型异步电动机,容量较大时则采用同步电动机;工作负载为周期性变化、传递大中功率并带有飞轮或启动沉重的工作机械,应采用绕线型异步电动机。对于需要调速的机械,若功率小且只要求几档变速时,可采用可变换定子极数的多速(双速、三速、四速)笼型异步电动机;若对调速平稳程度要求不高,调速比不大时,可采用绕线型异步电动机;若调速范

围大、需连续稳定平滑调速时，宜采用直流电动机，若同时启动转速大，则宜采用直流串励电动机；若要求无级调速，并希望获得很大的机械力或转矩时，可采用液压马达。

而对电动机和其他类型的原动机，则可根据不同的工作要求和具体条件来选择。例如：在相同功率下，要求外形尺寸尽可能小、重量尽可能轻时，宜选用液压马达；要求易控制、响应快、灵敏度高时，宜采用液压马达或气动马达。要求在易燃、易爆、多尘、振动大等恶劣环境中工作时，宜采用气动马达。要求对工作环境不造成污染，宜选用电动机或气动马达。要求启动迅速、便于移动或在野外作业场地工作时，宜选用内燃机。要求负载转矩大，转速低的工作机械或要求简化传动系统的减速装置，需要原动机与执行机构直接联接时，宜选用低速液压马达。

原动机的额定转速一般是直接根据工作机械的要求而选择的，但需考虑原动机本身的综合因素。例如，对于电动机来说，在额定功率相同的情况下，额定转速越高的电动机尺寸越小，重量与价格也低，即高速电动机反而经济。若原动机的转速选得过高，势必增加传动系统的传动比，从而导致传动系统的结构复杂。

在选择了原动机的类型及其额定转速后，即可根据工作机械的负载特性计算原动机的容量，确定原动机的型号。当然，也可先预选原动机型号，然后校核其容量。

原动机的容量主要指功率。它是由负载所需的功率、转矩及工作制来决定的。负载的工作情况大致可分为连续恒负载；连续周期性变化负载；短时工作制负载和断续周期性工作制负载等。各种工作制负载情况下所需的原动机容量的计算方法，可查阅有关手册。

### 三、控制系统概述

机械设备中的控制系统所应用的控制方法很多，有机械控制、电气控制、液压控制、气动控制及综合控制。其中以电气控制应用最为广泛，与其他控制形式相比有很多优点。控制系统在机械中的作用越来越突出，传统的手工操作正在被自动化的控制手段所代替，而且向智能化发展。

电气控制系统体积小，操作方便，无污染，安全可靠，可进行远距离控制。通过不同的传感器可把位移、速度、加速度、温度、压力、色彩、气味等物理量的变化转变为电量的变化，然后由控制系统进行处理。

电气控制系统的控制原理及方法，已在相关课程中介绍了。在机械系统方案设计时，主要是根据工作要求、技术发展状况、恰当地实现各执行系统协调配合及原动机的控制方式等提出设计要求。

由于计算机技术和自动控制技术的发展，现代机械的控制系统更加先进，也更加复杂，可靠性也大大增加，可对运动时间、运动方向与位置、速度等参数进

行准确的控制。如对伺服电动机进行控制时,可以采取模拟伺服控制、数字伺服控制、软件伺服控制等多种控制方式。图 7-62 是软件伺服控制的原理图。

把脉冲编码器与速度发电机检测的电动机转角与速度信号送入微型计算机,用预先输入计算机中的程序按采样周期对上述信号进行运算处理,再由微机发出驱动信号,使电动机按规定的要求运转。

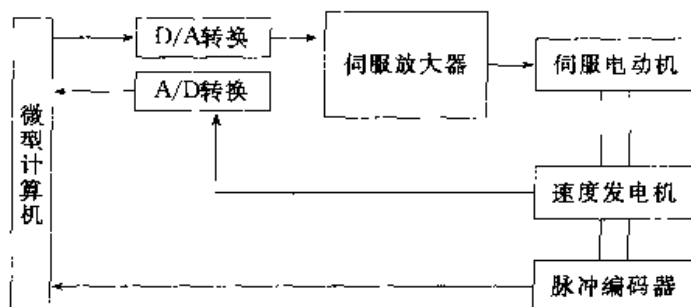


图 7-62 伺服控制的原理图

现代控制系统的设计不仅需要微机技术、接口技术、模拟电路、数字电路、传感器技术、软件设计、电力拖动等方面的知识,还需要一定的生产工艺知识。

一般说来,可把控制对象分为两类。

第一类是以位移、速度、加速度、温度、压力等数量的大小为控制对象,并按表示数量信号的种类分为模拟控制与数字控制。把位移、速度、加速度、温度、压力的大小转换为对应的电压或电流信号,称之为模拟量。对模拟信号进行处理,称为模拟控制。模拟控制精度不高,但控制电路简单,使用方便。把位移、速度、加速度、温度、压力的大小转换为对应的数字信号,称之为数字量。对数字信号进行处理,称为数字控制。

第二类是以物体的有、无、动、停等逻辑状态为控制对象,称为逻辑控制。逻辑控制可用二值‘0’、‘1’的逻辑控制信号来表示。

以数量的大小、精度的高低为对象的控制系统中,经常检测输出的结果与输入指令的误差,并对误差随时进行修正,称这种控制方式为闭环控制。把输出的结果返回输入端与输入指令比较的过程,称为反馈控制。与此不同,输出的结果不返回输入端的控制方式,称为开环控制。

由于现代机械在向高速、高精度方向发展,闭环控制的应用越来越广泛。如机械手、机器人的点、位控制,都必须按反馈信号及时修正其动作,以完成精密的工作要求。在反馈控制过程中,通过对其输出信号的反馈,及时捕捉各参数的相互关系,进行高速、高精度的控制。在此基础上,发展和完善了现代控制理论。

综上所述,现代机械的控制系统集计算机、传感器、接口电路、电器元件、电子元件、光电元件、电磁元件等硬件环境及软件环境为一体,且在向自动化、精密化、高速化、智能化的方向发展,其安全性、可靠性的程度不断提高。在机电一体化机械中,机械的控制系统将起更加重要的作用。

## 第五节 机械系统运动方案设计举例

题目：设计冲压式蜂窝煤成型机的运动方案

1. 机器的功能目标 冲压式蜂窝煤成型机的功能，是将具有一定湿度并含适量粘上的煤粉加入转盘的模筒内，经冲头冲压制成圆柱形带蜂窝孔的煤饼。型煤的直径 $\times$ 高度=120mm $\times$ 80mm。其功能原理为机械加压，其功能解与前述粉料压片机相似。

生产率为每分钟 60 件。为了提高生产率，要求将机器做成多工位的，把上料、成型、卸煤、送煤等工序集中在一台机器上连续完成。机器运动方案力求简单。

2. 工艺动作分解 为了实现蜂窝煤冲压成型的功能目标，冲压式蜂窝煤成型机必须完成五个工艺动作：

(1) 粉煤加料。煤粉经加湿、搅拌后靠重力落入模腔。

(2) 冲头将蜂窝煤压制成型并从模筒内脱模。利用带冲针的冲头往复运动，将位于多工位工作盘模孔中的混合料压实成型，冲针刚性固结于冲头，用以穿孔；同时，要将模筒内的已冲压成型的蜂窝煤脱模。

(3) 模筒转盘（多工位工作盘）的间歇运动。工作盘上设置五个模孔（图 7-63），I 为上料工位，II 为成型工位，IV 为卸料工作，II、V 为过渡工位。这样，以保持多工位连续工作。

(4) 卸煤及输送。将冲压成型的蜂窝煤通过输送带输送出去。

(5) 清除冲头和出煤盘的积屑的扫屑运动。冲头每次退出（上移）工作盘后，扫煤刷在冲头下面扫过，作清除煤屑的扫屑运动。要求这一动作在冲头、脱模盘向上运动过程中完成。

3. 确定执行构件的运动及其相互配合关系 根据工艺动作顺序和协调要求拟定运动循环图。

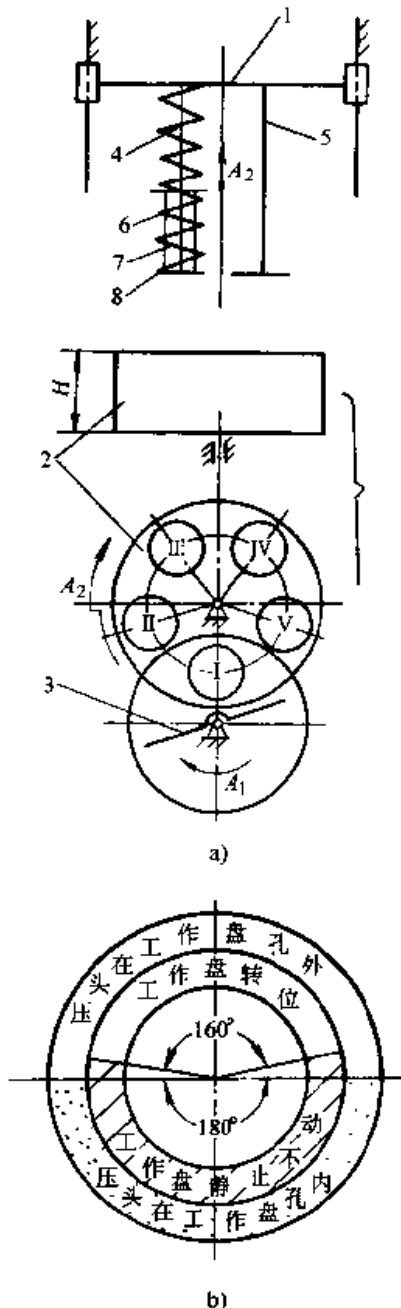


图 7-63 蜂窝煤成型机  
a) 执行系统简图 b) 运动循环图  
1—滑座 2—转盘 3—送料板  
4~8—成型冲头 5—落料冲头

### 1) 各执行构件的运动

上料盘搅拌器的运动  $D_1$ 。参考同类机器, 取其转速为  $n_{D1}=120\text{r/min}$ 。

冲头的运动  $D_2$ 。冲头和脱模杆可同时上下, 其往复频率取决于生产率。取  $n_{D2}=60\text{次/min}$ 。

转盘的间歇转动  $D_3$ 。用以完成冲压、脱模、加料的连续转换, 应与冲头的运动协调配合, 转盘转位时, 压头必须在转盘上方。其运动参数  $n_{D3}=n_{D2}=60\text{次/min}$ 。因是间歇运动, 其运动系数  $\tau$  应小于 0.5。暂取转盘转位运动系数  $\tau=160^\circ/360^\circ=0.444$ 。转盘与冲头相互协调配合关系可用曲柄转角为参考坐标的圆形运动循环图表示 (图 7-63b)。

输送煤的传送带速度  $D_4$  要保证前一块煤运走后, 后一块煤才能卸落在传送带上, 若按蜂窝煤的直径为  $120\text{mm}$ , 两块煤间距离为  $80\text{mm}$  计算, 则间距为  $200\text{mm}$ , 则传送带速度为

$$v_{D4} = \frac{n_{D2} \times 0.2}{60} = \frac{60 \times 0.2}{60} = 0.2\text{m/s}$$

扫屑刷的运动为平面复杂运动, 要保证冲头往复运动一次, 扫屑刷杆在冲头下往复扫过一次, 且不与其他构件相碰。

上述动作, 加料和输送比较简单可以不必考虑, 冲压和脱模可用一个机构来完成。因此, 冲压式蜂窝煤成型机设计时应重点考虑以下三个机构的设计问题: 冲压和脱模机构、扫屑机构以及模筒转盘的间歇运动机构。其次再考虑加料和输送两个机构的运动设计。

### 2) 冲压式蜂窝煤成型机三个主要机构的运动循环图

对于冲压式蜂窝煤成型机运动循环图, 主要是确定冲压和脱模盘、扫屑刷、模筒转盘三个执行构件的先后顺序、相位, 以利对各执行机构的设计、装配和调试。

冲压式蜂窝煤成型机的冲压机构为主机构, 以它的主动件的零位角为横坐标的起点, 纵坐标表示各执行构件的位移起止位置。

图 7-64 表示冲压式蜂窝煤成型机三个机构的运动循环图。冲头和脱模盘都由

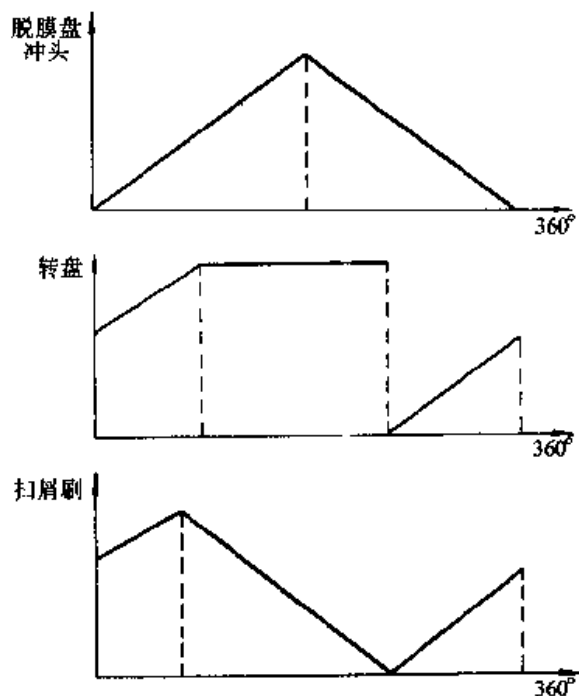


图 7-64 冲压式蜂窝煤成型机三个机构的运动循环图

工作行程和回程两部分组成。模筒转盘的工作行程在冲头的回程后半段和工作行程的前半段完成,使间歇转动在冲压以前完成。扫屑刷要求在冲头回程后半段至工作行程前半段完成扫屑动作。

4. 机构选型 根据冲头和脱模盘、扫屑刷这三个执行构件动作要求和结构特点,再加上运煤和加料机构,可以选择如表 7-9 所示的常用的机构,这一表格又可称为机构的形态学矩阵。

表 7-9 蜂窝煤成型机可选的执行机构

执行机构	运动形态	机构选型		
冲头和脱模盘机构	转动—往复移动	对心曲柄滑块机构	偏置曲柄滑块机构	六杆冲压机构
扫屑刷机构	转动—往复移动	附加滑块摇杆机构	固定移动凸轮移动从动件机构	
模筒转盘间歇运动机构	转动—单向间歇运动	槽轮机构	不完全齿轮机构	凸轮式间歇运动机构
加料机构		齿轮传动机构		
运煤机构		传送带机构		

图 7-65a 表示附加滑块摇杆机构,利用滑梁的上下移动使摇杆  $OB$  上的扫屑刷摆动扫除冲头和脱模盘底下的粉煤屑。图 7-65b 表示固定移动凸轮利用滑梁上下移动使带有扫屑刷的移动从动件顶出,从而扫除残留在冲头和脱模盘底下的粉煤屑。

5. 机械运动方案的选择和评定 根据图 7-66 所示的三个执行构件的机构形态矩阵,可以求出冲压式蜂窝煤成型机的机械运动方案数为:

$$N=3 \times 2 \times 3=18$$

现在可以按给定条件、各机构的相容性和尽量使机构简单等等来选择方案;也可按有关的综合评价方法来对机械运动方案进行评估优选。我们选定的比较简单的方案为:冲压

机构为对心曲柄滑块机构,模筒转盘机构为槽轮机构,扫屑机构为固定凸轮移动从动件机构。再考虑加料、运煤机构的选定,则可全面设计出冲压式蜂窝煤成型机的机械运动方案。

6. 确定原动件,设计机械传动系统的速比和变速机构 参考同类机器,本机采用三相异步电动机驱动,驱动电动机型号为 Y160M—4;额定功率  $P=11\text{kW}$ ;满

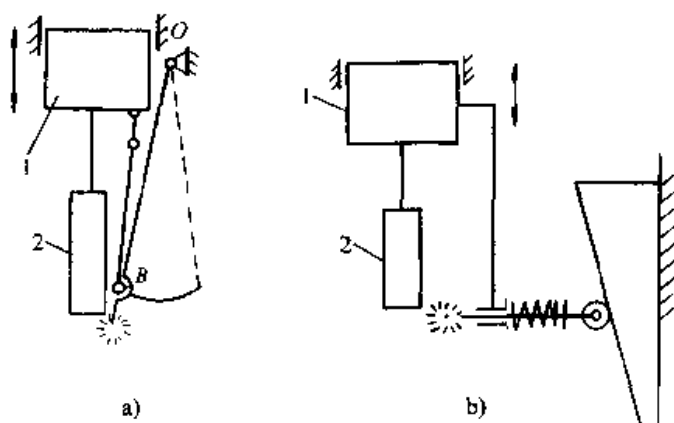


图 7-65 两种扫屑机构方案

a) 附加滑块摇杆机构 b) 固定移动凸轮机构

1—滑梁 2—冲头

载转速  $n=1460\text{r/min}$ 。

根据选定的驱动电机的转速和冲压式蜂窝煤成型机的生产能力，它的机械传动系统的总传动比为：

$$i = \frac{1460}{60} = 24.333$$

根据上述初步的运动方案，即可进行传动系统的传动比分配。

首先分配主传动链的传动比，若初定 1s 压一块煤，即工作台每次转位的周期和冲头的工作周期为  $T=1\text{s}$ ，则分配轴 III 的转速为

$$n_3 = \frac{60}{T} = \frac{60}{1} = 60\text{r/min}$$

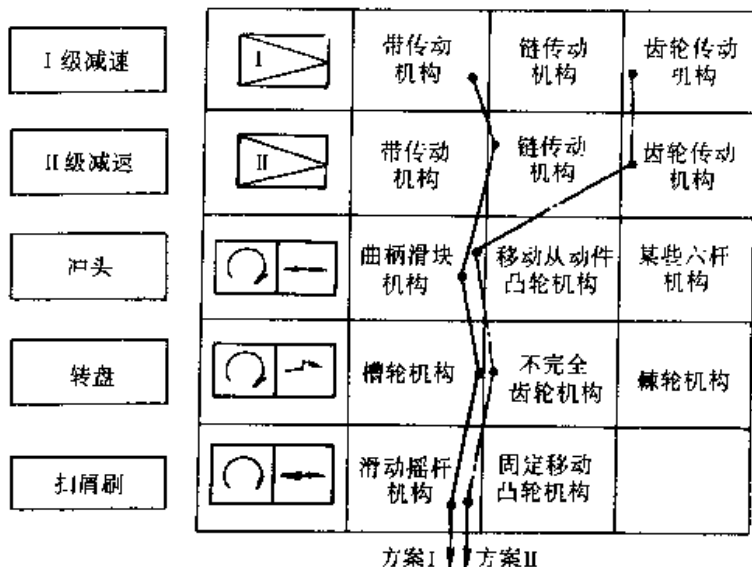


图 7-66 冲压式蜂窝煤成型机形态学矩阵

如传动链中采用二级减速机构，第一级为二级齿轮减速器，第二级为开式圆柱齿轮传动，第二级的从动轮即为曲柄。因冲压式蜂窝煤成型机除压制时有冲击载荷外，对运动链的重量、动态性能、精度方面无其他特殊要求，为使传动构件获得较小尺寸，整个机器结构紧凑，减速传动链的传动比应逐级增大，且相邻两级传动比之差不要太大。

若初选二级圆柱齿轮减速器的传动比  $i_1=8$  (每级平均传动比为 2.8)，开式齿轮传动的传动比

$$i_2 = \frac{24.333}{8} = 3.0416$$

考虑到冲压式蜂窝煤成型机工作环境差，粉尘比较大，采用闭式二级斜齿圆柱齿轮减速器；考虑闭式减速器内两级齿轮的润滑，高速级传动比  $i_g$  应选得比低速级传动比  $i_d$  高，现取  $i_g=1.3i_d$ ，则

$$i_d = \sqrt{\frac{i_1}{1.3}} = \sqrt{\frac{8}{1.3}} = 2.48$$

$$i_g = \frac{8}{2.48} = 3.226$$

箱内第一对齿轮  $Z_a=17$ ,  $Z_b=55$ , 则  $i_k = \frac{55}{17} = 3.235$

箱内第二对齿轮  $Z_c=21$ ,  $Z_d=52$ , 则  $i_d = \frac{52}{21} = 2.476$

$$i_1 = \frac{Z_b Z_d}{Z_a Z_c} = \frac{55 \times 52}{17 \times 21} = 8.022$$

开式齿轮传动  $Z_6=19$ ,  $Z_7=58$ , 则  $i_2 = \frac{58}{19} = 3.0526$

实际总传动比  $i_z = \frac{Z_b Z_d Z_7}{Z_a Z_c Z_6} = \frac{55 \times 52 \times 58}{17 \times 21 \times 19} = 24.455$

校核传动比误差

$$\Delta i = \left| \frac{24.333 - 24.455}{24.333} \right| \times 100\% = 0.50\% < 5\%$$

符合要求。

故分配轴Ⅲ的实际转速为

$$n_3 = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1460}{24.455} = 59.7 \text{ r/min}$$

前已算出 V 带的速度  $v_2 = 0.2 \text{ m/s}$

若取带轮的直径  $d=120 \text{ mm}$ , 则预定Ⅳ轴转速为

$$n_4 = \frac{60 \times 1000 \times v_2}{\pi d} = \frac{60 \times 1000 \times 0.2}{\pi \times 120} = 31.83 \text{ r/min}$$

则传动比

$$i_3 = \frac{n_3}{n_{y4}} = \frac{59.7}{31.83} = 1.876$$

取  $Z_{15}=19$      $Z_{16}=36$      $i_3 = \frac{36}{19} = 1.895$

传动比误差为

$$\Delta i = \left| \frac{1.895 - 1.876}{1.876} \right| \times 100\% = 1.013\% < 5\%$$

符合要求。

故Ⅳ轴实际转速

$$n_4 = \frac{n_3}{i_3} = \frac{59.7}{1.895} = 31.5 \text{ r/min}$$

实际 V 带速度

$$v_2 = n_4 \times \frac{\pi d}{60 \times 1000} = 31.5 \times \frac{\pi \times 120}{60 \times 1000} = 0.198 \text{ m/s}$$

7. 画出机械运动方案简图 按已选定的三个执行机构的型式所组成的机械运动方案, 画出它的机械运动示意图。如图 7-67 所示, 其中包括了机械传动系统和三执行机构的组成。如果再加上加料机构和输送机构, 那就成了一台完整的冲压式蜂窝煤成型机运动方案图。

对机械传动系统和执行机构的尺度计算略。

8. 进行冲压式蜂窝煤成型机的飞轮设计 由于冲压成型机械的负载特性是



短期的重载和长期的近乎空载在一个机械运动循环内交替出现, 为了减小冲压式蜂窝煤成型机的速度波动和选择较小功率的驱动电动机, 应按此机械的负载变化情况来设计飞轮具体的设计步骤略。

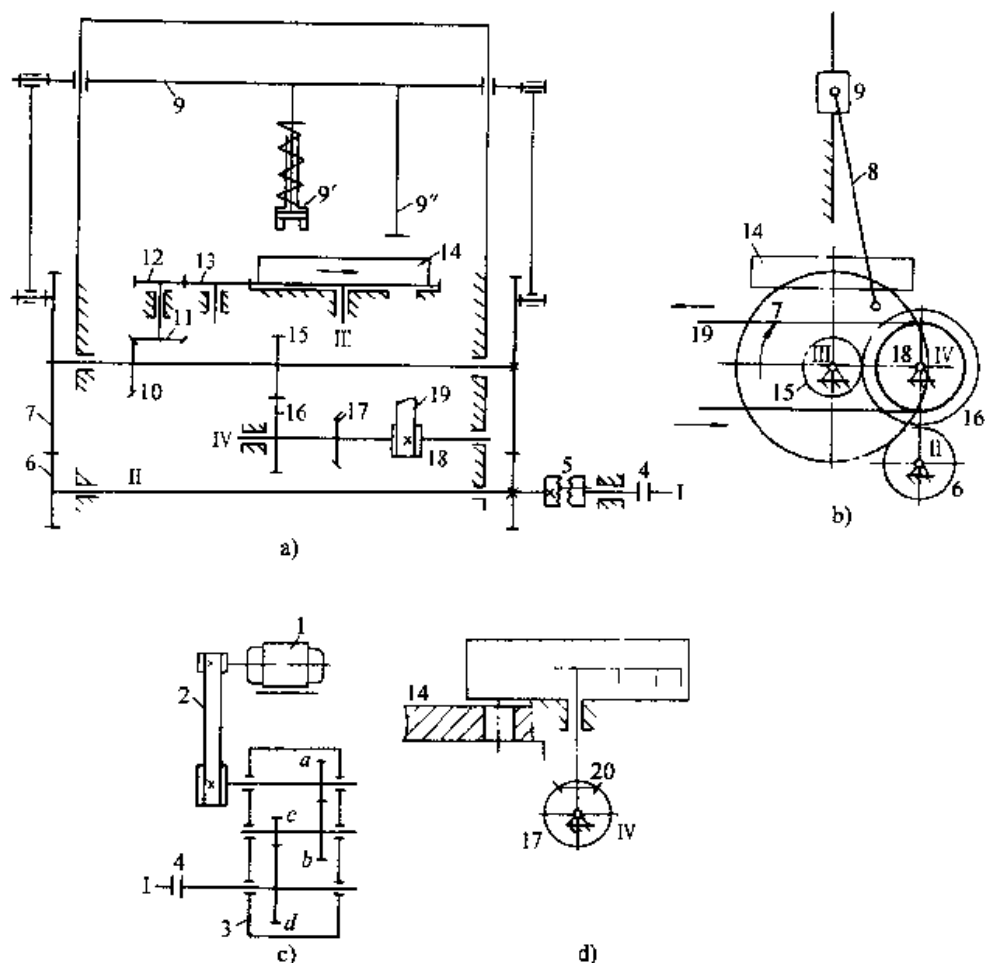


图 7-67 冲压式蜂窝煤成型机运动方案设计图

a) 主要工作系统 b) 冲压及输送机构  
c) 传动系统 d) 落料及扫屑

## 习 题

7-1 在日常生活用具中, 最常用的运动规律是转动(摆动)及移动。调查你周围的生活用具中, 哪些使用了转动(摆动)运动规律, 哪些使用了移动运动规律。

7-2 窗可以安装在连杆上, 也可以安装在连架杆上, 试分别提出窗户启闭机构的设计方案。

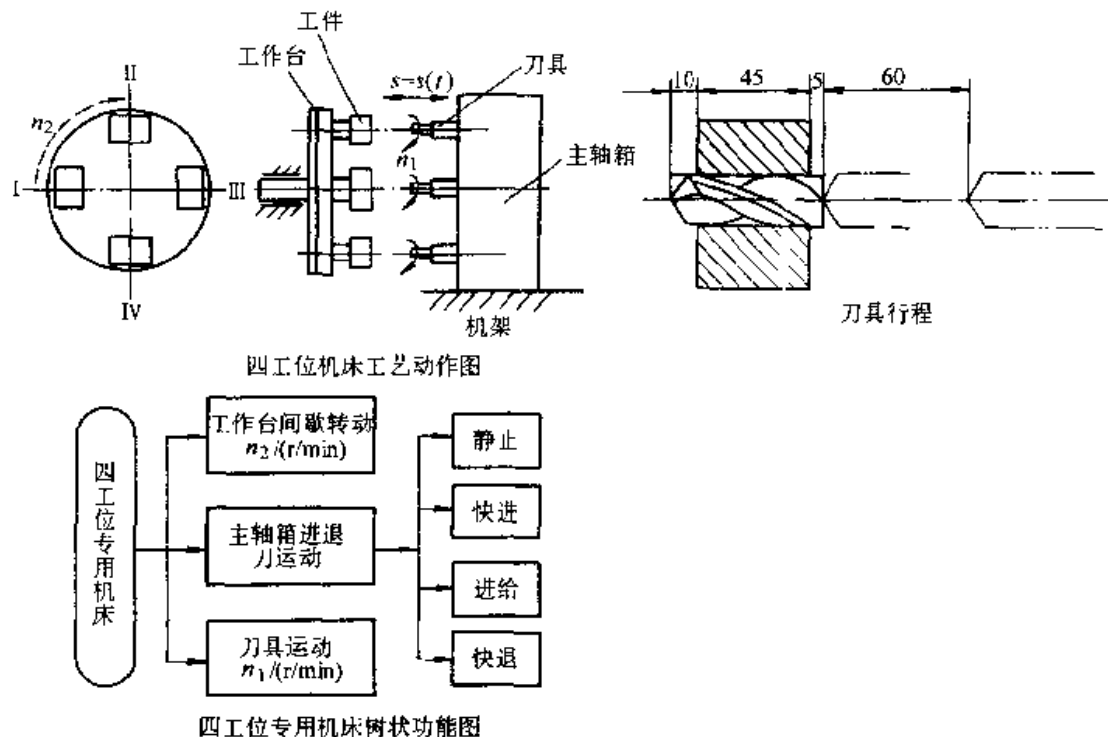
7-3 在保持机构的运动特性不变的前提下, 试用转动副扩大、高低副互代等方法, 演化机构。

7-4 试列出增力机构的解法目录。

7-5 试以图 7-45 所示的粉料压片机为例, 阐述如何对该机进行执行机构的运动协调设计

(假设粉料压片机的生产率为  $Q=120$  片/min)，并画出其直角坐标式的运动循环图。

7-6 试绘制题图 7-1 所示的四工位专用机床的运动循环图(直线式和直角坐标式)。已知: 刀具顶端离开工作表面 65mm, 快速移动送进 60mm 接近工件后, 匀速送进 60mm (前 5mm 为刀具接近工件时的切入量, 工件孔深 45mm, 后 10mm 为刀具切出量), 然后快速返回。行程速比系数  $k=2$ 。刀具匀速进给速度为 2mm/s, 工件装卸时间不超过 10s, 生产率为 72 件/小时。



题图 7-1

7-7 欲设计一机构, 其原动件连续回转, 输出件往复摆动, 且在一极限位置的角速度和角加速度同时为零, 现初拟下列两种方案:

方案 1 采用凸轮机构, 试问应选何种从动件运动规律?

方案 2 采用连杆机构, 绘出一种能满足上述要求的机构运动简图。

7-8 若主动件作等速转动, 其转速  $n=100$  r/min, 从动件作往复移动, 行程为 100mm, 从动件工作行程为近似等速运动, 回程为急回运动, 行程速比系数  $k=1.4$ 。试列出能实现这一运动要求的可能方案。

## 参 考 书 目

- 1 孙桓, 陈作模主编. 机械原理. 第五版. 北京: 高等教育出版社, 1996
- 2 黄锡恺, 郑文纬主编. 机械原理. 第六版. 北京: 高等教育出版社, 1993
- 3 申永胜主编. 机械原理教程. 北京: 清华大学出版社, 1999
- 4 邹慧君, 傅祥志等主编. 机械原理. 北京: 高等教育出版社, 1999
- 5 朱友民, 江裕全主编. 机械原理. 重庆: 重庆大学出版社, 1987
- 6 黄茂林, 郑增铭, 张清珍主编. 机械原理. 重庆: 重庆大学出版社, 1995
- 7 华大年主编. 机械原理. 北京: 高等教育出版社, 1984
- 8 谢存禧, 郑时雄等主编. 空间机构设计. 上海: 上海科技大学出版社, 1996
- 9 谢泗淮主编. 机械原理. 北京: 人民交通出版社, 1998
- 10 O. 0301 著. 机械原理教程. 唐炜柏, 黄茂林, 王鸿恩译. 重庆: 重庆大学出版社, 1993
- 11 R. C. JOHNSON. 机械设计综合. 陆国贤, 倪庆兴译. 北京: 机械工业出版社, 1987
- 12 邹慧君主编. 机械运动方案设计手册. 上海: 上海交通大学出版社, 1994
- 13 邹慧君主编. 机械系统设计. 上海: 上海科学技术出版社, 1996
- 14 J. 伏尔默等. 连杆机构. 石则昌等译. 北京: 机械工业出版社, 1989
- 15 J. 伏尔默. 机构学教程. 孙可宗, 周有强译. 北京: 高等教育出版社, 1990
- 16 张策编著. 机械动力学. 北京: 高等教育出版社, 2000 年
- 17 唐锡宽, 全德闻. 机械动力学. 北京: 高等教育出版社, 1984
- 18 孟宪源主编. 现代机械手册. 北京: 机械工业出版社, 1994
- 19 桑多尔, 厄尔德曼. 高等机构设计-分析与综合: 第二卷. 庄细荣等译. 北京: 高等教育出版社, 1993
- 20 罗名佑编. 行星轮机构. 北京: 高等教育出版社, 1984
- 21 石永刚, 徐振华编著. 凸轮机构设计. 上海: 上海科学技术出版社, 1995
- 22 陈立周, 张英会等. 机械优化设计. 上海: 上海科技出版社, 1982
- 23 机电一体化设计手册编委员. 机电一体化技术手册. 北京: 机械工业出版社, 1994
- 24 [美] SUH C. H., Radcliffe C. H 著, 上海交通大学机械原理及零件教研室译. 运动学和机构设计. 北京: 机械工业出版社, 1983
- 25 傅祥志主编. 机械原理. 武汉: 华中理工大学出版社, 1998
- 26 [德] R. Koller 著. 机械、仪器和器械设计方法. 吕持平译. 北京: 科学出版社, 1982
- 27 刘安心, 杨廷力著. 机械系统运动学设计. 北京: 中国石化出版社, 1999
- 28 张春林, 曲继方等编著. 机械创新设计. 北京: 机械工业出版社, 1999