吉林大学 《865材料力学》

主讲老师：樊鹏鹏

第一部分

考点冲刺串讲部分

专业课冲刺串讲及模拟四套卷精讲课程

第1讲 复习导学

本讲主要内容

（一）吉林大学《865材料力学》冲刺串讲及模拟四套卷精讲辅导体系介绍

（1）适用范围及针对对象

（2）课程简介（本课程分为**冲刺串讲及模拟四套卷精讲2部分**)

（二）参考资料说明

（1）参考书目

（2）指定大纲

（3）历年真题

（三）考试分析

（四）课程特点

（五）冲刺阶段如何复习？？

（六）如何安排复习时间？？

(七) 备战复试

(八)本讲小结

（一）吉林大学《865材料力学》课程辅导体系介绍

课程辅导体系

（1）适用专业及针对对象：适用于报考吉林大学机械制造、机械设计、机械电子、车辆工程等相关专业考材料力学的同学。

（2）课程简介

①冲刺串讲

重点内容归纳串讲，归纳总结考研最可能考到的必考点进行讲解分析，加深对重要考试内容的理解和掌握，让考生再次明确复习范围和重点，缩小复习范围。

② 模拟四套卷精讲

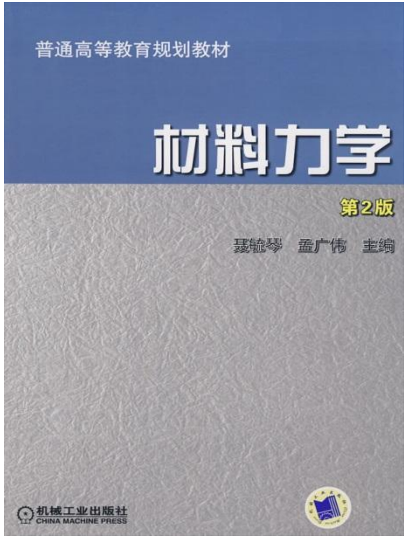
按照考研题型和分值编写四套仿真模拟试卷，通过精讲四套模拟试卷来帮助考生掌握解题思路和答题技巧；达到举一反三、触类旁通的作用.

（二）参考资料

（1）吉林大学考研《材料力学》

指定教材：聂毓琴 孟广伟 主编，

《材料力学》第2版，机械工业出版社。



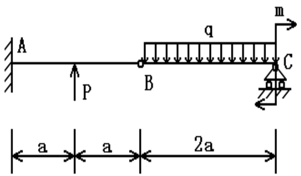
（2）参考大纲（本学校无指定大纲）

（3）历年真题

吉林大学材料力学考研真题

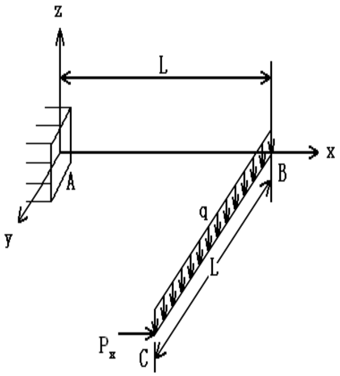
2000年

一、作图示结构的内力图，其中P=2qa,m=qa²/2。(10分)



二、已知某构件的应力状态如图，材料的弹性模量E=200GPa,泊松比μ=0.25。试求主应力，最大剪应力，最大线应变，并画出该点的应力圆草图。(10分)

四、钢制平面直角曲拐ABC，受力如图。q=2.5πKN/m，AB段为圆截面，[σ]=160MPa，设L=10d，P_x=qL,试设计AB段的直径d。(15分)



（三）考试分析

（1）试卷分析

题型	题量	权重（%）	重要度
画图题	1	10	★★★★★
计算题	7-9	70	★★★★★
简答题	1	10	★★★★
证明题	1	10	★★★★

我校考试以考察基础知识为主，要求对基本概念及基本原理作基本了解，基本公式会熟练运用。难题出现频率低，几乎没有.但题量较大。考生需重点掌握我们在课程中给大家介绍的考点，比如内力图、应力计算、梁的强度稳定性校核、动载荷、超静定结构等。根据近些年情况看，题型固定，分为画图、简答、计算证明四种题型，满分150分。

（2） 教材基本内容与重点章节分析

大纲	所在章节	年份	题量	权重（%）	难易度
画梁的内力图	2、3、4	每年必考	1	10	易
应力的计算	7	11、12 年	1	10	易
强度校核及梁的设计	5、8	11、12 年	3	30	两易一难
静不定问题	11	11、12、13 年	1	10	难
动载荷	12	12 年	1	5	中
能量法	10	11、12、13 年	1	10	中
交变应力	13	12 年	1	10	易
压杆稳定	14	12 年	1	10	中
平面图形的几何性质	附录 A	11、12、13 年	1	5	易

（四）本课程特点

（1）冲刺串讲是内容精炼，侧重于考试高频考点和考点熟练掌握，总结规律。

（2）模拟试题构成与特点（按照真题出题模式，对题加以分析考点、分析解题思路和模拟解题为主，讲解技巧，方法。）

（五）冲刺阶段如何复习

考前最后阶段专业课的复习备考策略，专业课获取高分的最佳办法。

（1）按考试规定时间进行模拟

（2）对同一种题型总结固定的做题方法

（3）大量做题，提高做题速度和做题的准确率

（六）如何安排复习时间

A.十月份

在校学生一般从大三下学期开始准备考研复习，在十月份之前都可以先复习英语和数学。对于之前接触过材料力学的同学，十月份开始复习就能满足考试的需要，对于之前没有接触过材料力学的同学可以稍微提前一个月到半个月。对材料力学做个简单了解，然后根据自己的情况，进行复习，一定要多做题。

B. 十二月上半月

这个时候已经把课本内容看完，并且准备做真题。通过做题把握自己的复习程度，对于不确定，不熟悉的知识点，一定再回到课本查看清楚。

C.十二月到考前不断做真题，并且按考试时间做。我们专业课在下午考，那么最好放在下午做真题。做完题记得总结。

D.考试前一周　把需要记忆的知识点，每天回顾，可能考简答题的地方要花时间背一背。

(七) 备战复试

（1）面试: 根据自己考试完后自己的估分情况，可以在休息一段时间后开始准备复试。这个时候一定要联系上届的师兄或者师姐。通过他们了解报考学校的复试情况。

（2）笔试: 根据笔试考试的内容，复习笔试。一个月的时间足够。那么在考试完以后到笔试，还有大概三个半月的时间。同学们准备复试的时间还是很充足的。

(八)本讲小结

本讲介绍了吉林大学材料力学专业课考试冲刺阶段复习特点及技巧，并给出了复习思路和复习计划。希望考生在复习的过程中务必认真仔细，各个知识点击破，一直坚持到考试；另外，每个人的专业只是基础不同，给出的复习计划仅供参考，希望大家依照自己实际情况可做出相应调整。

专业课冲刺串讲及模拟四套卷精讲课程

第2讲 考点冲刺串讲（一）

一、重点考点

（1）材料在轴向拉伸和压缩时的力学性能

（2）强度校核

（3）斜截面上的应力

（4）超静定问题

（5）扭矩与扭矩图

（6）扭转时的应力与强度条件

二、复习思路及目的

（1）理解材料在轴向拉伸和压缩时的力学性能

（2）会对结构进行强度校核

（3）会求斜截面上的应力

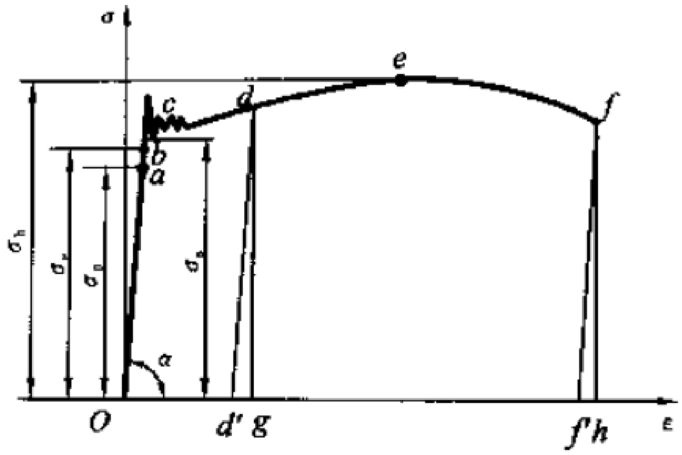
（4）会计算超静定问题

（5）理解扭矩与扭矩图的概念会画内力图

（6）理解扭转时的应力与强度条件

【考点一】材料在轴向拉伸和压缩时的力学性能 ★★★★

1、低碳钢的力学性能



弹性阶段: $\sigma = E\varepsilon$

屈服阶段：屈服极限σ_s

强化阶段：强度极限σ_b

局部变形阶段：断口为“杯状”

衡量材料的塑性指标：伸长率、断面收缩率

【考点一】材料在轴向拉伸和压缩时的力学性能 ★★★★

【考点分析】本考点介绍的是力学性能，要掌握各种力学性能

1、低碳钢的力学性能

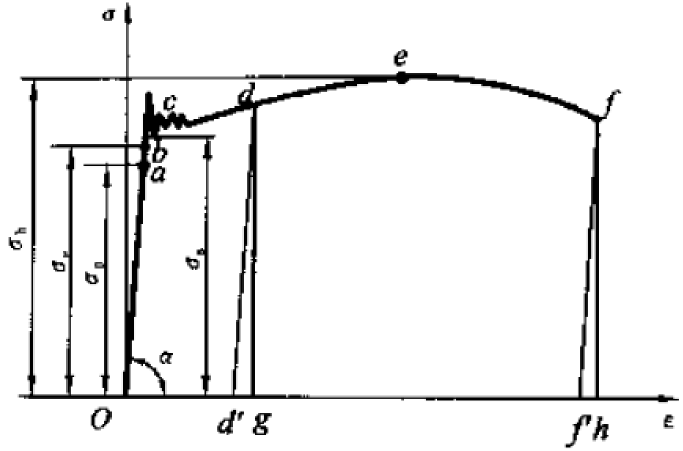
弹性阶段：$\sigma = E\varepsilon$

屈服阶段：屈服极限σ_s

强化阶段：强度极限σ_b

局部变形阶段：断口为“杯状”

衡量材料的塑性指标：伸长率、断面收缩率



2、铸铁在拉伸（压缩）时的力学性能

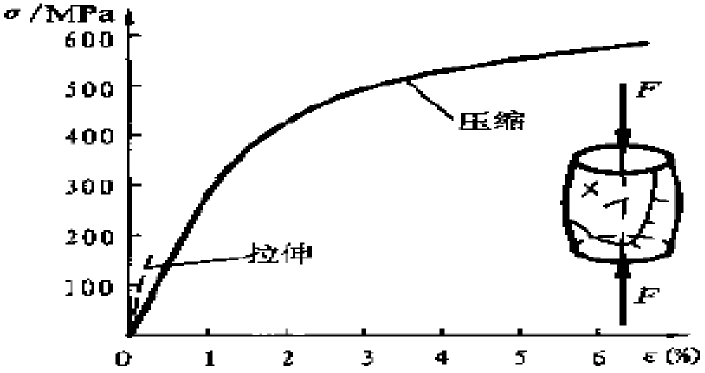


图 2-20

注意：拉断时断口平齐；压缩时破坏断面与轴线大致成45-55倾角。

【考点二】强度条件：$\sigma_{max} \leqslant [\sigma]$

【考点分析】本考点介绍强度条件及其应用

1、许用应力 $[\sigma]$ = 极限应力除以一个大于1的因数

$$[\sigma]=\frac{\sigma_u}{n}$$

塑性材料 $$[\sigma]=\frac{\sigma_s}{n_s}$$

脆性材料 $$[\sigma]=\frac{\sigma_b}{n_b}$$

2、强度条件及应用

1） $\sigma_{max} \leqslant [\sigma]$

2）应用：强度校核

设计截面 $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$

确定许可载荷

【考点三】轴向拉伸时横截面（斜截面）上的内力和应力 ★★★

【考点分析】本考点考查轴向拉伸时候斜截面上的内力

$$P_\alpha = \frac{F_\alpha}{A_\alpha} = \frac{F}{A_\alpha}$$

$$P_\alpha = \frac{F_\alpha}{A_\alpha}\cos\alpha = \sigma\cos\alpha$$

$$\sigma_\alpha = p_\alpha\cos\alpha = \sigma\cos^2\alpha$$

$$\tau_\alpha = p_\alpha\sin\alpha = \frac{\alpha}{2}\sin 2\alpha$$

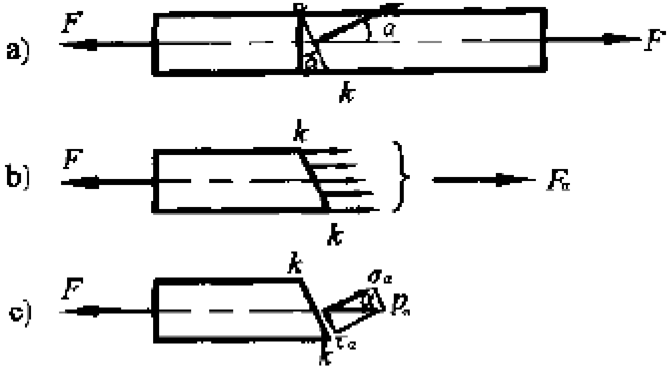


图 2-10

【考点四】超静定问题 ★★★

【考点分析】本考点介绍超静定问题及其解法

1、超静定的概念：单凭力平衡方程不能确定出全部未知力的问题称为超静定问题或静不定问题。

2、超静定问题的解法

1）列出独立平衡方程

2) 列变形几何方程

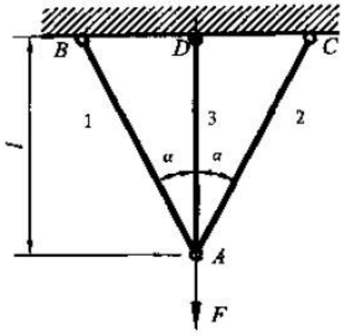
3）建立物理方程

4）补充方程

【经典例题】

例2-10　由三根杆组成的结构如图所示，设1、2两杆的长度、横截面面积及材料均相同，即：$l_1=l_2A_1=A_2,E_1=E_2$,3杆的长度为L，横截面面积为A3，弹性模量为E_3，1、2两杆与3杆的夹角均为 a 。

试求在F力作用下三杆的轴力。

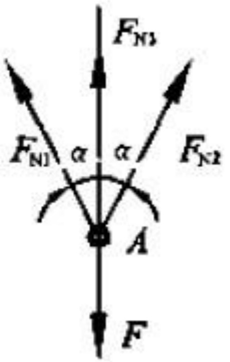


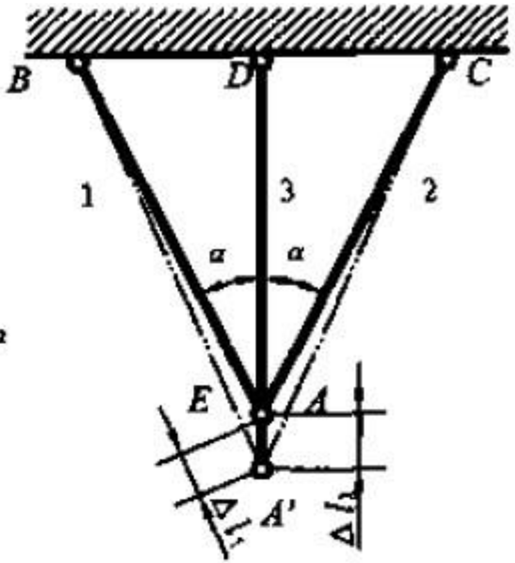
a)

【解题思路】本题考查静不定的问题。

【答案要点】

（1）受力分析





（2）平衡方程　$\sum F_X=0$；$\sum F_Y=0$

（3）变形几何方程　$\Delta L+\Delta=\delta$

（4）物理方程 $\Delta l_1=\dfrac{F_{N1}l_1}{E_1A_1}$，$\Delta l_2=\dfrac{F_{N2}l_2}{E_2A_2}$，$\Delta l_3=\dfrac{F_{N3}l_3}{E_3A_3}$

（5）补充方程

联立以上方程可得：

$$\frac{F_{N3}l}{E_3A_3}\cos\alpha=\frac{F_{N1}\dfrac{l}{\cos\alpha}}{E_1A_1}$$

$$F_{N1}=F_{N2}=\frac{F}{2\cos\alpha+\dfrac{E_3A_3}{E_1A_1\cos^2\alpha}}$$

$$F_{N3}=\frac{F}{1+2\dfrac{E_1A_1}{E_3A_3}\cos^3\alpha}$$

【考点分析】本题考查求解超静定的一般步骤

【易错点】在建立几何方程或者物理方程的时候出错

【考点五】扭矩和扭矩图 ★★★★

【考点分析】本考点介绍扭矩的计算和扭矩图的画法

扭矩M_x的符号规定如下：按右手螺旋法则把M_x表示为矢量（图3-5 a、b），

当矢量方向与截面外法线方向一致时，M_x为正；反之为负。

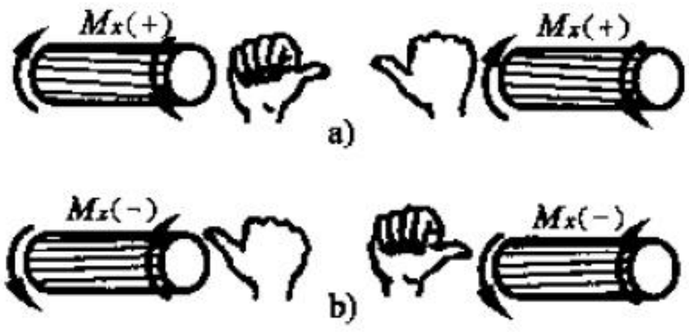


图 3-5

【考点六】扭转时的应力与强度条件 ★★★★

【考点分析】考点介绍扭转时候强度条件的应用

1、扭转角φ：圆轴两端截面的相对转角。

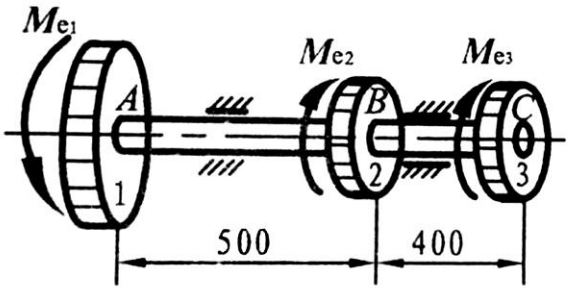
2、切应力公式：$\tau_\rho=\dfrac{M_x\rho}{I_P}$　$\tau_{\max}=\dfrac{M_xR}{I_P}$

$$W_P=\frac{I_P}{R}\qquad \tau_{\max}=\frac{M_x}{W_p}$$

注：扭转时圆截面的边缘上切应力最大。

【经典例题】

图示传动轴的转速为n=500r/min，主动轮1输入功率p_1=367.75kw，从动轮2、3分别输出功率 p_2=147.1kw，p_3=220.65kw.已知[τ]=70MPa，[θ]=1(°)/m。G=80GPa。



题 3-12 图

【经典例题】

求：（1）试确定AB段的直径d_1和BC段的直径d_2;

（2）若AB和BC两段选同一直径，试确定直径d；

（3）主动轮和从动轮应如何安排才比较合理?

【答案要点】

首先 M_{e1}=7024N.m M_{e2}= 2810N.m

M_{e3}=4210N.m

(1)确定AB段直径：由强度条件得d1=80mm

由刚度条件得d1=84.6mm

确定BC段直径： 由强度条件得d2=67.4mm

由刚度条件得d2=74.4mm

（2）若AB和BC两段选用同一直径，应取两段中直径大者，即:d=84.6mm

（3）主动轮应安置在中间

四、归纳总结

本讲共介绍了六个高频考点

（1）材料在轴向拉伸和压缩时的力学性能

（2）强度校核

（3）斜截面上的应力

（4）超静定问题

（5）扭矩与扭矩图

（6）扭转时的应力与强度条件

【易错点】力学性能在记忆的时候不清晰，画内力图时候标注错误，符合错误等。

专业课冲刺串讲及模拟四套卷精讲课程

第3讲 考点冲刺串讲（二）

一、重点考点

【考点一】圆轴扭转时斜截面上的应力

【考点二】平面弯曲时梁横截面上的内力——剪力和弯矩

【考点三】纯弯曲（横力弯曲）时梁横截面上的正应力

【考点四】平面弯曲时梁横截面上的内力——剪力和弯矩

二、复习思路及目的

1、会计算圆轴扭转时斜截面上的应力

2、掌握平面弯曲时梁横截面上的内力——剪力和弯矩的概念及求法

3、纯弯曲（横力弯曲）时梁横截面上的正应力

4、平面弯曲时梁横截面上的内力——剪力和弯矩

【考点一】圆轴扭转时斜截面上的应力 ★★★★

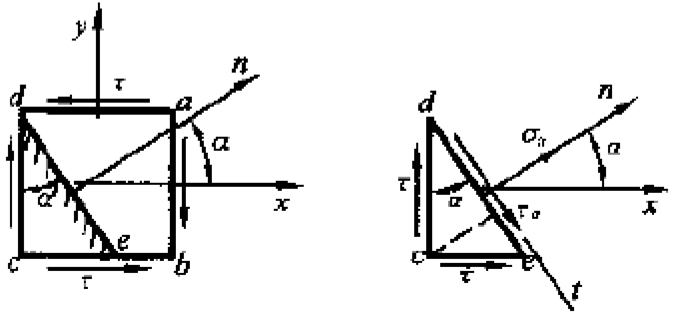
【考点分析】考点介绍圆扭转时斜截面的应力

1、推倒过程

设de面的面积为dA,则dc面和ce面的面积分别是 $dA\cdot\cos\alpha$ 和 $dA = \sin\alpha$

则由∑F_N=0，得 $\sigma_\alpha = \tau\sin 2\alpha$

化简得 $(\tau dA\cos$ $= 0$



a)　　b)

同理，由∑F_t=0 得 $\tau_\alpha=\tau\cos.2\alpha$

2、几点注意

1）圆轴扭转时的，横截面和纵向截面上的作用着最大切应力。

即： a =0° 和 a =90° 时。

2）在 a =45° 的斜截面上，切应力 为零，

正应力σ达到极值。

3、扭转破坏

1） 低碳钢试件扭转时沿横截面 破坏 ，是横截面上最大切应力作用的结果。

2)铸铁试件扭转时大约成45°螺旋线断裂，这是最大拉应力作用的结果。

4、圆轴扭转时的强度条件

$$\tau_{max} \leqslant [\tau]$$

对于等直圆轴最大扭转切应力一定发生在M最大截面上的最外边缘各点。

【考点二】平面弯曲时梁横截面上的内力——剪力和弯矩 ★★★★

1、静定梁的基本形式：简支梁、外伸梁、悬臂梁

2、两个规律

1）横截面上的剪力，在数值上等于作用在此截面任一侧梁上所有外力在y轴上的投影的代数和。

2）横截面上的弯矩，在数值上等于作用在此截面任一侧梁上所有外力对该截面形心力矩的代数和。

【考点分析】平面弯曲时，内力的计算。

【考点三】平面弯曲时梁横截面上的内力——剪力和弯矩 ★★★★

1、静定梁的基本形式：简支梁、外伸梁、悬臂梁

2、两个规律

1）横截面上的剪力，在数值上等于作用在此截面任一侧梁上所有外力在y轴上的投影的代数和。

2）横截面上的弯矩，在数值上等于作用在此截面任一侧梁上所有外力对该截面形心力矩的代数和。

【考点分析】剪力及弯矩的计算，和载荷、剪力、弯矩之间的关系。

2）组合梁的特点

（1）组合梁的梁间铰只传力而不传递力偶；

(2）母梁上的载荷不传递到子梁上，而子梁上的载荷必须传递到母梁上。

（ 3 ）若集中力作用在梁间铰上，或左侧，或右侧，此时放在哪一侧研究，结果一样。

(4）集中力偶不能作用在铰上。

【考点四】纯弯曲（横力弯曲）时梁横截面上的正应力

【考点分析】正应力的计算

1、纯弯曲时横截面上正应力

1）变形几何关系

$$\varepsilon=\frac{y}{\rho}$$

2）物理关系

$$\sigma=E\varepsilon=E\frac{y}{\rho}$$

3）静力关系 $\frac{1}{\rho}=\frac{Mz}{EIz}$ 其中EIz 称为截面的抗弯刚度

4）纯弯曲时横截面上正应力的计算式：$\sigma=\frac{Mzy}{Iz}$

3、横力弯曲时横截面上的正应力

1）几个公式

塑性材料

$$|\sigma|_{max} = \frac{|M_Z|_{max} \cdot |y|_{max}}{I_Z}$$

$$\frac{I_Z}{|y|_{max}} = W_Z \qquad W_Z \quad \text{为抗弯截面系数}$$

$$|\sigma|_{max} = \frac{|M_Z|_{max}}{W_Z} \le [\sigma]$$

3、横力弯曲时横截面上的正应力

1） 几个公式

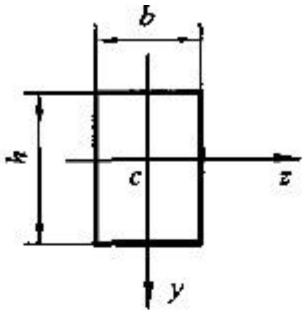
脆性材料

$$\sigma_{t,\max}=\frac{\left|M_Z\right|_{\max}y_1}{I_Z}\le\left[\sigma_t\right]$$

$$\left|\sigma_c\right|_{\max}=\frac{\left|M_Z\right|_{\max}\cdot y_2}{I_Z}\le\left[\sigma_c\right]$$

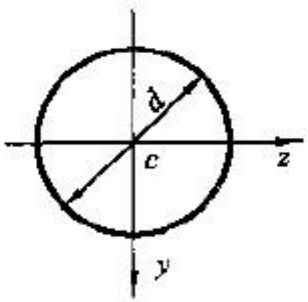
几种

W_Z



$$W_Z = \frac{bh^2}{6}$$

$$W_y = \frac{hb^2}{6}$$



$$W_Z = W_Y = \frac{\pi d^3}{32}$$

3、横力弯曲时横截面上的正应力

1）几个公式

塑性材料

$$|\sigma|_{max} = \frac{|M_Z|_{max} \cdot |y|_{max}}{I_Z}$$

$$\frac{I_Z}{|y|_{max}} = W_Z \qquad W_Z$$ 为抗弯截面系数

$$|\sigma|_{max} = \frac{|M_Z|_{max}}{W_Z} \le [\sigma]$$

3、横力弯曲时横截面上的正应力

1） 几个公式

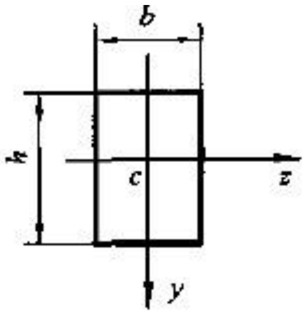
脆性材料

$$\sigma_{t,\max} = \frac{|M_Z|_{\max} y_1}{I_Z} \le [\sigma_t]$$

$$|\sigma_c|_{\max} = \frac{|M_Z|_{\max} \cdot y_2}{I_Z} \le [\sigma_c]$$

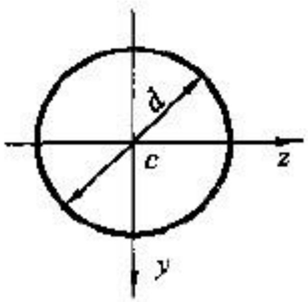
几种

W_Z



$$W_Z = \frac{bh^2}{6}$$

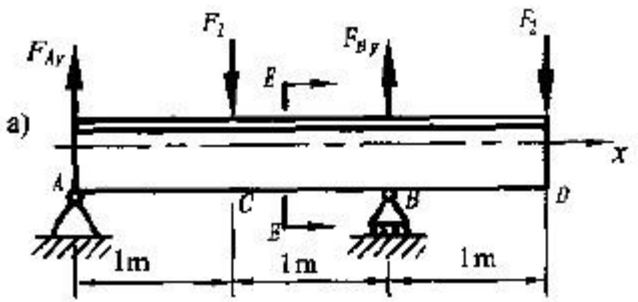
$$W_y = \frac{hb^2}{6}$$

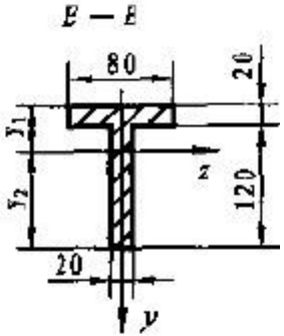


$$W_Z = W_Y = \frac{\pi d^3}{32}$$

【经典例题】

T型截面铸铁梁的载荷和截面尺寸如图所示,F_1=9KN,F_2=4KN,铸铁的许用拉应力为$[\sigma_t]$=30MPa许用压应力为$[\sigma_c]$=160MPa.已知截面对形心轴z的惯性矩为 I_z =763cm^4,且 $|y_1| = 52mm$。试校核梁的强度。





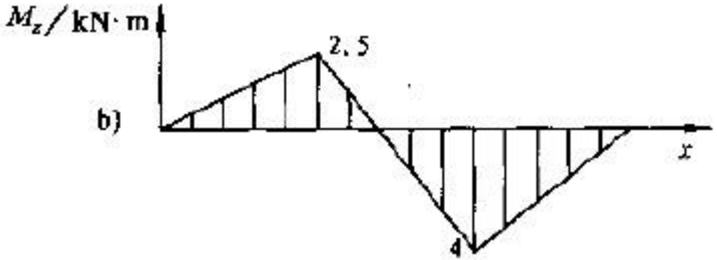
【解题思路】

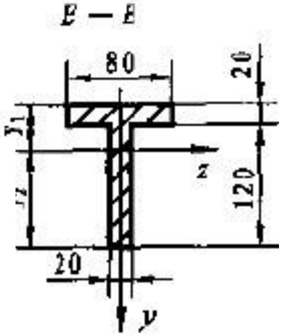
分析题干可知：题目是对铸铁梁的校核。

【答案要点】

1、求支反力 $F_{Ay}=2.5kN$　　$F_{By}=10.5kN$

2、画弯矩图





最大正弯矩在C截面

最大负弯矩在B截面

【答案要点】

3、（1）对B截面，因为是负弯矩，中性轴上部受拉、下部受压：$\sigma_{t,\max} = 27.2MPa$

$$\left|\sigma_c\right|_{\max} = 46.2MPa$$

（2）对C截面：

结论：满足强度条件 $\sigma_{t,\max} = 28.8MPa$

【考点分析】本题考查的是强度校核的问题

【易错点】没有对梁进行正确位置的校核。

四、本讲总结

本讲共讲了五个高频易考点

1、圆轴扭转时斜截面上的应力

2、平面弯曲时梁横截面上的内力——剪力和弯矩

3、纯弯曲（横力弯曲）时梁横截面上的正应力

4、平面弯曲时梁横截面上的内力——剪力和弯矩

其中易错点是：画剪力图弯矩图时候数值标注错误、求应力时候公式用错。

专业课冲刺串讲及模拟四套卷精讲课程

第4讲 考点冲刺串讲（三）

一、重点考点

【考点一】挠曲线的微分方程

【考点二】二向应力状态分析

【考点三】斜弯曲

【考点四】扭转与其他变形的组合

二、复习思路及目的

1、会列写挠曲线的微分方程

2、会对二向应力状态分析

3、理解斜弯曲的概念，并会计算有关题目

4、理解扭转与其他变形的组合，会计算有关题目

【考点一】挠曲线的近似微分方程★★★

【考点分析】会列写挠曲线的近似微分方程

1、挠曲线的近似微分方程

$$\frac{d^2\upsilon}{d^2x}=\frac{M(x)}{EI}$$

2、梁弯曲的刚度的条件

$$|f|_{\max}\le[f]$$

$$|\theta|_{\max}\le[\theta]$$

3、推倒过程

从力学方面

纯弯曲时中性层的曲率为 $\frac{1}{\rho}=\frac{M}{EI}$

横力弯曲时 $\frac{1}{\rho(x)}=\frac{M(x)}{EI}$

从数学方面 $$\frac{1}{\rho}=\pm\frac{\dfrac{d^2x}{d^2\upsilon}}{\left[1+(\dfrac{d\upsilon}{dx})^2\right]^{3/2}}$$

综合两方面 $$\pm\frac{d^2x}{d^2\upsilon}=\frac{M(x)}{EI}$$

根据弯矩的符号规定，当挠曲线小凸时，M为正。

另一方面，在在我们所选定的坐标里向下凸的曲线的二阶导数也为正。

所以 $\pm\frac{d^2x}{d^2\upsilon}=\frac{M(x)}{EI}$ 两端符号是一致的

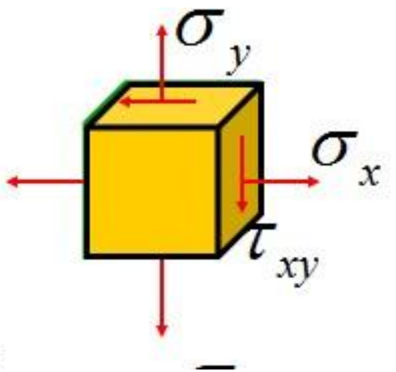
所以可以写成 $\frac{d^2x}{d^2\upsilon}=\frac{M(x)}{EI}$

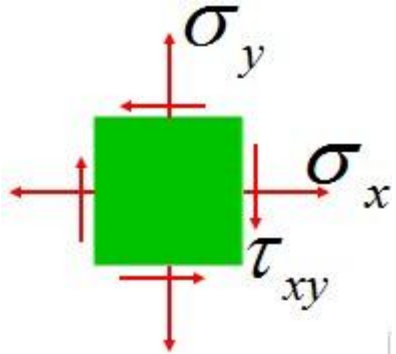
这就是挠曲线的近似微分方程

【考点二】二向应力状态分析 ★★★★

一、 解析法

1、设在受力构件中取出二向应力状态的最一般情况的原始单元体，既已知面上的应力 σ_x σ_y τ_{xy}



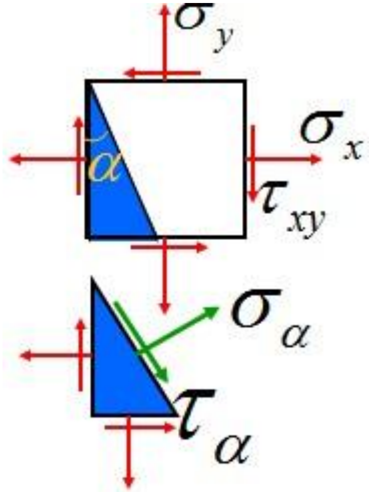


2、确定平行于Z轴的任意斜截面上的应力

依据截面法可以求出某一点的应力

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\alpha - \tau_{xy}\sin 2\alpha$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\alpha + \tau_{xy}\cos 2\alpha$$



3、确定主应力及主平面位置

σ_α τ_α均为 a 的函数，必存在极值

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha}=-2\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\alpha+\tau_{xy}\cos 2\alpha\right)$$

令 $\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha}=0$ 则必有 $\tau_{\alpha_0}=0$

结论：正应力的极值为主应力

方位角：$\tan 2\alpha_0=\frac{-2\tau_{xy}}{\sigma_x-\sigma_y}$

正应力极值

$$\begin{matrix}\sigma_{\max} \\ \sigma_{\min}\end{matrix} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

至于为第几主应力，应该求出具体值与零比较后而定。

【考点解析】对于二向应力状态，会进行应力分析。

4、确定极值切应力及其所在平面

令 $\frac{d\tau_\alpha}{d\alpha}=0 \quad \tan 2\alpha_1=\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2\tau_{xy}}$

极值应力为

$$\left.\begin{matrix}\tau_{\max}\\ \tau_{\min}\end{matrix}\right\}=\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2}$$

5、1）单元体任意两个互相垂直面上正应力之和为常数

$$\sigma_{\alpha}+\sigma_{\alpha+\frac{\pi}{2}}=\sigma_{x}+\sigma_{y}$$

2）$\tau_{\alpha+\frac{\pi}{2}}=-\tau_{\alpha}$ 证明了切应力互等定理

二、图解法

1、原理 $$\sigma_\alpha=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}+\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\alpha-\tau_{xy}\sin 2\alpha$$

$$\tau_\alpha=\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\alpha+\tau_{xy}\cos 2\alpha$$

两式平方相加 $$\left(\sigma_\alpha-\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_\alpha^2=\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2$$

$$(x-a)^2+y^2=R^2$$

圆心坐标为 $\left(\dfrac{\sigma_x+\sigma_y}{2},0\right)$

半径为 $$R=\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2}$$

此圆称为应力圆

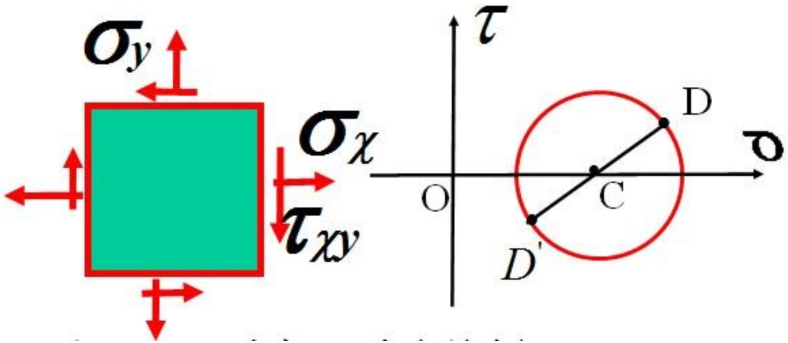
2、应力圆的做法

1）取 $\sigma-\tau$ 坐标，选定比例尺

2）以(σ_x, τ_{xy})定D点，($\sigma_y,-\tau_{xy}$)定D`点；

3）连结D D`点定圆心C；

4）以CD为半径作圆。



3、单元体与应力圆的一一对应关系

面——点

σ——横坐标

τ——纵坐标

相互垂直的面对应同一直径的两个端点

$$\alpha = 2\beta$$

主应力——横坐标交点

4、应力圆的应用

1）确定二向应力状态下单元体斜截面上应力；

2）确定二向应力状态下的主应力和主平面位置;

3）确定二向应力状态下极值切应力及其方位。

【考点三】斜弯曲 ★★★★

【考点分析】会判断组合类型，会利用相关公式解题。

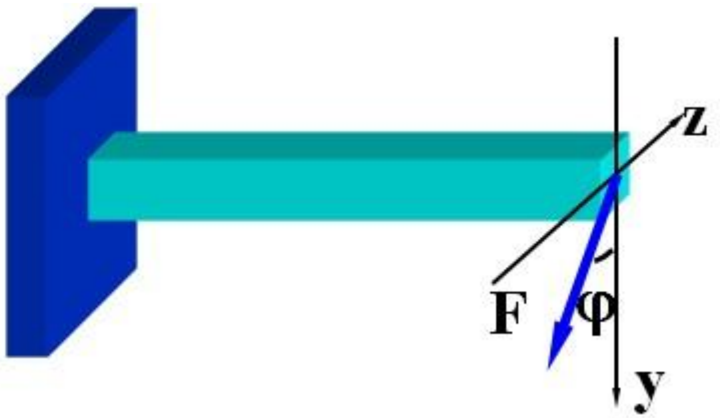
1、组合变形：构件发生拉伸（压缩）,剪切,扭转和弯曲等基本变形的组合。

2、研究方法：在满足胡克定律和小变形条件的情况下，可以相互叠加。

3、斜弯曲的分析

1）外力F过弯心（无扭）但不平行形心主轴（斜弯）；

可分解成两个平面内的平面弯曲的组合。



2）外力分解

$$F_y = F\cos\varphi$$

$$F_z = F\sin\varphi$$

3）内力计算

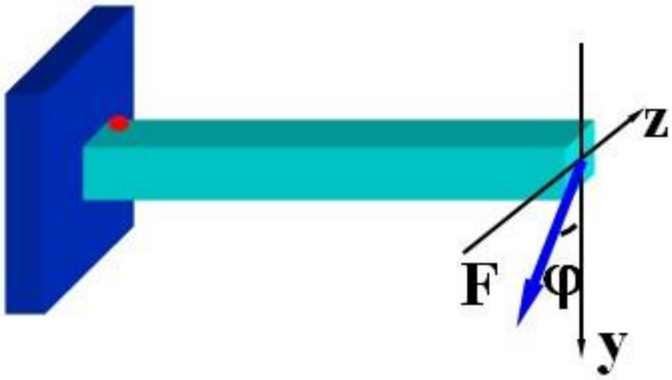
$$M_z = F_y x = Fx\cos\varphi = M\cos\varphi$$

$$M_y = F_z x = Fx\sin\varphi = M\sin\varphi$$

危险截面

$$M_{z\,\max} = Fl\cos\varphi$$

$$M_{y\,\max} = Fl\sin\varphi$$



4）应力计算

$$|\sigma'| = \frac{M_z y}{I_z} \qquad |\sigma''| = \frac{M_y z}{I_z}$$

$$\sigma = \sigma' + \sigma''$$

$$\sigma = -M\left(\frac{y\cos\varphi}{I_z} + \frac{z\sin\varphi}{I_y}\right)$$

5）强度计算

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{z\max} y_{\max}}{I_z} + \frac{M_{y\max} z_{\max}}{I_y}$$

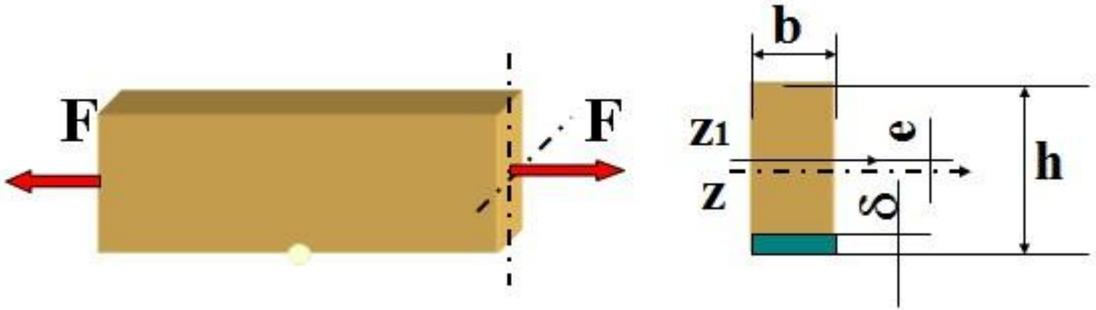
$$= \frac{M_{z\max}}{W_z} + \frac{M_{y\max}}{W_y}$$

因危险点处于单向应力状态，又矩形截面对称

$$\therefore \sigma_{t\max} \le [\sigma_t] \qquad \sigma_{c\max} \le [\sigma_c]$$

注：对有棱角的截面，危险点一定发生在外棱角上

【经典例题】已知h=8cm，b=4cm，δ=1 cm，F=320N，[σ]=150MPa，不考虑应力集中的影响，试校核其强度。

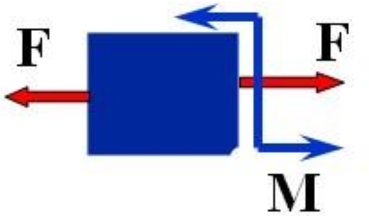


【解题思路】本题考查组合变形梁的强度校核

【答案要点】

1、外力分析：平行移F至轴线，附加弯矩M_{z1}=Fe

$$e=\frac{h}{2}-\frac{h-\delta}{2}=\frac{\delta}{2}$$



2、内力分析 $F_N = F$

$$M_{z1} = Fe$$

3、应力分析 $\sigma = \dfrac{F_N}{A}$

$$M \Rightarrow \sigma = \frac{My}{I_z}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{M}{W_z}$$

4、强度计算

$$\sigma_{t\max} = \frac{F_N}{A_1} + \frac{M_{z1}}{W_{z1}} = 163 > 150$$

所以强度不够。

5、讨论

不开口 $\sigma = \frac{F_N}{A} = 100 < [\sigma]$

对称开口 $\sigma = \frac{F_N}{A_{\min}} = 133 < [\sigma]$

单位MPa

结论

尽可能不要造成偏心载荷,若要开槽尽量对称开。

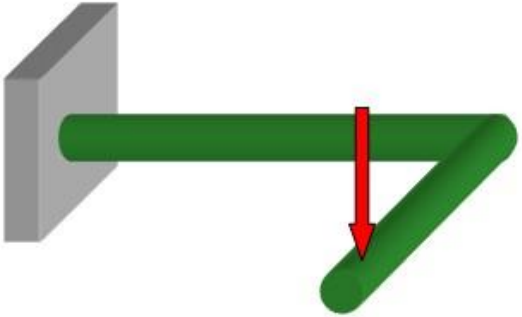
【考点分析】本题考查的是组合变形的问题

【易错点】公式选用错误，计算结果错误

【考点四】 扭转与其他变形的组合 ★★★

【考点分析】介绍组合变形，扭转与其他变形的组合

一、1、圆截面（有扭转）有弯曲，不考虑剪切 $F_Q \Rightarrow \tau$。



2、外力分析

分组产生一种基本变形

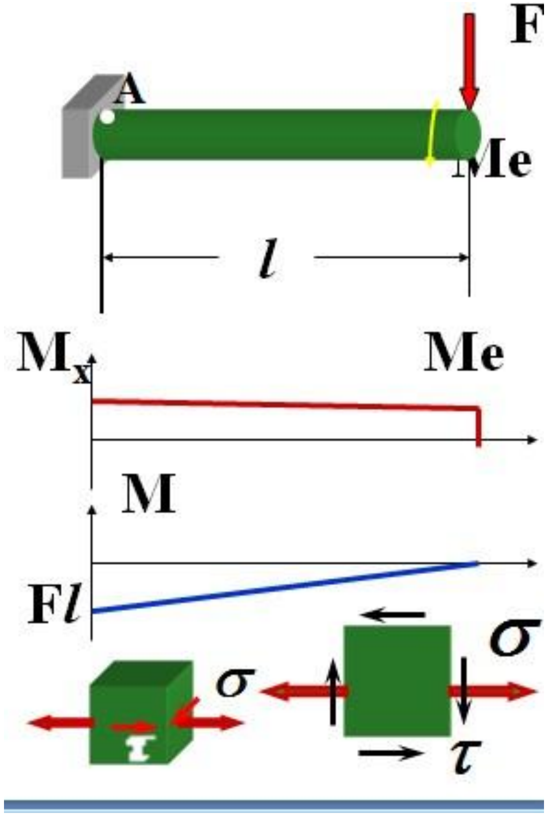
3、内力分析（危险截面）

$$F \Rightarrow M, M_e \Rightarrow M_x$$

4、应力分析（危险点）

$$M \Rightarrow \sigma = \frac{M_{\max}}{W}$$

$$M_x \Rightarrow \tau = \frac{M_x}{W_p}$$



5、强度计算

危险点为二向应力状态

$$\sigma_{\substack{\max \\ \min}} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

$$\sigma_1 = \sigma_{\max} = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = \sigma_{\min} = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

四、归纳总括

本讲共讲了四个考点

【考点一】挠曲线的微分方程

【考点二】二向应力状态分析

【考点三】斜弯曲

【考点四】扭转与其他变形的组合

【易错点】列写挠曲线微分方程时候要注意方向，没能正确分析组合变形的类型，从而选错计算公式。

专业课命题规律分析及考点精讲课程

第5讲 考点冲刺串讲（四）

【考点一】莫尔积分 单位载荷法

【考点二】图乘法

二、复习思路及目的

1、掌握莫尔积分求解变形

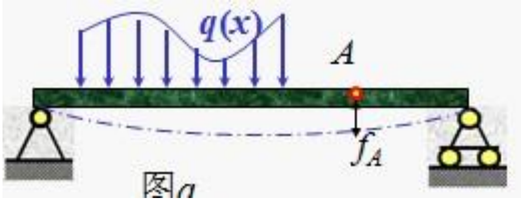
2、熟练应用图乘法求变形

【考点一】莫尔积分（单位力法）★★★★★

【考点分析】会利用莫尔积分求解变形

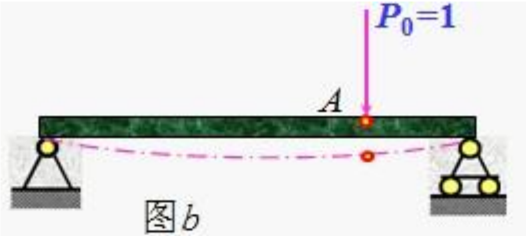
1、定理的证明

求任意点A的位移f_A。



$$U=\int_L \frac{M^2(x)}{2EI}\mathrm{d}x$$

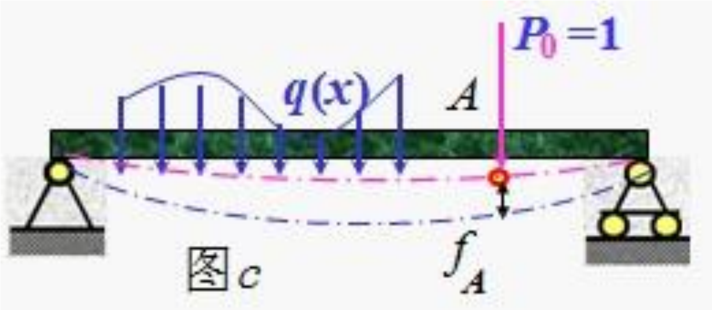
$$U_0=\int_L \frac{M_0^{\ 2}(x)}{2EI}\mathrm{d}x$$



又 $$U_C = \int_L \frac{[M(x)+M_0(x)]^2}{2EI} \mathrm{d}x$$

$$U_C = U + U_0 + 1 \times f_A$$

所以 $$f_A = \int_L \frac{M(x)M_0(x)}{EI} \mathrm{d}x$$



2、普遍形式的莫尔积分

$$\delta = \int_l \frac{F_N(x)F_{N0}(x)dx}{EA} + \int_l \frac{T(x)T_0(x)dx}{GI_p} + \int_l \frac{M(x)M_0(x)dx}{EI}$$

3、应该注意的几点

1）施加单位力时所有的外载卸掉，支座保持不动。

2）外载作用下的内力方程与单位力作用下的内力方程要求正方向与积分区间的严格一致。

3）求位移施加力，求转角施加单位力偶。

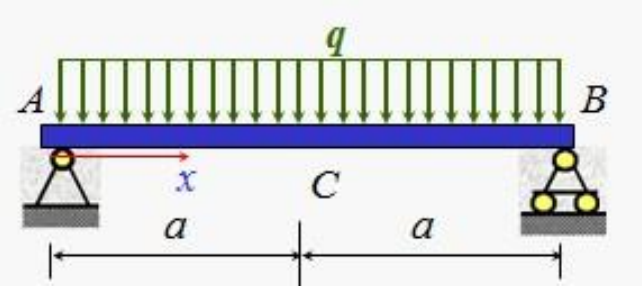
4）结果为正，说明广义位移与单位力同向。

5）外载作用下分段，单位载荷作用下也必须分成相应的段数。

6）若δ为两点间的相对线位移，则单位力是施加在两点上的 方向相反的一对单位力方向与积分区间的严格一致。

7）若δ为两截面间的相对转角，则单位力是施加在两截面上的 方向相反的一对单位力偶。

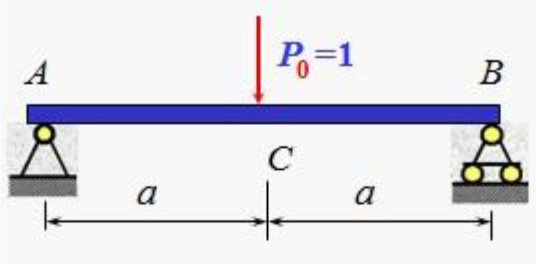
【经典例题】用能量法求C点的挠度。梁为等截面直梁。



【解题思路】本题考查利用莫尔积分求某点的挠度和转角。

【答案要点】

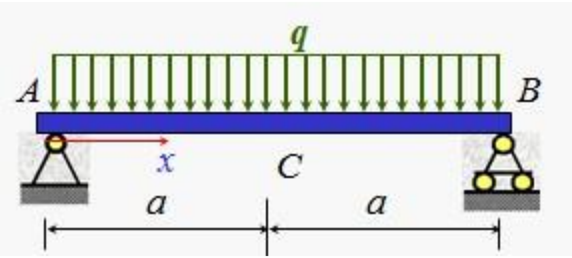
1、画单位载荷图

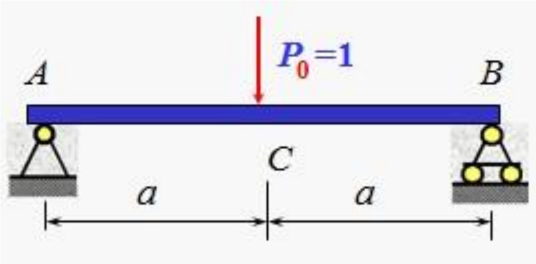


2、求内力

$$M_0(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{2} & ;(0\le x\le a)\\[2ex] \dfrac{x}{2}(2a-x) & ;(a\le x\le 2a)\end{cases}$$

3、变形





$$f_C=\int_0^a \frac{M(x)M_0(x)}{EI}\mathrm{d}x+\int_a^{2a}\frac{M(x)M_0(x)}{EI}\mathrm{d}x$$

对称性

$$2\int_0^a \frac{M(x)M_0(x)}{EI}\mathrm{d}x$$

$$=\frac{2}{EI}\int_0^a\left(qax-\frac{qx^2}{2}\right)\frac{x}{2}\mathrm{d}x=\frac{5qa^4}{24EI}$$

【考点分析】本题考查用莫尔积分就挠度。

【易错点】没有能够正确分段计算，没有正确计算最后结果。

在做题时候内力计算错误等。

【考点二】图乘法

1、对于圆截面杆的组合变形，图乘法的一般表达式为

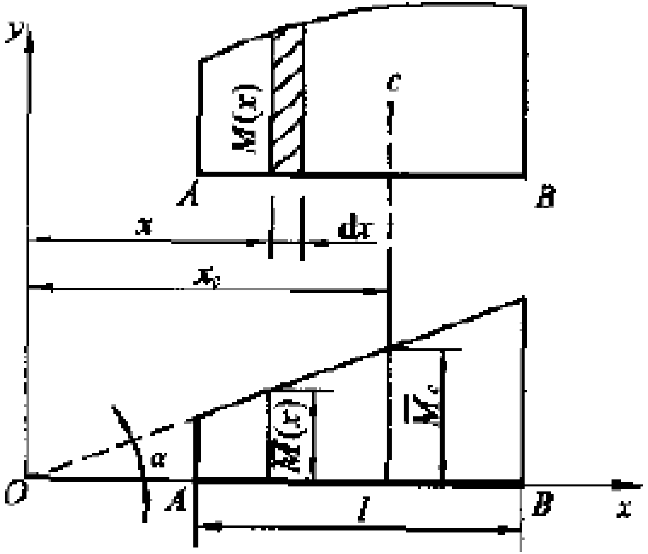
$$\Delta=\sum_{i=1}^{n}\frac{\omega_i\overline{F}_{Nci}}{EA_i}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\omega_i\overline{M}_{ci}}{EI_i}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\omega_i\overline{M}_{xci}}{GI_{Pi}}$$

2、必须指出：只有相同种类的内力

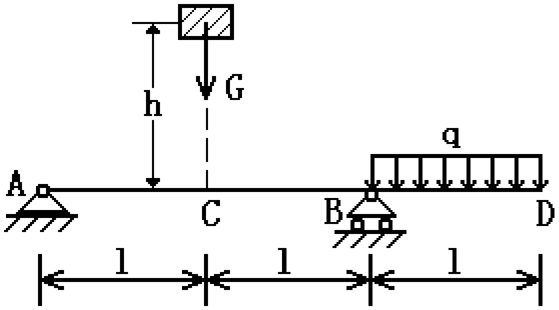
图在相应段内才能互乘，对于两向弯曲梁来说，

只有同一平面内的 $M(x)$图和 $\overline{M}(x)$图才能互乘。

【考点分析】利用图乘法求解变形

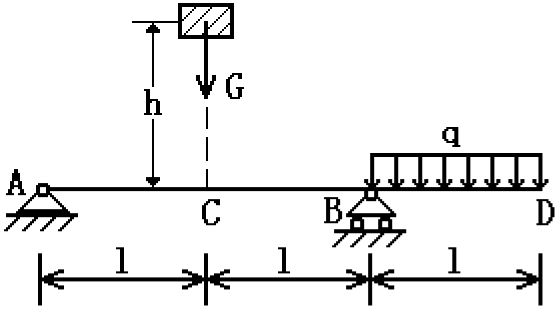


【经典例题】结构如图所示，试求结构在静荷载q和动荷载G=qL冲击下C点的挠度f_C，设$qL^4=4hEI$，EI为梁的抗弯刚度。



【考点分析】本题考查挠度的求法，

这里我们可以运用图乘法。



【易错点】没有能够正确应用图乘法，

比如没有正确的分段计算。

四、本讲总结

本讲共讲了两个高频考点，为每年必考内容。

【考点一】莫尔积分法求变形

【考点二】图乘法

【易错点】计算时候由于没有注意我们讲课时候指出的内容，把公式用错，由于计算过快或者不够细心导致计算结果错误。

一定要熟练应用图乘法求变形，要正确理解此方法。提高解题速度。

专业课冲刺串讲及模拟四套卷精讲课程

第6讲 考点冲刺串讲（五）

一、重点考点

【考点一】力法解静不定问题

【考点二】力法正则方程

【考点三】对称性在分析静不定问题中的应用

二、复习思路及目的

1、会用力法解超静定问题

2、掌握力法正则方程

3、会利用对称性简化超静定问题的解题过程

【考点一】力法解超静定 ★★★★

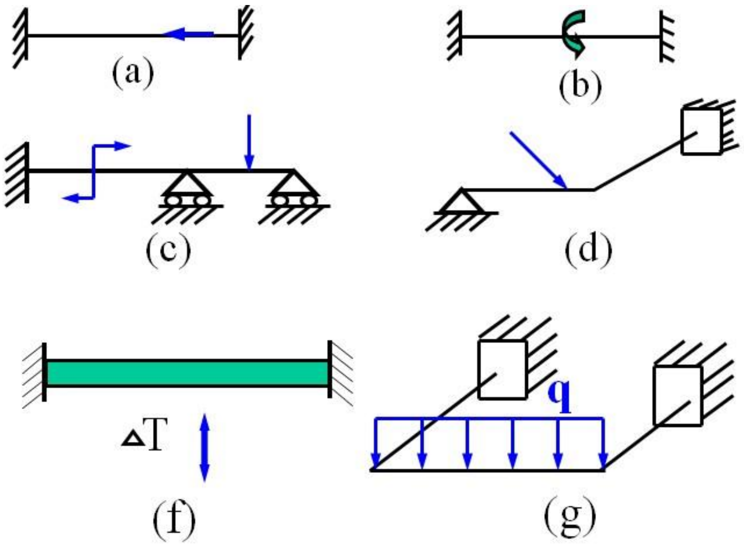
【考点分析】解静不定问题的基本方法和一般步骤

1、静不定结构的类型

1）杆构件的变形形式分可分为：拉压、扭转、弯曲及三者的组合。

2）按未知力的性质分可分为：内力、外力、混合力。

3）各种形式的静不定结构



4）求解方法:力法、几何法、混合法。

2、力法解静不定的步骤

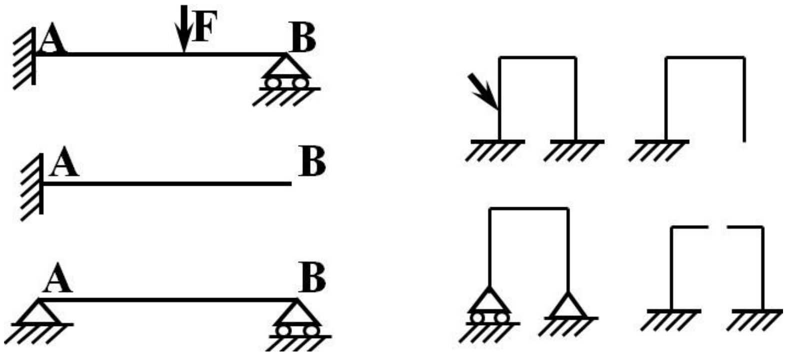
1）判断静不定次数

静不定次数
- 全部未知力个数
- “多余”约束的个数
- 有效静力平衡方程个数

判断方法　方法一：数未知力、方程个数

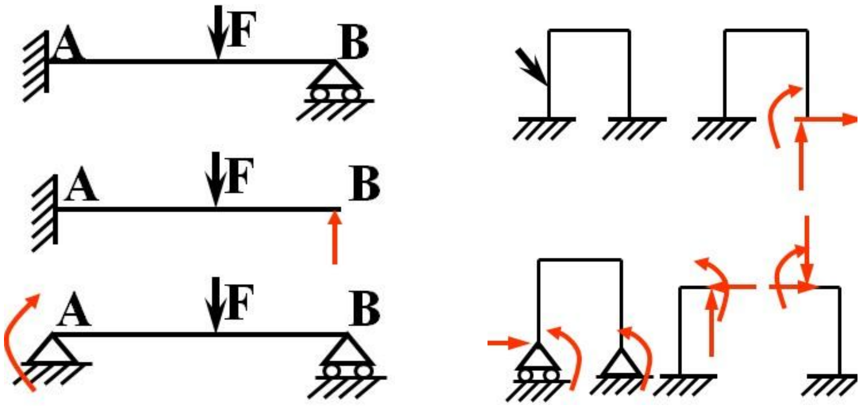
方法二：去“多余”约束到静定

2）去掉“多余”约束，选择合适的静定基。



结论：静定基是不唯一的，选择的时候，一定要怎么容易计算未知力怎么选择。

3）以”多余约束力”代替“多余”约束.



4） 建立多余约束处的变形协调条件

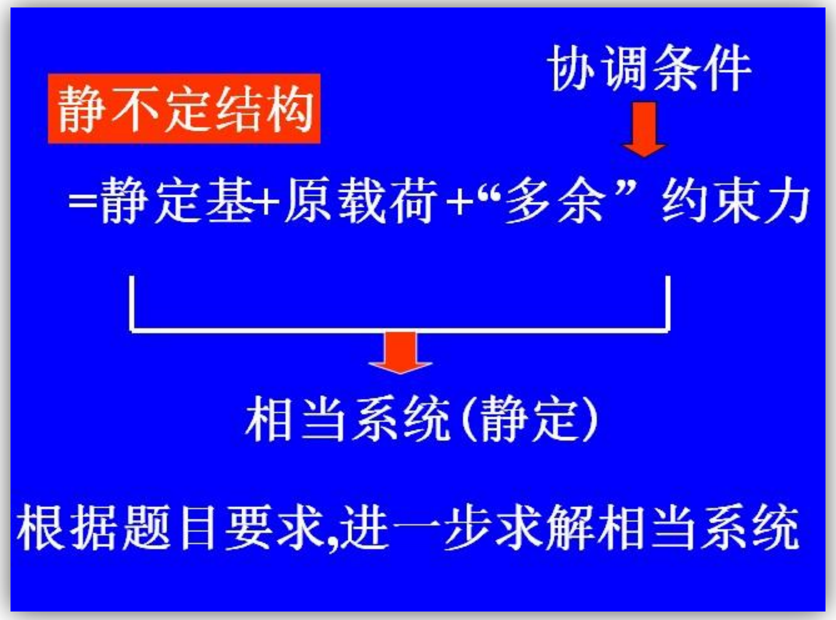
建立几何方程(变形~位移)

5）考虑物理关系建立补充方程

（利用能量法计算各系数——位移）

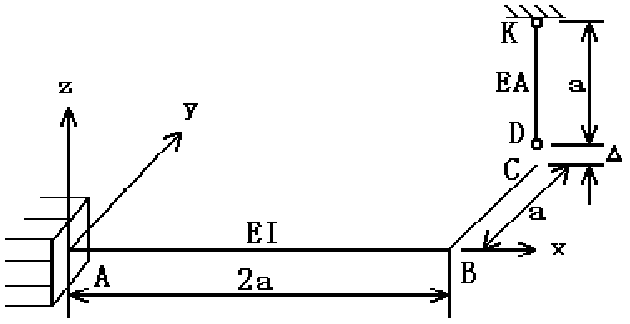
联立求解多余约束力

6）进一步求解相当系统


协调条件
静不定结构
=静定基+原载荷+“多余”约束力
相当系统(静定)
根据题目要求,进一步求解相当系统

【经典例题】平曲拐ABC为圆截面杆，在C段上方有一铅垂杆DK，制造时DK杆短了△。曲拐AB和BC段的抗扭刚度和抗弯刚度皆为GI_P和EI。且$GI_P=\frac{4}{5}EI$。杆DK抗拉刚度为EA，且$EA=\frac{2}{5a^2}EI$。试求（1）在AB段杆的B端加多大扭矩，才可使C点刚好与D点相接触？

（2）若C、D两点相接触后，用铰链将C、D两点连在一起，在逐渐撤除所加扭矩，求DK杆内的轴力和固定端处A截面上的内力。15分



【考点分析】本题考查超静定问题的一般解法，在整个求解过程中，也运用到了我们常用的图乘法求变形。

【易错点】计算错误，不能一次性的计算出最终正确的结果。

【考点二】力法正则方程 ★★★

【考点分析】力法正则方程的列写

1、方法步骤

1）建立规范化的补充方程

—— X_1变形几何方程

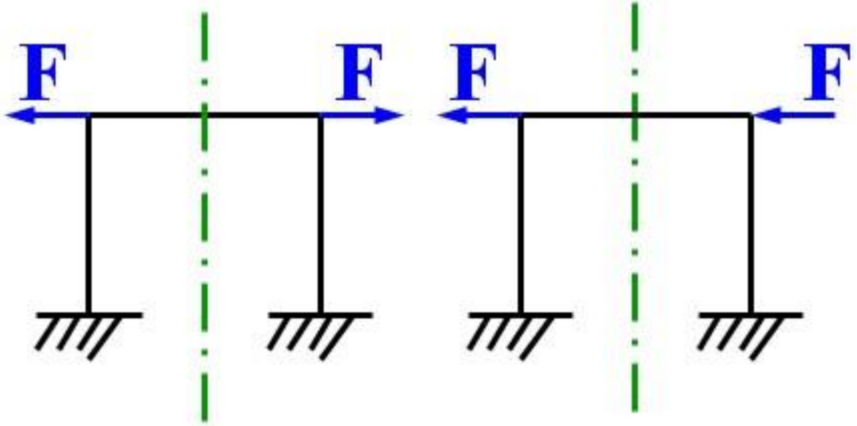
2）设“多余”未知力为　　。

3）n次静不定建立n个补充方程

【考点三】对称性在分析静不定问题中的应用★★★

【考点分析】对称性在解决超静定问题时候的应用。

1、对称结构：受对称载荷或者受反对称载荷。



2、对称内力素即反对称内力素

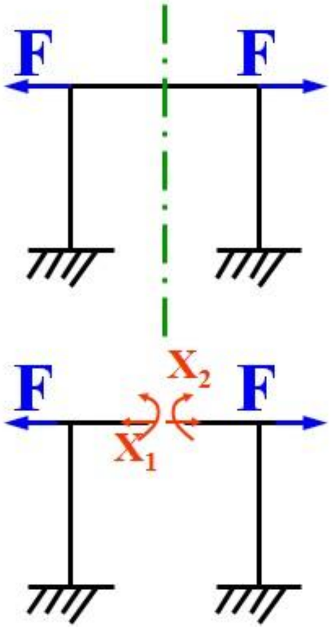
对称内力素 $F_N, M_y, M_z.$

反对称内力素 F_{Qy}, F_{Qz}, M_x

3、对称结构变形的对称性及反对称性

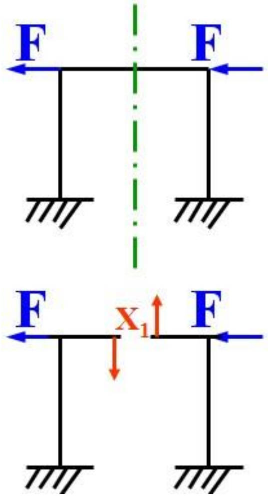
1）对称结构，对称内力素（变形对称内力素）

对称面上反对称内力素为零



2）对称结构，反对称内力素（变形反对称内力素）

对称面上对称内力素为零



四、归纳总结

本讲共讲了三个考点

【考点一】力法解静不定问题

【考点二】力法正则方程

【考点三】对称性在分析静不定问题中的应用

【易错点】计算不够准确

要重点掌握力法解超静定问题的具体步骤，每当碰到此类题目都要按自己总结的或者老师总结的做题步骤来，多做题，提高做题速度。

专业课命题规律分析及考点精讲课程

第7讲 考点冲刺串讲（六）

一、重点考点

【考点一】构件受冲击时候的应力计算

【考点二】交变应力的概念及其参数

【考点三】材料（构件的）持久极限

【考点一】构件受冲击时的动应力计算 ★★★★

【考点分析】冲击载荷下结构动应力的计算

1、动载荷的概念：指随时间而作急剧变化的载荷，或者加载时由加速度所产生很大的 惯性力，或者其他明显地随时间变化的载荷。

2、动应力 σ_d ，动位移 Δ_d

3、构件受冲击时的动应力计算

1）用能量法求解冲击问题的基本方程。

在冲击过程中，冲击系数在冲击前和冲击后的能量应相等。

在冲击过程中，冲击物所减少的动能T和势能V应等于被冲击物所增加的弹性变形能 U_d,即：$T+V=U_d$

材料仍服从胡克定律则 $U_d=W=\frac{1}{2}F_d\Delta_d$

$$\frac{F_d}{G}=\frac{\sigma_d}{\sigma_{st}}=\frac{\Delta_d}{\Delta_{st}}=K_d$$

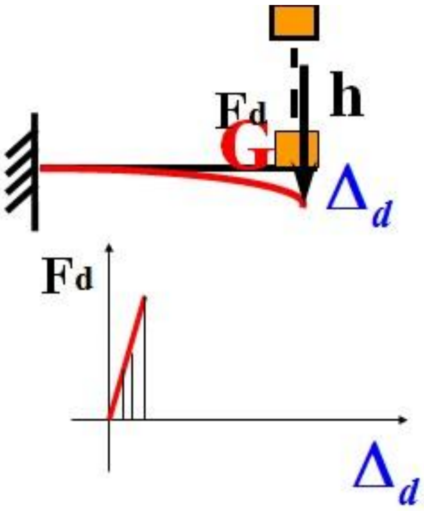
Kd称为动载系数

2）冲击问题就是求解各种形式的动载荷系数K_d。

4、几种典型冲击时的动荷系数。

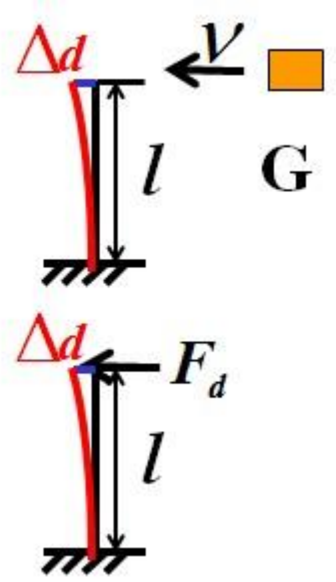
1）自由落体冲击

$$Kd=\frac{\Delta_d}{\Delta_{st}}=1+\sqrt{1+\frac{2h}{\Delta st}}$$



2）水平冲击

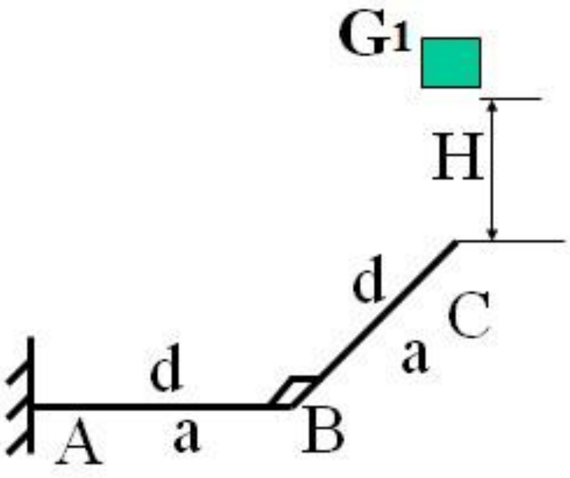
$$Kd = \frac{\Delta d}{\Delta st} = \sqrt{\frac{\upsilon^2}{g\Delta st}}$$



3）具有水平初速度的约束落体的冲击。

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2 + 2gh}{g\Delta_{st}}}$$

【经典例题】已知 G_1, H, d, E, G, a.求Kd.

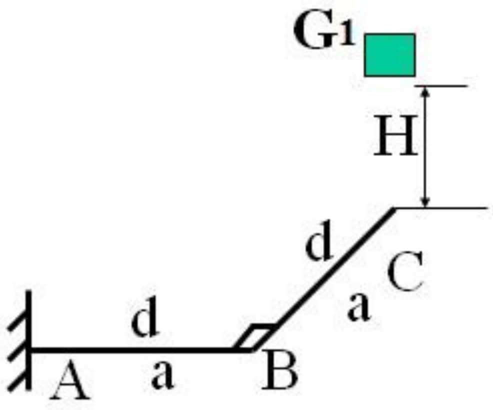


【解题思路】本题考查冲击问题，自由落体，求动载荷系数。

【答案要点】

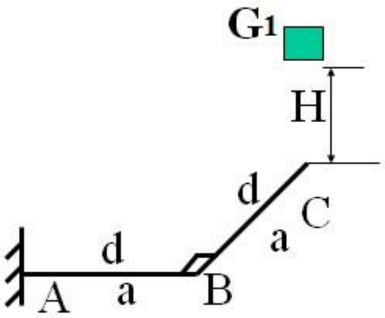
1、动荷系数表达式

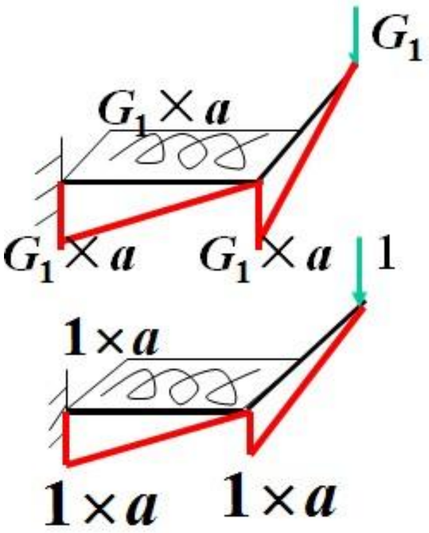
$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}}$$



2、静位移

$$\Delta_{st}=\frac{\omega \overline{M}_c}{EI}+\frac{\omega \overline{M}_{xc}}{GI_p}$$
$$=\frac{2}{EI}\frac{1}{2}aG_1a\frac{2}{3}a+\frac{1}{GI_P}G_1a^3$$





$$\Delta_{st}=\frac{2G_1a^3}{3EI}+\frac{G_1a^3}{GI_P}$$

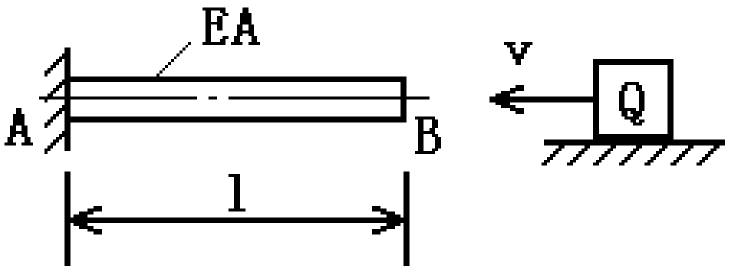
$$=G_1a^3\left(\frac{2\times 64}{3E\pi d^4}+\frac{32}{G\pi d^4}\right)$$

$$=\frac{32G_1a^3}{\pi d^4}\left(\frac{4}{3E}+\frac{1}{G}\right)$$

$$K_d=1+\sqrt{1+\frac{2H\pi d^4}{32G_1a^3\left(\frac{4}{3E}+\frac{1}{G}\right)}}$$

【经典例题】

已知如图，一重量为Q的冲击物，以速度v水平冲击杆AB，试根据能量守恒定律，推导水平冲击时的动荷系数。



【考点分析】本题考查的是动载荷。

【易错点】公式记忆不清晰，水平加速度的冲击载荷与其他载荷的动载荷系数公式记乱。

【考点二】交变应力的概念及其参数 ★★★★

【考点分析】交变应力的计算及相关参数的介绍。

1、概念：这种随时间做周期性交替变化的应力，称为交变应力。

2、疲劳破坏及其特点：在交变应力作用下，工作应力远低于材料的强度极限时发生突然断裂，在断裂前和脆性材料一样，无明显的塑性变形，这种破坏现象称为疲劳破坏。

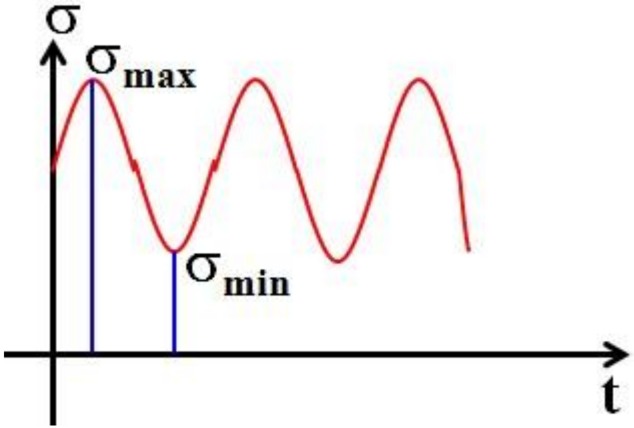
3、交变应力的有关参数

1）循环特征r

$$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

当r = -1时——对称循环

其他情况为非对称循环。

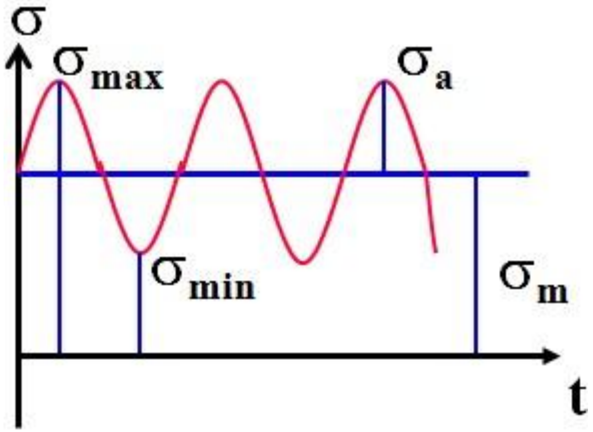


2）平均应力

$$\sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_{\max} + \sigma_{\min})$$

3）应力副 $= \frac{1}{2}(1+r)\sigma_{\max}$

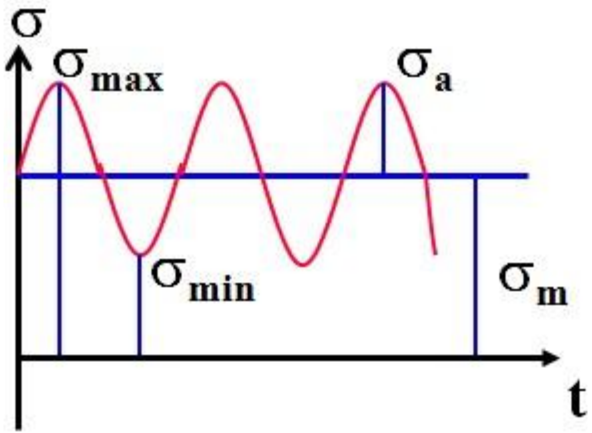
$$\sigma_a = \frac{1}{2}(\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) = \frac{1}{2}(1-r)\sigma_{\max}$$



4)

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a$$



4、几种典型的交变应力

对称循环 $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$ $\sigma_m = 0$ $r = \dfrac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = -1$ $\sigma_a = \sigma_{\max}$

脉动循环 $r = \dfrac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = 0$ $\sigma_a = \sigma_m = \dfrac{\sigma_{\max}}{2}$

$r = -\infty$ $\sigma_a = -\sigma_m$

$= -\dfrac{\sigma_{\min}}{2}$

静应力 $\sigma_{\max} = \sigma_{\min}$ $r = +1$

【考点三】材料（构件的）持久极限 ★★★★

【考点分析】材料持久极限的内容，了解影响构件持久极限的因素

1、构件的持久极限

1）构件外形的影响：有效应力集中系数K_{σ}

2）构件尺寸的影响：尺寸系数 ε

3）构件的表面质量的影响：表面质量系数 β

2、构件持久极限的表达式

在对称循环下，构件的持久极限应为 $\sigma_0^{-1} = \dfrac{\varepsilon_\sigma \beta}{K_\sigma} \sigma_{-1}$

σ_{-1} 表示受弯曲或拉压的对称循环交变应力材料的持久 极限。

3、对称循环下构件的疲劳强度的计算

1）材料的持久极限 σ_{-1}

构件的持久极限 σ_{-1}^{0}

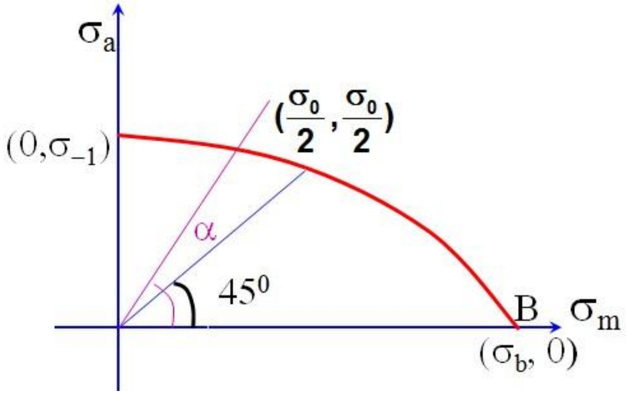
构件工作时的最大应力 $\sigma_{\max}$

2）采用安全系数法

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\dfrac{K_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta}\sigma_{\max}} \geq n \qquad n_\tau = \frac{\sigma_{-1}}{\dfrac{K_\tau}{\varepsilon_\tau \beta}\tau_{\max}} \geq n$$

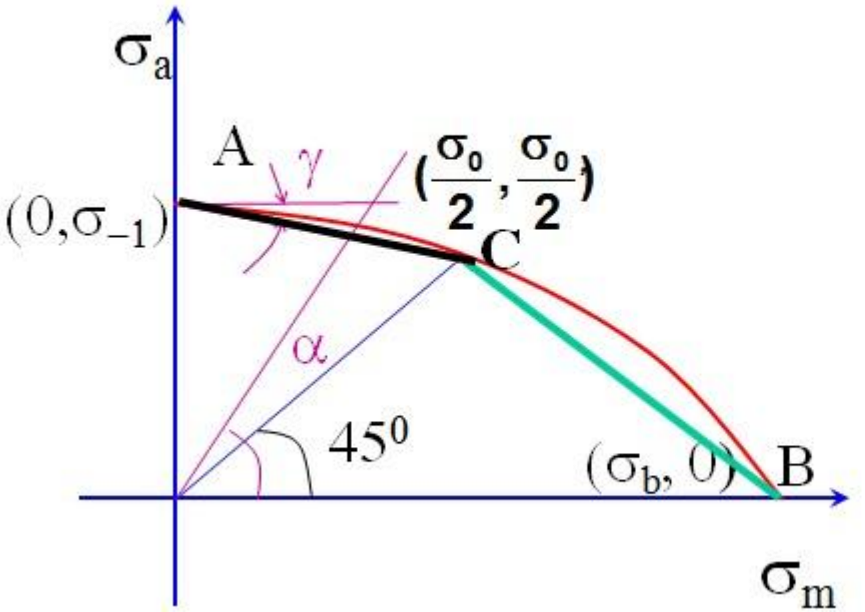
【考点三】持久极限曲线及其简化 ★★★

$$\tan\alpha = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{1-r}{1+r}$$



1、循环特征相同的所有应力循环都在同一射线上。

2、持久极限曲线的简化（折线三点式）



3、屈服强度条件

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a = \sigma_s$$

按静强度建立屈服强度条件

$$n_\sigma^{'} = \frac{\sigma_s}{\sigma_{\max}} \geq n_s$$

当r>0时，需要两方面都要校核

【经典例题】已知某材料的σ_{-1}=300Mpa，σ_b=700Mpa，σ_0=450Mpa，用此材料制成的构件的有效应力集中系数K_σ=2.0，尺寸系数ε_σ=0.8，表面质量系数β=0.9。试作出此构件的持久极限简化折线。（6分）

【考点分析】本题考查的是交变应力部分的内容，根据已知条件画构件的持久极限。

【易错点】三个点找的不准确，导致作图错误。

四、归纳总结

本讲共讲了三个高频考点，都是考试的重点内容。

【考点一】构件受冲击时候的应力计算

【考点二】交变应力的概念及其参数

【考点三】材料（构件的）持久极限

【易错点】计算相应题目时候公式没有正确选用，当然这种可能性也不是很多，只要同学们稍加注意，这种错误一般可以避免。

专业课冲刺串讲及模拟四套卷精讲课程

第8讲 考点冲刺串讲（七）

一、重点考点

【考点一】细长压杆的临界力

【考点二】稳定校核

【考点三】静矩和形心

【考点四】组合图形的静矩和形心

【考点五】平行移轴公式

二、复习思路及目的

1、会计算细长压杆的临界力

2、稳定校核

3、会计算静矩和形心

4、掌握计算组合图形的静矩和形心的基本方法

5、会用平行移轴公式解相关题目

【考点一】细长压杆的临界力 ★★★★

【考点分析】细长压感临界力的计算

1、两端铰支压杆的临界力

设距坐标原点为x处的挠度为v，

则有图可知，该界面的弯矩为：

$$M(x)=-F_{cr}\upsilon$$

当应力不超过比例极限时，在小变形情况下，挠曲线的近似方程为

$$EI\upsilon''=M(x)\text{即}EI\upsilon''=\text{-}F_{cr}\upsilon$$

$$\text{令}K^2=\frac{F_{cr}}{EI}\text{则上式可写成}\upsilon''+K^2\upsilon=0$$

这是一个二阶齐次常微分方程，通解为：

$$\upsilon = C_1 \sin Kx + C_2 \cos Kx$$

可得两端铰支细长压杆的临界力计算公式:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \qquad (n=1)$$

由此可知，临界力与压杆的抗弯刚度成正比，与杆长的平方成反比。

2、注意：压杆总是在抗弯能力最弱的纵向平面内首先失稳，因此当杆端各个约束相同时，欧拉公式中的I值应取压杆截面的最小惯性矩 I_{min} 。

3、两端固定细长杆压杆的欧拉公式 $Fcr=\dfrac{4\pi^2 EI}{l^2}$

4、欧拉公式的普遍形式 $Fcr=\dfrac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}$

5、临界应力总图

1）临界应力公式及使用范围

临界应力：临界力除以压杆横截面面积得到的压应力，用 σ_{cr} 表示；$\sigma_{cr}=\frac{P_{cr}}{A}=\frac{\pi^2 EI}{(\mu L)^2 A}=\frac{\pi^2 E}{(\mu L/i)^2}$

① $i=\sqrt{\frac{I}{A}}$ —横截面对微弯中性轴的惯性半径

②柔度(细长比)：$\lambda=\frac{\mu L}{i}$

③欧拉临界应力公式 $\sigma_{cr}=\dfrac{\pi^2 E}{\lambda^2}$

2）欧拉公式应用范围：

①线弹性状态：$\sigma_{cr}\le\sigma_p$，即 $\dfrac{\pi^2 E}{\lambda^2}\leqslant\sigma_p$

$$\lambda\ge\sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}}，则\lambda_p=\sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}}$$

②$l\geqslant l_p$—细长杆(大柔度杆)，欧拉公式的适用范围

④用柔度表示的临界压力 $P_{cr}=\dfrac{\pi^2 E}{\lambda^2}\cdot A$

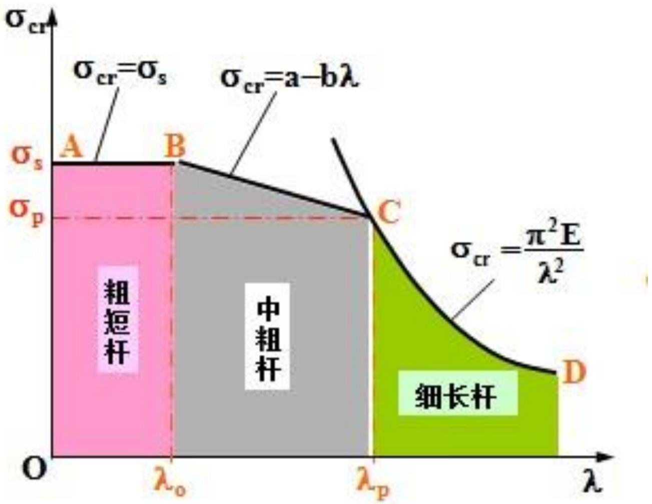
3）中柔度杆临界应力的经验公式

1、 $\sigma_p < \sigma_{cr} < \sigma_s$ 时采用经验公式：

直线公式：$\sigma_{cr} = a - b\lambda$

2、抛物线公式：$\sigma_{cr} = a_1 - b_1\lambda^2$

4）临界应力总图



σ_{cr}
$\sigma_{cr}=\sigma_s$
$\sigma_{cr}=a-b\lambda$
σ_s
A
B
σ_p
C
$\sigma_{cr}=\frac{\pi^2E}{\lambda^2}$
D
粗短杆
中粗杆
细长杆
O
λ_o
λ_p
λ

【考点二】稳定校核 ★★★★★

【考点分析】利用公式校核结构稳定性

1、压杆稳定条件： $\sigma=\frac{N}{A}\leq\frac{\sigma_{cr}}{n_{st}}=[\sigma]_{st}$

2、提高梁稳定性的措施

1） 从材料方面考虑

1.细长压杆：提高弹性模量E

2.中粗压杆和粗短压杆：提高屈服强度 σ_s

2）从柔度方面考虑

1.采用合理的截面形状：

①各方向约束相同时：

1)各方向惯性矩I相等—采用正方形、圆形截面；

2)增大惯性矩I—采用空心截面；

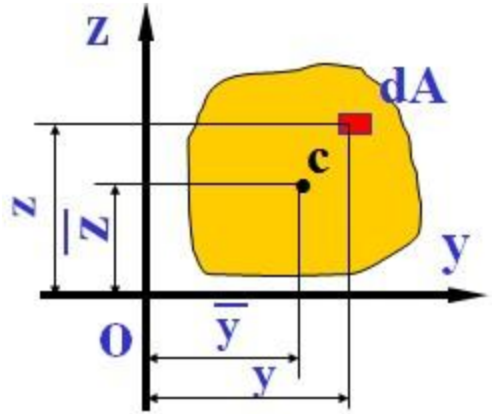
②压杆两方向约束不同时：使两方向柔度接近相等，可采用两个主惯性矩不同的截面，如矩形、工字形等。

【考点三】静距和形心 ★★★★

一、静矩——面积对轴之矩

$$S_y = \int_A z dA = \bar{z} A$$

$$S_z = \int_A y dA = \bar{y} A$$



二、静距

1、可根据静矩确立形心坐标：

$$\bar{y}=\frac{S_z}{A},\bar{z}=\frac{S_y}{A}$$

2、量纲：长度^3

3、 S与面积的大小、分布均有关；与参考轴的位置有关；

4、 S可以为正，可以为负，可以等于零，等于零时轴过形心。

【考点四】组合图形的静矩和形心 ★★★

【考点解析】计算组合图形的静矩和形心

一、静距

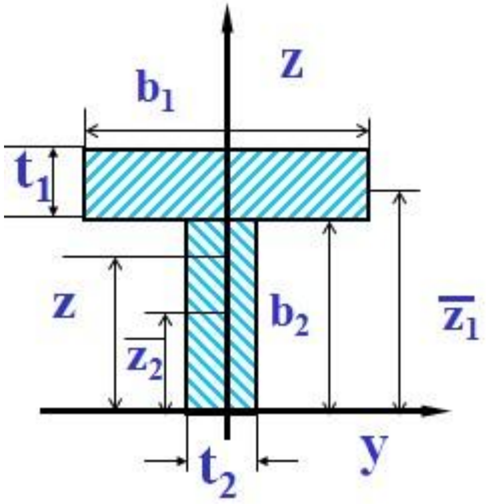
$$S_z=\sum_{i=1}^{n}A_iy_i;S_y=\sum_{i=1}^{n}A_iz_i$$

二、形心

$$y_c=\frac{\sum_{i=1}^{n}A_iy_i}{\sum_{i=1}^{n}A_i};z_c=\frac{\sum_{i=1}^{n}A_iz_i}{\sum_{i=1}^{n}A_i}$$

组合截面对某一轴的静距等于该截面各组成部分对同一轴静距的代数和。

【经典例题】求形心坐标



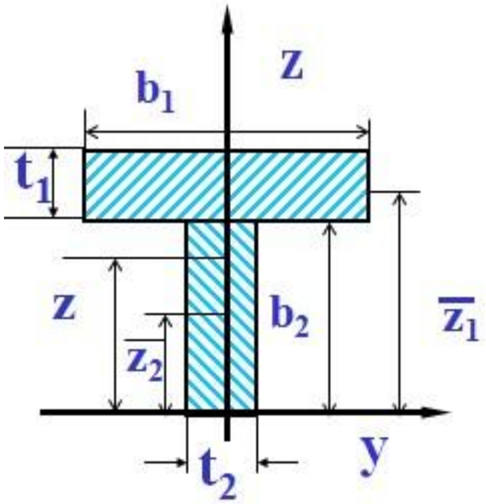
【解题思路】求图形的形心坐标

【答案要点】

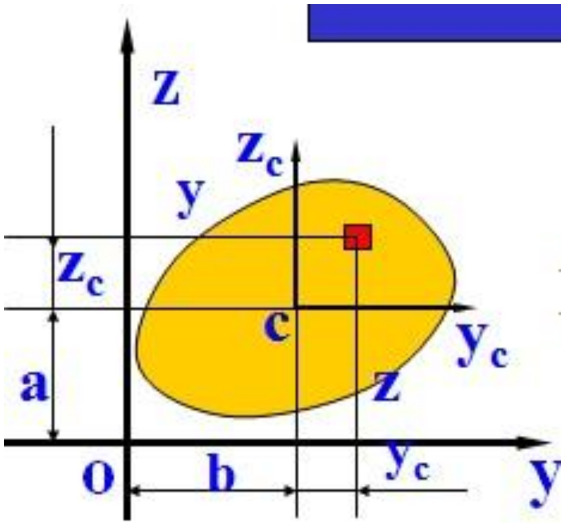
$$\bar{y}=0$$

$$\bar{z}=\frac{\sum A_i \bar{z}_i}{\sum A_i}$$

$$=\frac{b_1 t_1\left(b_2+\frac{t_1}{2}\right)+b_2 t_2 \frac{b_2}{2}}{b_1 t_1+b_2 t_2}$$



【考点五】平行移轴公式 ★★★★



一、定义

$$\left\{\begin{array}{l} I_y = I_{y_c} + a^2 A \\ I_z = I_{z_c} + b^2 A \\ I_{yz} = I_{y_c z_c} + abA \end{array}\right\}$$

注意：1、两轴一定为平行的轴；

2、必有一对是形心轴；

3、 a、b有正、负；

【考点分析】记忆公式及特点，进行有关题目的解答

结论：对所有平行轴而言，对形心轴的惯性矩取最小值。

应用：1、可计算平行轴的惯性矩、 惯性积；

2 、 可计算组合图形的惯性矩、惯性积。

四、归纳总结

本讲共介绍了5个高频考点

【考点一】细长压杆的临界力

【考点二】稳定校核

【考点三】静矩和形心

【考点四】组合图形的静矩和形心

【考点五】平行移轴公式

【易错点】公式记忆不清，计算最终结果不准确。

第二部分

模拟题解析部分

专业课冲刺串讲与模拟题解析课程

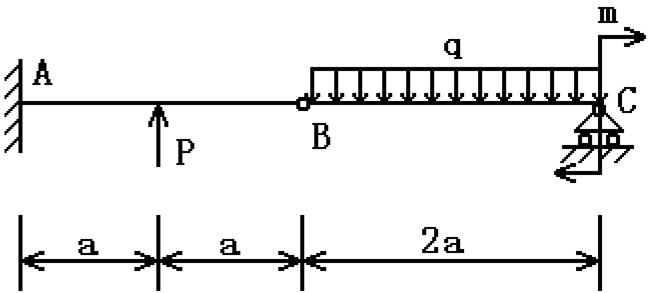
第1讲 模拟题一解析（一）

一、试卷点评

1、卷面分析：本套试题涵盖了每年必考的内容，并在此基础上添加了考试的重要知识点，这些知识点虽然不是每年必考，但基本也是每隔一年就考一次，与其它终于知识点交叉出题。所以考生应该给予足够重视。

2、试卷点评：本章试卷根据这几年吉林大学考研，材料力学这门课程在研究生考试的试题中的一个要求是稳中求变，针对一些重要考点考察的更细致，难度略有提高，题量也相对较大。考生在平时做题时，一定要按时完成每套题，可以计算下每道题应该用的时间。这样不仅可以把每道题都做对，而且要把整套试卷在150分钟内完成。

一、作图示结构的内力图，其中P=2qa,m=qa²/2。(10分)



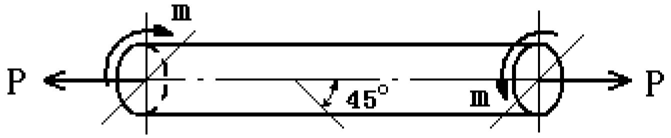
【解题思路】 本题考查内力图的画法。

【答案要点】

1、求支反力 $F_{Ay}=\dfrac{5qa}{4}(\downarrow)$ $F_{By}=\dfrac{5qa}{4}(\uparrow)$

2、画内力图

二、直径d=100mm的圆轴，受轴向拉力P和力偶矩m的作用，材料的弹性模量E=200Gpa，泊松比μ=0.3，现测得圆轴表面轴向线应变$\varepsilon_0=500\times10^{-6}$，45方向线应变$\varepsilon_{45}=400\times10^{-6}$。试求P和m。（15分）



【解题思路】本题考查的是已知应变的情况下求作用在轴上的轴力和扭矩。

【答案要点】

1、圆轴受拉扭组合变形，取A点原始单元体。

$$\varepsilon_{0^\circ}=\frac{\sigma}{E}=\frac{P}{EA}$$

$$P=EA\cdot\varepsilon_{0^\circ}=785KN$$

【答案要点】

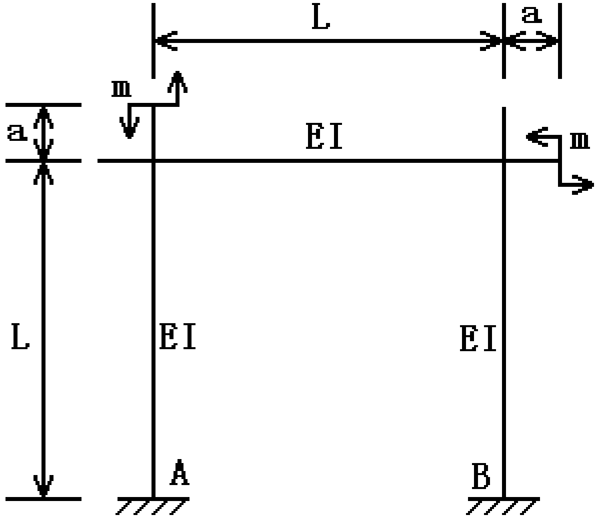
2、叠加法求：$\sigma_{-45^\circ}=\dfrac{\sigma}{2}+\tau;\sigma_{45^\circ}=\dfrac{\sigma}{2}-\tau$

3、有广义胡克定律：

$$\varepsilon_{-45^\circ}=\frac{1}{E}\left[(1-\mu)\frac{P}{2A}+(1+\mu)\frac{Me}{Wt}\right]$$

所以　$Me=6.8KN\cdot m$

三、已知钢架受力如图，试求：A处的约束反力。（15分）



【解题思路】本题考查超静定知识

【答案要点】

解：平移载荷后，载荷反对称

$$\delta_{11}X_1+\Delta_{1F}=0$$

$$\delta_{11}=\frac{2}{EI}\left(\frac{1}{2}\frac{l}{2}\frac{l}{2}\cdot\frac{2}{3}\frac{l}{2}+\frac{l}{2}l\cdot\frac{l}{2}\right)=\frac{7l^3}{12EI}$$

$$\Delta_{1F}=-\frac{2}{EI}Mel\frac{l}{2}=-\frac{Mel^2}{EI}$$

$$\frac{7l^3}{12EI}X_1-\frac{Mel^2}{EI}=0$$

$$X_1=\frac{12}{7}\frac{Me}{l}$$

【答案要点】

$$\frac{7l^3}{12EI}X_1-\frac{Mel^2}{EI}=0$$

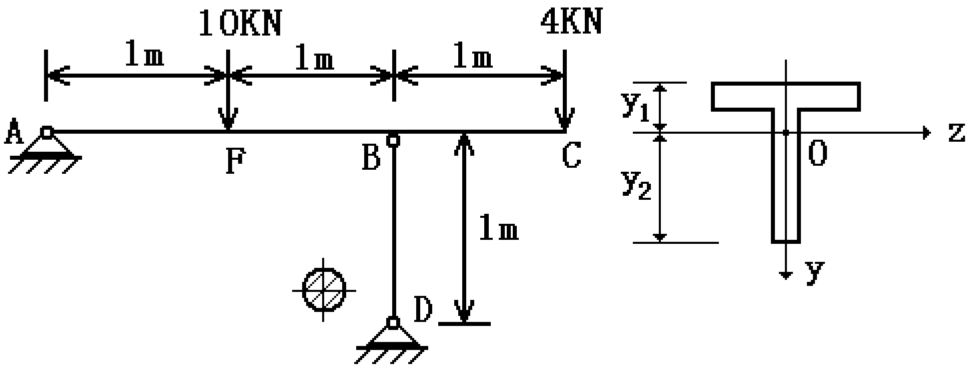
$$X_1=\frac{12}{7}\frac{Me}{l}$$

$$F_{Ay}=\frac{12}{7}\frac{Me}{l}$$

$$M_A=\frac{Me}{7}$$

四、结构如图所示，横梁AC为T型截面铸铁梁

已知其许用拉应力$[\sigma_t]$=40Mpa，许用压应力$[\sigma_c]$=160Mpa，I_z=800cm^4，y_1=5cm，y_2=9cm，BD杆用A_3钢制成，直径d=24cm，E=200Gpa，λ_p=100，λ_s=60，经验公式为σ_{cr}=（304-1.12λ）Mpa，稳定安全系数n_{st}=2.5。试校核该结构是否安全？（15分）



【解题思路】本题综合考察了梁的强度校核和稳定性校核，做题时一定要看清楚，构件是铸铁梁。

【答案要点】

（1）校核BD杆 $\lambda=\frac{\mu l}{i}=\frac{1000}{24/4}=166.7>\lambda_p$

属于大柔度杆，用欧拉公式：

$$F_{cr}=\sigma_{cr}\cdot A=\frac{\pi^2 E}{\lambda^2}\frac{\pi d^2}{4}=32.1kN$$

$$F_{NBD}=11kN$$

$$n=2.92>n_{st}$$

BD杆安全

【答案要点】

(2) 校核AC梁

B截面上边缘 $\sigma_t = 25MPa < [\sigma_t]$

B截面上边缘 $\sigma_c = 45MPa < [\sigma_c]$

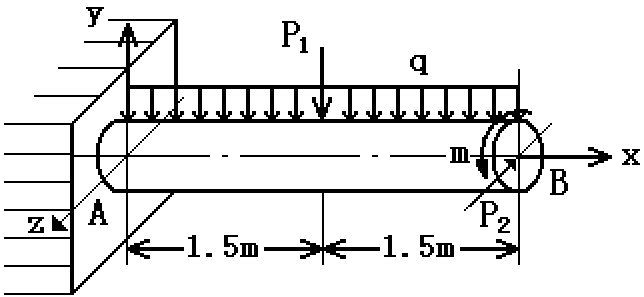
AB中间截面下边缘

AC梁安全 $\sigma_t = \dfrac{M}{I_z} y_2 = 33.75 < [\sigma_t]$

综上，结构安全。

五、直径为d的钢制圆轴受力如图。

已知：P_1=20KN，P_2=10KN，m=20KN·m，q=5KN/m，[σ]=160Mpa，试设计AB轴的直径（10分）



【解题思路】本题考查的是组合变形梁的设计

【答案要点】

解：危险截面为固定端A

$$M_z = 52.5kN \cdot m$$

$$M_y = 30kN \cdot m$$

$$M = \sqrt{M_z^2 + M_y^2} = 60.467kN \cdot m$$

$$M_x = m = 20kN \cdot m$$

由强度第三理论 $\sigma_{r1} = \dfrac{32}{\pi d^3}\sqrt{M^2 + M_X{}^2} \le [\sigma]$

$$d \ge \sqrt{\frac{32\sqrt{M^2 + M_X{}^2}}{\pi[\sigma]}} = 0.159m$$

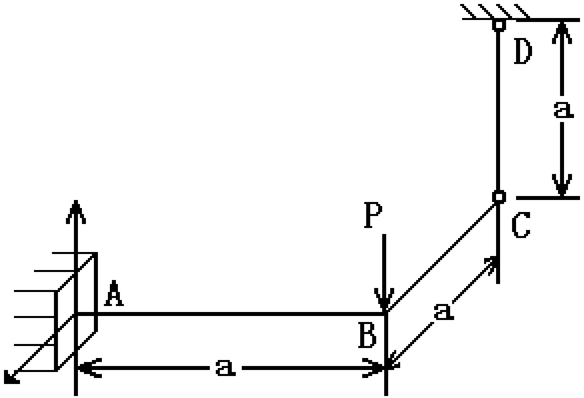
所以 d=160mm

本讲共讲了5个例题，都是考试的常考内容，也都是我们历年考过的真题。在画内力图的时候，一点要注意易错点，争取把做内力图这个题目在短时间内拿满分。

专业课冲刺串讲及模拟题解析课程

第2讲 模拟题一解析（二）

六、圆截面杆AB、BC的直径、材料均相同，已知：p、a，E=2.5G，且CD杆的EA=2EI/5a^2，试求：CD杆的内力。（15分）



【解题思路】 本题考查静不定结构轴的内力。

【答案要点】

1、一次静不定，选静定基。

2、变形协调方程 $f_C = \Delta l_{CD}$

【答案要点】

3、 $$\Delta l_{CD} = \frac{Xa}{EA} = \frac{5Xa^3}{2EI}$$

4、 $$f_C = \sum \frac{\omega \vec{M}_C}{EI} + \frac{\omega_x \vec{M}_{xC}}{GI_P} = \frac{(P-2X)a^3}{3EI} - \frac{5Xa^3}{4EI}$$

$$\frac{(P-2X)a^3}{3EI} - \frac{5Xa^3}{4EI} = \frac{5Xa^3}{2EI}$$

$$X = \frac{4}{53}P$$

七、何谓材料的持久极限？影响构件的持久极限的主要因素有那些？写出脉动循环下，构件持久极限与材料持久极限的关系式。

【解题思路】本题考查交变应力的知识

【答案要点】1）材料经无限次应力循环而不发生疲劳破坏的最大应力称为材料的持久极限。

影响构件持久极限的主要因素有：

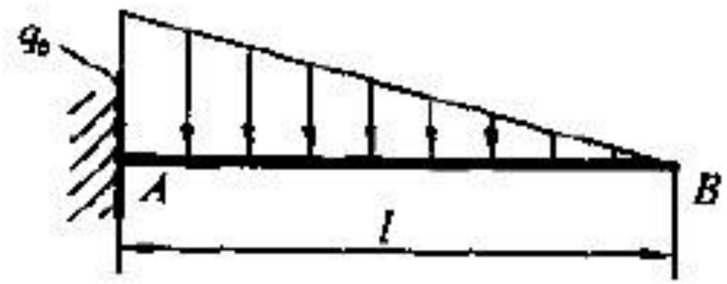
构件外形，构件尺寸和构件表面质量等。

关系式：

2)

$$\sigma_o^0 = \frac{\sigma_0}{2} + \frac{\varepsilon_\sigma \cdot \beta}{K_\sigma} \cdot \frac{\sigma_0}{2}$$

八、求图示悬臂梁自由端截面的转角。EI=常数。



【解题思路】用莫尔积分求转角。

【答案要点】

解：用莫尔积分求 θ_B

1、在B截面上加单位力1

2、 $$M(x)=-\frac{q_{\circ}x^{3}}{6L}$$

$$\overline{M}(x)=-1$$

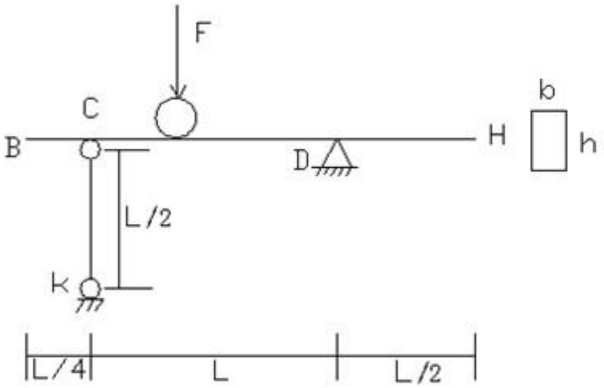
3、于是得 $\theta_A = \dfrac{ql^3}{24EI}(\lrcorner)$

九、BH梁和CK杆横截面均为矩形截面 h=6cm,b=4cm,L=2.4m,材料均为Q235。$E=200GPa,\sigma_p=200GPa,\sigma_s=240GPa,[\sigma]=120GPa,n_{st}=3$

经验公式 $\sigma_{cr}=(304-1.12\lambda)MPa$ 。

1）当载荷在BH梁上无冲击地移动时，求许可载荷 $[F]$

2）为提高结构的承载能力，可采取哪些改进措施。（定性讨论，可图示）（20分）



【解题思路】本题考查有移动载荷时，求梁的许可载荷。

【答案要点】

解:1）当F位于B时，CK杆受最大压力 $F_{max}=\frac{5F}{4}$

用欧拉公式:

$$\lambda=\frac{\mu l}{i_{min}}=\frac{\sqrt{3}\cdot l}{b}=104>\lambda_p=100$$

$$F_{cr}=\sigma_{cr}\cdot A=\frac{\pi^2 E}{\lambda^2}\cdot A$$

$$n=\frac{F_{cr}}{F_{max}}\geq n_{st}$$

$$[F_1]\leq\frac{4}{5}\frac{F_{cr}}{n_{st}}=117kN$$

【答案要点】

2）当F位于H时，CK杆受最大拉力 $F_{max}=\frac{F}{2}$

$$\sigma_{max}=F_{max}/A\le[\sigma];[F_2]\le 2bh[\sigma]=576kN$$

3）当F位于H时，BH梁D处有

$$[M_{max}]=\frac{Fl}{2}$$

$$\sigma_{max}=\frac{[M_{max}]}{W_z}\le[\sigma];[F_3]\le\frac{2}{l}\cdot\frac{bh^2}{6}[\sigma]$$

$$[F]=[F_3]=2.4kN$$

2、由于$[F]$是由弯曲强度决定的，所以可将BH梁截面WZ提高，如图所示：亦可将CK杆截面如图所示：

十、根据强度理论，建立纯剪切应力状态的强度条件。对塑性材料。

证明：材料许用应力$[\tau]$与$[\sigma]$的关系是：$[\tau]=(0.5-0.6)[\sigma]$

（10分）

【解题思路】本题是一个证明题，考查强度理论的应用。

【答案要点】

证明：

本讲共讲了5个例题，都是考试的常考内容，也都是我们历年考过的真题。注意可能考证明题的地方，大家要多看课本，正确掌握证明的步骤，在考试的时候快速解题，拿高分。

专业课冲刺串讲及模拟题解析课程

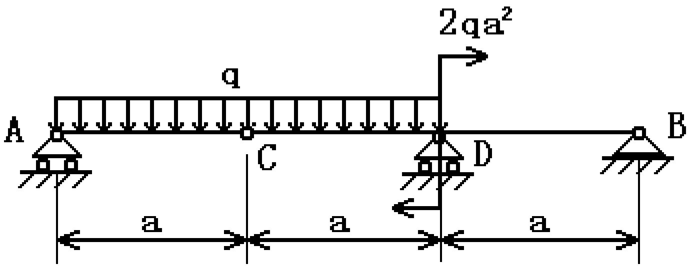
第3讲 模拟题二解析（一）

一、试卷点评

1、卷面分析：本套试题涵盖了每年必考的内容，并在此基础上添加了考试的重要知识点，这些知识点虽然不是每年必考，但基本也是每隔一年就考一次，与其它终于知识点交叉出题。所以考生应该给予足够重视。

2、试卷点评：本套试卷根据近几年吉林大学考研，材料力学这门课程在研究生考试的试题中的一个要求是稳中求变，针对一些重要考点考察的更细致，难度略有提高，题量也相对较大。考生在平时做题时，一定要按时完成每套题，可以计算下每道题应该用的时间。这样不仅可以把每道题都做对，而且要把整套试卷在150分钟内完成。

一、作图示结构的内力图 (15分)



【解题思路】 本题考查内力图的画法。

【答案要点】

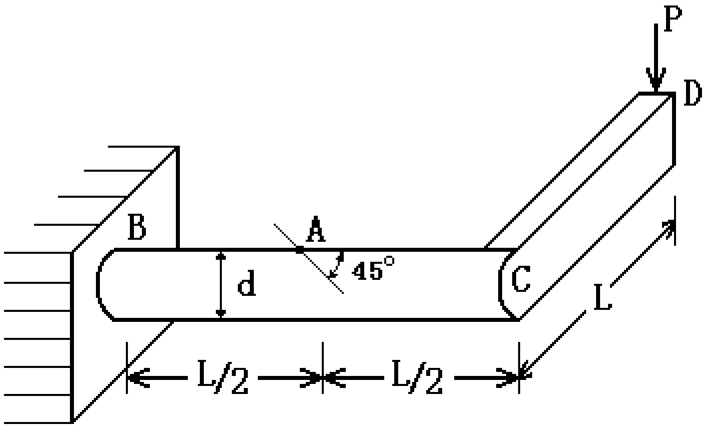
1、求支反力

$$F_{Ay}=\frac{qa}{2}(\uparrow) \qquad F_{Cy}=\frac{qa}{2}$$

$$F_{Dy}=\frac{qa}{2}(\uparrow) \qquad F_{By}=qa(\uparrow)$$

2、画内力图

二、结构受力如图所示，已知：E=200GPA，μ=0.3，D=80MM，L=1M，现测得圆周上表面A点与水平线成45° 方向的线应变为 ε_{-45° =4×10^{-4}，试求外荷载P。（15分）



【解题思路】本题考查的是已知应变的情况下求作用在轴上的外载荷。

【答案要点】

A点的应力状况如图所示：

$$\sigma_A = \frac{M}{W_Z} = \frac{Pl/2}{W_Z} = \frac{16Pl}{\pi d^3}$$

$$\tau_A = \frac{M_x}{W_p} = \frac{16Pl}{\pi d^3} = \sigma_A$$

【答案要点】

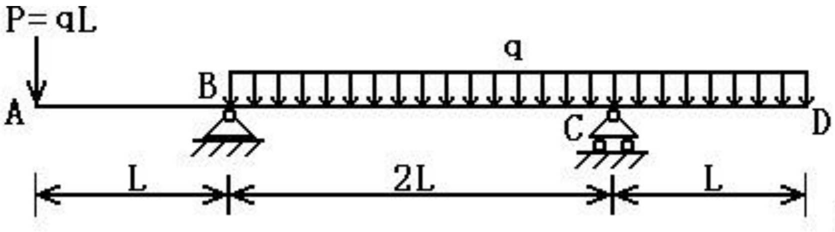
$$\sigma_{-45^\circ}=\frac{\sigma_A}{2}-\tau=-\frac{\sigma_A}{2}$$

$$\sigma_{45^\circ}=\frac{\sigma_A}{2}+\tau=\frac{3\sigma_A}{2}$$

$$\varepsilon_{-45^\circ}=\frac{1}{E}(\sigma_{-45^\circ}-\mu\sigma_{45^\circ})=\frac{1}{E}(-\frac{\sigma_A}{2}-\frac{3\mu\sigma_A}{2})=-\frac{15.2Pl}{E\pi d^3}$$

$$P=-\frac{E\varepsilon_{-45^\circ}\pi d^3}{15.2l}=8461N$$

三、试求图示结构A截面的挠度F_A，设ABCD梁的抗弯刚度为EI。（15分）



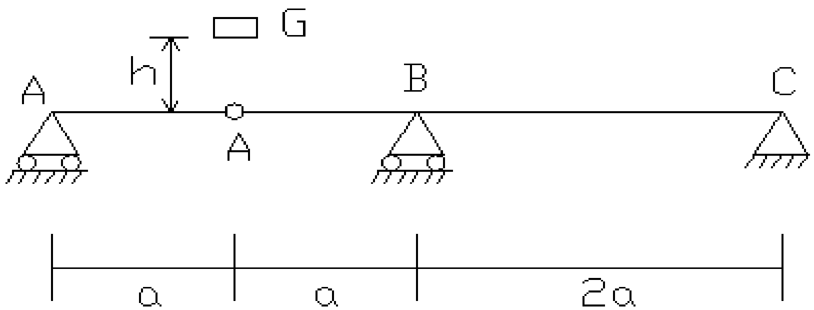
【解题思路】本题考查挠度的求法

【答案要点】

解：用图乘法求

$$f_A = \frac{5ql^3}{6EI}(\downarrow)$$

四、已知具有中间铰的组合梁EI为常数。重量为G的物体从H高处自由下落，冲击到B截面。求A的截面转角；画出挠曲线的大致形状。（15分）（07年4）

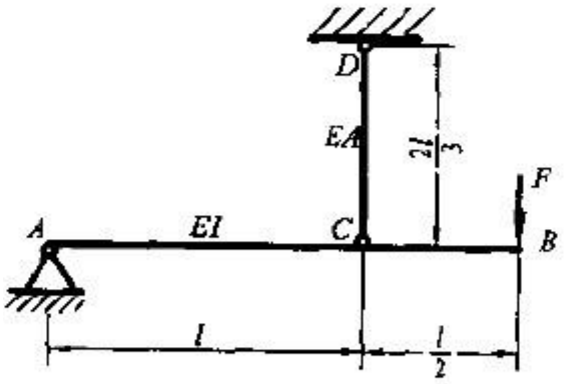


【解题思路】

本题考核在动载荷作用时求一点的转角和画出梁的挠曲线。

【答案要点】

五、计算图示结构B点的挠度。设EA、EI均为已知。



【解题思路】利用图乘法求某点挠度。

【答案要点】

1、在B截面加单位力1;

2、画各个内力图；

3、于是得

$$f_B = \sum \frac{\omega_i \overline{M}_{ci}}{EI} + \frac{\omega_3 \overline{F}_N}{EA} = \frac{Fl^3}{8EI} + \frac{3Fl}{2EA} (\downarrow)$$

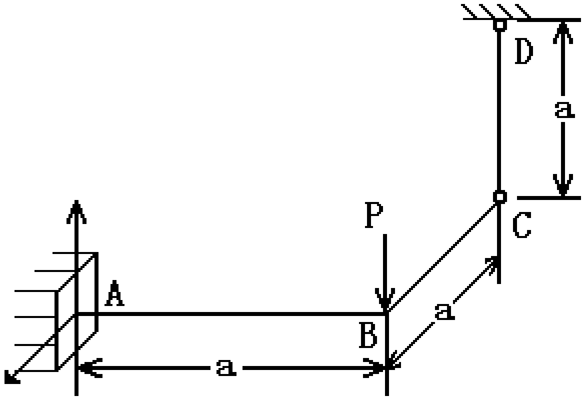
归纳总结

本讲共讲了5个例题，都是考试的常考内容，也都是我们历年考过的真题。有效利用图乘法计算变形。多做这一类的题目，保证做题速度和正确性。

专业课冲刺串讲及模拟题解析课程

第4讲 模拟题二解析（二）

六、圆截面杆AB、BC的直径、材料均相同，已知：p、a，E=2.5G，且CD杆的 $EA=2EI/5a^2$，试求：CD杆的内力。（15分）



【解题思路】 本题考查静不定结构轴的内力。

【答案要点】

1、一次静不定，选静定基。

2、变形协调方程 $f_C = \Delta l_{CD}$

【答案要点】

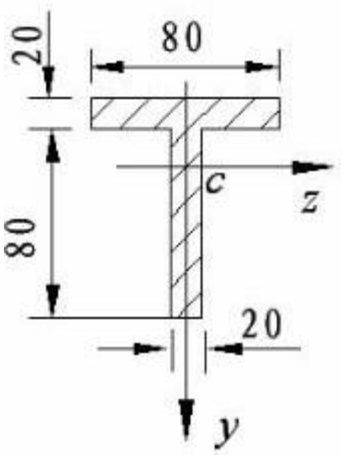
3、 $$\Delta l_{CD}=\frac{Xa}{EA}=\frac{5Xa^{3}}{2EI}$$

4、 $$f_C=\sum\frac{\omega\vec{M}_C}{EI}+\frac{\omega_x\vec{M}_{xC}}{GI_P}=\frac{(P-2X)a^{3}}{3EI}-\frac{5Xa^{3}}{4EI}$$

$$\frac{(P-2X)a^{3}}{3EI}-\frac{5Xa^{3}}{4EI}=\frac{5Xa^{3}}{2EI}$$

$$X=\frac{4}{53}P$$

七、试求图示T字型截面的形心位置和形心主惯性矩 I_z,并简要回答（1）何为主轴，主惯性矩? （2）主惯性矩是否唯一? （3）形心主惯性矩是否唯一? （10分）



【解题思路】本题考查平面图形的几何性质。

【答案要点】

$$y_1=\frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i}=\frac{80\times20\times40+80\times20\times90}{80\times20+80\times20}=65mm$$

$$I_z=I_{z1}+I_{z2}$$

$$=\frac{20\times80^3}{12}+80\times20\times(65-40)^2+\frac{20\times80^3}{12}+80\times20\times(35-10)^2$$

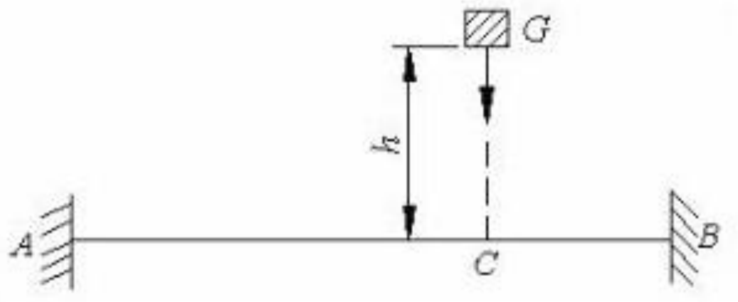
$$=2.25\times10^6mm^4$$

（1）图形对该对相互垂直坐标轴的惯性积为零，则该对坐标轴为主轴。

（2）对主轴的惯性矩为主惯性矩，主惯性矩是不唯一的。

（3）形心的主惯性矩是唯一的。

八、结构如图所示，现有重量为G的物体自由冲击到结构C点处，设C点沿冲击方向的最大变形为 σ_d ，引起结构内最大动应力为 F_d，受到的冲击力为 K_d ，试根据机械能守恒原理，推倒结构的动载荷系数 Δd 。



【解题思路】本题考查动载荷的知识点。

【答案要点】

解：根据机械能守恒定律，有

$$\Delta V + \Delta T = \Delta U_d$$

$$\Delta V = G(h + \Delta d)$$

$$\Delta T = 0$$

$$\Delta U_d = \frac{1}{2} F_d \Delta d$$

再根据外力与内力、变形、应力之间线性关系，则有

$$\frac{F_d}{G}=\frac{\Delta d}{\Delta st}=K_d$$

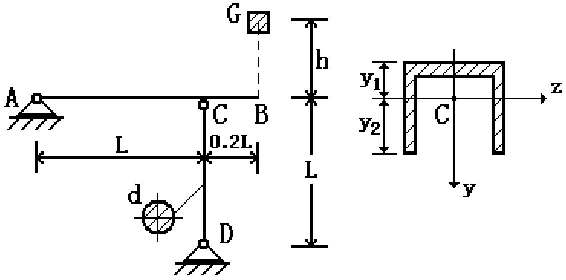
将（2）、（3）、（4）代入（1）中，得

$$\Delta d^2-2\Delta_{st}\Delta_d-2h\Delta_{st}=0$$

$$\Delta d=\frac{2\Delta_{st}+\sqrt{4\Delta_{st}^2+8h\Delta_{st}}}{2}=\Delta_{st}\left[1+\sqrt{1+\frac{2h}{\Delta st}}\right]$$

$$K_d=\frac{\Delta d}{\Delta st}=1+\sqrt{1+\frac{2h}{\Delta st}}$$

九、已知槽形截面铸铁梁AB，其许用拉应力为 $[\sigma_t]$=30MPA,许用压应力为 $[\sigma_c]$=120MPA,I_Z=18800CM^4，Y_1=96MM，Y_2=164MM，CD杆材料为Q235，直径D=50MM，L=1M，E=200GPA,$\sigma_p=200MPa,\sigma_s=240MPa$，稳定安全系数$N_{ST}$=3，经验公式为：$\sigma_{cr}=(304-1.12\lambda)MPa$ 今有一重为G=200N从高度为H=10CM自由落到AB梁B点，试校核AB梁的强度和CD杆的稳定性。（20分）



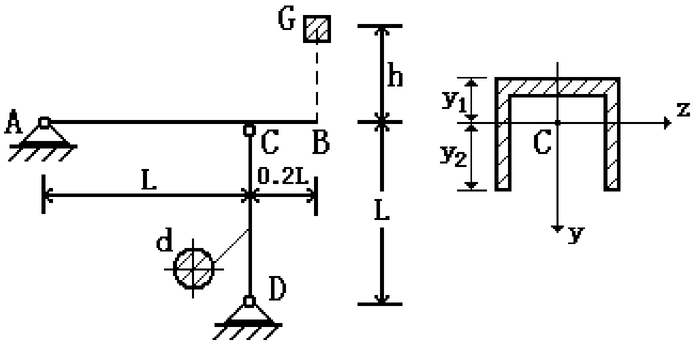
【解题思路】本题考查对梁的强度和稳定性的校核。

【答案要点】

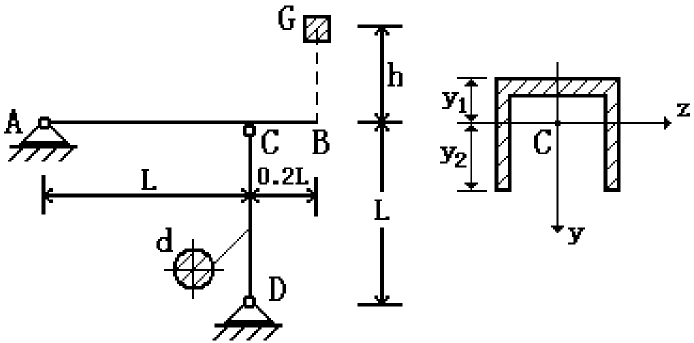
$$M_{d,\max}=K_d\cdot G\cdot l/5 \qquad K_d=1+\sqrt{1+2h/\Delta st}$$

$$\sigma_{t\max}=\frac{M_{d,\max}\,y_1}{I_z}$$

$$\sigma_{c\max}=\frac{M_{d,\max}\,y_2}{I_z}$$



BC压杆:



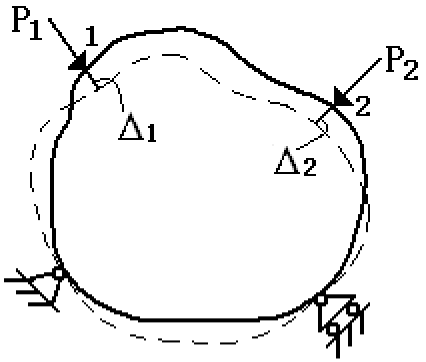
$$\lambda = 4\mu l / d = 80,$$

$60 < \lambda < 100$,中长杆，用经验公式:

$$Fcr = (304 - 1.12\lambda) \cdot A$$

$$n = \frac{Fcr}{K_d \cdot 1.2G} = 12 > n_{st}$$

十、一弹性体在广义力P_1和P_2共同作用下，1、2两点产生的广义位移分别为Δ_1和Δ_2；设P1单独作用1点时，在1、2两点产生的位移分别为Δ_{11}和Δ_{21}；设P_2单独作用2点时，在1、2两点产生的位移分别为Δ_{12}和Δ_{22}。试证明：$P_1 \times \Delta_{12} = P_2 \times \Delta_{21}$。（10分）



【解题思路】本题是一个证明题，考查的是对卡氏定理的证明。

【答案要点】

证明：（1）先加P_1，后加P_2，则变形能为：

$$U_1=\frac{1}{2}P_1\Delta_{11}+\frac{1}{2}P_2\Delta_{22}+P_1\Delta_{12}$$

（2）先加P_2，后加P_1，则变形能为：

$$U_2=\frac{1}{2}P_2\Delta_{22}+\frac{1}{2}P_1\Delta_{11}+P_2\Delta_{21}$$

变形能和加载次序无关，只与载荷的最终值有关。

故有 $U_1 = U_2$

即：$\frac{1}{2}P_1\Delta_{11} + \frac{1}{2}P_2\Delta_{22} + P_1\Delta_{12} = \frac{1}{2}P_2\Delta_{22} + \frac{1}{2}P_1\Delta_{11} + P_2\Delta_{21}$

$$P_1\Delta_{12} = P_2\Delta_{21}$$

归纳总结

本讲共讲了5个例题，都是考试的常考内容，也都是我们历年考过的真题。注意可能考证明题的地方，大家要多看课本，正确掌握证明的步骤，对于一些特殊的截面在进行校核的时候公式要选对。

专业课冲刺串讲及模拟题解析课程

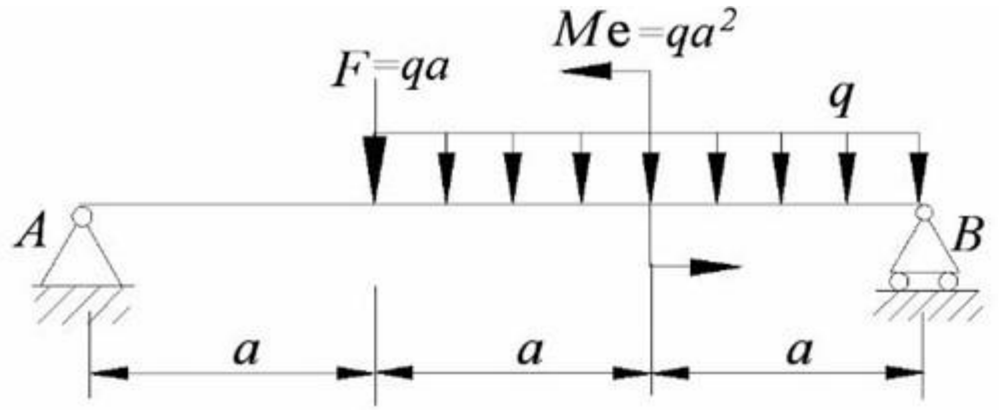
第5讲 模拟题三解析（一）

一、试卷点评

1、卷面分析：本套试题涵盖了每年必考的内容，并在此基础上添加了考试的重要知识点，这些知识点虽然不是每年必考，但基本也是每隔一年就考一次，与其它终于知识点交叉出题。所以考生应该给予足够重视。

2、试卷点评：本章试卷根据这几年吉林大学考研，材料力学这门课程在研究生考试的试题中的一个要求是稳中求变，针对一些重要考点考察的更细致，难度略有提高，题量也相对较大。考生在平时做题时，一定要按时完成每套题，可以计算下每道题应该用的时间。这样不仅可以把每道题都做对，而且要把整套试卷在150分钟内完成。

一、图示结构的内力图(15分)



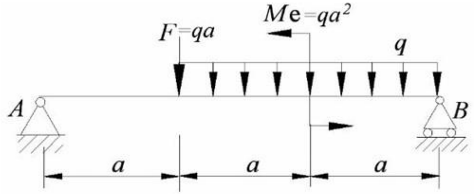
【解题思路】 本题考查内力图的画法。

【答案要点】

1、求支反力

$$F_{Ay}=\frac{5qa}{3}(\uparrow)$$

$$F_{By}=\frac{4qa}{3}(\uparrow)$$



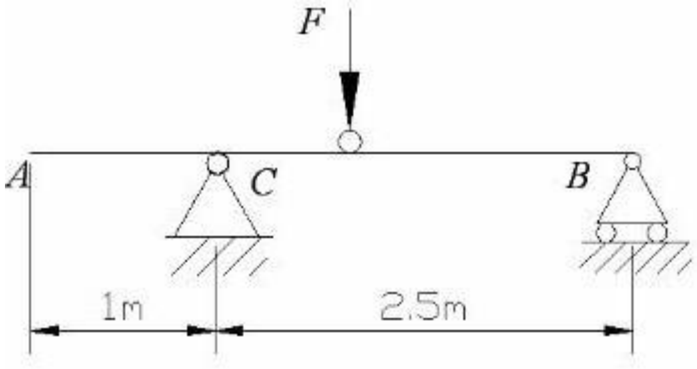
2、画内力图

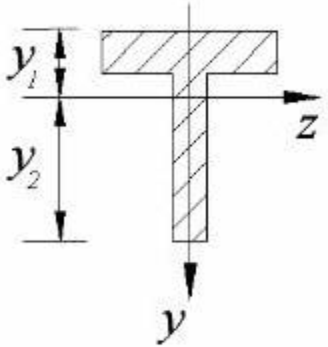
二、T型铸铁梁AB。

$I_z = 600cm^4, y_1 = 5cm, y_2 = 9cm,$

$[\sigma_t] = 30MPa, [\sigma_c] = 150MPa,$

试确定许可的移动载荷[F]（15分）





【解题思路】本题考查的是对承受移动无冲击载荷梁的校核。

【答案要点】

解：当F位于A点时，AB梁有最大负弯矩，M=F；当F位于AC中点时，AB梁有最大正弯矩，M=0.625F。

1）C截面上边缘 $$\sigma_{\max,t}=\frac{M_c}{I_z}y_1=\frac{F\times 6\times 10^{-2}}{600\times 10^{-8}}\le[\sigma_t],[F_1]=3kN$$

2）C截面下边缘 $$\sigma_{\max,c}=\frac{M_c}{I_z}y_2=\frac{F\times 90\times 10^{-3}}{600\times 10^{-8}}\le[\sigma_c],[F_2]=10kN$$

BC梁截面中点下边缘:

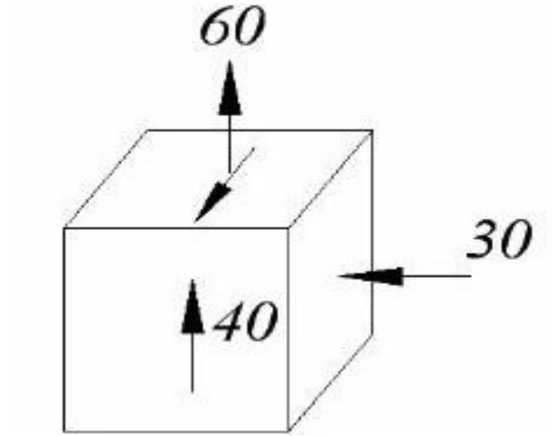
$$\sigma_{\max,t} = \frac{M_c}{I_z} y_2 = \frac{0.625F \times 90 \times 10^{-3}}{600 \times 10^{-8}} \le [\sigma_t], [F_3] = 3.2kN$$

$$[F] = \min\{[F_1], [F_2], [F_3]\} = 3kN$$

三、某构件危险点的应力状态如图所示，材料的：

$$E=200GPa, \mu=0.3, \sigma_s=240MPa, \sigma_b=400MPa, n=2$$

求：1）主应力；2）最大切应力；3）最大线应变；4）画出应力圆草图；5）校核其强度。（15分）



【解题思路】本题考查应力状态

【答案要点】

解：$$\sigma_x = 0, \sigma_y = 60MPa, \sigma_z = -30MPa, \tau_{xy} = -40MPa$$

$$\sigma_{\max} = 80MPa$$

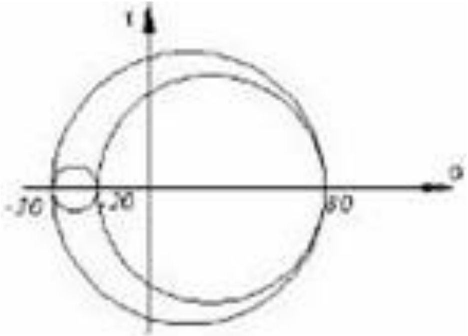
$$\sigma_{\min} = -20MPa$$

$$1)\sigma_1 = 80MPa, \sigma_2 = -20MPa, \sigma_3 = -30MPa,$$

$$2)\tau_{\max} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} = 55MPa$$

$$3)\varepsilon_{\max} = \varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)\right] = 4.75\times 10^{-4}$$

4）如图



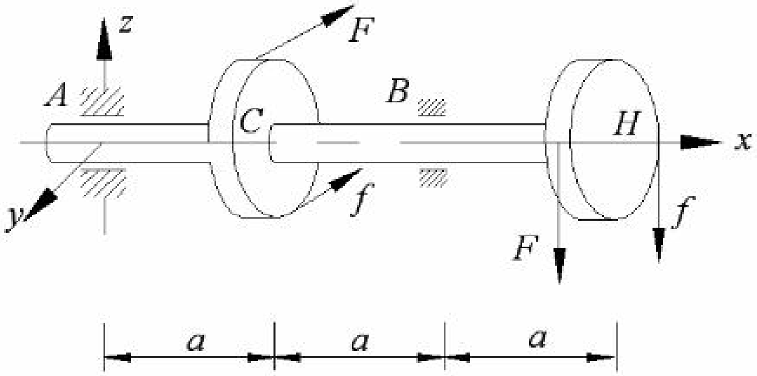
$$5)\left[\sigma\right]=\frac{\sigma_s}{n}=120MPa$$

$$\sigma_{r3}=\sigma_1-\sigma_3=110MPa$$

$$\sigma_{r3}<\left[\sigma\right]$$

安全

四、传动轴尺寸。受力如图所示。已知主动轮C皮带拉力为水平方向，从动轮H皮带拉力为铅垂方向，两轮直径都为D（m），松边拉力f(N),紧边拉力F=4f，材料为Q2358,$[\sigma](\mathrm{Mpa}), a(m)$,试写出设计实圆心轴直径d 的表达式。

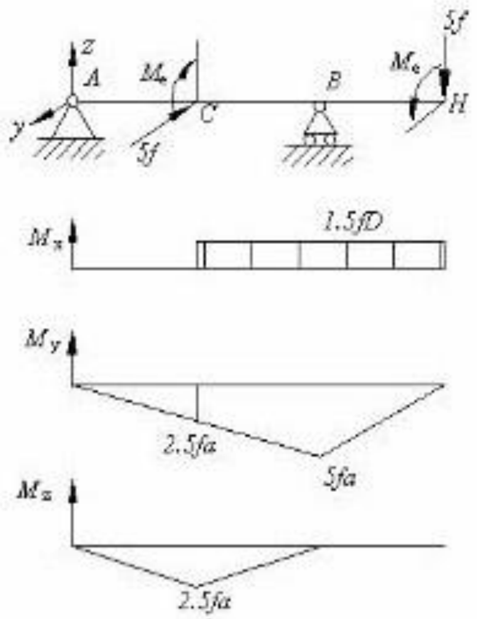


【解题思路】

本题考查在已知条件下对轴的设计，使设计的轴满足强度要求。

【答案要点】

（1）画受力简图和内力图



2) $Me = (F - f)\dfrac{D}{2} = 1.5 fD$

B为危险截面

$\mathrm{M} = 5 fD$

$\mathrm{M}\mathrm{x} = 1.5 fD$

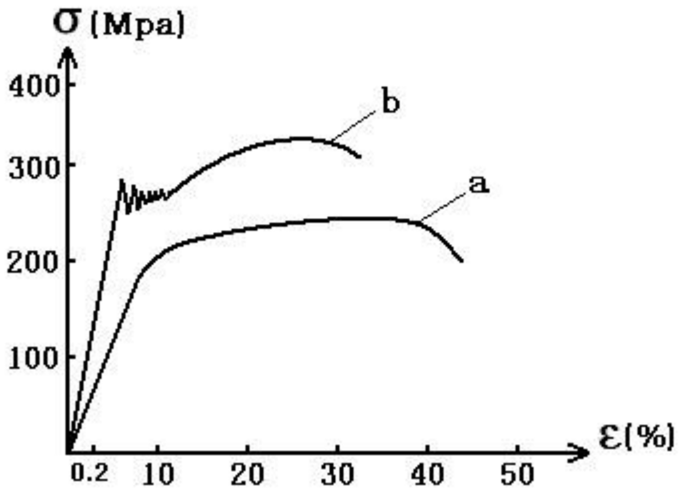
3) $\sigma_{r3} = \dfrac{1}{W}\sqrt{M^2 + M_X^2} \le [\sigma]$

$$\mathrm{W} \ge \frac{\sqrt{M^2 + M_X^2}}{[\sigma]}$$

$$\frac{\pi d^3}{32} \ge \frac{\sqrt{M^2 + M_X^2}}{[\sigma]}$$

$$d \ge \sqrt{\frac{32\sqrt{(5 fD)^2 + (1.5 fD)^2}}{\pi[\sigma]}}$$

五、已知: a、b两种材料的σ-ε曲线，若取安全系数n=2，是分别求出其许用应力[σ]；并说明何谓冷作硬化现象？（10分）



【解题思路】本题考查材料性能的知识。

【答案要点】

冷作硬化：在第二次加载时，其比例极限得到了提高，但塑性变形和伸长率却有所降低，这种现象称为冷作硬化。

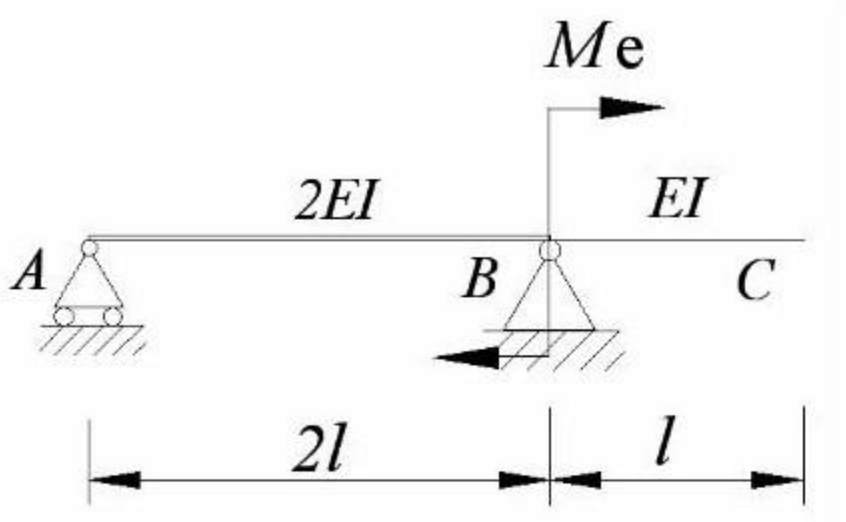
归纳总结

本讲共讲了5个例题，都是考试的常考内容，也都是我们历年考过的真题。同学们要亲自做一遍，总结自己的做题方法。

专业课冲刺串讲与模拟题解析课程

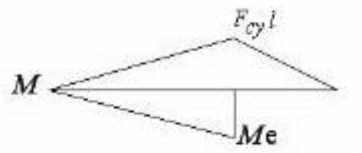
第6讲 模拟题三解析（二）

五、已知 l、EI、Me,若在C处下方增加一刚度 $K=6EI/l^3(N/m)$ 的弹簧支座后，1）做弯矩图；2）从强度方面考虑，其结构的承载能力是原来的多少倍？（15分）



$$f_C F_{cy} = -\frac{1}{EI}\frac{1}{2}l \cdot F_{cy}l\,\frac{2}{3}l - \frac{1}{2EI}\frac{1}{2}2l \cdot F_{cy}l \cdot \frac{2}{3}l$$

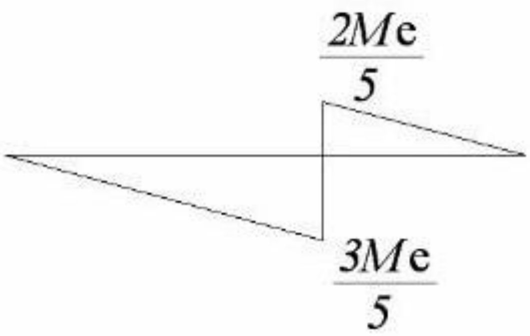
$$= -\frac{2F_{cy}l^3}{3EI}$$



$$\frac{Me}{3EI} - \frac{2F_{cy}l^3}{3EI} = \frac{F_{cy}l^3}{6EI}$$

$$F_{cy} = \frac{2Me}{5l}$$

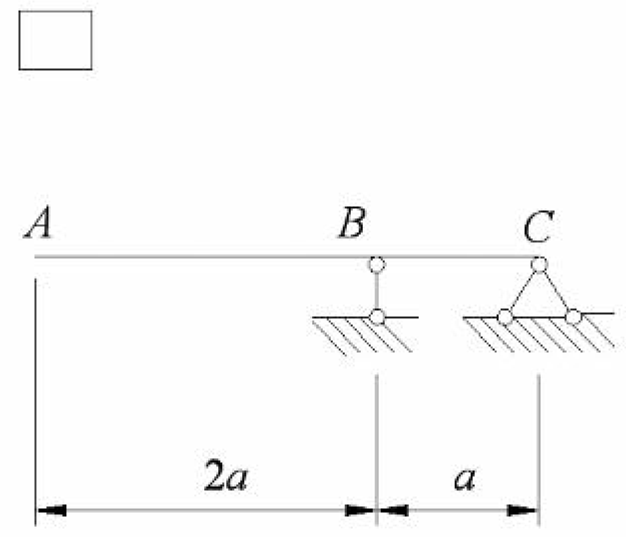
弯矩图如图



承载能力是原来的

$$n=\frac{Me}{\frac{3}{5}Me}=1.67\text{倍}$$

六、重量为P的运动员跳起h高度后，落至跳板端点A，设EI为常数，求跳板中最大动挠度，如运动员为弹性体，定性说明在冲击时跳板中的最大动应力增大还是减小？（15分）

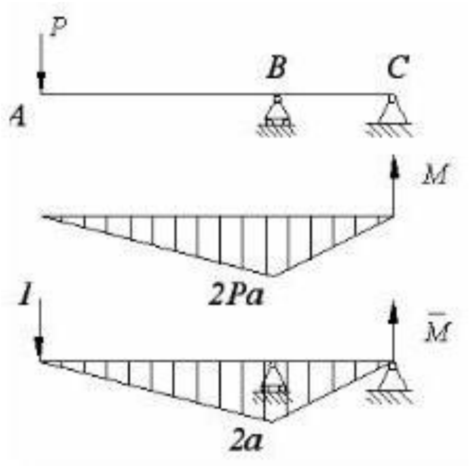


【解题思路】本题考查动载荷的知识。

【答案要点】

1） $K_d = 1 + \sqrt{1 + \dfrac{2h}{\Delta_{st}}}$

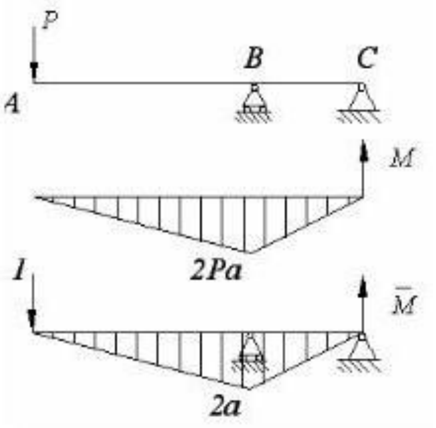
2) $\Delta_{st} = \dfrac{1}{EI}\left(\dfrac{1}{2} 2Pa \cdot a \cdot \dfrac{4a}{3} + \dfrac{1}{2} 2Pa \cdot a \cdot \dfrac{4a}{3}\right) = \dfrac{4Pa^3}{EI}$



$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{EIh}{2Pa^3}}$$

$$(f_{\max})_d = K_d (f_{\max})_{st} = (1 + \sqrt{1 + \frac{EIh}{2Pa^3}}) \frac{4Pa^3}{EI}$$

若运动员为弹性体，最大动应力减小



七、 1、何为交变应力?

2、何为材料的持久极限?

3、写出提高构件疲劳强度的主要措施? （两条）

4、已知某材料的$\sigma_{-1}=300MPa,\sigma_b=700MPa,\sigma_0=450MPa$，用此材料制成的构件，其有效应力集中系数 $\beta=0.9$ 尺寸系数$\varepsilon=0.8$，表面质量系数 $K_\sigma=2.0$，试画出该材料构件的持久极限简化线（标出各点的坐标值） （15分）

【解题思路】本题考查交变应力的有关知识点

【答案要点】

1、随时间周期性交替变化的应力称为交变应力。

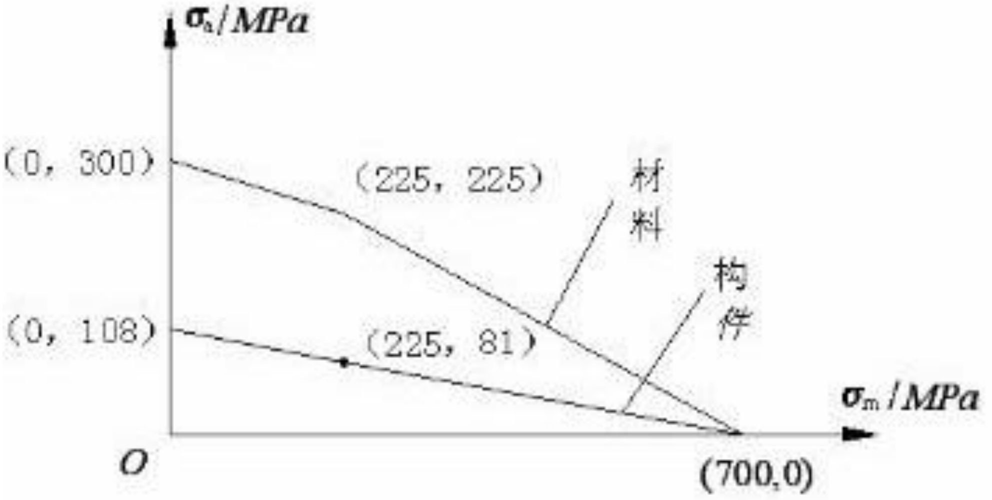
2、材料经无限次应力循环而不发生疲劳破坏的最大应力称为材料的持久极限。

3、提高构件疲劳强度的主要措施有：

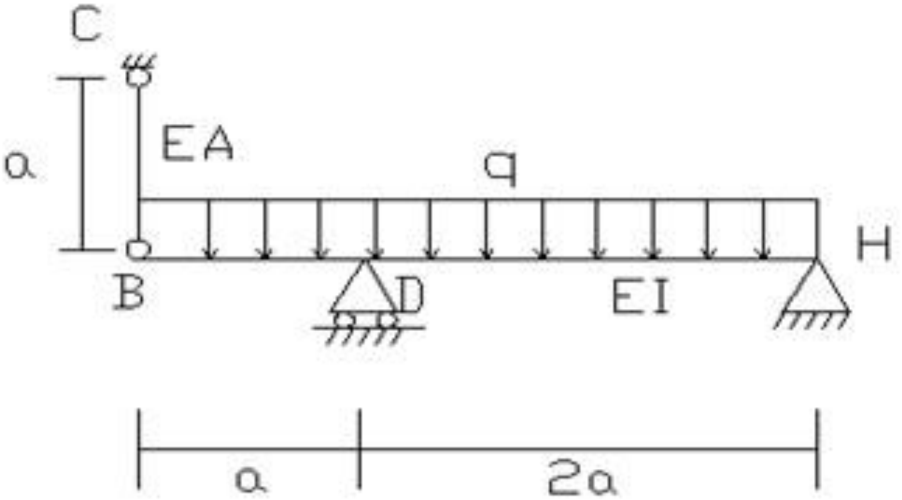
（1）减缓应力集中

（2）提高构件的表层强度

4、构件材料极限的简化线



八、求BC杆的内力。设$EA=EI/a^2$



【解题思路】本题是一个求超静定结构杆内力的问题。

【答案要点】

1、一次超静定

2、拆开B点，加一对x，BH梁上B点变形协调条件为：

$$\delta_{11}X_1+\Delta_{1F}=-\Delta l_{BC}$$

$$\delta_{11}=\frac{a^3}{EI}$$

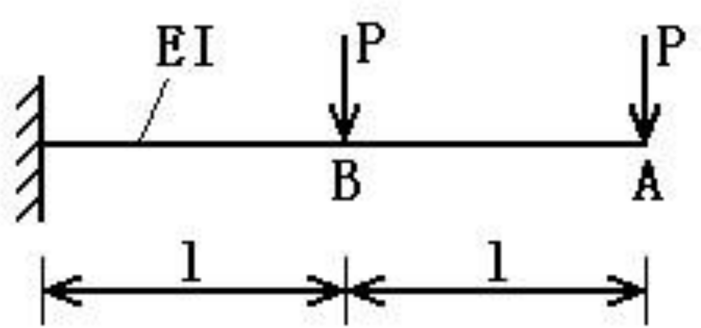
$$\Delta_{1F}=-\frac{qa^4}{8EI}$$

$$\Delta l_{BC}=\frac{X_1a^3}{EI}$$

3、代入变形协调方程 $$\frac{X_1 a^3}{EI}-\frac{qa^4}{8EI}=-\frac{X_1 a^3}{EI}$$

4、解得：
$$X_1=qa/16;$$
$$F_{NBC}=X_1=qa/16$$

十、结构受力如图所示，其中U为结构的弹性变形能，试问 $\frac{\partial U}{\partial P}$ 的力学意义是什么？



【解题思路】本题考查卡氏定理。

【答案要点】

A点挠度和B点挠度之和

➢ 归纳总结

这一套题共十道大题，都是根据历年考试易考点筛选出来的真题，有很大的练习价值，就难度来说，和每年的真题难度相当。同学们在练习的时候，一定要计算好答题时间。

专业课冲刺串讲与模拟题解析课程

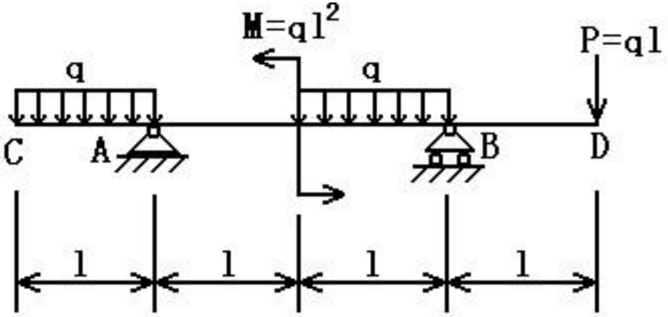
第7讲 模拟题四解析（一）

一、试卷点评

1、卷面分析：本套试题是历年真题的一个整合，和考研真题难度相当，这套试卷依然包含十道大题，都是考研时候考查的重点。

2、试卷点评：本套试卷根据这几年吉林大学考研，材料力学这门课程在研究生考试的试题中的一个要求是稳中求变，针对一些重要考点考察的更细致，难度略有提高，题量也相对较大。试题难度和考研真题相当，题量相对真题来说较少。同学们在做练习的时候依然要分配好做题时间。

一、作图示结构的内力图。(15分)



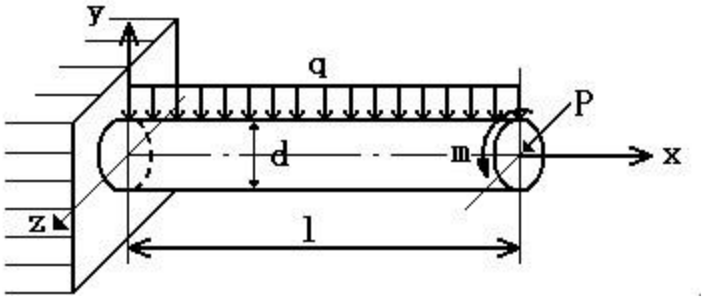
【解题思路】 本题考查内力图的画法。

【答案要点】

1、求支反力 $F_{Ay}=\dfrac{3ql}{2}(\downarrow)$ $F_{By}=\dfrac{3ql}{2}(\uparrow)$

2、画内力图

二、直径为d的钢制圆轴受力如图所示，已知材料的许用应力为[σ]，$m=qL^2$，$P=qL$，试用第三强度理论设计该圆周的直径d。（15分）



【解题思路】本题考查的知识点是组合变形，设计轴的直径。

【答案要点】

$$M_{合}=\sqrt{5}ql^{2}/2$$

$$Mx=Me=ql^{2}$$

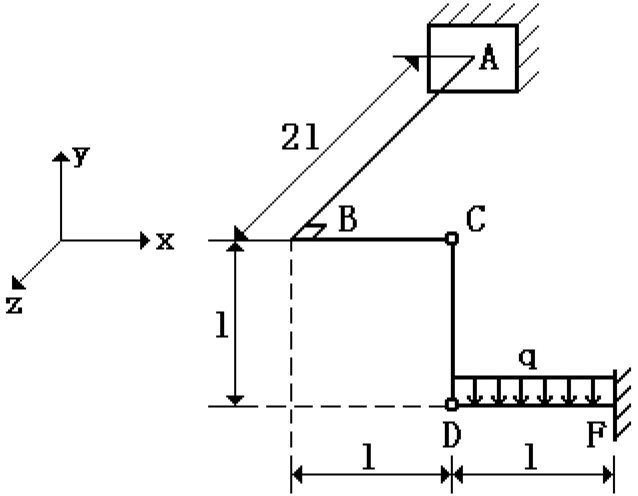
$$\sigma r3=\frac{1}{W}\sqrt{M_{合}{}^{2}+Mx^{2}}$$

$$=\frac{32}{\pi d^{3}}\sqrt{\frac{5}{4}\left(ql^{2}\right)^{2}+\left(ql^{2}\right)^{2}}\le[\sigma]$$

$$d\ge\sqrt[3]{\frac{48ql^{2}}{\pi[\sigma]}}$$

三、已知平面曲拐ABC和DF梁的抗弯刚度为EI、抗扭刚度为GI_p和CD杆的抗拉刚度为EA，设$EI=4GI_p=2EAL^2$。试求CD杆的内力。（20分）

【解题思路】本题考查超静定知识



【答案要点】

解：一次超静定。

选取平面曲拐为ABC静定基，其变形协调方程为：

$$f_D - f_C = \Delta l_{CD}$$

$$f_D = \frac{ql^4}{8EI} - \frac{Xl^3}{3EI};$$

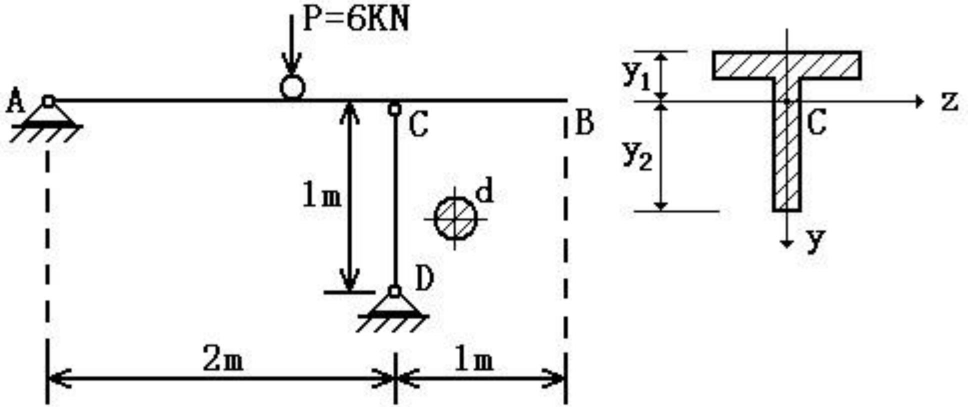
$$f_c = \frac{3X_1 l^4}{EI} - \frac{2X_1 l^3}{GI_P};$$

$$\Delta l_{CD} = \frac{X_1 l^3}{EA}$$

代入解得：CD杆的轴力为

$$X_1 = \frac{3ql}{320}(\text{拉})$$

四、结构受力如图所示，横梁AB为T字形截面铸铁梁，已知其许用拉应力为 $[\sigma_t]=40Mpa$，许用拉应力为 $[\sigma_c]=160Mpa$，$I_z=800cm^4$，$y_1=50mm$，$y_2=90mm$；CD杆用 A_3 钢制成，截面为圆形，d=30mm，E=200Gpa，$\lambda_p=100$，$\lambda_s=60$，经验公式为：$\sigma_{cr}=(304-1.12\lambda)$ Mpa，稳定安全系数 $n_{st}=3$。试校核该结构是否安全。载荷P可在AB梁上移动。（20分）



【解题思路】

本题综合考察了梁的强度校核和稳定性校核，做题时一定要看清楚，构件是铸铁梁。

【答案要点】

（1）当载荷移动到B点时，CD杆的压力最大，且N_{CD}=9KN

校核CD压杆的稳定性：

属于大柔度杆，用欧拉公式：$\lambda = \frac{\mu l}{i} = 133.3 > \lambda_p$

$$F_{cr} = \sigma_{cr} \cdot A = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \frac{\pi d^2}{4} = 78.5kN$$

CD杆安全

$$n = \frac{Fcr}{N_{CD}} 8.7 > n_{st}$$

（2）当移动载荷F移动到B点时，AB梁内产生最大负弯矩，且为M_C=FL=6KNm。当移动到AC中的时，有最大正弯矩，且为M_F=3KN.m　　校核AC梁

C截面上边缘　$\sigma_t = 38MPa < [\sigma_t]$

C截面下边缘　$\sigma_c = 68MPa < [\sigma_c]$

AB中间截面下边缘　$\sigma_t = \frac{M}{I_z} y_2 = 34 < [\sigma_t]$

AC梁安全

综上，结构安全。

五、1、什么是材料的力学性质?

2、为什么要研究材料的力学性质?

3、今有一新研制的金属（塑性）材料，请写出应测定该材料的力学性质的名称和符号（10个或10个以上）。（15分）

【解题思路】本题考查材料的力学性质。

【答案要点】

1、材料的力学性质：主要是指材料在外力作用下表现出的变形和破坏方面的特性。

2、因为构件的强度、变形，稳定性和冲击，疲劳计算，还有材料的选择，材料加工等都需要了解和掌握各种材料的力学性质，所以要研究它。

3、比例极限　　弹性极限　　屈服极限　　强度极限

伸长率　　断面收缩率　　弹性模量　　切变模量

泊松比　　冲击韧度

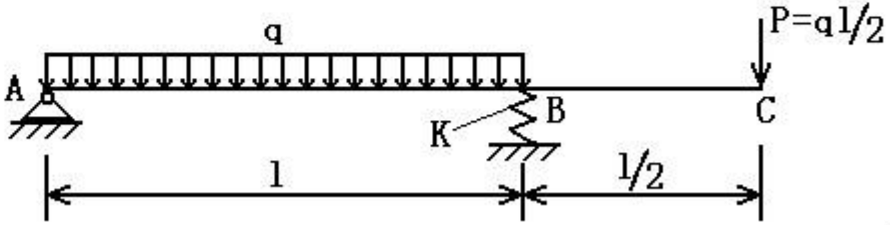
➢ 归纳总结

这一讲有五道题目，都是根据历年考试易考点筛选出来的真题，有很大的练习价值，就难度来说，和每年的真题难度相当。同学们在练习的时候，一定要计算好答题时间。

专业课冲刺串讲与模拟题解析课程

第8讲 模拟题四解析（二）

六、结构受力如图所示，设弹簧刚度为$K=5EI/L^3$，试求C截面的挠度f_C。（15分）



【解题思路】 本题考查如何求解某点挠度的问题

【答案要点】

用分段钢化叠加法求;

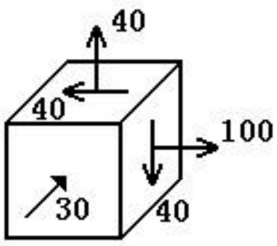
1、先钢化弹簧，求AC梁弯曲变形: $f_c' = \dfrac{ql^4}{6EI}$

2、再钢化AC梁，求弹簧引起的变形:

$$f'' = \frac{3}{2}\delta_{弹} = \frac{3}{2}\frac{R_B}{K} = \frac{3}{2}\left(\frac{7}{4}ql\right)\frac{l^3}{5EI} = \frac{21ql^4}{40EI}(\downarrow)$$

3、叠加法: $f_c = f_c^{'} + f_c^{''}$

七、某一钢结构危险点处的应力状态如图所示，已知E=200GPa，μ=0.3，σ_s=200MPa，σ_b=400MPa，安全系数n=2。试求：（1）图示单元体的主应力；（2）最大剪应力；（3）最大线应变；（4）画出相应的三向应力圆草图；（5）对该点进行强度校核。（15分）

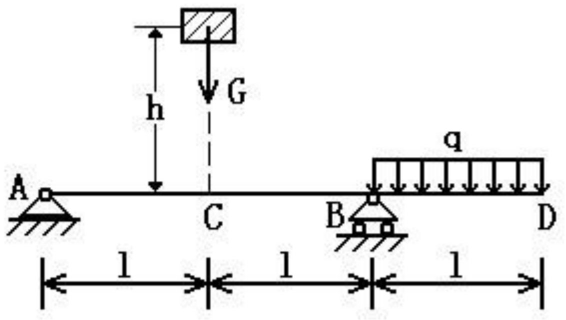


单位:MPa

【解题思路】本题考查应力状态的知识

【答案要点】

八、结构如图所示，试求结构在静荷载q和动荷载G=qL冲击下D点的挠度f_D，设$qL^4=4hEI$，EI为梁的抗弯刚度。（15分）



【解题思路】本题考查有动载荷时，求梁某点的挠度。

【答案要点】

解:用叠加法求:

$$f_D=(f_D)_q+(f_D)_G=-\frac{7ql^4}{24EI}(\uparrow)$$

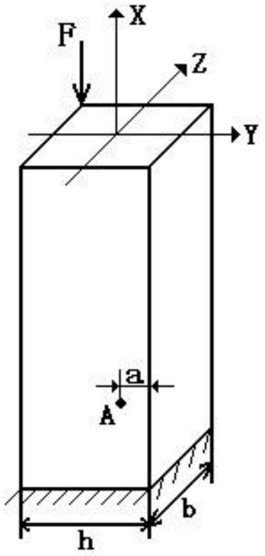
$$(f_D)_q=\frac{11ql^4}{24EI};\Delta st=\frac{Gl^3}{6EI};K_d=1+\sqrt{1+\frac{2h}{\Delta st}}=3$$

九、圆轴受力如图所示，已知：E=200GPa，μ=0.3，d=100mm，现测得圆轴表面A点沿轴线方向的线应变为$\varepsilon_{0^\circ}=5\times10^{-4}$，沿45°方向的线应变为$\varepsilon_{45^\circ}=4\times10^{-4}$，试求外荷载P和M。（15分）

【解题思路】本题是根据已知线应变求外载荷的问题。

【答案要点】

十、已知矩形截面铝合金杆A点处的纵向线应变$E_X=5\times10^{-4}$，E=70GPA，H=18CM，B=12CM，试求荷载F。



【解题思路】本题考查求解结构的许可载荷。

【答案要点】

解：外力分析：将偏心载荷F向截面形心出平移

$$My = 6\times10^{-2}F(N\cdot m)$$
$$Mz = 9\times10^{-2}F(N\cdot m)$$

主轴受二个平面弯曲和轴向压缩组合变形。

A点处的正应力：

$$\sigma = 35MPa$$

所以 $$F = 174.5KN$$

➢ 归纳总结

这一套题共十道大题，都是根据历年考试易考点筛选出来的真题，有很大的练习价值，就难度来说，和每年的真题难度相当。同学们在练习的时候，一定要计算好答题时间。