大连理工大学

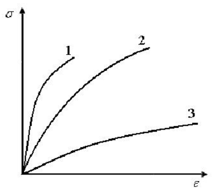
2011 年硕士研究生入学考试模拟试题（一）

科目代码：<u>816</u>　　　　科目名称：<u>材料力学</u>

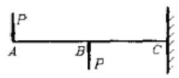
所有答案必须做在答案题纸上，做在试题纸上无效！

一、填空（每题 *5* 分，共 *20* 分）

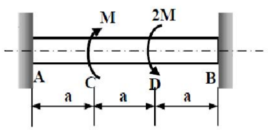
1、杆 1、2 和 3 的横截面积及长度均相等，其材料的应力应变曲线如图所示。则____强度最高，____刚度最大，____塑性最好。



题二 1 图



题二 3 图



题二 4 图

2、长方形截面压杆，b/h=1/2，如果将 b 改为 h 后仍为细长杆，临界压力 P_{cr} 是原来的______倍。

3、悬臂梁 AC 受力如图所示，则纯弯曲段为____，剪切弯曲段为____。

4、图示轴两端固支，轴的直径为 d，外力扭矩分别为 M 和 2M，轴的变形在线弹性变形范围内，则轴的最大扭转切应力为________，在________段。

二、选择一个正确的答案（每小题 *5* 分，共 *20* 分）

1、广义胡克定律的适用范围是______。

A．脆性材料　B．塑性材料　C．材料为各向同性且处于线弹性范围内　D．任何材料

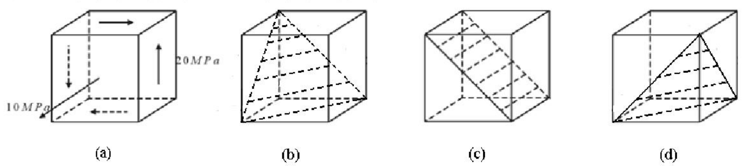
2、下述说法正确的是______。

A．图（a）所示单元体最大正应力作用面是图（b）中阴影面

B．图（a）所示单元体最大正应力作用面是图（c）中阴影面

C．图（a）所示单元体最大正应力作用面是图（d）中阴影面

D．以上说法均不正确



题一 2 图

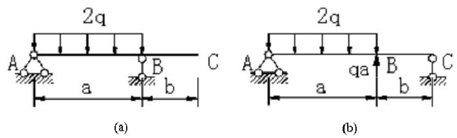
3、自由落体冲击时，当冲击物重量 G 增加一倍时，若其它条件不变，则被冲击物内的动应力______。

A．不变　B．增加不足一倍　C．增加一倍　D．增加一倍以上

4、图（a）（b）两梁抗弯刚度相同，荷载相同，则下列正确的是______。

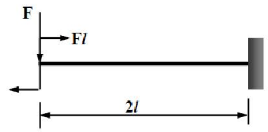
A．两梁对应截面的内力、位移不同　B．两梁对应截面的内力、位移相同

C．内力相同，位移不同　D．内力不同，位移相同



题一 4 图

三、悬臂梁长 2*l*，自由端作用向下集中力 F 和力偶矩 F*l*。画出梁的剪力弯矩图，并画出梁变形时挠曲轴的定性形状。（15 分）



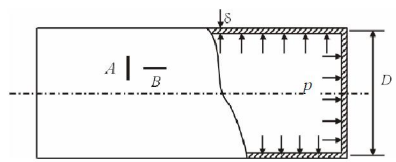
题三图

四、图示薄壁圆筒内径 $D=500mm$，壁厚 $\delta=10mm$，材料弹性模量 $E=200GPa$，泊松比 $\mu=0.25$。为测量内压 p，可以沿周向贴应变片 A，也可以沿轴向贴应变片 B。

（1）从测量精度考虑，贴应变片 A 的测量方案和贴应变片 B 的测量方案哪个更好？

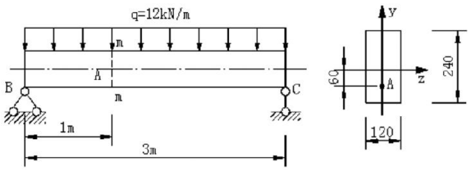
（2）已测得应变片 B 的应变 $\varepsilon_B=120\times10^{-6}$，计算 ε_A 的值。

（3）计算薄壁圆筒的内压 p。（15 分）



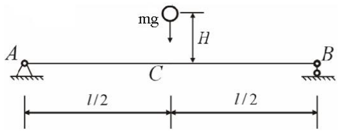
题四图

五、图示简支梁，受 $q=12kN/m$ 均布线荷载作用，求 A 点主应力的大小和剪应力的极值。（10 分）



题五图

六、重量为 mg 的物体自高度 H 自由下落到长为 l 的简支梁中点 C，梁的弯曲刚度为 EI，抗弯截面模量 W，且设 $EIH/(mgl^3)=15/4$，求梁中点 C 的最大挠度 ω_d 和最大动应力 σ_d。（10 分）

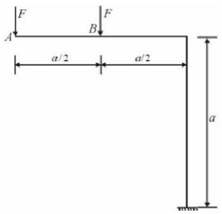


题六图

七、如图所示等截面线弹性刚架弯曲刚度 EI。

（1）解释 $\dfrac{\partial V_\varepsilon}{\partial F}$ 的几何意义，其中 V_ε 为刚架的应变能。

（2）用卡氏第二定理求 A 点的水平位移（忽略轴力引起的变形）。（15 分）

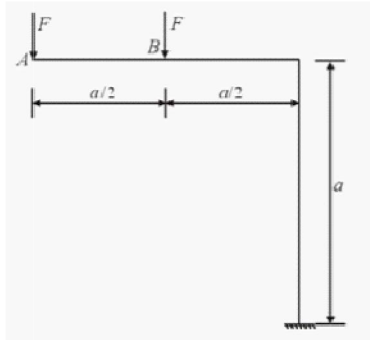


题七图

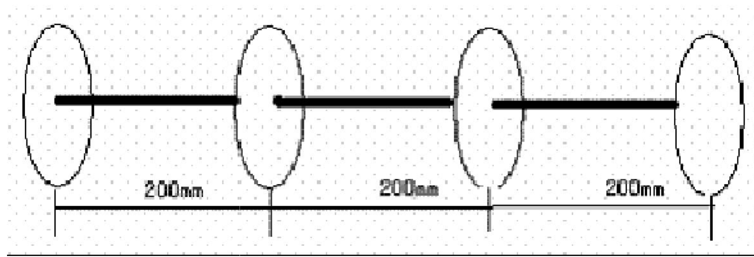
八、如图所示等截面线弹性刚架弯曲刚度 EI。

（1）解释 $\dfrac{\partial V_\varepsilon}{\partial F}$ 的几何意义，其中 V_ε 为刚架的应变能。

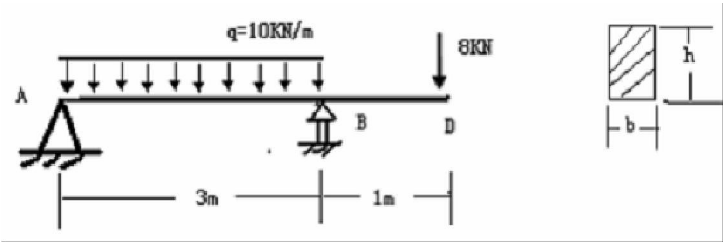
（2）用卡氏第二定理求 A 点的水平位移（忽略轴力引起的变形）。（15 分）



九、等截面实心传动轴的转速为 n=191r/min，轮 A 为主动轮，输入功率为 NA =8kW,轮 B、C 和 D 为从动轮。输出功率分别为 NB =3kW、NC =1kW 和 ND =4kW。已知轴材料的许用剪应力为[τ]=60MPa，剪切模量为 G=80GPa，试：（1）求四个轮的最佳排列方法；（2）作扭矩图；（3）确定轴的直径。（15 分）



十、矩形截面梁受载荷如图所示，1、写出模型梁在点 A、B 和 D 应满足得力和变形条件，并定性地画出挠曲线的形状；2、作出剪力图和弯矩图，指出最大弯矩之值及所在截面。（15分）



大连理工大学

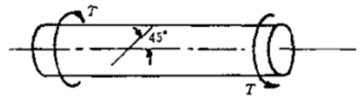
2011 年硕士研究生入学考试模拟试题（二）

科目代码：816　　科目名称：材料力学

所有答案必须做在答案题纸上，做在试题纸上无效！

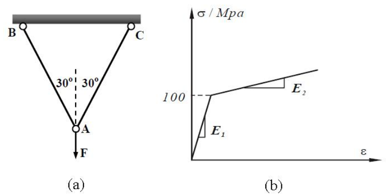
一、填空（每题 5 分，共 20 分）

1、图示直径 $d = 2cm$ 的圆轴受扭矩 T，测得与轴线成 45° 方向的线应变 $\varepsilon_{45^{\circ}} = 520\times10^{-6}$，已知 $E = 2.0\times10^{5}MPa$，$\mu = 0.3$，则扭力矩 T =__________。



题二 1 图

2、图（a）所示简单杆系的两杆长 $l = 1m$，横截面积 $A = 100mm^{2}$，材料的应力应变关系如图（b）所示，$E_1 = 100GPa$，$E_2 = 10GPa$，当铅垂荷载 F 由 $10\sqrt{3}kN$ 增加到 $11\sqrt{3}kN$ 时，A 点的铅垂位移增加______倍。



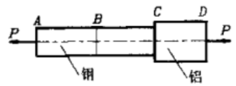
题二 2 图

3、图示阶梯形杆，各段长度 $l_{AB} = l_{BC} = l_{CD}$，AB 段为钢，BD 段为铝，在外力 P 作用下，各段轴力 N、横截面上拉应力 σ、各段延伸长度 Δl 的关系为（填入“>”、“<”或者“=”）：

N_{AB}____N_{BC}____N_{CD}

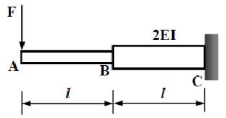
σ_{AB}____σ_{BC}____σ_{CD}

Δl_{AB}____Δl_{BC}____Δl_{CD}



题二 3 图

4、图示阶梯悬臂梁 AB 段刚度无穷大，BC 段刚度为 2EI，则自由端 A 的挠度为______。



题二 4 图

二、选择一个正确的答案（每小题 *5* 分，共 *20* 分）

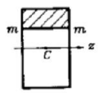
1、均匀性假设认为，材料内部各点的________是相同的。

A．应力　　B．应变　　C．力学性质　　D．位移

2、图示矩形截面，m-m 线以上部分和以下部分对形心轴 z 的两个静距的_______。

A．绝对值相等，正负号不同　　　　B．绝对值相等，正负号相同

C．绝对值不等，正负号不同　　　　D．绝对值不等，正负号相同



题一 2 图

3、根据圆轴扭转的平面假设，可以认为圆轴扭转时其横截面_______。

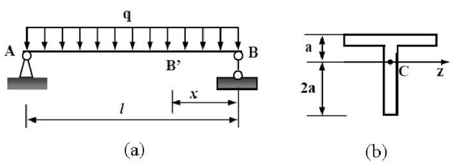
A．形状尺寸不变，直径仍为直线　　　　B．形状尺寸改变，直径仍为直线

C．形状尺寸不变，直径不保持直线　　　D．形状尺寸改变，直径不保持直线

4、等截面直杆承受拉力 N 作用，拟选用三种不同的截面形状：圆形、正方形、空心圆，若以材料用量最省为标准，则应选用________。

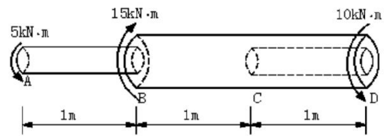
A．正方形截面　　B．圆形截面　　C．空心圆截面　　D．三者用料相同

三、图（a）所示铸铁梁长 l，图（b）为梁横截面，$[\sigma_c]=4[\sigma_t]$，其中 $[\sigma_t]$ 和 $[\sigma_c]$ 分别为拉、压许用应力。支座 B 可移动，则当支座 B 向内移动多少时，梁的许用载荷 q 为最大。（15 分）



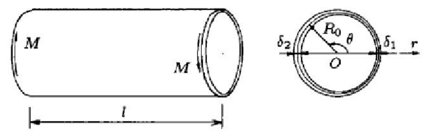
题三 1 图

四、AB 段为实心圆截面，直径 100 mm，BC 段为实心圆截面，直径 200 mm，CD 段为空心圆截面，外径 200 mm，内径 100 mm，所受外力偶如图中所示。各杆材料容许剪应力 $[\tau]=70MPa$，$G=8\times10^4 MPa$，求此轴总转角。（10 分）



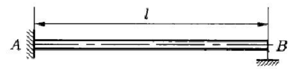
题三 2 图

五、一变厚度薄壁圆管如图所示，在两端承受扭力偶矩 M 作用。已知管长为 l，平均半径为 R_0，最小壁厚为 δ_1，最大壁厚为 δ_2，壁厚 δ 随 θ（$0\le\theta\le\pi$）呈线性变化（上下对称），管材料的切变模量为 G。求方位角为 θ 处的扭转切应力 $\tau(\theta)$ 与圆管两端相对转角 φ。（15 分）



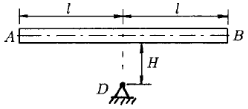
题三 3 图

六、图示矩形截面等直杆，常温时安装在支座上。如果杆底面与顶面温度分别升高 T_1 与 T_2，且 $T_2<T_1$ 并沿截面高度线性变化，试用能量法求截面 B 的转角。设横截面的高度与宽度分别为 h 与 b，材料的线膨胀系数为 α。（10 分）



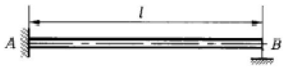
题三 4 图

七、图示均质等截面直梁 AB，由高 H 处水平自由坠落在刚性支座 D 上，梁仍处于弹性变性阶段。梁长为 $2l$，梁单位长重量为 q，梁抗弯刚度为 EI。求梁的最大弯矩。（15 分）

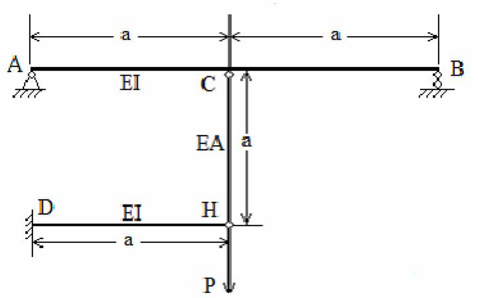


题三 5 图

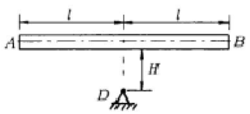
八、图示矩形截面等直杆，常温时安装在支座上。如果杆底面与顶面温度分别升高 T_1 与 T_2，且 $T_2 < T_1$ 并沿截面高度线性变化，试用能量法求截面 B 的转角。设横截面的高度与宽度分别为 h 与 b，材料的线膨胀系数为 α 。（15 分）



九、 简支梁 AB 和悬臂梁 DH 用直杆 CH 相联。C 点和 H 点均为铰接，H 点承受垂直载荷 P 的作用。已知梁 AB 和 DH 的抗弯刚度为 EI，杆 CH 的抗拉刚度为 EA，试求杆 CH 的轴力及点 H 的垂直位移。（15 分）



十、图示均质等截面直梁 AB，由高 H 处水平自由坠落在刚性支座 D 上，梁仍处于弹性变性阶段。梁长为 $2l$ ，梁单位长重量为 q ，梁抗弯刚度为 EI 。求梁的最大弯矩。（15 分）



大连理工大学

2011 年硕士研究生入学考试模拟试题（三）

科目代码：816　　　　科目名称：材料力学

所有答案必须做在答案题纸上，做在试题纸上无效！

一、填空（每题 5 分，共 20 分）

1、均匀性假设认为，材料内部各点的________是相同的。

2、自由落体冲击时，当冲击物重量 G 增加一倍时，若其它条件不变，则被冲击物内的动应力________。

3、图（a）（b）两梁抗弯刚度相同，荷载相同，则内力和位移的情况是________。

4、等截面直杆承受拉力 N 作用，拟选用三种不同的截面形状：圆形、正方形、空心圆，若以材料用量最省为标准，则应选用________。

二、选择一个正确的答案（每小题 5 分，共 20 分）

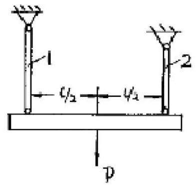
1、图示刚性梁 AB 由杆 1 和杆 2 支承，已知两杆的材料相同，长度不等，横截面积分别为 A_1 和 A_2，若载荷 P 使刚梁平行下移，则其横截面面积（　）。

A、$A_1 < A_2$

B、$A_1 > A_2$

C、$A_1 = A_2$

D、A_1、A_2 为任意



题一、1 图

2、建立圆周的扭转应力公式 $\tau_\rho=M_\rho\,\rho/I_\rho$ 时需考虑下列因素中的哪几个？答：（ ）

（1）扭矩 M_T 与剪应力 τ_ρ 的关系 $M_T=\int_A \tau_\rho\,\rho\,dA$

（2）变形的几何关系（即变形协调条件）

（3）剪切虎克定律

（4）极惯性矩的关系式 $I_T=\int_A \rho^2 dA$

A、（1）　B、（1）（2）　C、（1）（2）（3）　D、全部

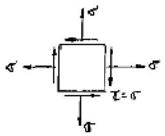
3、二向应力状态如图所示，其最大主应力 σ_1=（ ）

A、σ

B、2σ

C、3σ

D、4σ



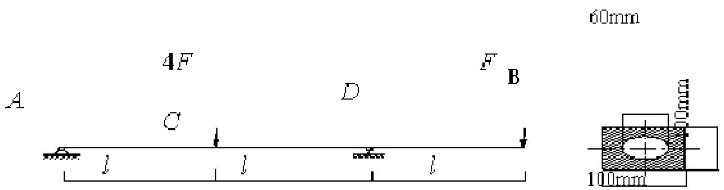
题一、3 图

4、自由落体冲击时，当冲击物重量 G 增加一倍时，若其它条件不变，则被冲击物内的动应力________。

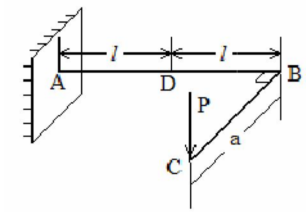
A．不变　　B．增加不足一倍　　C．增加一倍　　D．增加一倍以上

三、实心圆轴的直径 D=60 mm。传递功率 P=70 kW，轴的转速 n=180 r/min，材料的许用切应力[τ]=100 MPa，试校核该轴的强度。（15 分）

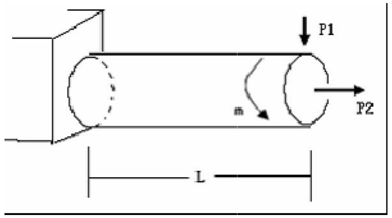
四、图示为一外伸梁，l=2m，荷载 F=8kN，材料的许用应力[σ]=150MPa，试校核该梁的正应力强度。(10 分)



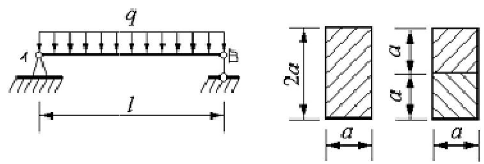
五、 直径为 20mm 的圆截面平面折杆 ADBC 在 C 点受竖向力 P 的作用，∠ABC=90 度，杆的弹性模量 E=200Gpa，泊松比 μ=0.3，现由实验测得 D 点截面处的顶部表面的主应变 $\varepsilon_1=508\times10^{-6}$， $\varepsilon_3=-288\times10^{-6}$，试确定外力 P 及 BC 段的长度 a 的大小。已知 l=314mm。（10 分）



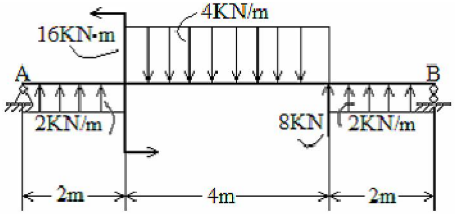
六、圆形截面钢杆受力如图，已知：p_1=8kN，p_2=300kN，m=6kN·m，L=1.2m 直径 d=10 cm，材料的许用应力[σ]=160MPa。（1）指出危险截面、危险点的位置；（2）绘出危险点的体元应力图并求主应力；（3）用第三强度理论校核杆的强度。（15 分）



七、图示两根简支梁，其跨度、荷载及截面面积都相同。一个是整体截面梁，另一个是由两根方木叠置而成（二方木之间不加任何联系），试画出沿截面高度的弯曲正应力分布图，并分别计算梁中的最大弯曲正应力。（15 分）



八、作简支梁的内力图。（15 分）

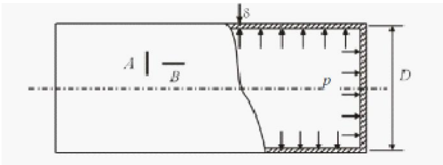


九、图示薄壁圆筒内径 $D=500mm$，壁厚 $\delta=10mm$，材料弹性模量 $E=200GPa$，泊松比 $\mu=0.25$。为测量内压 P，可以沿周向贴应变片 A，也可以沿轴向贴应变片 B。

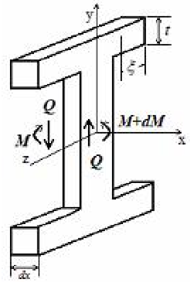
（1）从测量精度考虑，贴应变片 A 的测量方案和贴应变片 B 的测量方案哪个更好？

（2）已测得应变片 B 的应变 $\varepsilon_B=120\times10^{-6}$，计算 ε_A 的值。

（3）计算薄壁圆筒的内压 P。（15 分）



十、从工字型截面梁取出微分段 *dx*，左截面内力为 MQ 右截面内力为 M+*D*MQ 翼板厚度为 t。求翼板水平（z 方向）剪应力 τ 的表达式。（15 分）



大连理工大学

2011 年硕士研究生入学考试模拟试题（一）

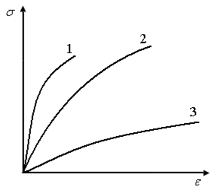
科目代码：816　　　　科目名称：材料力学

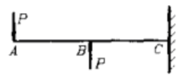
（评分参考卷）

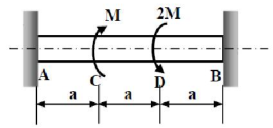
所有答案必须做在答案题纸上，做在试题纸上无效！

一、填空（每题 5 分，共 20 分）

1、杆 1、2 和 3 的横截面积及长度均相等，其材料的应力应变曲线如图所示。则__2__强度最高，__1__刚度最大，__3__塑性最好。







题二 1 图　　　　题二 3 图　　　　题二 4 图

2、长方形截面压杆，b/h=1/2，如果将 b 改为 h 后仍为细长杆，临界压力 P_{cr} 是原来的__8__倍。

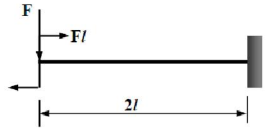
3、悬臂梁 AC 受力如图所示，则纯弯曲段为__BC__，剪切弯曲段为__AB__。

4、图示轴两端固支，轴的直径为 d，外力扭矩分别为 M 和 2M，轴的变形在线弹性变形范围内，则轴的最大扭转切应力为 $16M/(\pi d^3)$，在__BC__段。

二、选择一个正确的答案（每小题 5 分，共 20 分）

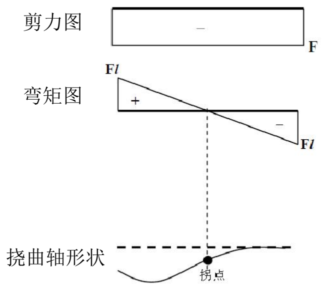
1、C　2、B　3、B　4、C

三、悬臂梁长 2*l*，自由端作用向下集中力 F 和力偶矩 F*l*。画出梁的剪力弯矩图，并画出梁变形时挠曲轴的定性形状。



题三 1 图

解：

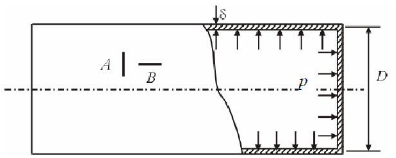


四、图示薄壁圆筒内径 $D=500mm$，壁厚 $\delta=10mm$，材料弹性模量 $E=200GPa$，泊松比 $\mu=0.25$。为测量内压 p，可以沿周向贴应变片 A，也可以沿轴向贴应变片 B。

（1）从测量精度考虑，贴应变片 A 的测量方案和贴应变片 B 的测量方案哪个更好？

（2）已测得应变片 B 的应变 $\varepsilon_B=120\times10^{-6}$，计算 ε_A 的值。

（3）计算薄壁圆筒的内压 p。



题三 2 图

解：（1）圆筒的轴向应力 σ_x 和周向应力 σ_t 分别为

$$\sigma_x=\frac{PD}{4\delta}，\sigma_t=\frac{PD}{2\delta}$$

轴向与周向为应力主方向，同时也为应变主方向，且周向应变大于轴向应变，从测量精度考虑，贴应变片 A 的测量方案较好。

（2）由广义胡克定律

$$\sigma_x=\frac{E(\varepsilon_B+\mu\varepsilon_A)}{1-\mu^2}，\sigma_t=\frac{E(\varepsilon_A+\mu\varepsilon_B)}{1-\mu^2}$$

由（1）可知，$\sigma_t=2\sigma_x$

故 $\frac{E(\varepsilon_A+\mu\varepsilon_B)}{1-\mu^2}=\frac{E(\varepsilon_B+\mu\varepsilon_A)}{1-\mu^2}$

$$\varepsilon_A=\frac{2-\mu}{1-2\mu}\varepsilon_B=420\times10^{-6}$$

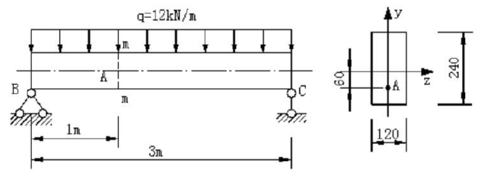
（3）轴向应力

$$\sigma_x=\frac{E(\varepsilon_B+\mu\varepsilon_A)}{1-\mu^2}=48MPa$$

圆筒内压

$$P=\frac{4\delta\sigma_x}{D}=\frac{4\times10\times48}{500}=3.84MPa$$

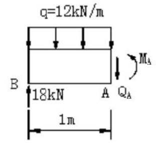
五、图示简支梁，受 $q=12kN/m$ 均布线荷载作用，求 A 点主应力的大小和剪应力的极值。



题三 3 图

解：支座 B、C 处反力 $V_B=V_C=12\times3\times0.5=18kN$

取如下隔离体



$$Q_A=18-12\times1=6kN$$

$$M_A=18\times1-12\times1\times0.5=12kN\cdot m$$

$$I=\frac{1}{12}\times120\times240^3=1.38\times10^8mm^4$$

$$S^*=60\times120\times(60+60/2)=6.48\times10^5mm^3$$

$$\sigma_A=\frac{M_Ay_A}{I}=\frac{12\times10^6\times60}{1.38\times10^8}=5.22MPa$$

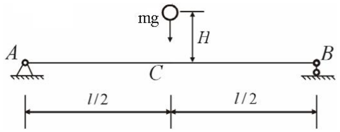
$$\tau_A = \frac{Q_A S^*}{Ib} = \frac{6\times10^3 \times 6.48\times10^5}{1.38\times10^8\times120} = 0.23MPa$$

$$\begin{matrix}\sigma_{\max}\\ \sigma_{\min}\end{matrix} = \frac{\sigma_A}{2} \pm \sqrt{(\frac{\sigma_A}{2})^2 + {\tau_A}^2} = \frac{5.22}{2} \pm \sqrt{(\frac{5.22}{2})^2 + 0.23^2} = 2.61 \pm 2.62 = \begin{matrix}5.23\\ -0.01\end{matrix}$$

即 $\sigma_1 = 5.23MPa$，$\sigma_3 = -0.01MPa$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{5.23+0.01}{2} = 2.62MPa$$

六、重量为 mg 的物体自高度 H 自由下落到长为l的简支梁中点 C，梁的弯曲刚度为EI，抗弯截面模量W，且设$EIH/(mgl^3)=15/4$，求梁中点 C 的最大挠度ω_d和最大动应力σ_d。



题三 4 图

解：简支梁 AB 中点 C 作用大小为 mg 的静载时，C 点静挠度与最大静应力分别为：

$$\Delta_{st} = \frac{mgl^3}{48EI}，\ \sigma_{st} = \frac{mgl}{4W}$$

动载系数

$$K_d = 1+\sqrt{1+\frac{2H}{\Delta_{st}}} = 1+\sqrt{1+\frac{96EIH}{mgl^3}} = 20$$

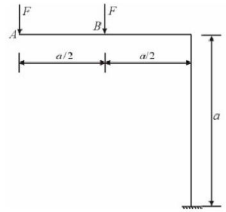
故最大动挠度和最大动应力分别为：

$$\omega_d = K_d\Delta_{st} = \frac{5mgl^3}{12EI}，\ \sigma_d = K_d\sigma_{st} = \frac{5mgl}{W}$$

七、如图所示等截面线弹性刚架弯曲刚度 EI。

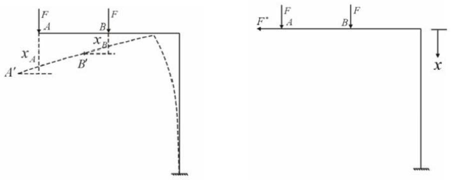
（1）解释$\dfrac{\partial V_\varepsilon}{\partial F}$的几何意义，其中$V_\varepsilon$为刚架的应变能。

（2）用卡氏第二定理求 A 点的水平位移（忽略轴力引起的变形）。



题三 5 图

解：（1）如图（a）所示



（a）　　　　（b）

$\dfrac{\partial V_\varepsilon}{\partial F} = x_A + x_B$，即为 A、B 处竖直位移之和。

（2）如图（b）所示，在 A 点附加水平力 F^*，则横杆的应变能$V^{(1)}(F)$与F^*无关，竖杆的应变能为$V_\varepsilon^{(2)}$，弯矩$M(x) = \dfrac{3}{2}Fa + F^*x$

则 A 点水平位移

$$\Delta_A = \left.\frac{\partial V_\varepsilon}{\partial F^*}\right|_{F^*=0} = \left.\frac{\partial V_\varepsilon^{(2)}}{\partial F^*}\right|_{F^*=0}$$

$$= \frac{1}{EI}\int_0^a M(x)\frac{\partial M(x)}{\partial F^*}dx\Big|_{F^*=0}$$

$$= \frac{1}{EI}\int_0^a (\frac{3}{2}Fa + F^*x)x\,dx\Big|_{F^*=0}$$

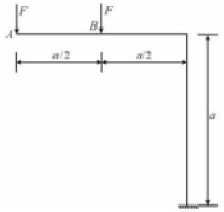
$$= \frac{1}{EI}\int_0^a \frac{3}{2}Faxdx$$

$$= \frac{3Fa^3}{4EI}(\leftarrow)$$

五、如图所示等截面线弹性刚架弯曲刚度 EI。

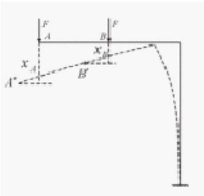
（1）解释$\dfrac{\partial V_\varepsilon}{\partial F}$的几何意义，其中$V_\varepsilon$为刚架的应变能。

（2）用卡氏第二定理求 A 点的水平位移（忽略轴力引起的变形）。

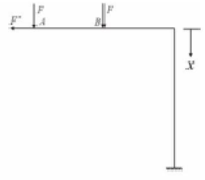


4 图

解：（1）如图（a）所示



（a）



（b）

$\frac{\partial V_\varepsilon}{\partial F}=x_A+x_B$，即为 A、B 处竖直位移之和。

（2）如图（b）所示，在 A 点附加水平力 F^*，则横杆的应变能 $V^{(1)}(F)$ 与 F^* 无关，竖杆的应变能为 $V_\varepsilon^{(2)}$，弯矩 $M(x)=\frac{3}{2}Fa+F^*x$

则 A 点水平位移

$$\Delta_A=\left.\frac{\partial V_\varepsilon}{\partial F^*}\right|_{F^*=0}=\left.\frac{\partial V_\varepsilon^{(2)}}{\partial F^*}\right|_{F^*=0}$$

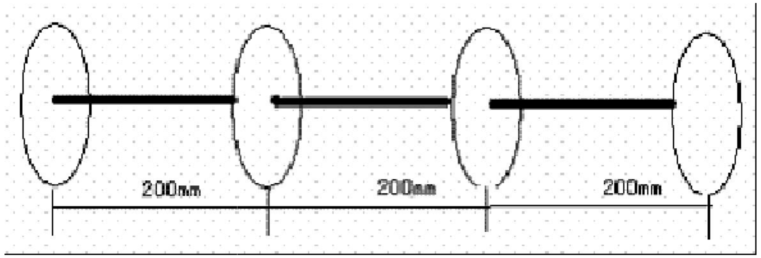
$$=\frac{1}{EI}\int_0^a M(x)\frac{\partial M(x)}{\partial F^*}dx\Big|_{F^*=0}$$

$$=\frac{1}{EI}\int_0^a(\frac{3}{2}Fa+F^*x)x\,dx\Big|_{F^*=0}$$

$$=\frac{1}{EI}\int_0^a\frac{3}{2}Faxdx$$

$$=\frac{3Fa^3}{4EI}(\leftarrow)$$

六、等截面实心传动轴的转速为 n=191r/min，轮 A 为主动轮，输入功率为 NA =8kW,轮 B、C 和 D 为从动轮。输出功率分别为 NB =3kW、NC =1kW 和 ND =4kW。已知轴材料的许用剪应力为[τ]=60MPa，剪切模量为 G=80GPa，试：（1）求四个轮的最佳排列方法；（2）作扭矩图；（3）确定轴的直径。



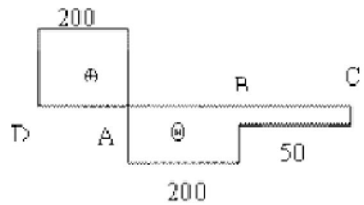
解：1 计算外力偶矩

同理可以求得

m_B=150N·m　m_C=50N·m　m_D=200N·m

2、作扭矩图

为减小传动轴的设计直径，4个齿轮的最佳排列方法为：D、A、B、C



3、计算轴的直径

T_{max}=200N·m　由轴的强度条件

得到

传动轴的直径：

七、矩形截面梁受载荷如图所示，1、写出模型梁在点 A、B 和 D 应满足得力和变形条件，并定性地画出挠曲线的形状；2、作出剪力图和弯矩图，指出最大弯矩之值及所在截面。

解：1、梁在A、B、D点的力和变形条件

A点——$y_A=0$, $M_A=0$;

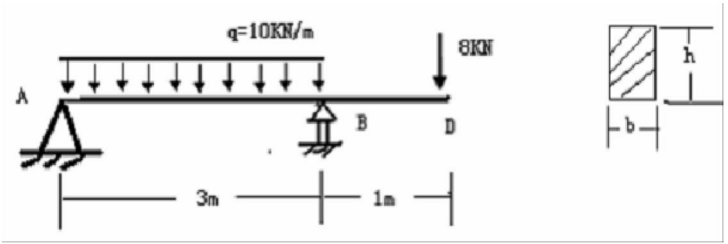
B点——$y_B=0$,   ;

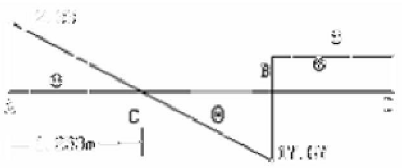
D点——$M_D=0$,

2、作梁的剪力图与弯矩图

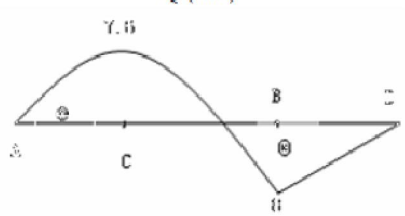
由平衡方程可以计算出支座反力 R_A=12.33kN(↑), RB=25.67kN(↑)

作梁的Q、M图如下：





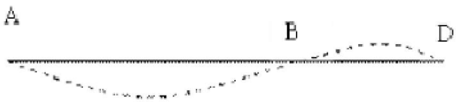
Q (KN)



M(kN·m)

3、作梁的曲线大致形状

根据梁的弯矩图及支座情况，可以大致画出梁的挠曲线。



大连理工大学

2011 年硕士研究生入学考试模拟试题（二）

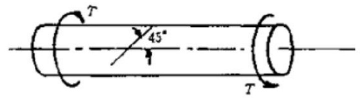
科目代码：816　　　　科目名称：材料力学

（评分参考卷）

所有答案必须做在答案题纸上，做在试题纸上无效！

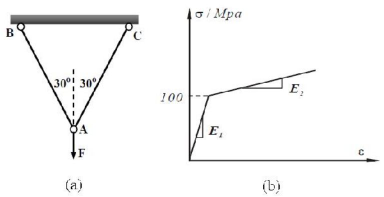
一、填空（每题 5 分，共 20 分）

1、图示直径 $d=2cm$ 的圆轴受扭矩 T，测得与轴线成 45° 方向的线应变 $\varepsilon_{45^\circ}=520\times10^{-6}$，已知 $E=2.0\times10^5 MPa$，$\mu=0.3$，则扭力矩 T = 125.66N·m 。



题二 1 图

2、图（a）所示简单杆系的两杆长 $l=1m$，横截面积 $A=100mm^2$，材料的应力应变关系如图（b）所示，$E_1=100GPa$，$E_2=10GPa$，当铅垂荷载 F 由 $10\sqrt{3}kN$ 增加到 $11\sqrt{3}kN$ 时，A 点的铅垂位移增加 1 倍。



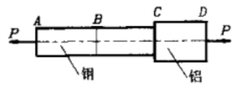
题二 2 图

3、图示阶梯形杆，各段长度 $l_{AB}=l_{BC}=l_{CD}$，AB 段为钢，BD 段为铝，在外力 P 作用下，各段轴力 N、横截面上拉应力 σ、各段延伸长度 Δl 的关系为（填入“>”、“<”或者“=”）：

N_{AB} = N_{BC} = N_{CD}

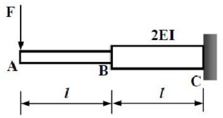
σ_{AB} = σ_{BC} > σ_{CD}

Δl_{AB} < Δl_{BC} > Δl_{CD}



题二 3 图

4、图示阶梯悬臂梁 AB 段刚度无穷大，BC 段刚度为 2EI，则自由端 A 的挠度为 $7Fl^3/(6EI)$ 。

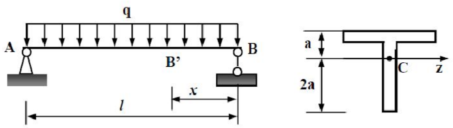


题二 4 图

二、选择一个正确的答案（每小题 *5* 分，共 *20* 分）

1、B　　2、A　　3、A　　4、D

三、图（a）所示铸铁梁长l，图（b）为梁横截面，$[\sigma_c]=4[\sigma_t]$，其中$[\sigma_t]$和$[\sigma_c]$分别为拉、压许用应力。支座 B 可移动，则当支座 B 向内移动多少时，梁的许用载荷q为最大。



(a)　　(b)

题三 1 图

解：

$$R_B=\frac{ql^2}{2(l-x)},R_A=\frac{ql(l-2x)}{2(l-x)}$$

$$M_{-,\max}=\frac{qx^2}{2},$$

$$M_{+,\max}=M_{F_s=0}=\frac{ql(l-2x)}{2(l-x)}\times\frac{l(l-2x)}{2(l-x)}-\frac{q}{2}\times(\frac{l(l-2x)}{2(l-x)})^2=\frac{q}{2}\times(\frac{l(l-2x)}{2(l-x)})^2$$

在$M_{-,\max}$处：

$$\sigma_{+,\max}=\frac{M_{-,\max}\times a}{I_z},\sigma_{-,\max}=\frac{M_{-,\max}\times 2a}{I_z}$$

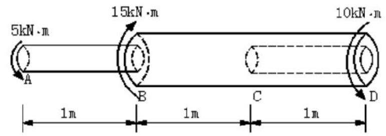
在$M_{+,\max}$处：

$$\sigma_{+,\max}=\frac{M_{+,\max}\times 2a}{I_z},\sigma_{-,\max}=\frac{M_{+,\max}\times a}{I_z}$$

由于$[\sigma_c]=4[\sigma_t]$，故当 $\frac{M_{-,\max}\times a}{I_z}=\frac{M_{+,\max}\times 2a}{I_z}$ 时，q最大

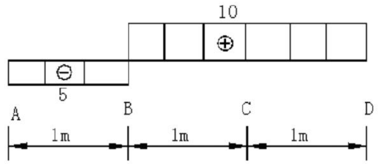
解得：$x=0.34l$，$x=0.66l$（舍去）

四、AB 段为实心圆截面，直径 100 mm，BC 段为实心圆截面，直径 200 mm，CD 段为空心圆截面，外径 200 mm，内径 100 mm，所受外力偶如图中所示。各杆材料容许剪应力$[\tau]=70MPa$，$G=8\times10^4 MPa$，求此轴总转角。



题三 2 图

解：



T 图（kN·m）

$$\tau_{\max}=\left(\frac{T_{AB}}{\frac{\pi}{16}D_{AB}^3}\quad\frac{T_{BC}}{\frac{\pi}{16}D_{BC}^3}\quad\frac{T_{CD}}{\frac{\pi}{16}D_{CD}^3\left(1-\alpha^4\right)}\right)_{\max}=\left(\frac{5\times10^6}{\frac{\pi}{16}\times100^3}\quad\frac{10\times10^6}{\frac{\pi}{16}\times200^3}\quad\frac{10\times10^6}{\frac{\pi}{16}\times200^3\left(1-0.5^4\right)}\right)_{\max}$$

$$\tau_{\max}=\frac{5\times10^6}{\frac{\pi}{16}\times100^3}=25.46MPa<[\tau]=70MPa$$

$$I_{AB}=\frac{\pi D^4}{32}=\frac{\pi\times100^4}{32}=9.82\times10^6\quad mm^4$$

$$I_{BC}=\frac{\pi D^4}{32}=\frac{\pi\times200^4}{32}=1.57\times10^8\quad mm^4$$

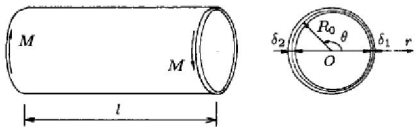
$$I_{CD}=\frac{\pi D^4}{32}\left(1-\alpha^4\right)=\frac{\pi\times200^4}{32}\left(1-0.5^4\right)=1.47\times10^8\quad mm^4$$

$$\varphi=\varphi_{AB}-\varphi_{BC}-\varphi_{CD}=\frac{T_{AB}l_{AB}}{GI_{AB}}-\frac{T_{BC}l_{BC}}{GI_{BC}}-\frac{T_{CD}l_{CD}}{GI_{CD}}$$

$$\varphi=\frac{l}{G}\left(\frac{T_{AB}}{I_{AB}}-\frac{T_{BC}}{I_{BC}}-\frac{T_{CD}}{I_{CD}}\right)=\frac{1\times10^3}{8\times10^4}\left(\frac{5\times10^6}{9.82\times10^6}-\frac{10\times10^6}{1.57\times10^8}-\frac{10\times10^6}{1.47\times10^8}\right)$$

$\varphi=0.005$　弧度/m

五、一变厚度薄壁圆管如图所示，在两端承受扭力偶矩M作用。已知管长为l，平均半径为R_0，最小壁厚为δ_1，最大壁厚为δ_2，壁厚δ随θ（$0\le\theta\le\pi$）呈线性变化（上下对称），管材料的切变模量为G。求方位角为θ处的扭转切应力$\tau(\theta)$与圆管两端相对转角φ。



题三 3 图

解：

1) 求 $\tau(\theta)$

由 $\delta(\theta)=\delta_1+\dfrac{\delta_2-\delta_1}{\pi}\theta$．得

$$\tau(\theta)=\frac{T}{2\pi R_0^2\delta(\theta)}=\frac{M}{2\pi R_0^2\left[\delta_1+\dfrac{\delta_2-\delta_1}{\pi}\theta\right]}$$

2) 求 φ

据 $v_\varepsilon=\dfrac{\tau^2}{2G}$. 有

$$\mathrm{d}V_\varepsilon=\frac{1}{2G}\left[\frac{M}{2\pi R_0^2\left(\delta_1+\dfrac{\delta_2-\delta_1}{\pi}\theta\right)}\right]^2 l\delta(\theta)R_0\mathrm{d}\theta=\frac{M^2 l}{8G\pi^2R_0^3\left(\delta_1+\dfrac{\delta_2-\delta_1}{\pi}\theta\right)}\mathrm{d}\theta$$

及

$$V_\varepsilon=\int_V \mathrm{d}V_\varepsilon=\frac{2M^2l}{8G\pi^2R_0^3}\int_0^\pi\frac{1}{\left(\delta_1+\dfrac{\delta_2-\delta_1}{\pi}\theta\right)}\mathrm{d}\theta=\frac{M^2l}{4G\pi R_0^3(\delta_2-\delta_1)}\ln\frac{\delta_2}{\delta_1}$$

据 $W=\dfrac{1}{2}M\varphi=V_\varepsilon$. 得

$$\varphi=\frac{Ml}{2G\pi R_0^3(\delta_2-\delta_1)}\ln\frac{\delta_2}{\delta_1}$$

六、图示矩形截面等直杆，常温时安装在支座上。如果杆底面与顶面温度分别升高 T_1 与 T_2，且 $T_2<T_1$ 并沿截面高度线性变化，试用能量法求截面 B 的转角。设横截面的高度与宽度分别为 h 与 b，材料的线膨胀系数为 α。

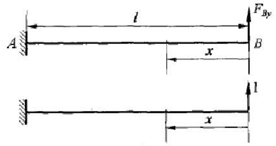
题三 4 图

解：

(1) 一般公式

$$\Delta=\int_l \overline{M}(x)\mathrm{d}\theta$$

$$\Delta=\frac{\alpha}{h}\int_l \overline{M}(x)(T_1-T_2)\mathrm{d}x+\frac{1}{EI}\int_l \overline{M}(x)M(x)\mathrm{d}x$$



(a)

(2) 求解静不定 (图 a)

$$w_B=\frac{\alpha}{h}\int_0^l x(T_1-T_2)\mathrm{d}x+\frac{1}{EI}\int_0^l x\cdot F_{By}x\mathrm{d}x=\frac{\alpha(T_1-T_2)l^2}{2h}+\frac{F_{By}l^3}{3EI}=0$$

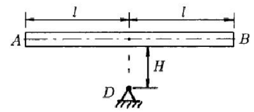
$$F_{By}=\frac{3EI}{2lh}(T_2-T_1)$$

(b)

(3) 转角 θ_B (图 b)

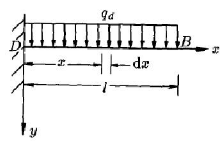
$$\theta_B=\frac{\alpha}{h}\int_0^l 1\cdot(T_1-T_2)\mathrm{d}x+\frac{1}{EI}\int_0^l 1\cdot F_{By}x\mathrm{d}x=\frac{\alpha(T_1-T_2)l}{4h}\quad(\circlearrowleft)$$

七、图示均质等截面直梁 AB，由高 H 处水平自由坠落在刚性支座 D 上，梁仍处于弹性变性阶段。梁长为 $2l$，梁单位长重量为 q，梁抗弯刚度为 EI。求梁的最大弯矩。



题三 5 图

解：梁 AB 的自重可视为均布荷载作用于梁上，而由受冲击点和梁变形的对称性，取 AB 的一半受均布动荷载 q_d 作用在悬臂梁 DB 上，如图所示。



由挠曲轴近似微分方程

$$EIy_d'' = -M(x) = \frac{q_d}{2}(l^2 - 2lx + x^2)$$

$$EIy_d' = \frac{q_d}{2}\left(l^2x - lx^2 + \frac{x^3}{3}\right) + C$$

$$EIy_d = \frac{q_d}{24}x^2(6l^2 - 4lx + x^2) + Cx + D$$

$$C = D = 0$$

由能量关系

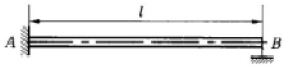
$$qlH + \int_l qy_d(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_l q_d y_d(x)\mathrm{d}x$$

$$q_d^2 - 2qq_d - \frac{40EIH}{l^4}q = 0$$

$$q_d = q + \sqrt{q^2 + \frac{40EIH}{l^4}q}$$

$$|M_d|_{\max} = \frac{1}{2}q_d l^2$$

八、图示矩形截面等直杆，常温时安装在支座上。如果杆底面与顶面温度分别升高 T_1 与 T_2，且 $T_2 < T_1$ 并沿截面高度线性变化，试用能量法求截面 B 的转角。设横截面的高度与宽度分别为 h 与 b，材料的线膨胀系数为 α。

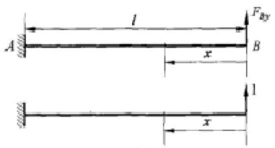


解：

(1) 一般公式

$$\Delta = \int_l \overline{M}(x)\mathrm{d}\theta$$

$$\Delta = \frac{\alpha}{h}\int_l \overline{M}(x)(T_1 - T_2)\mathrm{d}x + \frac{1}{EI}\int_l \overline{M}(x)M(x)\mathrm{d}x$$



(a)

(2) 求解静不定 (图 a)

$$w_B = \frac{\alpha}{h}\int_0^l x(T_1 - T_2)\mathrm{d}x + \frac{1}{EI}\int_0^l x\cdot F_{By}x\mathrm{d}x = \frac{\alpha(T_1 - T_2)l^2}{2h} + \frac{F_{By}l^3}{3EI} = 0$$

$$F_{By} = \frac{3EI}{2lh}(T_2 - T_1)$$

(b)

(3) 转角 θ_B (图 b)

$$\theta_B = \frac{\alpha}{h}\int_0^l 1\cdot(T_1 - T_2)\mathrm{d}x + \frac{1}{EI}\int_0^l 1\cdot F_{By}x\mathrm{d}x = \frac{\alpha(T_1 - T_2)l}{4h}\ (\circlearrowright)$$

九、

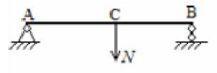
解：1. 静不定次数确定　$m = 3, n = 2, r = 6$

结构的自由度　$D = 3m - 2n - r = 3\times3 - 2\times2 - 6 = -1$　　1 次静不定结构

2. 分析计算

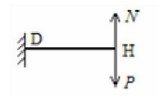
去掉二力杆 CH，即可得到基本结构，设 CH 杆轴向拉力为 N，梁的挠度 δ_C、δ_H 以向下为正，则变形集合条件为：$\delta_H - \delta_C = \Delta l_{CH}$　　（1）

$$\delta_H = \frac{(P-N)a^3}{3EI}，\ \delta_C = \frac{N(2a)^3}{48EI}，\ \Delta l_{CH} = \frac{Na}{EA}$$



代入式(1)，得：

$$\frac{(P-N)a^3}{3EI} - \frac{N(2a)^3}{48EI} = \frac{Na}{EA}$$

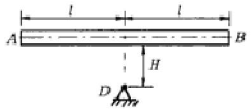


由此式解出：　$N = \dfrac{2Pa^2A}{3(2I + a^2A)}$

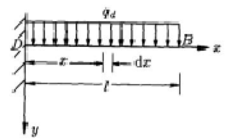
代入 δ_H，即得 H 点的垂直位移为：

$$\delta_H = \frac{Pa^3}{9EI}\left(\frac{6I + a^2A}{2I + a^2A}\right)$$

十、图示均质等截面直梁 AB，由高 H 处水平自由坠落在刚性支座 D 上，梁仍处于弹性变性阶段。梁长为 $2l$，梁单位长重量为 q，梁抗弯刚度为 EI。求梁的最大弯矩。



解：梁 AB 的自重可视为均布荷载作用于梁上，而由受冲击点和梁变形的对称性，取 AB 的一半受均布动荷载 q_d 作用在悬臂梁 DB 上，如图所示。



由挠曲轴近似微分方程

$$EIy_d'' = -M(x) = \frac{q_d}{2}(l^2 - 2lx + x^2)$$

$$EIy_d' = \frac{q_d}{2}\left(l^2x - lx^2 + \frac{x^3}{3}\right) + C$$

$$EIy_d = \frac{q_d}{24}x^2(6l^2 - 4lx + x^2) + Cx + D$$

$$C = D = 0$$

由能量关系

$$qlH + \int_l qy_d(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_l q_d y_d(x)\mathrm{d}x$$

$$q_d^2 - 2qq_d - \frac{40EIH}{l^4}q = 0$$

$$q_d = q + \sqrt{q^2 + \frac{40EIH}{l^4}q}$$

$$|M_d|_{\max} = \frac{1}{2}q_d l^2$$

大连理工大学

2011年硕士研究生入学考试模拟试题（三）

科目代码：___816___　　　　科目名称：__材料力学__

（评分参考卷）

所有答案必须做在答案题纸上，做在试题纸上无效！

一、填空（每题5分，共20分）

1、应变

2、增加不足一倍

3、内力相同，位移不同

4、不变

二、选择一个正确的答案（每小题5分，共20分）

1、A　2、B　3、B　4、B

三、τ=87. 5 M P a,　强度足够.

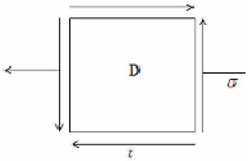
$\sigma_{\max}$=155.8MPa＞［σ］=100 MPa ，但没超过许用应力的5%，安全

四、

解： 1. 应力状态分析

AB 杆为弯曲和扭转组合变形，D 点所在截面上的弯矩 $M = Pa$，D 点为二向应力状态 $\sigma = \frac{M}{W}$，$W = \frac{\pi d^3}{32}$，$\tau = \frac{T}{W_t}$，$W_t = \frac{\pi d^3}{16}$

2. 分析计算



D 点的主应力

$$\left.\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{\sigma}{2} + \sqrt{(\frac{\sigma}{2})^2 + \tau} \\ \sigma_3 &= \frac{\sigma}{2} - \sqrt{(\frac{\sigma}{2})^2 + \tau}\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

由广义虎克定律：$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu\sigma_3)$，$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}(\sigma_3 - \mu\sigma_1)$ 可以求得：

$$\left.\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_3) \\ \sigma_3 &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_3 + \mu\varepsilon_1)\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

联立求解方程 (1)，(2) 可得：

$$\sigma = \frac{E(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)}{1-\mu} \qquad (3)$$

$$\tau = \frac{E}{2}\sqrt{(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{1+\mu})^2 - (\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{1-\mu})^2} \qquad (4)$$

$E = 200GPa$，$\mu = 0.3$，$\varepsilon_1 = 508 \times 10^{-6}$，$\varepsilon_3 = -288 \times 10^{-6}$

代入式（3），(4)，得：$\sigma = 62.86MPa$，$\tau = 52.55MPa$

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{Pl}{\pi d^3/32} \qquad \therefore\ P = \frac{\sigma}{l} \cdot \frac{\pi d^3}{32} = \frac{62.86}{314} \times \frac{\pi \times 20^3}{32} = 157.2N$$

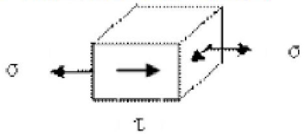
$$\tau = \frac{T}{W_t} = \frac{Pa}{\pi d^3/16} \qquad \therefore\ a = \frac{\tau}{P} \cdot \frac{\pi d^3}{16} = \frac{52.55}{157.2} \times \frac{\pi \times 20^3}{16} = 525.1mm$$

五、

解：1、危险截面与危险点的位置

固定端友侧截面为危险截面；该截面上部边缘的A点为危险点。

2、危险点单元体的应力



N=p$_2$, M=P·l, T=m

拉应力

3、强度校核

按照第三强度理论， 安全。

六、

解：(1) 计算载荷

$\sum F_x = 0$: $F_2 \sin 80° \times 0.30 - F_1 \times 0.20 = 0$

$F_2 = (F_1 \times 0.20) / (0.30 \times \sin 80°) = 406N$

$F_{2Y} = f_2 \sin 80° = 40N$

$F_{2Z} = F_2 \cos 80° = 70.5N$

(2) 计算简图（a）及内力图(T、M_z和 M_y)

(3) 危险截面为 C^+，

危险截面的内力分量

T=120N.m

$M_w = \sqrt{71.3^2 + 2.64^2} = 71.3N$

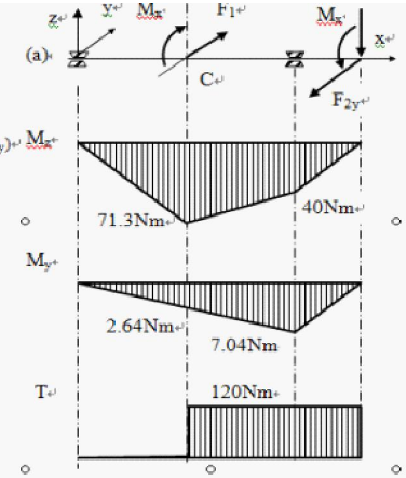
(4) 强度计算

$\sigma_{r3} = (1/W_z)\sqrt{M_w^2 + T^2}$

$= (32 \times 10^{-6})/[\pi \times 0.03^3(1-0.8^4)]$

$\times \sqrt{71.3^2 + 120^2} = 89.2MPa < [\sigma]$

水平杆满足强度要求。



七、

解：做出梁的弯矩图如右所示：

(1) 对于整体截面梁：

$$W_z = \frac{1}{6}bh^2 = \frac{1}{3}a \cdot (2a)^2 = \frac{2}{3}a^3$$

故：

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_z} = \frac{\frac{1}{8}ql^2}{\frac{2}{3}a^3} = \frac{3ql^2}{16a^3}$$

(2) 对于两根方木叠置

由于这是两个相同的方木叠合而成，

且其之间不加任何的联系，故有

$$M_1 = M_2 = \frac{1}{2}M_{max}, W_z = \frac{1}{6}a^3,$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_1}{W_{z1}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{8}ql^2)}{\frac{1}{6}a^3} = \frac{3ql^2}{8a^3}$$

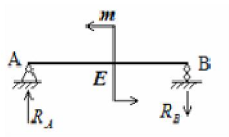
八、

解：1. 计算支座反力.

将梁上的载荷向梁的中点简化，简化结果为一集中力偶：

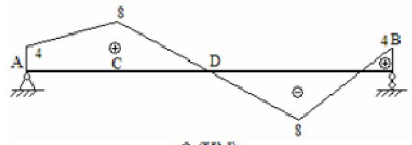
$m = 32KN \cdot m$（逆时针）

支座反力：$R_A = \frac{32}{8} = 4KN$（↑），$R_B = \frac{32}{8} = 4KN$（↓）

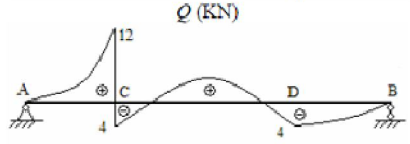


2. 作内力图

根据支座反力及载荷作剪力图及弯矩图。



Q (KN)

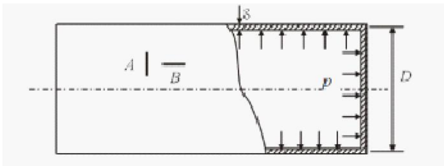


九、图示薄壁圆筒内径 $D = 500mm$，壁厚 $\delta = 10mm$，材料弹性模量 $E = 200GPa$，泊松比 $\mu = 0.25$。为测量内压 P，可以沿周向贴应变片 A，也可以沿轴向贴应变片 B。

（1）从测量精度考虑，贴应变片 A 的测量方案和贴应变片 B 的测量方案哪个更好？

（2）已测得应变片 B 的应变 $\varepsilon_B = 120 \times 10^{-6}$，计算 ε_A 的值。

（3）计算薄壁圆筒的内压 P 。



解：（1）圆筒的轴向应力 σ_x 和周向应力 σ_t 分别为

$$\sigma_x = \frac{PD}{4\delta}, \quad \sigma_t = \frac{PD}{2\delta}$$

轴向与周向为应力主方向，同时也为应变主方向，且周向应变大于轴向应变，从测量精度考虑，贴应变片 A 的测量方案较好。

（2）由广义胡克定律

$$\sigma_x = \frac{E(\varepsilon_B + \mu\varepsilon_A)}{1-\mu^2}, \quad \sigma_t = \frac{E(\varepsilon_A + \mu\varepsilon_B)}{1-\mu^2}$$

由（1）可知，$\sigma_t = 2\sigma_x$

故 $$\frac{E(\varepsilon_A + \mu\varepsilon_B)}{1-\mu^2} = \frac{E(\varepsilon_B + \mu\varepsilon_A)}{1-\mu^2}$$

$$\varepsilon_A = \frac{2-\mu}{1-2\mu}\varepsilon_B = 420 \times 10^{-6}$$

（3）轴向应力

$$\sigma_x = \frac{E(\varepsilon_B + \mu\varepsilon_A)}{1-\mu^2} = 48MPa$$

圆筒内压

$$P = \frac{4\delta\sigma_x}{D} = \frac{4 \times 10 \times 48}{500} = 3.84MPa$$

十

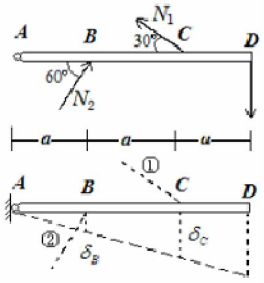
解：在题图所示处取单元体，根据平衡条件及剪应力互等定理，单元体受力如图所示

单元体平衡方程：　$\Sigma X = 0$，$N + \tau' t dx - (N + dN) = 0$

$\tau' t dx = dN$

$dN = \int_{A_1} \frac{dM \cdot y}{I_z} dA = \frac{dM}{I_z}\int_{A_1} y dA$

令 $S_z^* = \int_{A_1} y dA$



则：$dN = \frac{dM}{I_z} S_z^*$　$\therefore \tau' t dx = \frac{dM}{I_z} S_z^*$，$\tau' = \frac{dM}{dx} \cdot \frac{S_z^*}{I_z t}$

$\frac{dM}{dx} = Q$，　$\tau' = \tau$　　∴　剪应力　$\tau = \frac{QS_z^*}{I_z t}$

（1）

$S_z^* = A_1 \cdot y_{c1}$　$A_1 = \xi t$　　$y_{c1} = \frac{h}{2} - \frac{t}{2} = \frac{1}{2}(h-t)$　　∴

$S_z^* = \frac{1}{2}\xi t(h-t)$

代入式(1)，得：

$\tau = \frac{Q\xi(h-t)}{2I_z}$