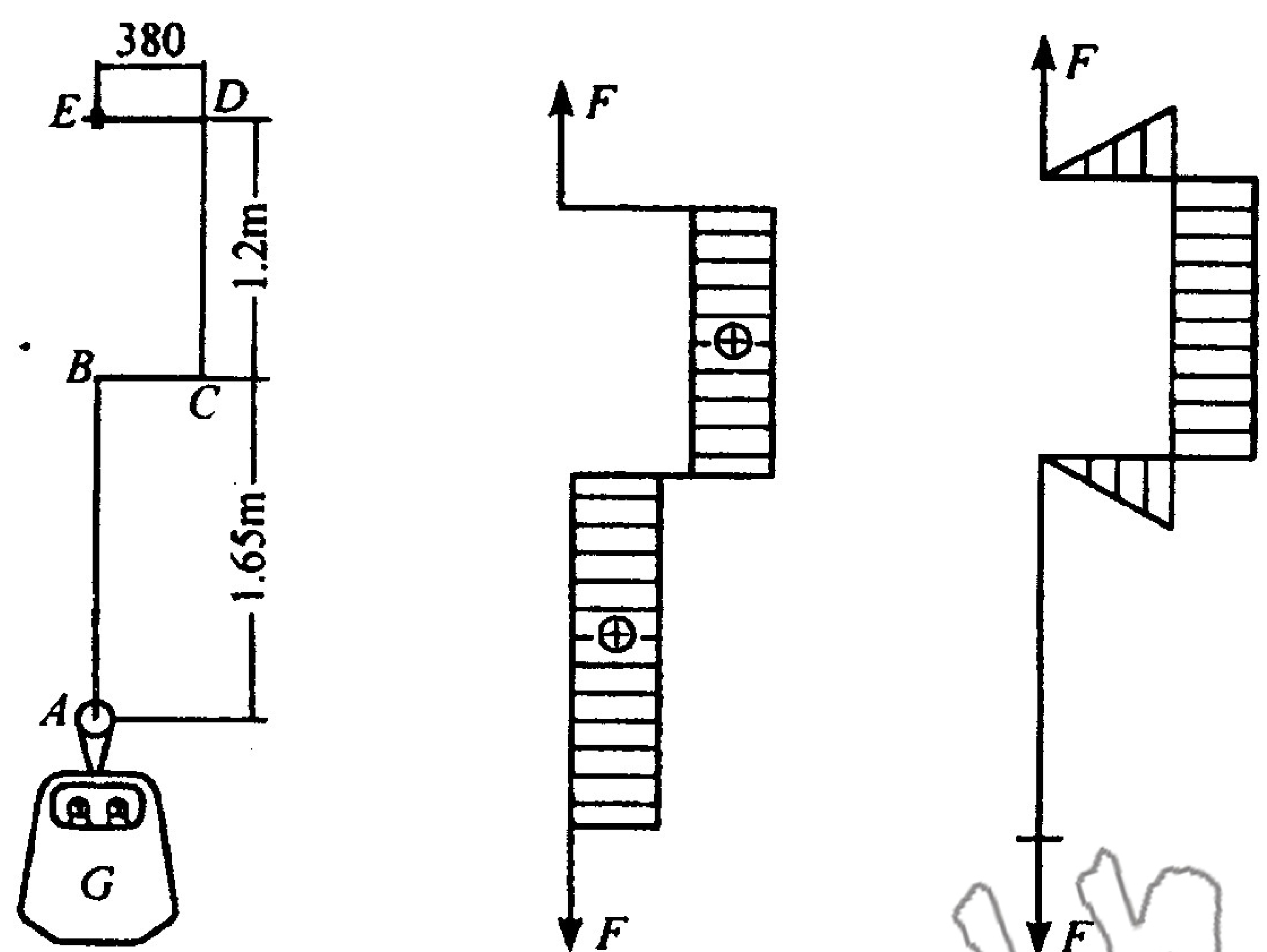
1. 西北工业大学1999年硕士研究生入学考试材料力学试题

（满分100分）

1.1 吊斗和人体的总质量为500kg，重心在G点。吊斗上方的吊杆AE各段均为38mm×38mm的正方形截面，A、E两处铰接（图1.1）。试求吊杆AB、BC、CD各段中的最大拉应力。（12分）



(a)　　(b) F_N图　　(c) M图

图1.1

解　这是一个考察基本变形中应力计算的题目。题中AB杆拉伸；BC段弯曲、剪切；CD段拉伸、弯曲组合。分段计算如下。

(1) AB段轴向拉伸。该段轴力$F_N=F=mg=500\times9.8=4900(\mathrm{N})$即

$$\sigma_{AB,\max}=\frac{4900}{38^2\times10^{-6}}=3.39\times10^6(\mathrm{Pa})=3.39(\mathrm{MPa})$$

(2) BC段弯曲、剪切。吊斗及人体总重量在BC段引起的弯矩在C面最大，$M_C=F_N\times0.38=1862\mathrm{N\cdot m}$。

忽略剪力对变形的影响，以纯弯曲计，则有最大拉应力

$$\sigma_{BC,\max}=\frac{M_C}{\frac{a^3}{6}}=\frac{6\times186^2}{38^3\times10^{-9}}=203.6\times10^6(\mathrm{Pa})=203.6(\mathrm{MPa})$$

(3) CD段弯曲、拉伸。CD段内力包括弯矩$M=M_C$，轴力$F_{NCD}=F_N$，而各段均为尺寸相同的正方形截面，故该段中最大拉应力为上两步叠加。

$$\sigma_{CD,\max}=\sigma_{AB,\max}+\sigma_{BC,\max}=207\mathrm{MPa}$$

点评　①正确计算各段内力，确定各段危险截面：即最大内力所在面。②应用拉伸、弯曲变形时应力计算公式，计算出最大拉应力。

1.2　由厚度 $t=8\text{mm}$ 的钢板卷制成的圆筒，平均直径为 $D=200\text{mm}$。接缝处用铆钉铆接（图 1.2(a)）。若铆钉直径 $d=20\text{mm}$，许用切应力 $[\tau]=60\text{MPa}$，许用挤压应力 $[\sigma_{bs}]=160\text{MPa}$，筒的两端受扭转力偶矩 $M_e=30\text{kN}\cdot\text{m}$ 作用，试求铆钉的间距 s。（12 分）

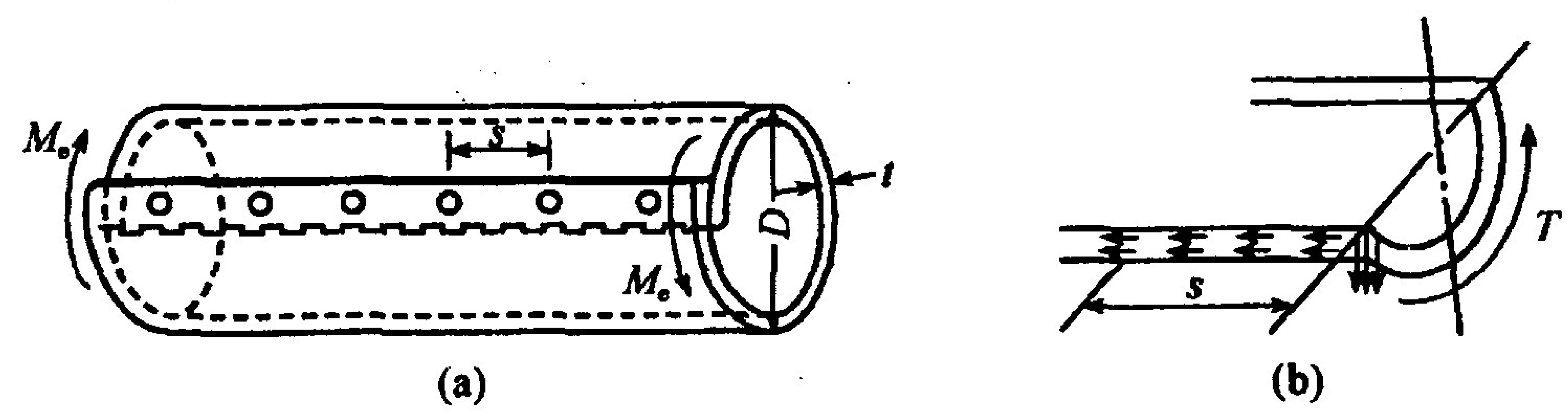


图 1.2

解　这是薄壁圆筒扭转应力计算问题。涉及切应力互等定理，剪切、挤压强度计算。

(1) 横截面上切应力 τ_1。假设为一封闭薄壁圆筒，沿水平直径截开如图 1.2(b) 所示，则横截面上切应力为

$$\tau_1 = \frac{T}{\pi D t \dfrac{D}{2}} = \frac{2T}{\pi D^2 t}$$

按切应力互等定理，纵截面上切应力也为 τ_1。在 s 长一段上切应力均由铆钉承受，铆钉承受剪力 F_s 为

$$F_s = \tau_1 s t = \frac{2T}{\pi D^2 t} s t = \frac{2Ts}{\pi D^2}$$

(2) 铆钉强度条件计算间距 s。根据剪切强度条件

$$\tau = \frac{F_s}{A} = \frac{4F_s}{\pi d^2} = \frac{8Ts}{\pi^2 D^2 d^2} \leqslant [\tau]$$

则

$$s \leqslant \frac{[\tau]\pi^2 D^2 d^2}{8T} = \frac{60\times 10^6 \times \pi^2 \times 0.2^2 \times 0.02^2}{8\times 30\times 10^3}$$
$$= 3.95\times 10^{-2}(\text{m}) = 39.5(\text{mm})$$

(3) 铆钉挤压强度条件计算间距 s。由挤压强度条件

$$\sigma_{bs} = \frac{F_s}{dt} = \frac{2Ts}{\pi D^2 dt} \leqslant [\sigma_{bs}]$$

则

$$s \leqslant \frac{[\sigma_{bs}]\pi D^2 dt}{2T} = \frac{160\times 10^6 \times \pi \times 0.2^2 \times 0.02 \times 0.008}{2\times 30\times 10^3}$$
$$= 5.36\times 10^{-2}(\text{m}) = 53.6(\text{mm})$$

最终选择铆钉间距 $s=39.5\text{mm}$。

点评　①学会利用切应力互等定理确定纵向面上的应力，然后再求出 s 段上切应力的合力。②当已知 $[\tau]$、$[\sigma_{bs}]$ 时，应用两个强度条件同时设计间距，最终选最小者。当然，用一个强度条件设计，另一个强度条件校核，也是可行的。只是校核不满足时，要重新设计而已。

1.3　内径 $d=65\text{mm}$、外径 $D=70\text{mm}$ 的圆筒 AB，A 端固定，在横截面 B 处垂直向下

（沿 y 方向）伸出一根 $a=300\text{mm}$ 的刚性杆 BC，在 C 的横截面内（也就是水平面 xz 内），在与 x 轴成 30°的方向上作用集中力 $F=800\text{N}$，试按第四强度理论求圆筒 E 截面最低点 K 点的相当应力 $\sigma_{r,4}$。（15 分）

解 这是强度理论方面的题目。受力为圆筒在拉弯、扭共同作用下，求给定点的相当应力。

（1）受力分析。将 F 力沿坐标分解为

$$F_x = F\cos30° = 692.8\text{N}$$
$$F_z = F\sin30° = 400\text{N}$$

用假想平面从 E 截面截开，取分离体如图 1.3(b)所示，由平衡条件得

$$\sum F_x = 0,\quad F_N = F_x$$
$$\sum M_x = 0,\quad T = F_z a = 120\text{N}\cdot\text{m}$$
$$\sum M_y = 0,\quad M_y = F_z b = 80\text{N}\cdot\text{m}$$
$$\sum M_z = 0,\quad M_z = F_x a = 207.8\text{N}\cdot\text{m}$$

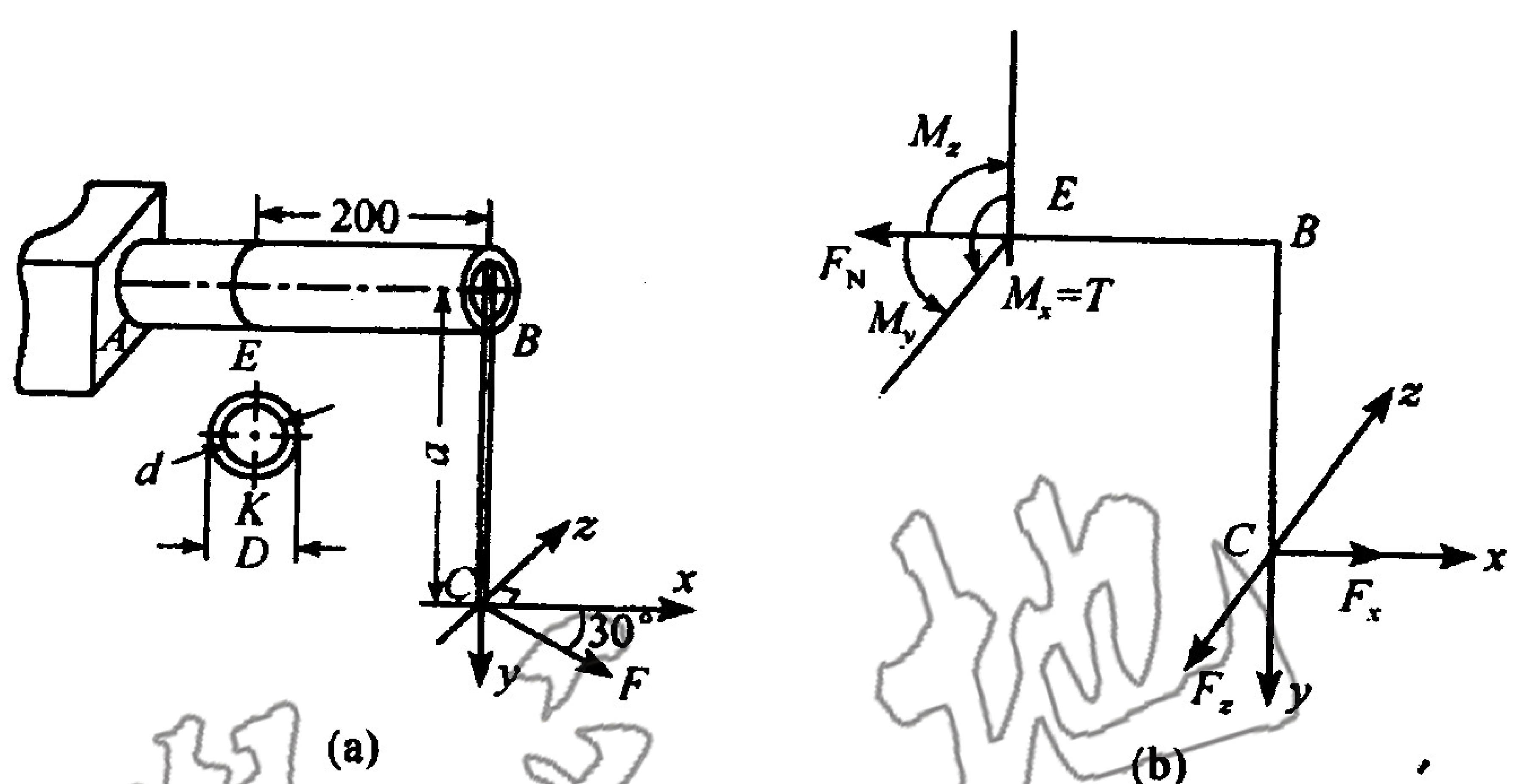


图 1.3

（2）应力分析。E 截面受到拉伸、扭转和两个平面弯曲的组合作用，但要注意 K 点在 E 截面最低点，是弯矩 M_y 对应的中性轴处，故 M_y 在 K 点引起的正应力为零。M_z 在 K 点产生最大拉应力，叠加后 K 点的正应力为

$$\sigma_K = \frac{F_N}{A} + \frac{M_z}{W} = \frac{692.8\times4}{\pi(70^2-65^2)\times10^{-6}} + \frac{207.8\times32}{\pi\times70^3\left[1-\left(\frac{65}{70}\right)^4\right]\times10^{-9}} = 25.3(\text{MPa})$$

扭转引起 K 点的切应力为

$$\tau_K = \frac{T}{W_p} = \frac{120\times16}{\pi\times70^3\times\left[1-\left(\frac{65}{70}\right)^4\right]\times10^{-9}} = 6.95(\text{MPa})$$

（3）计算相当应力。按第四强度理论计算 K 点的相当应力，即

$$\sigma_{r,4} = \sqrt{\sigma_K^2 + 3\tau_K^2} = 28.0\text{MPa}$$

所以 K 点的相当应力为 $\sigma_{r,4}=28.0\text{MPa}$。

点评 ①此题在求解 E 截面内力时，也可先将 F_x、F_z 向 B 截面简化，然后再求 E 截面

内力，这样受力关系比较简单，读者不妨一试。②若用第四强度理论进行强度校核，则危险面在 A 截面，且各内力分量为 $F_N=F_x$，$T=M_x=F_za$，$M_z=F_xa$，$M_y=F_zl$（设 $l_{AB}=l$），处于拉、弯、扭组合变形，第四强度理论的相当应力可写成

$$\sigma_{r,4}=\sqrt{\left(\frac{F_N}{A}+\frac{M}{W}\right)^2+0.75\left(\frac{T}{W_p}\right)^2}\leqslant[\sigma]$$

其中，$M=\sqrt{M_y^2+M_z^2}$。

1.4　在图 1.4 所示矩形截面梁中性层 K 点处，沿着与 x 轴成 45°方向，由电阻应变片测得 $\varepsilon_{45°}=-3.25\times10^{-6}$，已知 $E=200\text{GPa}$，$\mu=0.3$，试求梁上的载荷 F。（15 分）

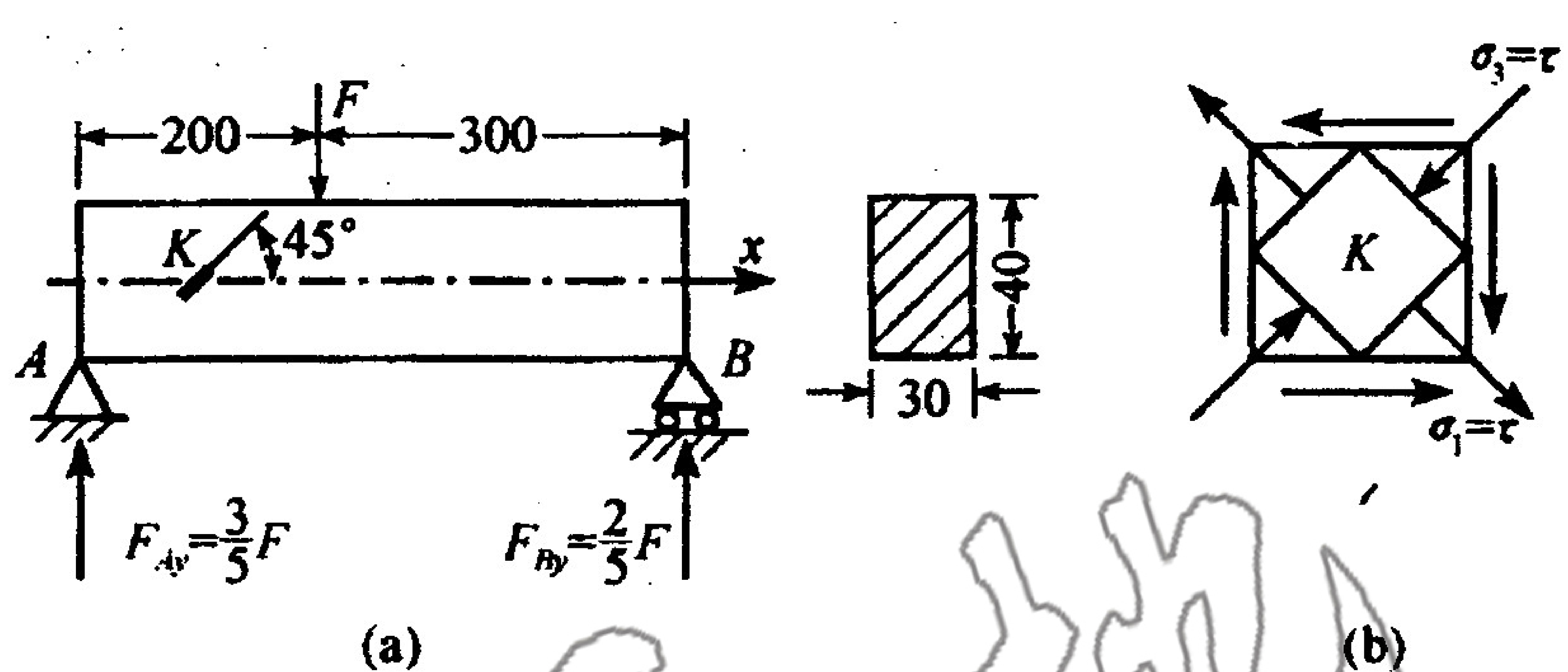


图 1.4

解　这是梁的弯曲变形方面的题目。涉及平面应力状态，广义胡克定律等内容。

(1) 确定 K 点的应力状态。题知 K 点处于中性层上，故所取单元体是纯剪切应力状态（图 1.4(b)，且沿±45°方位 $\sigma_{45°}=-\tau=\sigma_3$，$\sigma_{-45°}=\tau=\sigma_1$。梁为矩形截面，最大切应力产生在中性层上，且

$$\tau_{max}=\frac{3F_s}{2A}=\frac{9F}{10A}=\tau。$$

(2) 计算载荷 F。纯剪切是二向应力状态，应用广义胡克定律求应变，即 $\varepsilon_{45°}=\varepsilon_3=\frac{1}{E}[\sigma_3-\mu(\sigma_1+\sigma_2)]=\frac{1}{E}(-\tau-\mu\tau)=\frac{-\tau}{E}(1+\mu)=-3.25\times10^{-6}$。

代入 τ 的表达式，得

$$F=\frac{3.25\times10^{-6}\times10\times EA}{9(1+\mu)}$$
$$=\frac{3.25\times10^{-5}\times200\times10^9\times30\times40\times10^{-6}}{9\times1.3}$$
$$=667(\text{N})$$

故梁上的载荷 F 为 667N。

点评　①题知 K 点在中性层上，故不必计算正应力，即不必去计算该面上的弯矩。②熟知纯剪切状态±45°面为主平面，且 $\sigma_1=\tau$，$\sigma_3=-\tau$。③τ 的计算，可用矩形截面梁上切应力的计算公式 $\tau=\frac{S_z^*F_s}{I_zb}$ 计算。熟记最大切应力在中性轴上，且值 $\tau=\frac{3F_s}{2A}$ 将使计算简化。

1.5　图 1.5 所示结构，AB、BC、CD 各段均为直径 $d=20\text{mm}$ 的圆杆，$l=30d$。材料的许用应力 $[\sigma]=150\text{MPa}$，弹性模量 $E=12[\sigma]$。与比例极限对应的柔度 $\lambda_p=100$，规定稳定安全因数 $n_{st}=4$。试确定载荷 q 的允许值 $[q]$。（15 分）

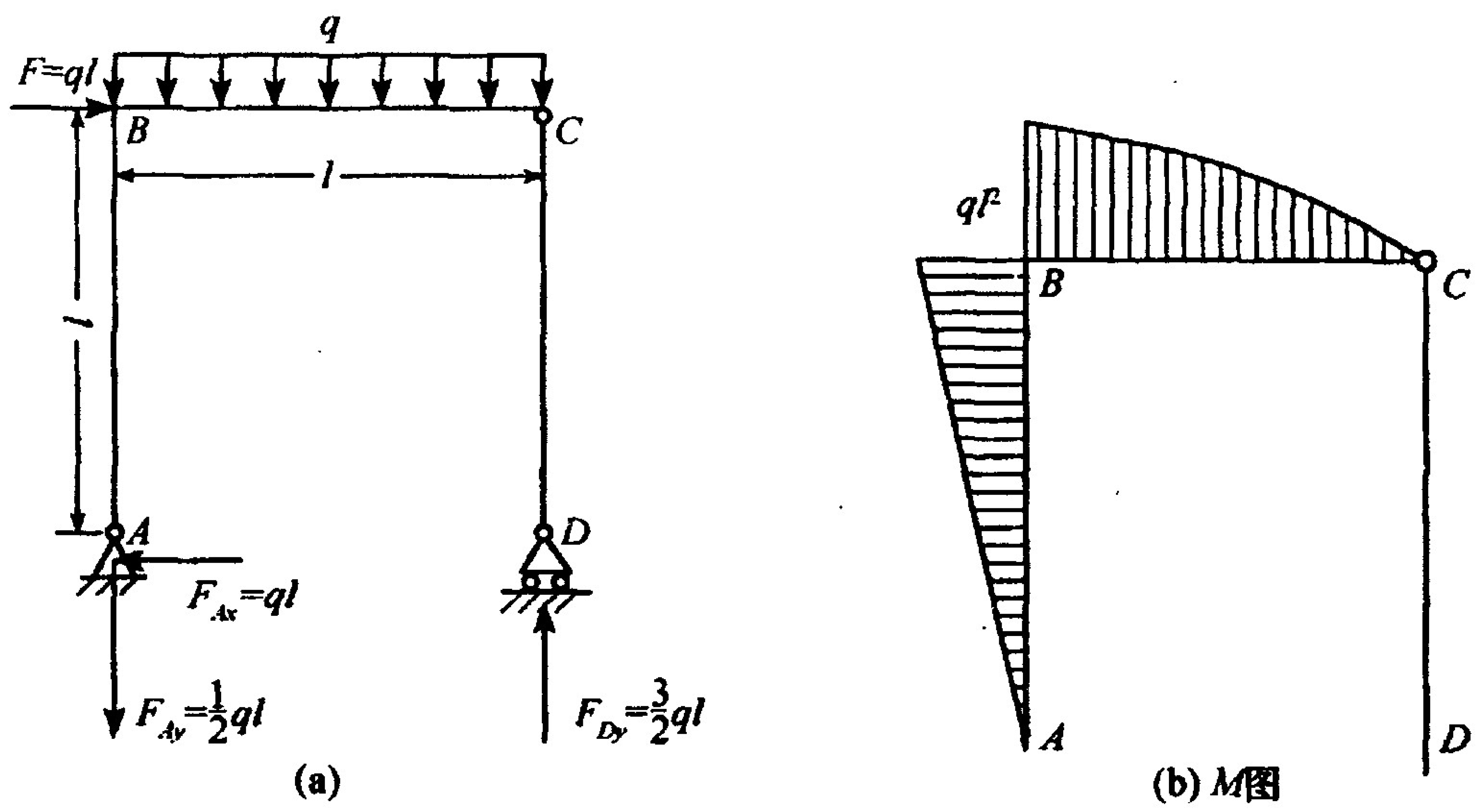


图 1.5

解 这是考察压杆稳定和弯曲应力知识的题目。问题包括由 AB 杆与 BC 杆的弯曲和 CD 杆的稳定性问题。

(1) 求各部分内力。设 CD 二力杆的轴力为 $F_{NCD}=F_{Dy}$，由平衡方程 $\sum M_A=0$，即 $F_{NCD}l=\frac{1}{2}ql^2+Fl=\frac{3}{2}ql^2$ 解得 $F_{NCD}=\frac{3}{2}ql$。$\sum F_y=0$，得 $F_{Ay}=\frac{1}{2}ql$，$\sum F_x=0$，$F_{Ax}=F=ql$。作结构弯矩图如图 1.5(b)所示，AB 杆受轴向压力 $F_{NAB}=F_{Ay}=\frac{1}{2}ql$，$CD$ 杆受轴向压力 $F_{NCD}=F_{Dy}=\frac{3}{2}ql$。

(2) 弯曲强度估计$[q]$。刚架中最大弯矩在 B 节点处，$M_{max}=ql^2$，依照弯曲强度条件

$$\sigma_{max}=\frac{M_{max}}{W}=\frac{32ql^2}{\pi d^3}\leqslant[\sigma]$$

故

$$[q]_1=\frac{[\sigma]\pi d^3}{32l^2}=\frac{150\times10^6\times\pi\times20^3\times10^{-9}}{32\times30^2\times20^2\times10^{-6}}=327\text{N/m}$$

如果考虑 AB 杆中的拉伸轴力 $F_{Ay}=\frac{1}{2}ql$，则

$$\sigma_{max}=\frac{32ql^2}{\pi d^3}+\frac{2ql}{\pi d^2}\leqslant[\sigma]$$

故

$$[q]'_1=[\sigma]/\left[\frac{32l^2}{\pi d^3}+\frac{2l}{\pi d^2}\right]=326\text{N/m}$$

可是在组合变形中，轴力引起的正应力相对弯曲较小，常常忽略不计。

(3) 稳定性条件估计载荷。CD 杆是一个压杆，其柔度为

$$\lambda=\frac{\mu l}{\frac{d}{4}}=\frac{1\times30\times20\times10^{-3}\times4}{20\times10^{-3}}=120>\lambda_p$$

故 CD 杆为细长杆，用欧拉公式计算其临界载荷，即

$$[F]=\frac{F_{cr}}{4}=\frac{\pi^2 EI}{4\,(\mu l)^2}=\frac{3}{2}[q]l$$

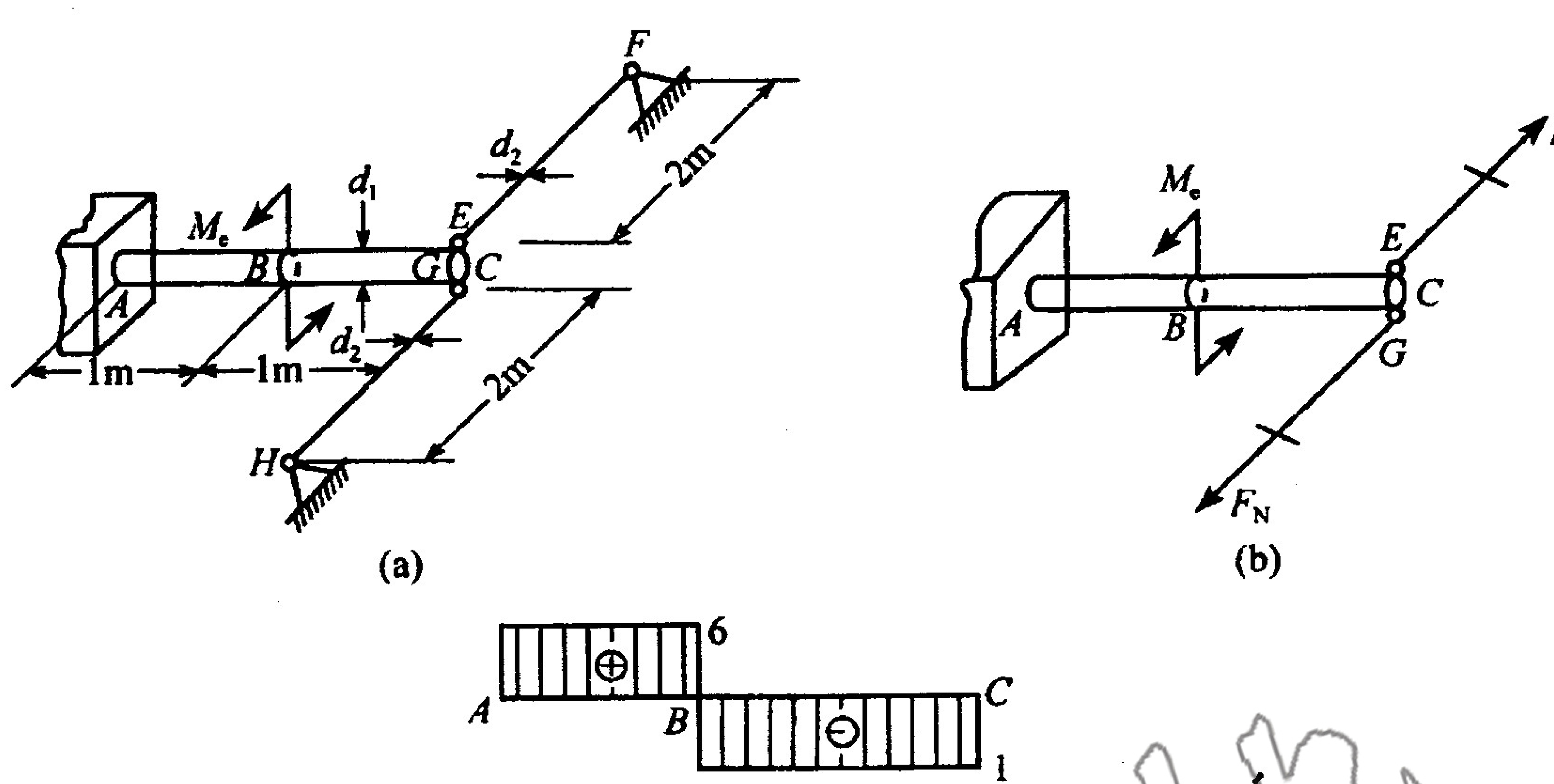
故

$$[q]_2=\frac{\pi^2 EI}{6\,(\mu l)^2 l}=\frac{\pi^2\times 12[\sigma]\times d}{6\times 1^2\times 30^2\times 64}=108\mathrm{N/m}$$

因此选定载荷 q 的允许值为 108N/m。

点评 ①注意刚架中各段内力分析，以确定基本变形种类。②拉(压)弯组合变形中，由拉(压)引起的正应力相比弯曲很小，如果不特别声明，可以不予考虑。③综合类题目中包含压杆一般都要进行稳定性校核或设计。

1.6 图 1.6(a)所示圆轴 AC，A 端固定，在横截面 C 的上、下两点 G 和 E 处用 2 根圆杆 GH、EF 铰接，GH、EF 与 AC 垂直，3 杆均处于水平位置。已知圆轴 AC 的直径 $d_1=100\mathrm{mm}$，圆杆 GH、EF 的直径 $d_2=20\mathrm{mm}$，各杆的材料相同，$G=0.4E$。试求在 B 截面处施加扭转力偶矩 $M_e=7\mathrm{kN\cdot m}$ 时，圆轴 AC 中的最大切应力。(20 分)



(c) T图(单位:kN·m)

图 1.6

注意：1.6、1.7 两题任选一题。

解 由于 GH 和 EF 两个二力杆的存在，且结构对称，故两杆中的轴力相等，设为 F_N。问题是一个扭转超静定问题。题目要求 AC 轴中的最大切应力，其为等直圆轴，故应首先确定 AC 轴中最大扭矩 T_{max}。

(1) 解超静定。设在轴力 F_N 引起的扭矩和 M_e 共同作用下，AC 轴 C 面的扭转角为 φ_{AC}，故其变形几何条件为

$$\varphi_{AC}\cdot\frac{d_1}{2}=\Delta l$$

其中，Δl 为 GH 或 EF 杆的伸长量。而圆轴中，BC 段的扭矩为 $T_{AC}=F_N d_1$，设 $l_{AB}=l_{BC}=l=1\mathrm{m}$，则

$$\varphi_{AC}=\varphi_{AB}+\varphi_{BC}=\frac{M_e\times l}{GI_p}-\frac{T_{BC}\times 2l}{GI_p}$$

代入变形几何关系，得

$$\left(\frac{M_e\times 1}{GI_p}-\frac{F_N\times 2d_1}{GI_p}\right)\cdot\frac{d_1}{2}=\frac{F_N\times 2}{EA}$$

代入相关数据，即 G、E、A、$I_p=\frac{\pi d_1^4}{32}$，有

$$\frac{32\times(7\times 10^3-F_N\times 0.1\times 2)\times 0.1}{0.4E\times\pi\times 0.1^4\times 2}=\frac{F_N\times 2\times 4}{\pi\times E\times 0.02^2}$$

解得 $F_N=10\times 10^3\text{N}=10\text{kN}$，作 AC 轴扭矩图如图 1.6(c)所示。

(2) 求圆轴内的最大切应力。从扭矩图中可以看出，$T_{max}=6\text{kN}\cdot\text{m}$，代入扭转切应力公式，得

$$\tau_{max}=\frac{T_{max}}{W_p}=\frac{16\times T_{max}}{\pi d_1^3}=\frac{16\times 6\times 10^3}{\pi\times 0.1^3}=30.6\times 10^6(\text{Pa})=30.6(\text{MPa})$$

点评 ① 首先是超静定问题的判定，由于材料及几何的对称，知两杆中轴力均为 F_N，故作用在 C 截面的扭矩为 F_Nd_1。当材料，几何均不对称时，设两杆的轴力为 F_{N1}、F_{N2}，则 $T_C=(F_{N1}+F_{N2})\frac{d_1}{2}$，变形几何关系则为 $\varphi_{AC}\times\frac{d_1}{2}=\Delta l_1=\frac{F_{N1}l_1}{E_1A_1}$，$\varphi_{AC}\times\frac{d_1}{2}=\Delta l_2=\frac{F_{N2}l_2}{E_2A_2}$。

② 如果题目给出刚度条件，还应进行刚度计算，即

$$\varphi'_{max}=\frac{T_{max}}{GI_p}=\frac{32\times T_{max}}{G\pi d_1^4}=\frac{32\times 6\times 10^3}{80\times 10^9\times\pi\times 0.1^4}$$
$$=7.64\times 10^{-3}(\text{rad/m})=0.44(^\circ/\text{m})$$

圆轴扭转中一般都涉及强度和刚度计算，务必将两个条件公式熟记。

1.7 图 1.7(a)所示 AB 和 CD 梁的长度均为 l，并有相同的抗弯刚度 EI。两梁水平放置，垂直相交。CD 为简支梁，AB 梁的 A 端固定，B 端自由。加载前两梁在中点接触，不计梁的自重，试求在 F 力作用下，B 端沿作用力方向的位移。(20 分)

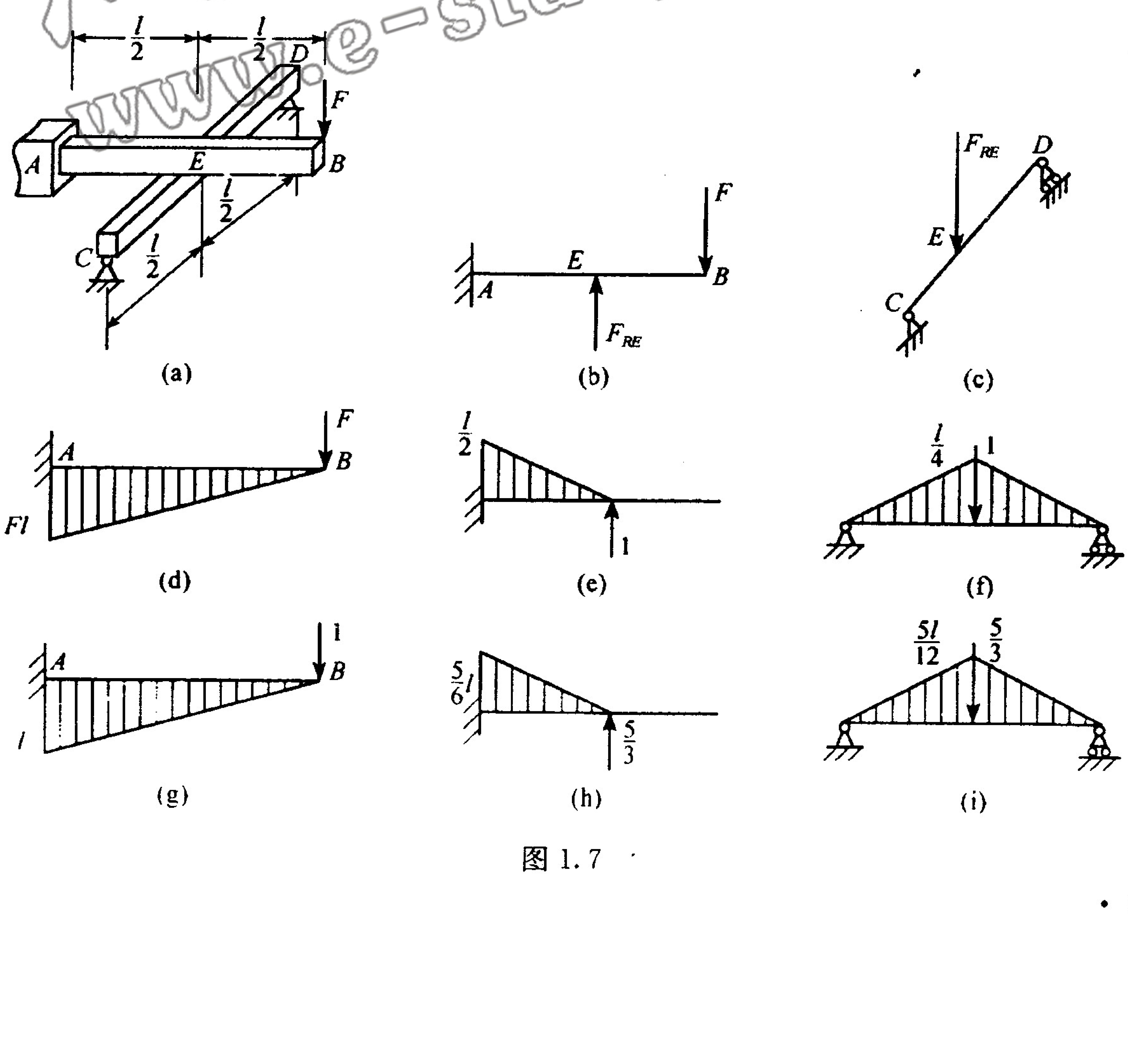


图 1.7

解 这是一个涉及弯曲变形的超静定问题。悬臂梁 AB 若无简支梁 CD 在下支撑，则是一个静定梁，由于 CD 的存在，使得 AB 多余了一个约束（弹性支承），故系统为一次超静定问题，只有求解超静定问题，才能求得 B 截面的铅垂位移。

(1) 求解一次超静定问题。对于这样比较简单的问题，利用梁变形的现成结果，用变形比较法相对简单。此题变形协调条件为 $\Delta_{EAB}=\Delta_{ECD}$，利用梁变形的结果，悬臂梁 x 截面（悬臂端作用外力 F）的位移 Δ_{y1} 为

$$\Delta_{y1}=\frac{Fx^2}{6EI}(3l-x)\Big|_{x=\frac{l}{2}}=\frac{5Fl^3}{48EI}$$

悬臂梁外力作用点的位移 Δ_{y2} 为

$$\Delta_{y2}=\frac{Fl'^3}{3EI}\Big|_{\substack{F=F_{RE}\\ l'=\frac{l}{2}}}=\frac{F_{RE}l^3}{24EI}$$

简支梁中面受集中力，其中面的位移 Δ_{ECD} 为

$$\Delta_{ECD}=\frac{F_{RE}l^3}{48EI}$$

代入变形协调方程

$$\Delta_{EAB}=\frac{5Fl^3}{48EI}-\frac{F_{RE}l^3}{24EI}=\Delta_{ECD}=\frac{F_{RE}l^3}{48EI}$$

解得

$$F_{RE}=\frac{5}{3}F$$

亦可直接用力法正则方程求解，选用图乘法，作弯矩图如图 1.7(a)～(c)所示。由于弹性支承，则有

$$\delta_{11}X_1+\Delta_{1F}=\delta_{11'}X_1$$

求各系数如下：

图 1.7(e)自乘

$$EI\delta_{11}=\frac{1}{2}\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{l}{2}=\frac{l^3}{24}$$

图 1.7(d)、(e)相乘

$$EI\Delta_{1F}=-\frac{1}{2}\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{5}{6}Fl=-\frac{5Fl^3}{48}$$

图 1.7(f)自乘

$$EI\delta_{11'}=\frac{1}{2}\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{l}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{l}{4}\cdot 2=-\frac{l^3}{48}$$

代入正则方程，即 $\frac{l^3}{24}X_1-\frac{5Fl^3}{48}=-\frac{l^3}{48}X_1$（要冠以负号，因为 δ_{11} 是以向上为正），解得 $X_1=\frac{5}{3}F$。

(2) 求 B 端的铅垂位移。用单位力法。在 B 端加单位力，方向向下，弯矩图相当于令图 1.7(d)中 $F=1$，并令图 1.7(e)中单位力为 X_1，分别同图 1.7(g)相乘得

$$\Delta_{By}=\frac{\frac{1}{2}\cdot l\cdot Fl\cdot\frac{2}{3}l-\frac{1}{2}\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{l}{2}X_1\cdot\frac{5}{6}l}{EI}=\frac{23Fl^3}{144EI}(\downarrow)$$

点评 ① 在求解超静定问题后，若再要求某截面位移，则只需将单位力加在静定基对应的截面上，此单位力产生的内力方程与外载荷，多余约束 X_i 产生的内力相乘 $(M(x)\overline{M}(x))$，莫尔积分或图乘法均可。

② 当然，将单位力加在原静不定结构上，问题同样可解决，但要变得复杂一些。如本例将单位力加在原结构 B 端，则单位力引起的弯矩图为图 1.7(g)～(i)。

令图 1.7(e)、(f)图中 $\overline{X}_1 = X_1 = \frac{5}{3}F$，图 1.7(d)～(f)分别同图 1.7(g)～(i)相乘，向下为负，得

$$\Delta_{By} = \frac{1}{EI}\left(\frac{-1}{3}Fl^3 + \frac{1}{2}\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{5l}{6}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6}Fl - \frac{1}{2}\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{5l}{12}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{12}Fl\cdot 2\right)$$

$$= \frac{-1}{EI}\left(\frac{1}{3} - \frac{25}{108} + \frac{25}{432}\right)Fl^3 = -\frac{23Fl^3}{144EI}(\downarrow)$$

③ 本例中需要注意的另一个问题就是在变形协调条件中对弹性支承的处理，弹性支承可以是另一个梁、一个杆、一个弹簧等，这里的位移条件不再是零，而是弹性支承点的位移量。

1.8 试求图 1.8(a)所示刚架 A、B 两点间水平方向的相对位移。设刚架各部分的 EI 均相同，并略去轴向力和剪力引起的变形。(11 分)

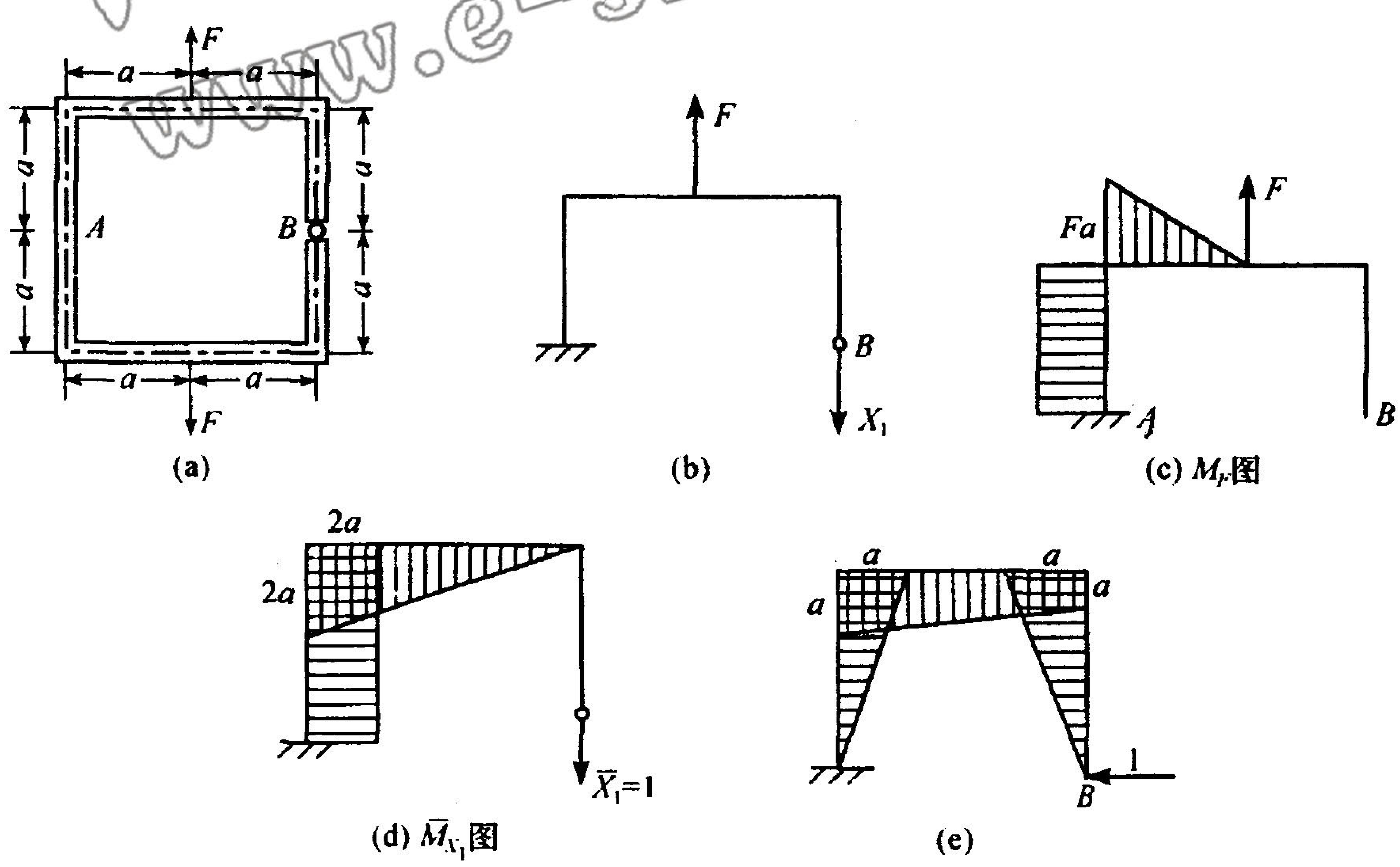


图 1.8

解 如果结构为平面封闭刚架，则为三次内力超静定，由于结构中存在二杆铰接，故降阶一次，为二次超静定问题。另外，结构上下对称，变形亦然对称，故 A 截面的转角为零。取相当系统如图 1.8(b)所示，根据对称性性质知其对称面 B 截面反对称内力——剪力为零，问题再次降阶为一次超静定问题。

(1) 解超静定。写出力法正则方程

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1F} = 0$$

用图乘法求各系数，故先作外载荷及 $\overline{X}_1 = 1$ 引起的内力图，如图 1.8(c)、(d)所示。

$$EI\delta_{11}=\frac{1}{2}\cdot 2a\cdot 2a\cdot\frac{2}{3}\cdot 2a+2a\cdot a\cdot 2a=\frac{20}{3}a^3$$

$$EI\Delta_{1F}=-\frac{a}{2}\cdot Fa\cdot\frac{5a}{3}-a\cdot Fa\cdot 2a=-\frac{17}{6}Fa^3$$

故

$$X_1=-\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}}=\frac{17}{40}F$$

(2) 求 A、B 间的水平位移。在静定基 B 截面上加水平单位力，单位力弯矩图如图 1.8(e)所示，图 1.8(e)同图 1.8(c)、(d)$\left(X_1=\frac{17}{40}F\right)$分别相乘。得

$$\begin{aligned}\Delta_{AB}&=\frac{1}{EI}\left[-\frac{1}{2}\cdot a\cdot Fa\cdot a-a\cdot Fa\cdot\frac{a}{2}\right.\\&\left.\quad+\frac{1}{2}\cdot 2a\cdot\frac{17}{40}F\cdot 2a\cdot a+a\times\frac{17}{40}F\cdot 2a\cdot\frac{a}{2}\right]\\&=\frac{11Fa^3}{40EI}\end{aligned}$$

点评 ①此结构的对称性仅为上下对称而左右不对称，故不可像圆环对径拉(压)或矩形刚架沿对称轴拉(压)那样取其四分之一讨论。②若图 1.8(a)中 A 截面加入中间铰，问题将简化为静定问题；若图 1.8(a)中上半部分抗弯刚度为 $2EI$，下半部分为 EI，A 截面加入中间铰，且一对 F 力作用在 A、B 铰接处，求 AB 间的相对位移。读者不妨一试。