7. 西北工业大学2005年硕士研究生入学考试 材料力学试题

（满分150分）

7.1 选择题(每小题5分,共50分)

1. 一等直杆在两端承受拉力作用,若其一半为铝,另一半为钢,则两段的(　　)

A. 应力相同,变形相同　　B. 应力相同,变形不同

C. 应力不同,变形相同　　D. 应力不同,变形相同

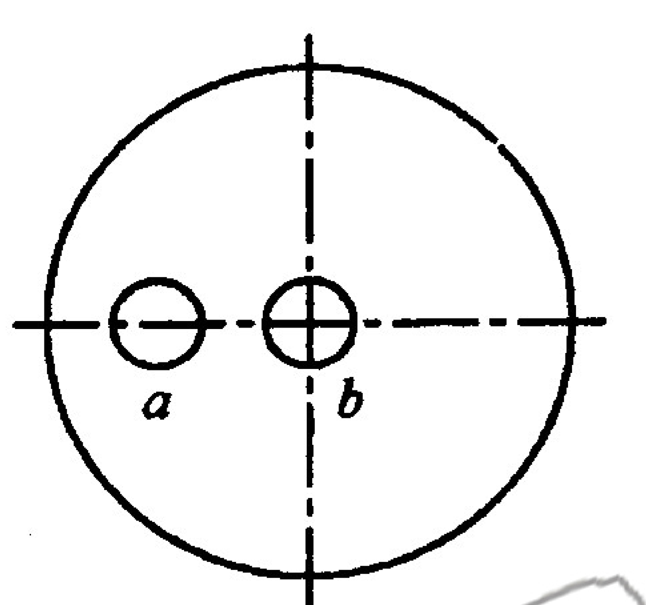


图7.1

2. 如图7.1所示,一等直圆截面杆,若变形前在横截面上画出两个圆 a 和 b,则在轴向拉伸变形后,圆 a、b 分别为(　　)

A. 圆形和圆形　　B. 圆形和椭圆

C. 椭圆形和圆形　　D. 椭圆形和椭圆形

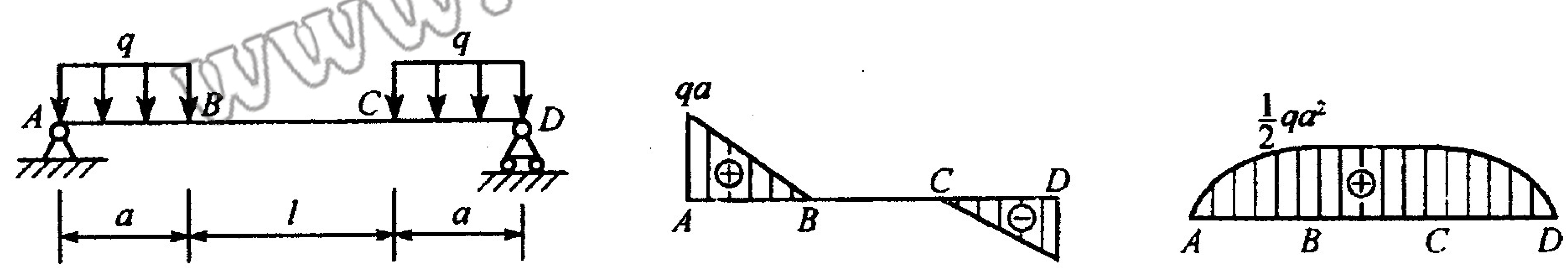
3. 两端受扭转力偶矩作用的实心圆轴,不发生屈服的最大许可载荷为 M_0,若将其横截面面积增加1倍,则最大许可载荷为(　　)

A. $\sqrt{2}M_0$　　B. $2M_0$　　C. $2\sqrt{2}M_0$　　D. $4M_0$

4. 简支梁受力情况如图7.2所示。其中 BC 段上(　　)

A. 剪力为零,弯矩为常数　　B. 剪力为常数,弯矩为零

C. 剪力和弯矩均为零　　D. 剪力和弯矩均为常数



(a)　　(b) F_s图　　(c) M图

图7.2

5. 工人站在木板 AB 中点处工作,如图7.3所示。为了改善木板的受力和变形,下列看法中(　　)是正确的。

A. 宜在木板的 A、B 端处同时堆放适量的砖

B. 在木板的 A、B 端处同时堆放的砖越多越好

C. 宜在木板的 A 端或 B 端处堆放适量的砖

D. 无论在何处堆砖,都没有好处

6. 图7.4所示矩形截面简支梁承受集中力偶 M_e,当集中力偶 M_e 在 CB 段任意移动,AC 段各个横截面上的(　　)

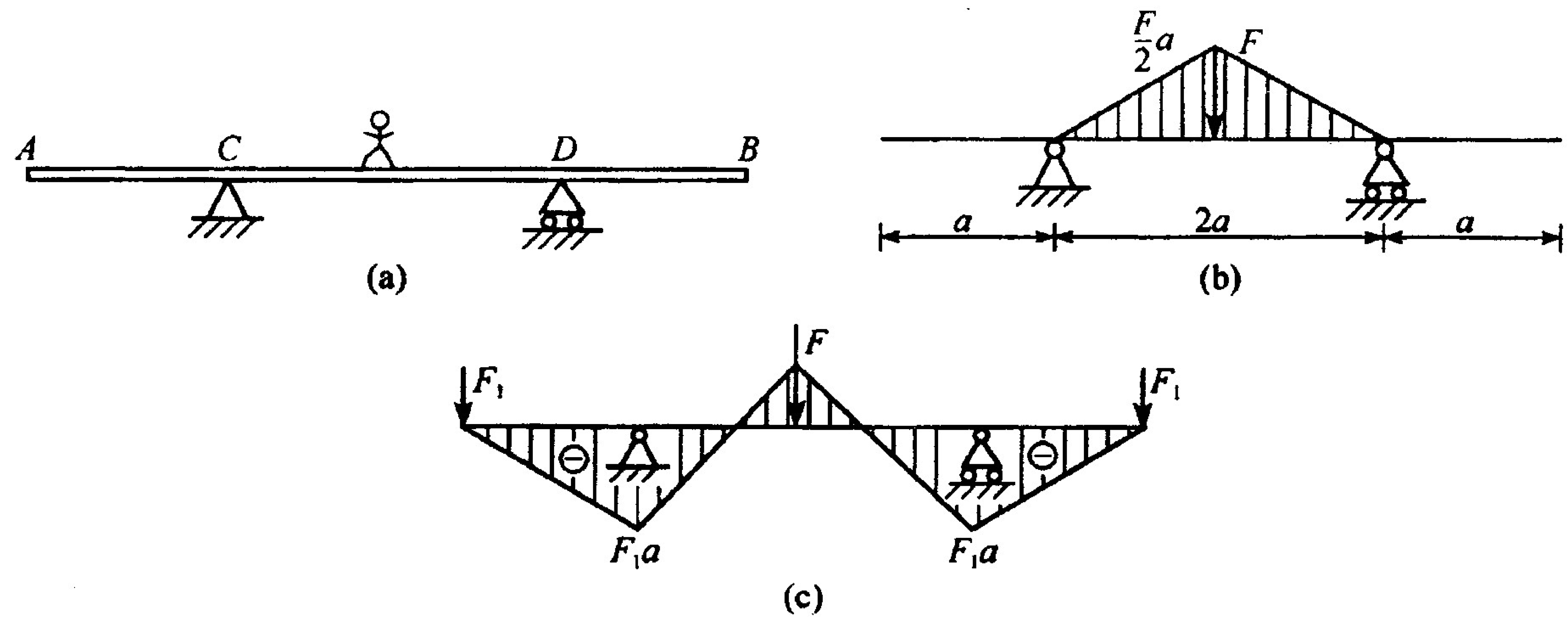


图 7.3

A. 最大正应力变化，最大切应力不变

B. 最大正应力和最大切应力都变化

C. 最大正应力不变，最大切应力变化

D. 最大正应力和最大切应力都不变

7. 两根悬臂梁的抗弯截面刚度相同。在图 7.5 所示载荷作用下，设梁(a)、(b)在自由端 B 的转角分别是 θ_{B1}、θ_{B2}，则 $\theta_{B2}/\theta_{B1}=$(　　)

A. 2　　B. 4

C. 6　　D. 8

8. 图 7.6 所示静定梁，若已知截面 B 的挠度为 f_0，则截面 C 的挠度 f_C 和转角 θ_C 分别为(　　)

A. $f_C=f_0/2, \theta_C=f_0/a$　　B. $f_C=f_0/2, \theta_C=f_0/2a$

C. $f_C=f_0, \theta_C=f_0/a$　　D. $f_C=f_0, \theta_C=f_0/2a$

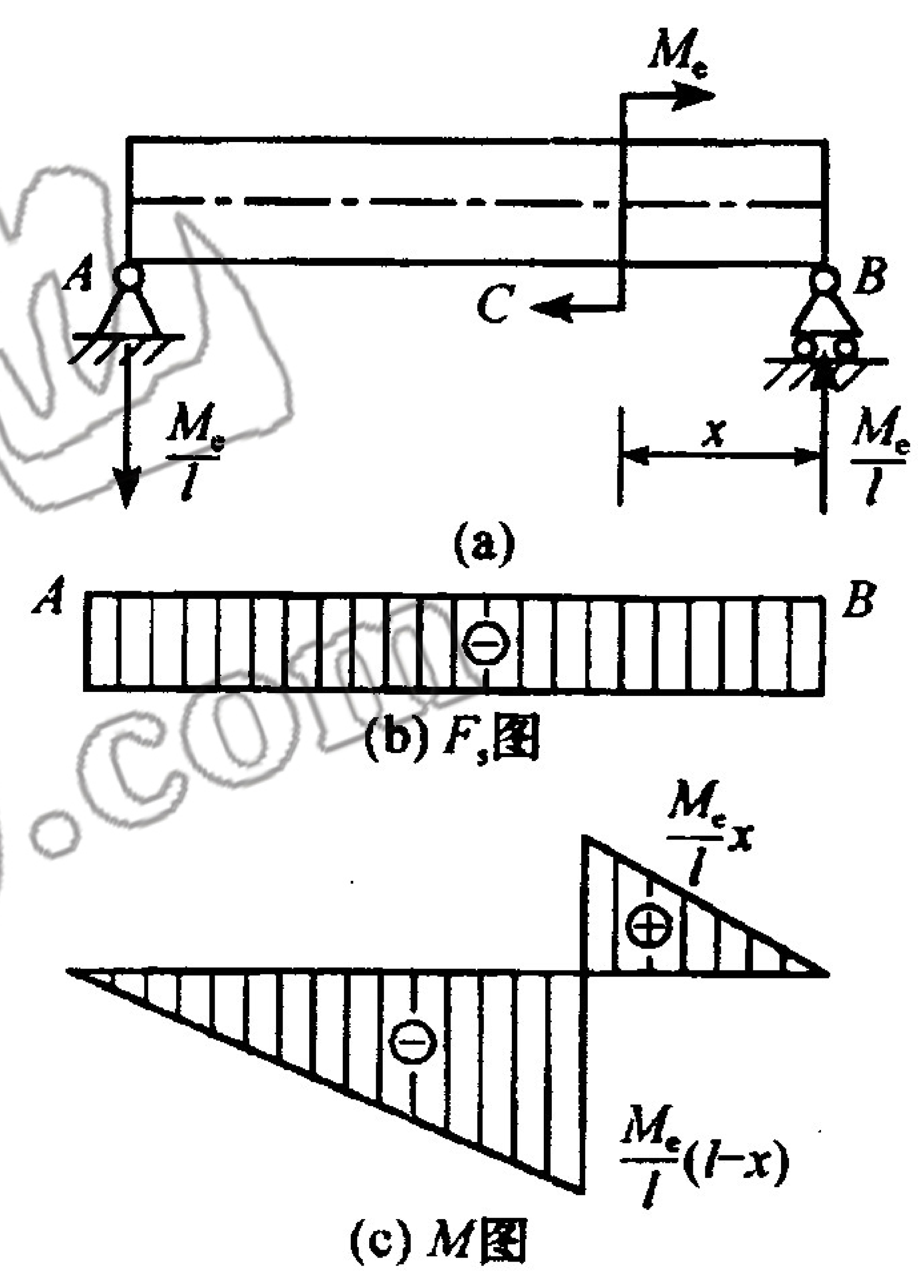


图 7.4

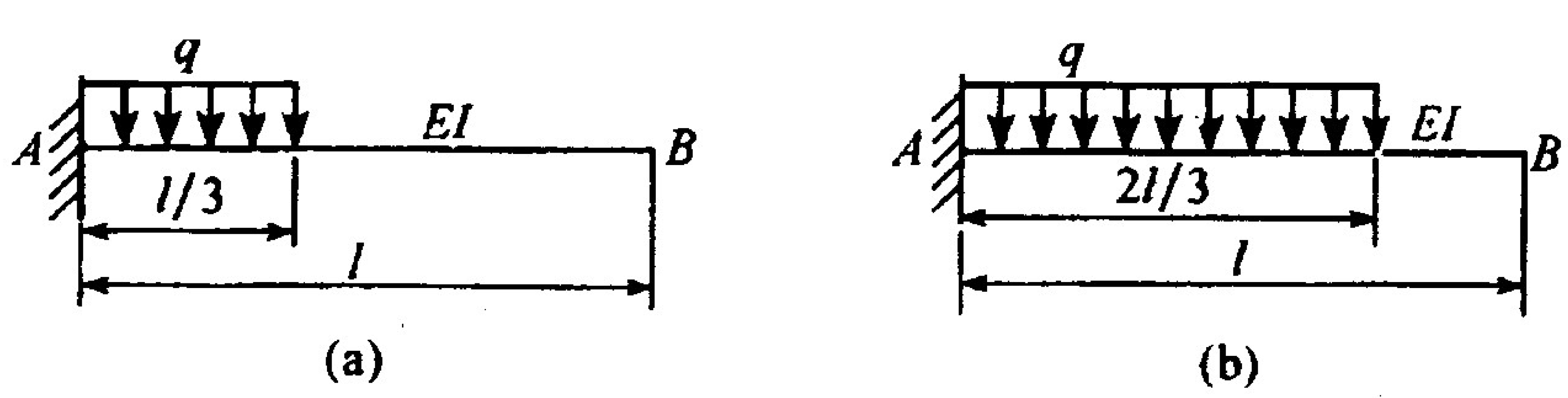


图 7.5

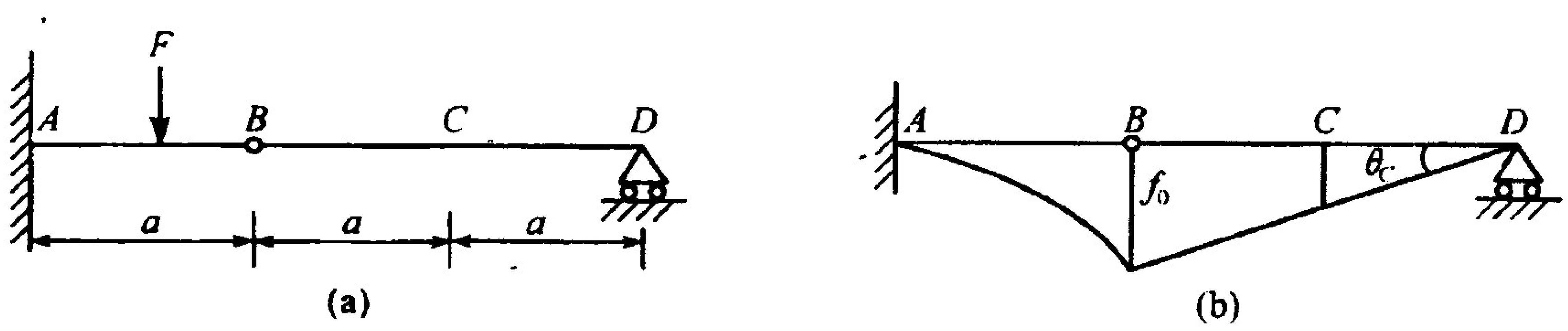


图 7.6

9. 图 7.7 所示等腰三角形单元体，已知两直边表示的截面上只有切应力，且等于 τ_0，则斜边表示的截面上的正应力 σ 和切应力 τ 分别是(　　)

A. $\sigma=\tau_0, \tau=\tau_0$　　B. $\sigma=\tau_0, \tau=0$　　C. $\sigma=\sqrt{2}\tau_0, \tau=\tau_0$　　D. $\sigma=\sqrt{2}\tau_0, \tau=0$

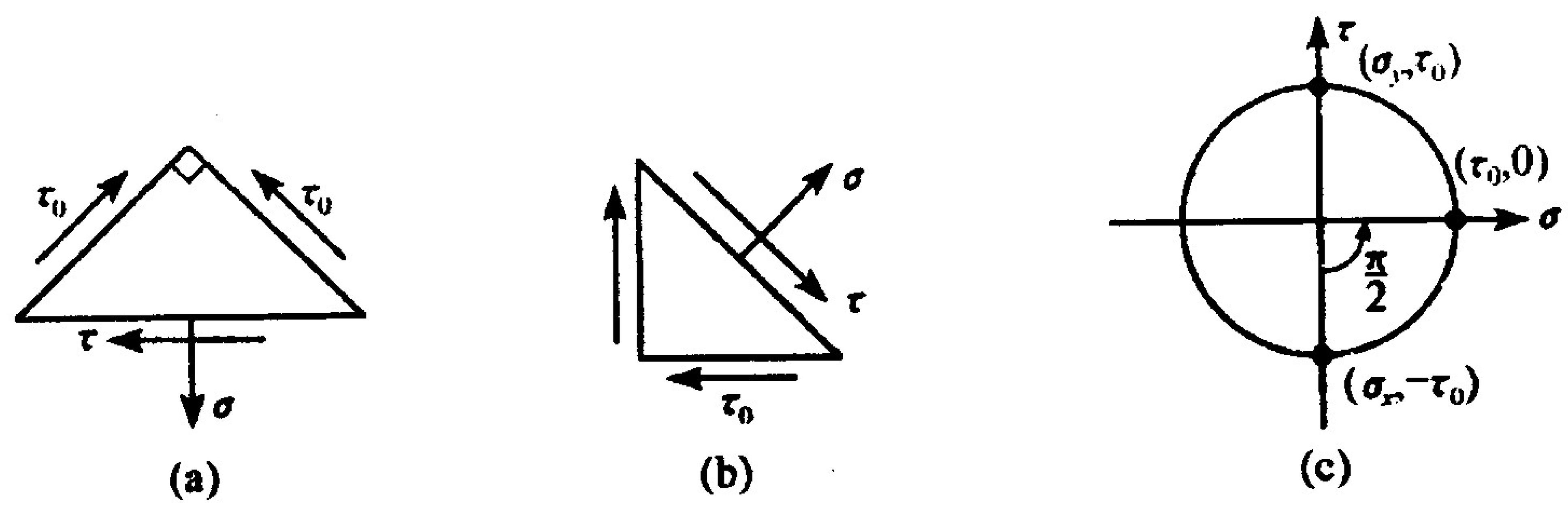


图 7.7

10. 钢制圆柱形薄壁容器，在受内压破裂时，其裂纹形状及方向如图 7.8 所示，引起这种破坏的主要因素是(　　)

A. 最大拉应力　　B. 最大伸长应变　C. 最大切应力　　D. 体积应变

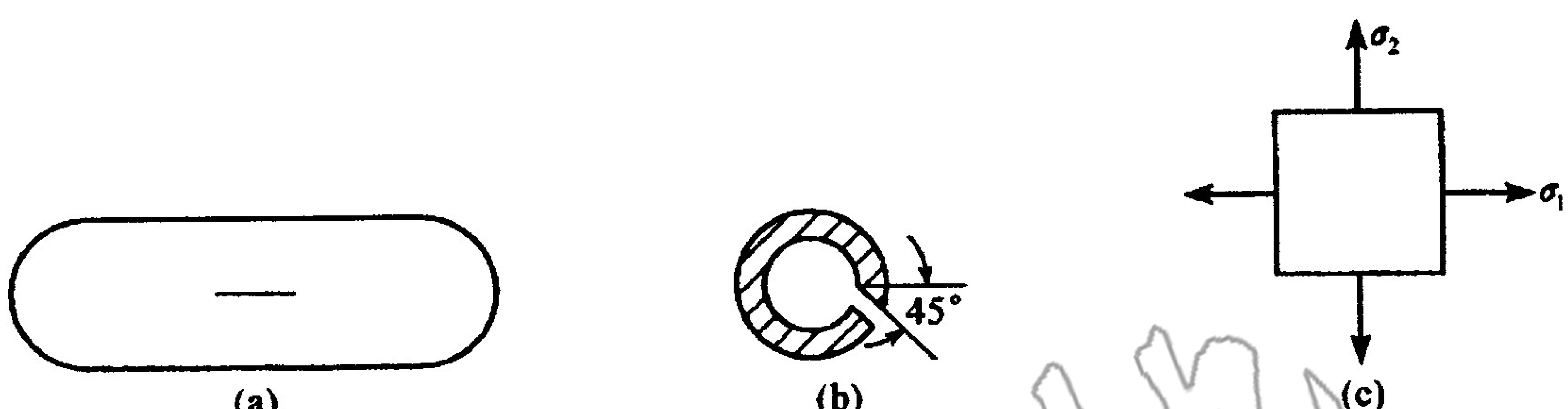


图 7.8

解　1. (B)等直杆横截面积为 A，铝材弹性模量为 E_{al}，钢材弹性模量为 E_{st}，因应力 $\sigma=\dfrac{F}{A}$，与材料力学性质无关，故两段应力相同。铝段 $\varepsilon_{al}=\dfrac{F}{E_{al}A}$，钢段 $\varepsilon_{st}=\dfrac{F}{E_{st}A}$。通常 $E_{st}=3E_{al}$，故 $\varepsilon_{al}\neq\varepsilon_{st}$，应变不同。

2. (A)在 a、b 两圆处，沿纵向拉伸，其应力 $\sigma_z=\dfrac{F_N}{A}$，设水平轴为 x 轴，另一轴为 y 轴，则 $\varepsilon_y=\dfrac{1}{E}(0-\mu\sigma_z)=\varepsilon_x=\dfrac{1}{E}(0-\mu\sigma_z)$，任意旋转方向，$\varepsilon_y'=\varepsilon_x'$，而坐标圆点可取在 b 圆心，亦可取在 a 圆心，故 a、b 两圆仍然为圆，只是同此缩小而已。另一解释从平面假设及圆截面关于中心对称，故仍保持圆形。

3. (C)由强度条件知，在实心圆轴中，$\dfrac{M_0}{W_p}=\tau_s$ 即 $M_0=\tau_s\dfrac{\pi d^3}{16}$，当圆轴面积增加一倍时，$M_0'=\tau_s W_p'=\tau_s\dfrac{\pi d_1^3}{16}$。设原来圆轴截面积为 A，则 $2A=2\dfrac{\pi}{4}d^2=\dfrac{\pi}{4}d_1^2$，得 $d_1=\sqrt{2}d$ 则 $\dfrac{M_0'}{M_0}=\dfrac{2\sqrt{2}d^3}{d^3}=2\sqrt{2}$，故应选 C。

4. (A)作剪力、弯矩图如图 7.2(b)、(c)所示，因此 A 正确。

5. (A)设梁为 $4a$ 长，$AC=CH=HD=DB=a$(当然亦可求出外伸端 $a=0.207l$)当人在中点时，最大弯矩为 $M_{max}=\dfrac{F}{2}a$，如果两端同时加载 F_1，则最大负弯矩为 F_1a，而中面弯矩为 $\dfrac{F}{2}a-F_1a$，如果 $F_1=\dfrac{F}{2}$，则中面弯矩 $M_H=0$，最大负弯矩为 $F_1a=\dfrac{F}{2}a=M_{max}$，因此，适量加载，让 $F_1=\dfrac{F}{2}$，如取 $F_1=\dfrac{F}{4}$，则最大负值弯矩为 $\dfrac{F}{4}a$，正值弯矩为 $\dfrac{F}{2}a-F_1a=\dfrac{F}{4}a$，即最

大弯路矩值减小。作变形曲线，知当适量在 A，B 加载时，最大变形值亦减小，故选 A。

6. (A)设 AB 梁长为 l，M_e 距 B 支座为 x，作弯矩图如图 7.4(b)在 M_e 作用面突变值为$\frac{M_e}{l}x+\frac{M_e}{l}(l-x)=M_e$，整个梁上剪力大小相同(图 7.4(b))故最大切应力不变($\tau_{\max}=\frac{F_s S^*_{z\max}}{I_z b}$)，当 x 越小时，负值弯矩越大，$\sigma_{\max}=\frac{M_{\max}}{W}$中最大正应力将增大，故选 A。

7. (D)当悬臂梁上受均布载荷 q 作用时，其端部的转角为$\frac{ql^3}{6EI}$，图示情形只需将 $l_1=\frac{l}{3}$，$l_2=\frac{2l}{3}$代入即得 $\theta_{B1}=\frac{ql^3}{27\times 6EI}$，$\theta_{B2}=\frac{8ql^3}{27\times 6EI}$，故 $\theta_{B2}/\theta_{B2}=8$，选 D。

8. (B)作变形后挠曲线如图 7.6(b)所示，由比例关系知 $f_C=\frac{1}{2}f_0$，BCD 段转过的角度即为 $\theta_C=\frac{f_0}{2a}$，故选 B。

9. (B)将单元体旋转，则为已知 $\sigma_x=\sigma_y=0$，$\tau_{xy}=-\tau_0$，$\tau_{yx}=\tau_0$，$\alpha=45°$，则

$$\sigma_\alpha=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}+\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\alpha-\tau_{xy}\sin 2\alpha=\tau_0,\ \tau_\alpha=\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\alpha+\tau_{xy}\cos 2\alpha=0,$$

故选(B)。或者作应力圆如图 7.7(c)所示，从 x 向逆向旋转 90°，$\sigma_1=\sigma_{45°}=\tau_0$，$\tau_{45°}=0$。

10. (C)在薄壁压力容器中，其单元体上受力 $\sigma_1=\frac{pD}{2t}$，$\sigma_2=\frac{pD}{4t}$，$\sigma_3\approx 0$。由空间应力状态单元体知，当截面平行于 σ_2 时，则该面上应力与该平行应力 σ_2 无关，且与 σ_1、σ_3 成 45°，则该面上有最大切应力。

7.2 计算题(每题 20 分，共 100 分)

1. 确定图 7.9 所示圆轴的最大切应力，并求轴两端面的相对转角(以度表示)。已知 $G=84\text{GPa}$。

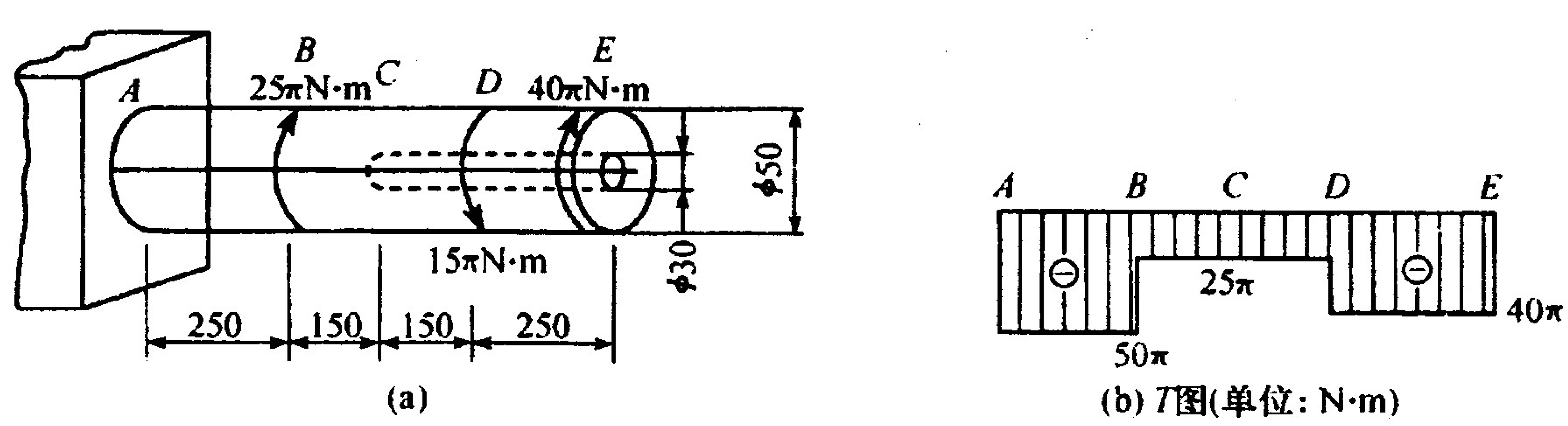


图 7.9

解 这是圆轴扭转强度，刚度计算方面的题目。

(1) 作圆轴扭矩图如图 7.9(b)所示。

(2) 计算取大切应力。可能危险截面为左、右两段，分别计算如下：

DE 段

$$\tau_{\max}=\frac{T}{W_p}=\frac{T}{\frac{\pi D^3}{16}(1-\alpha^4)}=\frac{40\pi\times 16}{\pi\, 50^3\times 10^{-9}(1-0.6^4)}$$

$$=5.88\times10^6(\text{Pa})=5.88(\text{MPa})$$

AB 段

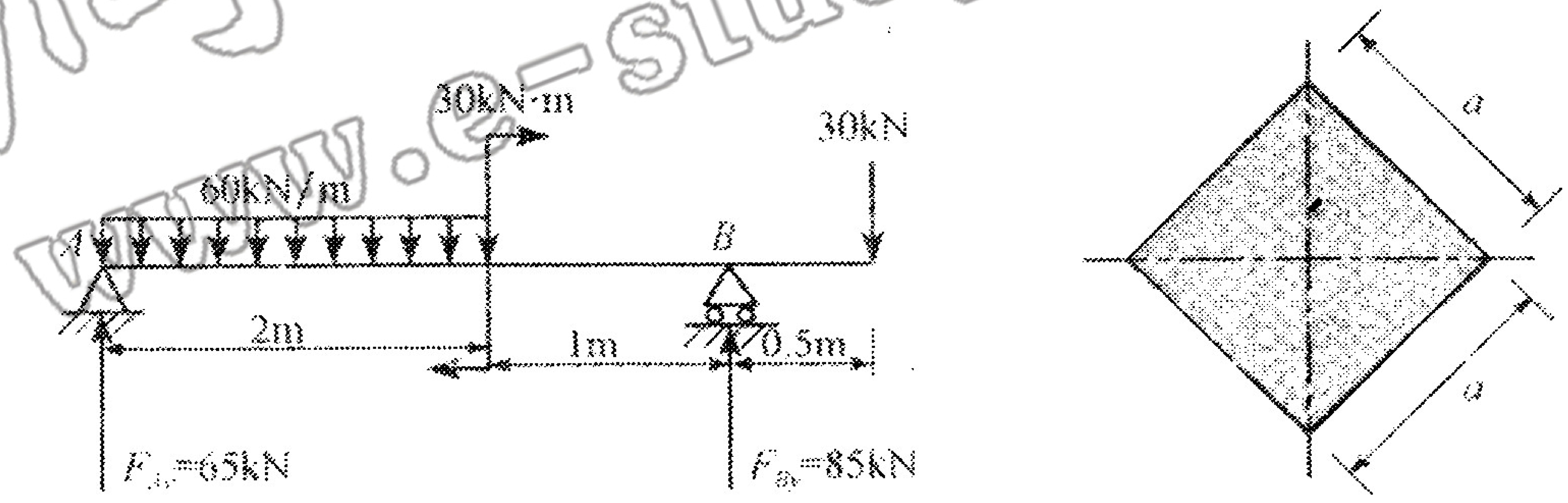
$$\tau_{\max}=\frac{T}{W_p}=\frac{T}{\dfrac{\pi D^3}{16}}=\frac{50\pi\times16}{\pi\times50^3\times10^{-9}}=6.4\times10^6(\text{Pa})=6.4(\text{MPa})$$

(3) 求 AE 的相对转角。代入扭转变形计算公式，得

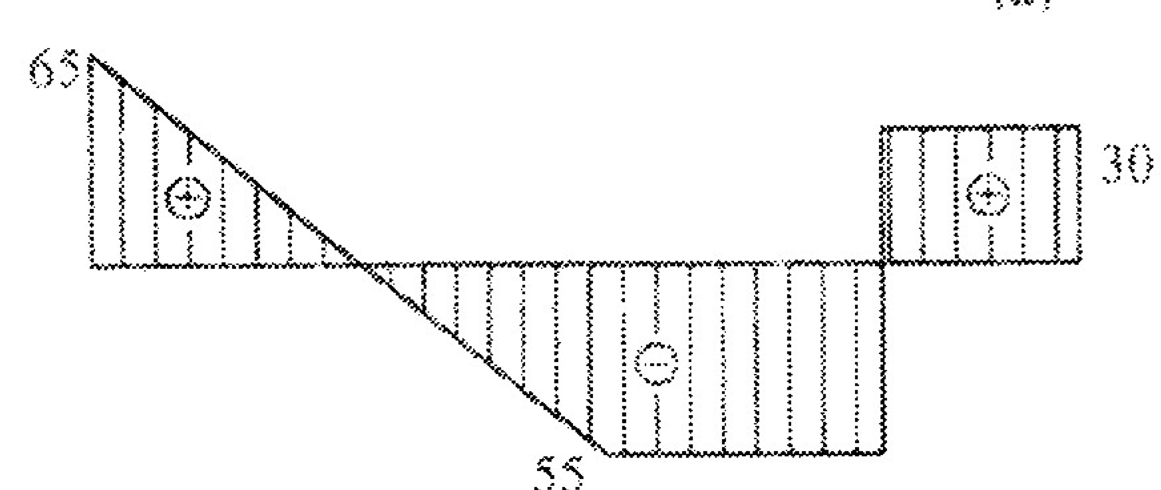
$$\varphi_{AE}=\sum_{i=1}^{4}\frac{T_il_i}{GI_{pi}}=\frac{1}{G}\left(\frac{50\pi\times250\times10^{-3}}{\dfrac{\pi\,50^4}{32}\times10^{-12}}+\frac{25\pi\times150\times10^{-3}}{\dfrac{\pi\,50^4\times10^{-12}}{32}}\right.$$
$$\left.+\frac{25\pi\times150\times10^{-3}}{\dfrac{\pi\,50^4\times10^{-12}}{32}(1-0.6^4)}+\frac{40\pi\times210\times10^{-3}}{\dfrac{\pi\,50^4\times10^{-12}}{32}(1-0.6^4)}\right)$$
$$=\frac{32}{84\times10^9\times50^4\times10^{-12}}\left(50\times0.25+25\times0.15\right.$$
$$\left.+\frac{25\times0.15}{1-0.6^4}+\frac{40\times0.25}{1-0.6^4}\right)$$
$$=0.195(\text{rad})=1.12^\circ$$

点评 ①圆轴扭转最基本的强度，刚度计算，不仅要熟知强度和刚度的计算公式，实心圆轴和空心圆轴的 I_p、W_p 计算应熟记，并与 $I_y(I_z)$、$W_y(W_z)$ 相区别。②刚度计算中弧度与度的区别，本题中仅计算扭转变形，如果用刚度条件进行计算时尤为重要。

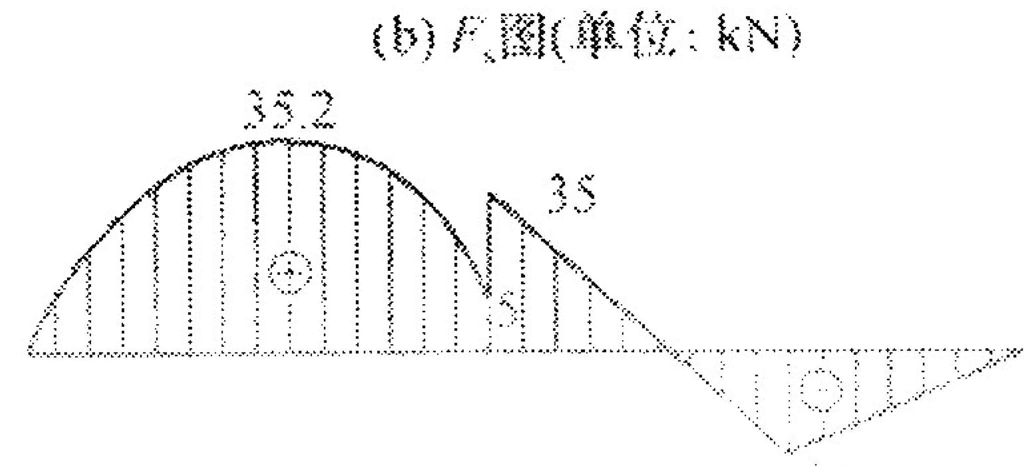
2. 绘图 7.10(a) 所示梁的剪力图和弯矩图，梁截面为正方形，边长 $a=30\text{cm}$。求梁中最大正应力。



(a)



(b) F_s图(单位: kN)



(c) M图(单位: kN·m)

图 7.10

解 这是弯曲正应力计算方面的题目。首先是危险截面的判定。

(1) 作内力图。根据平衡方程 $\sum M_A=0$，即 $F_{By}\times 3=30\times 3.5+30+120\times 1$ 得 $F_{By}=85\text{kN}$，$\sum F_y=0$ 得 $F_{Ay}=65\text{kN}$。作剪力图如图 7.10(b)所示，在 $x=\frac{65}{60}\text{m}$ 处 F_s 为零，则在该面上的弯矩 $M\left(\frac{65}{60}\right)=65\times\frac{65}{60}-\frac{1}{2}60\times\left(\frac{65}{60}\right)^2=35.2\text{kN}\cdot\text{m}=M_{\max}$，该面即为危险截面。

(2) 求最大正应力。截面为正方形，其任意形心轴即为主形心惯性轴且对任意形心主惯性轴的惯性矩恒等，即 $I_y=I_z=I_{y'}=I_{z'}=\frac{a^4}{12}$，而 $y_{\max}=a\times\cos45°=\frac{a}{\sqrt{2}}$。代入弯曲正应力公式，得

$$\sigma_{\max}=\frac{M_{\max}}{I_z}y_{\max}=\frac{35.2\times10^3\times a\times12}{\sqrt{2}a^4}=\frac{35.2\times10^3\times12}{\sqrt{2}\times0.3^3}=11.1\times10^6(\text{Pa})$$

点评 ①还可求出梁上最大切应力。梁中最大剪力为 $F_{s,\max}=65\text{kN}$，在 A 支座的右侧，对于正方形截面，其对中性轴的静矩为

$$S_{z,\max}=A_1y_{c1}=\frac{1}{2}\frac{a}{\sqrt{2}}\times2\times\frac{a}{\sqrt{2}}\times\frac{2}{3}\frac{a}{\sqrt{2}}=\frac{a^3}{3\sqrt{2}},I_z=\frac{a^4}{12},$$

则

$$\tau_{\max}=\frac{F_{s,\max}S_z^*}{I_zb}=\frac{F_{s,\max}\frac{a^3}{3\sqrt{2}}}{\frac{a^4}{12}\times\sqrt{2}a}=\frac{2F_{s,\max}}{a^2}=\frac{2\times65\times10^3}{0.3^2}$$

$$=1.44\times10^6(\text{Pa})=1.44(\text{MPa})$$

② 正方形(及至各种正 n 边形)对形心任一坐标轴均为形心主惯性轴，且 $I_y=I_z=I_{y'}=I_{z'}$(设 y、z 为对称轴，y'、z' 为过形心任意坐标轴)，对此则 $I_y=I_z'=\frac{a^4}{12}$，使计算量大大减少。

3. 如图 7.11 所示，圆弧曲杆 BA(半径为 1m)与直杆 BC 组成一托架，A、B、C 均为铰接，BC 杆为 40mm×80mm 的木柱，稳定安全因数 $n_{st}=3$，$E_w=11\text{GPa}$。试由 BC 杆确定托架的最大载荷(设 $\lambda_{pw}=120$)。

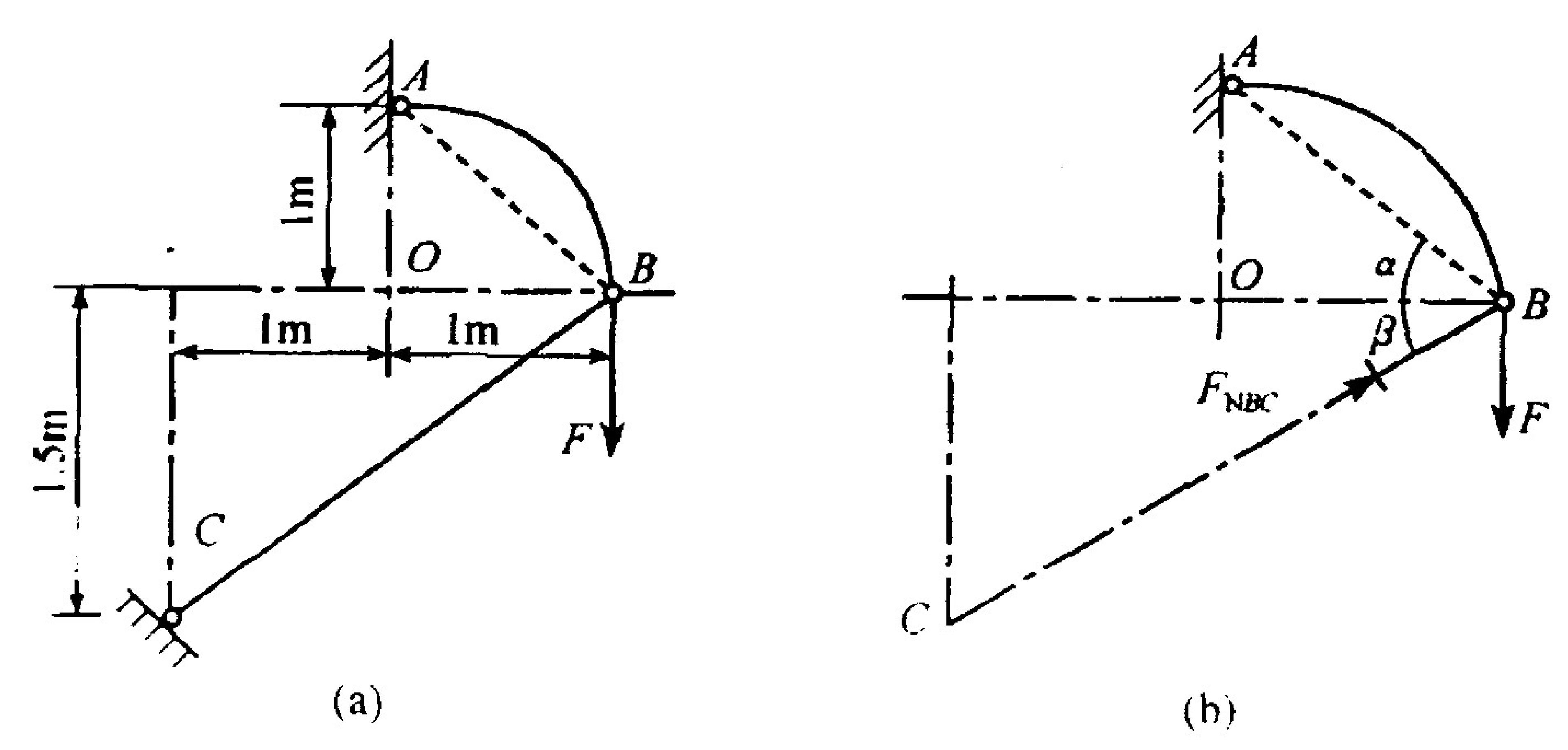


图 7.11

解 题中已知条件知，是由压杆 BC 来确定托架的许可载荷。对 A 点取矩，得

$$\sum M_A=0,\quad 即\ FR=F_{NBC}\cos\alpha(90°-\alpha-\beta)\times\sqrt{2}R$$

而 $\tan\beta=\dfrac{1.5}{2}$故 $\beta=36.9°$，$\alpha=45°$代入上式，得 $F_{NBC}=0.714F$。

BC 杆两端铰支，故 $\mu=1$，$l_{BC}=\sqrt{6.25}\text{m}=2.5\text{m}$

$$I_{\min}=\frac{hb^3}{12}=\frac{80\times40^3}{12}=4.27\times10^5\ (\text{mm}^4)=4.27\times10^{-7}(\text{m}^4)$$

其惯性半径 $i=\sqrt{\dfrac{I_{\min}}{A}}=\sqrt{\dfrac{hb^3}{12}\times\dfrac{1}{bh}}=\dfrac{b}{2\sqrt{3}}=\dfrac{40}{2\sqrt{3}}=11.5(\text{mm})$，$BC$ 杆的柔度

$$\lambda=\frac{\mu l}{i}=\frac{2.5}{11.5\times10^{-3}}=217>\lambda_{pw}$$

BC 为大柔度杆，其临界载荷为

$$F_{cr}=\frac{\pi^2EI}{(\mu l)^2}=\frac{\pi^2\times11\times10^9\times4.27\times10^{-7}}{6.25}=7.42\times10^3(\text{N})=7.42(\text{kN})$$

许可轴力 $[F_N]=\dfrac{F_{cr}}{n_{st}}=2.47\text{kN}$。

故托架的许可载荷为 $F=\dfrac{[F_N]}{0.714}=3.46\text{kN}$。

点评 ①注意压杆柔度的确定，两端支承为球铰支时，I 取 $I_{\min}$ 则 i 最小，故柔度 λ 最大，是最易失稳的平面。②λ 决定临界载荷的计算公式。③由平衡方程得出 $F=f(F_i)$，即外载和结构各杆件和内力关系，一般可确定若干个许可载荷，选最小的即为结构的许可载荷。本题仅由 BC 压杆确定。

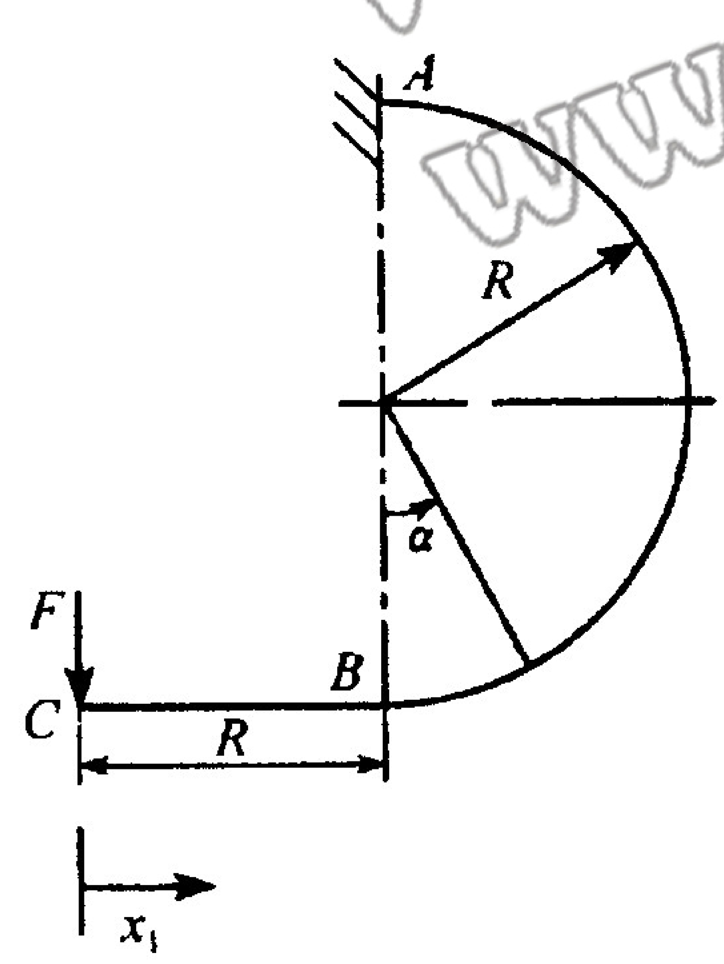


图 7.12

4. 如图 7.12 所示曲梁，A 端固定，全梁 EI 相同，C 端作用集中力 F，试求 C 端的铅垂位移和水平位移（只考虑弯曲作用）。

解 这是用能量法求位移的题目，用卡氏定理、莫尔积分法等均可求解，因为是曲杆，且 C 端有集中力作用，选用莫尔积分法。

(1) 写出各段弯矩方程，并写出沿铅垂方向，水平方向分别加单位力的弯曲方程。

CB 段

$$M(x_1)=-Fx_1,\quad \overline{M}_y(x_1)=-x_1,\quad \overline{M}_x(x_1)=0$$

BA 弧段

$$M(\alpha)=-(FR+FR\sin\alpha)$$

$$\overline{M}_y(\alpha)=-R(1+\sin\alpha),\quad \overline{M}_x(\alpha)=-R(1-\cos\alpha)$$

(2) 积分求铅垂方向的位移 Δ_{Cy}。代入莫尔积分公式得

$$\Delta_{Cy}=\frac{1}{EI}\left[\int_0^R Fx_1^2\mathrm{d}x_1+\int_0^\pi FR^3(1+\sin\alpha)^2\mathrm{d}\alpha\right]$$

$$=\frac{1}{EI}\left[\frac{1}{3}FR^3+\left(\frac{3}{2}\pi+2\right)FR^3\right]=\frac{FR^3}{EI}\left(\frac{3}{2}\pi-\frac{7}{3}\right)$$

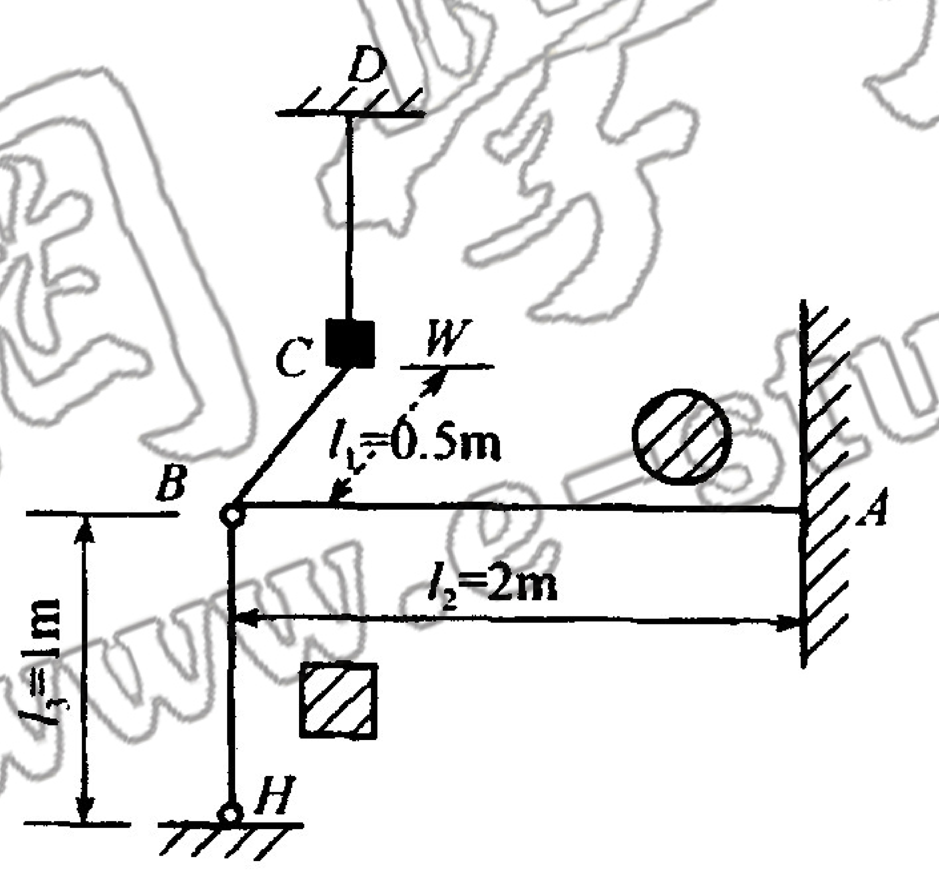
(3) 积分求水平方向的位移 Δ_{Cx}。代入莫尔积分公式得

$$\Delta_{Cx}=\frac{1}{EI}\left[\int_0^R M(x_1)\overline{M}_x(x_1)\mathrm{d}x+\int_0^{\pi} M(\alpha)\,\overline{M}_x(\alpha)R\mathrm{d}\alpha\right]$$

$$=\frac{1}{EI}\int_0^{\pi} FR^3(1+\sin\alpha)(1-\cos\alpha)\mathrm{d}\alpha=\frac{FR^3}{EI}(\pi+1)$$

点评 ①这是典型的用莫尔积分法求位移的题目。因为有曲杆，故直接写出各段内力方程然后代入莫尔积分式求得。②注意单位力的加法即分别沿铅垂及水平方向加单位力，写出 $\overline{M}_y$、($\overline{M}_x$)，分别相乘，然后积分得之。③亦可把 BC 看作悬臂梁，分段刚化，在 B 面作用 $F_y=F$，$M=-Fa$，求出 F_y、M 在 B 点引起的铅垂位移，水平位移和转角，与悬臂梁的对应位移叠加而得铅垂和水平位移。

5. 如图 7.13 所示，ABC 是一直角曲杆，截面直径 $d=100$mm，在 B 点处由 BE 杆稳定支撑，BE 杆截面是边长为 40mm 的正方形。曲杆和支撑杆的材料相同，$E=200$GPa。DC 杆悬挂重物 $W=20$kN，和曲杆在 C 点相接触而无相互作用，由于干扰 DC 杆突然断裂。试用第四强度理论校核曲杆。许用应力 $[\sigma]=160$MPa（计算中可把 BC 看成刚性的）。



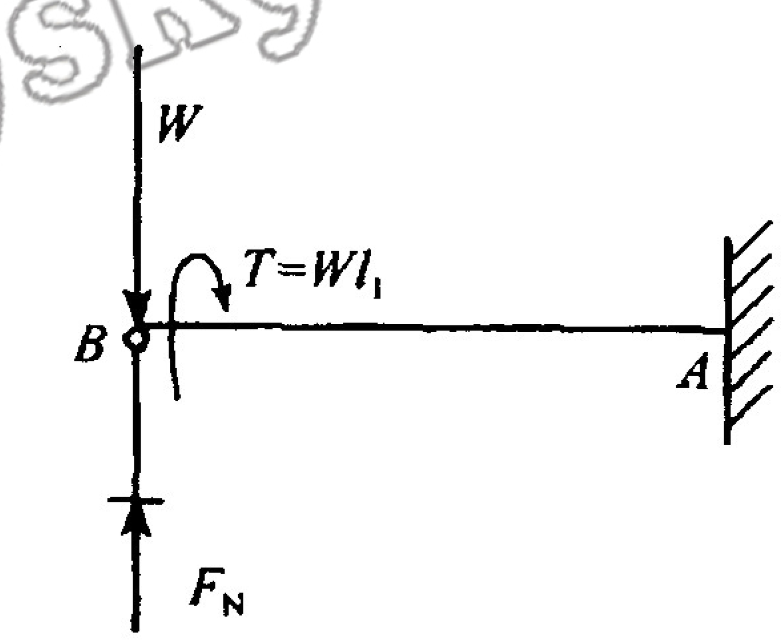


图 7.13

解 这是动载荷、超静定、强度理论综合性题目，要校核强度，首先应解超静定问题。

(1) 解超静定。因为 BC 为刚性，形成对 BA 杆的扭矩 $T=W\cdot l_1$ ($l_1=0.5$m) 并不影响 B 点的位移。在 B 点变形协调条件为 $\Delta_B=\Delta l_{BH}$

设 BH 杆的轴力为 F_N，则

$$\Delta_B=\frac{(W-F_N)l_2^3}{3EI}=\frac{64(W-F_N)\times 8}{3E\pi d^4}$$

BH 杆的缩短为

$$\Delta l_{BH}=\frac{F_N l_3}{EA}=\frac{F_N\times 1^3}{E\times a^2\times 10^{-6}}$$

代入变形协调方程，得

$$\frac{64\times 8(W-F_N)}{3\pi\, 0.1^4}=\frac{F_N}{40^2\times 10^{-6}}$$

解得 $F_N=0.99885W$。

(2) DC 杆的突然断裂。为突加载荷，其动荷因数 $K_d=2$。

(3) 强度理论进行校核。BA 杆中内力 $T_d = K_d \times W \times l_1 = 2Wl_1 = 20\text{kN} \cdot \text{m}$

$$M_{d,\max} = K_d(W - F_R)l_2 = 2 \times (1 - 0.99885) \times 20 \times 10^3 \times 2 = 92(\text{N})$$

$$\sigma_{r,3} = \frac{1}{W}\sqrt{M^2 + 0.75T^2} = \frac{32}{\pi \times 0.1^3}\sqrt{92^2 + 0.75 \times 20^2 \times 10^6}$$

$$= 176.4 \times 10^6(\text{Pa}) = 176.4(\text{MPa})$$

点评 ①DC 杆突然断裂，而重物 W 和曲杆在 C 点断前已接触而无相互作用，故问题相当于突加载荷。②BC 是否刚性杆对解超静定无影响，仅求 C 点位移时，是否刚杆决定是否考虑其自身变形。③熟记圆轴弯扭组合变形时第三、第四强度理论的表达式，以便简化计算。