

## 重庆大学材料力学 (II) 课程试题 A 卷

### 一、 问答题 (20 分, 每小题 5 分)

1、在推导材料力学的某些基本理论和方法时, 需要作一些必要的假设。试列举其中的三个假设。

答: 略;

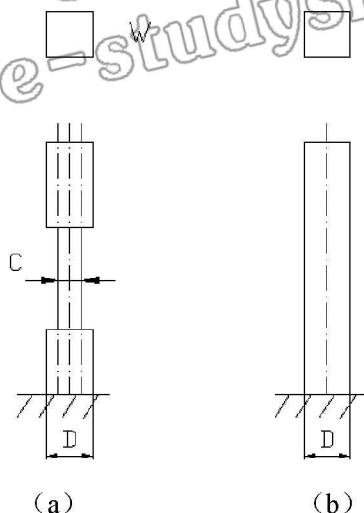
2、对于低碳钢, 何谓  $\sigma_p$  ?

答: 比例极限;

3、工程中经常使用工字梁, 从力学的角度看, 工字梁的优点是什么?

答: 与矩形梁和圆形截面相比, 工字梁的  $W_z / A$  高, 能充分利用材料。

4、图示为材料相同、长度相等的等截面圆杆和变截面圆杆, 试问哪一种杆件承受冲击的能力强? 简述理由。

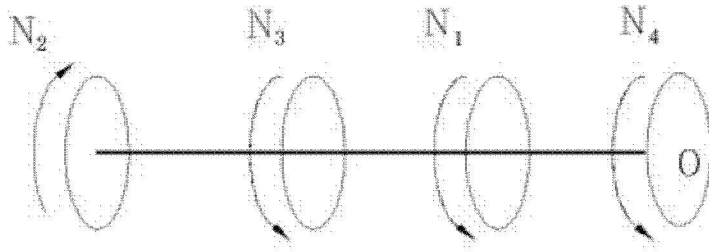


答: 不好定性判别。因为 a 杆的动载系数小于 b 杆的动载系数, 但 a 杆的静应力大于 b 杆的静应力。

二、 图示为内外直径比值  $\alpha = 1/2$  的空心圆轴, 其转速  $n$  为每分钟 300 转, 主动轮输入的功率  $N_1 = 500$  马力, 三个从动轮输出的功率分别为  $N_2 = 150$  马力,  $N_3 = 150$  马力,  $N_4 = 200$  马力。已知材料参数:  $G = 80 \text{ GPa}$ ,  $[\tau] = 40 \text{ MPa}$ ; 单位长度杆的允许扭转角  $[\varphi] = 0.3^\circ / \text{m}$ 。试按照

强度条件和刚度条件选择轴的外径。(15)

提示:  $m = 7024 \frac{N}{n} (N \cdot m)$ ,  $N$  的单位为马力。



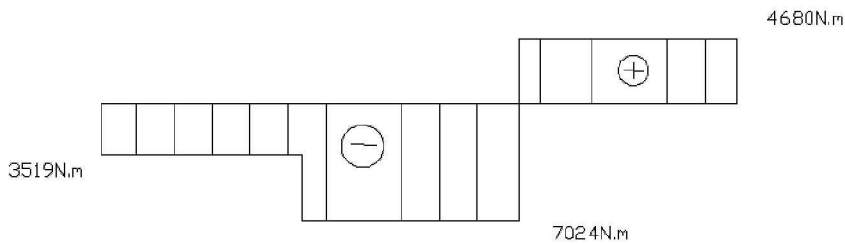
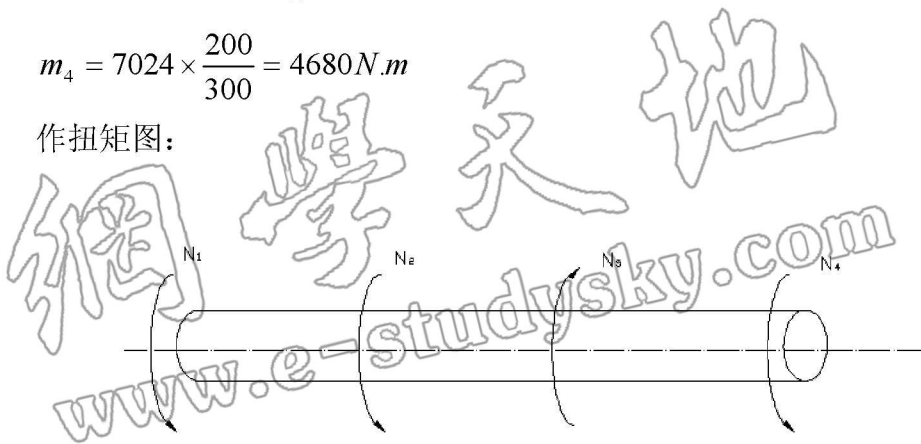
解: 计算作用于各轮上的外力偶矩:

$$m_1 = 7024 \frac{N_1}{n} = 7024 \times \frac{500}{300} = 111700 N \cdot m;$$

$$m_2 = m_3 = 7024 \frac{N_2}{n} = 3512 N \cdot m;$$

$$m_4 = 7024 \times \frac{200}{300} = 4680 N \cdot m$$

作扭矩图:



可见:  $\tau_{\max} = 7024 N \cdot m$

由强度条件: 
$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{W_t} = \frac{16T_{\max}}{\pi D^3 (1 - \alpha^4)} \leq [\tau]$$

$$\text{得: } D \geq \sqrt[3]{\frac{16T_{\max}}{\pi(1-\alpha^4)[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 7024}{\pi \times (1-0.5^4) \times 40 \times 10^6}} = 0.0984m$$

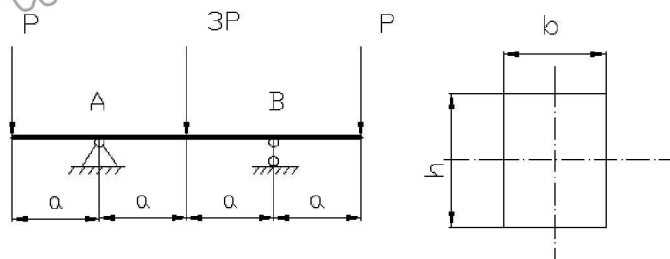
$$\text{由刚度条件: } \varphi_{\max} = \frac{T_{\max}}{GI_p} \times \frac{180}{\pi} \leq [\varphi]$$

$$\text{得: } D \geq \sqrt[4]{\frac{32T_{\max} \times 180}{G\pi^2(1-\alpha^4)[\varphi]}} = 0.1162m$$

取轴得直径为:  $D=120mm$

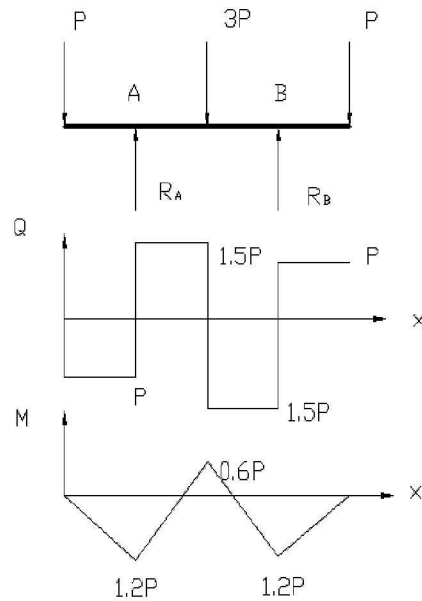
三、 一矩形截面梁如图所示, 已知  $P=10kN$ ,  $a=1.2m$ ; 材料的许用应力  $[\sigma]=10MPa$ . 设梁的高宽比  $h/b=2$ 。(15 分)

- (1) 若只考虑正应力的影响, 指出危险截面并设计梁的截面尺寸。
- (2) 进一步画出危险截面上中性轴处和上、下表面处的单元体应力示意图。



解: 计算 A、B 处约束反力:  $R_A = R_B = 2.5P$

画剪力图和弯矩图, 得 A (右) 和 B (左) 截面为危险截面。



对于 A (右) 截面:  $Q_{\max} = 1.5P$  ,  $M = 1.2P$

由强度条件:  $W \geq \frac{|M_{\max}|}{[\sigma]} = \frac{1.2 \times 10 \times 10^3}{10 \times 10^6} = 1.2 \times 10^{-3} m^3$

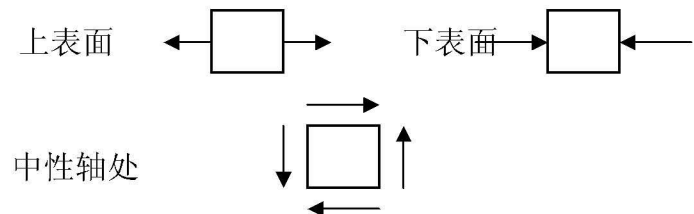
当  $h/b=2$  时,  $W = bh^2/6 = 2b^3/3$  ,

由  $2b^3/3 \geq 1.2 \times 10^{-3}$  , 得  $b \geq 0.126m$  ,  $h = 2b = 0.253m$

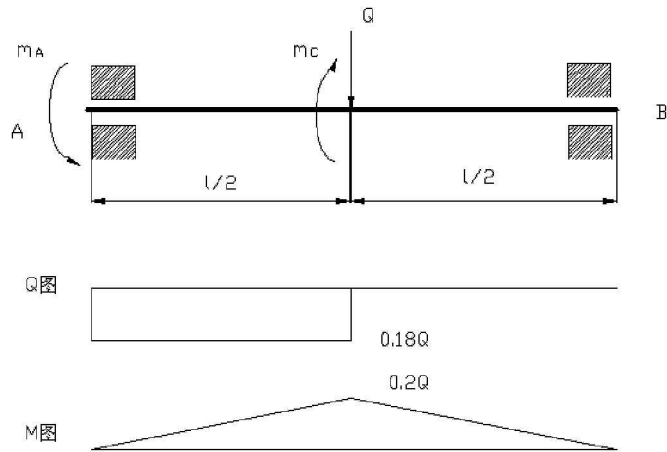
最后选用  $125 \times 250 mm^3$  截面。

对于 B (左) 截面, 计算结果相同。

A (右) 截面上应力示意图:



四、 下图为手摇绞车受集中力  $Q$  与一对扭转力矩  $m_A$  和  $m_B$  的力学模型图。已知  $AB$  轴的直径  $d=3cm$  ,  $l=8cm$  ,  $m_C=0.18Q$  (N.m) , 轴的许用应力  $[\sigma]=80MPa$  。试按第三强度理论计算最大安全载荷  $Q$  。(15 分)

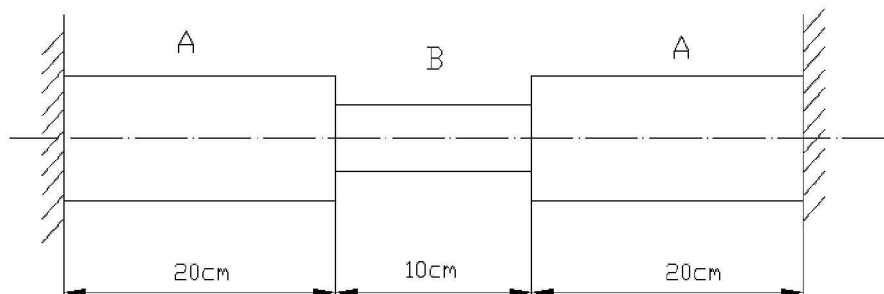


解: 作内力图, 危险截面位于轴中点。

$$M_{\max} = \frac{1}{4}Ql = 0.2Q \quad T_{\max} = 0.18Q$$

由第三强度理论:  $\sigma_{r3} = \frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{W} \leq [\sigma]$  得  $Q \leq 788N$

五、 图示钢杆, 已知横截面面积  $A=2cm^2$ ,  $B=1cm^2$ ; 材料的弹性模量  $E=210GPa$ , 线膨胀系数  $\alpha=12.5 \times 10^{-6} / ^\circ C$ 。当温度升高  $30^\circ C$  时, 试求两杆内的最大应力。(15 分)



解: 由对称性知, 杆左右两端约束反力为大小相等得压力, 记为  $R$

变形几何条件:  $2 \times \Delta l_A + \Delta l_B = \Delta l_T$  (a)

物理条件:  $\Delta l_A = \frac{R l_A}{AE} = \frac{20R \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-4} \times 210 \times 10^9}$  (b)

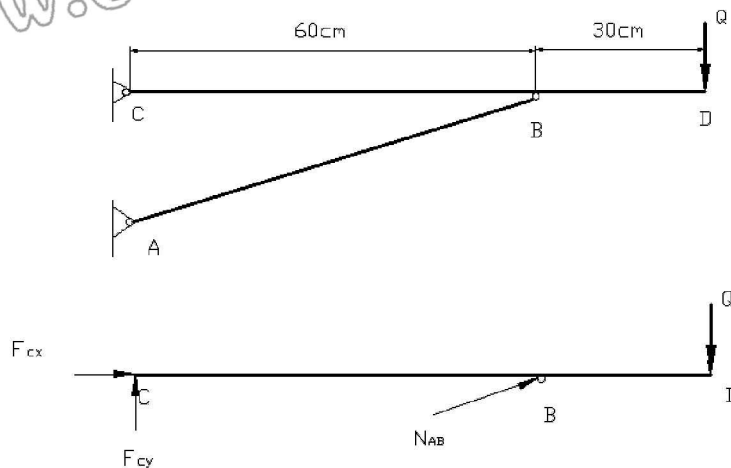
$\Delta l_B = \frac{R l_B}{BE} = \frac{10R \times 10^{-2}}{1 \times 10^{-4} \times 210 \times 10^9}$  (c)

$\Delta l_T = \alpha \times \Delta T \times l = 12.5 \times 10^{-6} \times 30 \times (0.2 + 0.1 + 0.2)$  (d)

将式(b)、(c)和(d)代入式(a), 解出  $R$ , 得  $R = 13105N$  (压力)

杆内最大压应力位于  $B$  段内,  $\sigma_{\max} = -\frac{R}{B} = 131.25MPa$

六、 图示托架中杆  $AB$  的直径  $d = 4cm$ , 长度  $l = 80cm$ , 两端可视为铰支, 材料是  $Q235$  钢 ( $E = 200GPa, a = 310MPa, b = 1.14MPa, \lambda_p = 100, \lambda_s = 61$ )。试按杆  $AB$  的稳定性条件求托架的临界载荷  $Q_{cr}$ 。(20 分)



解: 杆  $AB$  的截面惯性半径:  $i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \frac{d}{4} = 1cm$

杆  $AB$  两端铰支,  $\mu = 1$ ;  $\lambda = \frac{\mu l}{i} = 80$

于是  $\lambda_s < \lambda < \lambda_p$  杆为中柔度杆, 其临界力  $F_{cr}$ 为:

$$F_{cr} = (a - b\lambda)A = (310 - 1.14 \times 80) \times 10^6 \times \frac{\pi(40 \times 10^{-3})^2}{4} = 275kN$$

再取  $CBD$  为研究对象, 由  $\sum M_c = 0$ , 有

$$(30 + 60)Q - N_{AB} \sin \alpha \times 60 = 0, \quad \sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

当  $N_{AB} = F_{cr}$  时, 求得  $Q_{cr}$ :

$$Q_{cr} = \frac{60 \sin \alpha}{30 + 60} \cdot F_{cr} = 121.26kN$$