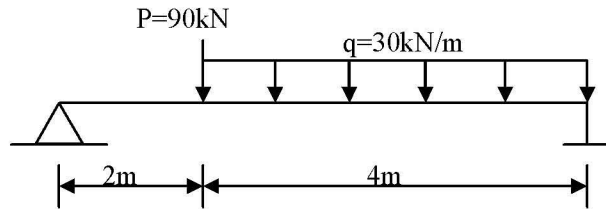


重庆大学材料力学(II)课程试题(A 卷)

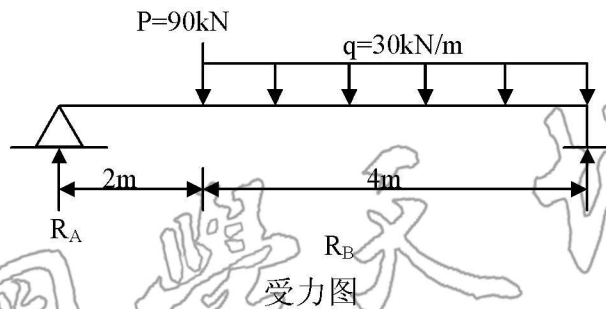
1. 作简支梁的剪力图和弯矩图, 求剪力与弯矩的最大值及所在截面。



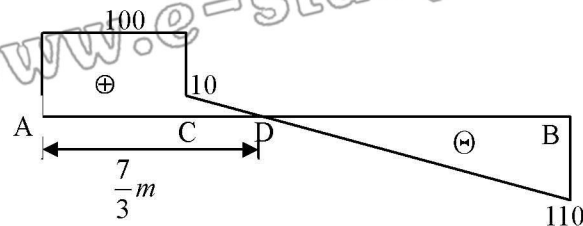
解: (1) 计算梁的支座反力 $\sum m_A = 0$, $R_B \times 6 - 90 \times 2 - 30 \times 4 \times 4 = 0$

$$\sum Y = 0, \quad R_A + R_B - 90 - 30 \times 4 = 0$$

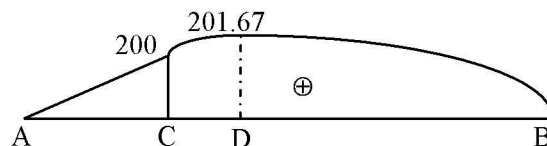
解得 $R_A = 100\text{kN}$, $R_B = 110\text{kN}$



- (2) 作梁的剪力图与弯矩图
 根据支座反力及梁上的载荷, 做 Q、M 图如下



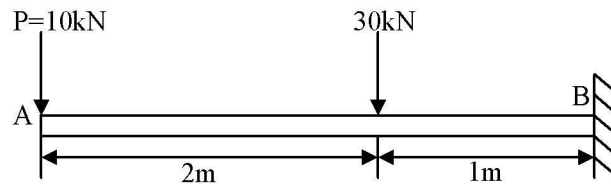
Q 图 (kN)



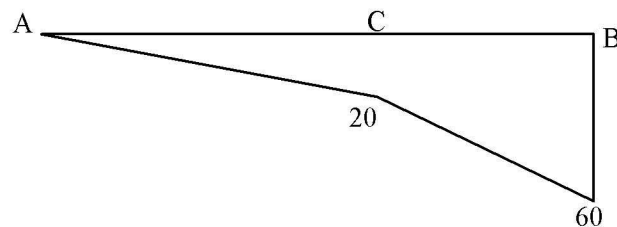
M 图 (kN · m)

2. 悬臂梁 AB 的跨度为 $l = 3\text{m}$, $E = 200\text{GPa}$, 受载荷如图所示。截

面为矩形,高和宽分别为 100mm 和 80mm。如果许用应力为 $[\sigma]=150\text{MPa}$,许用挠度为 $[f]=l/300$,式中 l 为梁 AB 的跨度。求最大挠度和最大正应力,并校核强度和刚度。



解: (1) 校核梁的强度
 作梁的弯矩图



最大弯矩 $M_{\max}=60\text{kN}\cdot\text{m}$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{60 \times 10^6}{\frac{4}{3} \times 10^5} = 450\text{MPa} > [\sigma]$$

梁的强度不够。

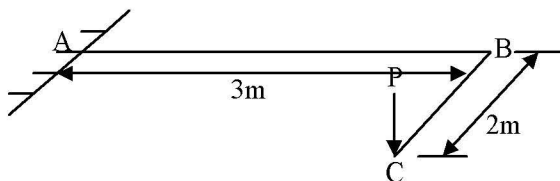
(2) 校核梁的刚度
 梁的最大挠度为

$$\begin{aligned} f_{\max} = f_A &= \frac{P_1 l^3}{3EI} + \frac{P_2 a^2}{6EI} (3l - a) \\ &= \frac{1}{3 \times 200 \times \frac{2}{3} \times 10^7} \times [10 \times 3^3 + \frac{1}{2} \times 30 \times 1 \times (3 \times 3 - 1)] \times 10^9 = 97.5\text{mm} > [f] \end{aligned}$$

故梁的刚度不够。

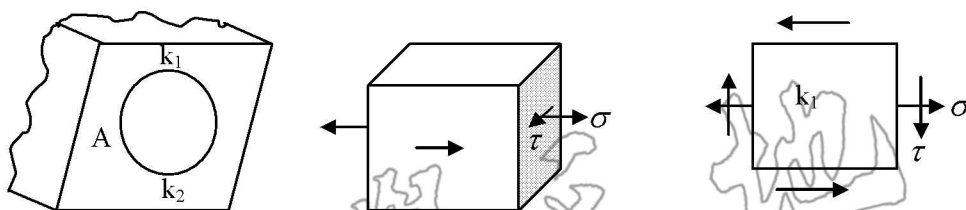
3. 折杆 ABC, 受竖向力 $P=5\text{kN}$, 杆截面为圆, 直径为 $d=100\text{mm}$ 。AB 与 BC 在同一水平面上, 且相互垂直。许用应力为 $[\sigma]=160\text{MPa}$ 。试指出最危险点, 画该点体元的应力图(列出图中应力分量的算式),

体元的视图选用从外部向柱面的正视图。按第三强度理论(即最大剪应力理论)校核强度。



解:(1) 危险截面与危险点的确定

固定端截面A的右侧为危险截面,其上下边缘 k_1 、 k_2 为危险点,该点单元体及应力图为



(2) 强度校核

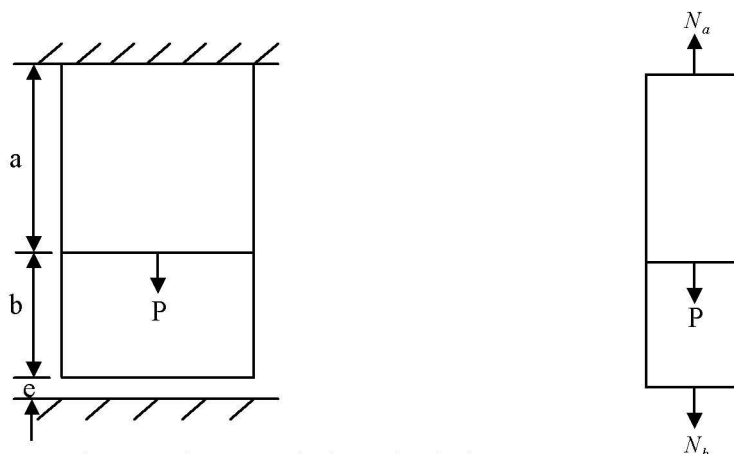
危险截面A上的弯矩M、扭矩T分别为

$$M = Pl = 5 \times 3 = 15 \text{ kN} \cdot \text{m}, \quad T = Pa = 5 \times 2 = 10 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{由第三强度理论 } \sigma_{k_1} = \frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{W} = \frac{\sqrt{15^2 + 10^2} \times 10^6}{3.14 \times 100^3 / 32} = 183.6 \text{ MPa} > [\sigma]$$

故构件强度不够。

4. 等截面直杆上端固定,横截面面积为 $2 \times 10^3 \text{ mm}^2$ 。杆的上段为钢, $E_a = 200 \text{ GPa}$, $b = 200 \text{ mm}$ 。载荷P作用于钢—铜界面的中心。当 $P = 0$, 杆的下端与刚性支座之间的间隙为 $e = 0.06 \text{ mm}$ 。求载荷 $P = 80 \text{ kN}$ 产生于各段上的轴力。



解: (1) 判断直杆下端是否能接触刚性支座

$$N_a = P, \quad N_b = 0$$

$$\Delta l = \frac{N_a a}{E_a A} + \frac{N_b b}{E_b A} = \frac{Pa}{E_a A} = 0.08 \text{ mm} > e$$

直杆的下端要接触到刚性支座

(2) 计算直杆下端接触刚性支座以后, 各段的轴力

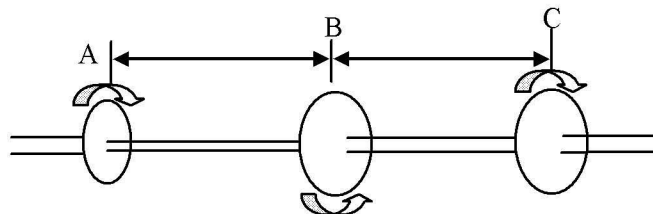
设轴力为 N_a 、 N_b ,

$$\text{由平衡方程 } \sum y = 0, N_a - P - N_b = 0 \quad (1)$$

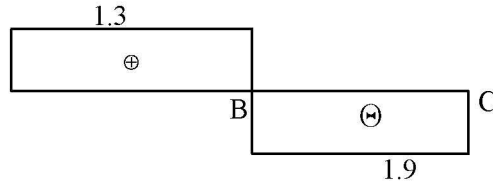
$$\text{由变形协调方程 } \Delta l = e, \quad \Delta l = \frac{N_a a}{E_a A} + \frac{N_b b}{E_b A} = e \quad (2)$$

由 (1)、(2) 解得 $N_a = 70 \text{ kN}$, $N_b = -10 \text{ kN}$ 。

5. 一根轴上有三个皮带轮。AB 段轴电直径为 50mm, BC 段直径为 72mm。已知 $(m_n)_A = 1.3 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $(m_n)_B = 3.2 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $(m_n)_C = 1.9 \text{ kN} \cdot \text{m}$ 。作扭矩图并求轴中最大剪应力和最大正应力, 并说明最大正应力的方向。



解: (1) 作传动轴的扭矩图



外力偶矩 $(m_n)_A = 1.3 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $(m_n)_B = 3.2 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $(m_n)_C = 1.9 \text{ kN} \cdot \text{m}$, 扭矩图如下

(2) 计算剪应力

AB段 $T_1 = 1.3 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $d_1 = 50 \text{ mm}$, $\tau_1 = \frac{T_1}{W_{t_1}} = \frac{T_1}{\pi d_1^3 / 16} = 53 \text{ MPa}$;

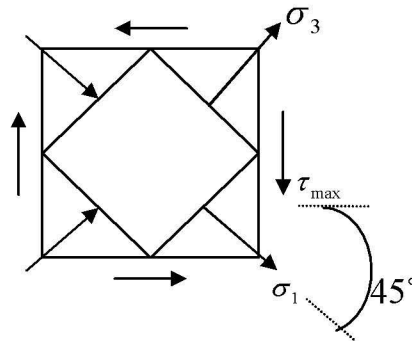
CB段 $T_2 = 1.9 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $d_2 = 72 \text{ mm}$, $\tau_2 = \frac{T_2}{W_{t_2}} = \frac{T_2}{\pi d_2^3 / 16} = 26 \text{ MPa}$ 。

所以 $\tau_{\max} = 53 \text{ MPa}$

(3) 计算最大正应力

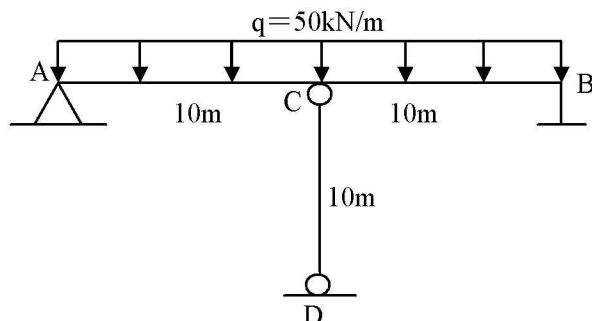
危险点处于纯剪应力状态, $\sigma_1 = \tau_{\max} = 53 \text{ MPa}$

所以 $\sigma_{\max} = 53 \text{ MPa}$ 。



6. 简支梁受均布载荷 $q = 50 \text{ kN/m}$, 跨度 $L = 20 \text{ m}$ 。为了增加刚度, 于跨的中点下缘, 用钢管柱竖直支撑。钢管的外缘直径、壁厚和高度分别为 $d = 200 \text{ mm}$ 、 $t = 10 \text{ mm}$ 、 $h = 10 \text{ m}$ 。钢管的弹性模量和比例极限分别为 $E_g = 200 \text{ GPa}$ 和 $\sigma_p = 180 \text{ MPa}$ 。钢管的两端用球铰分别与梁和固定支座连接。设钢管稳定安全因数为 $n_{st} = 1.8$, 梁截面的抗弯刚度为

$E_l I_l = E_g A_g l^3 / (240h)$, 式中 A_g 为钢管柱的截面面积。试作出所述问题的模型图, 求钢管的轴力, 并校核受压钢管柱的稳定性。



解: (1) 计算钢管的轴力

结构为一次静不定系统, 去掉二力杆CD, 用约束反力 R_C 代替, 得到结构变形协调方程为

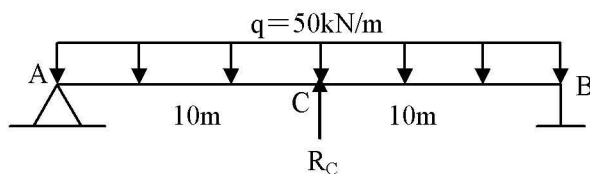
$$f_C = \Delta l_{CD} \quad (1)$$

$$f_C = \frac{5ql^4}{384E_l I_l} - \frac{R_C l^3}{48E_l I_l}, \text{ 钢管 CD 的轴力 } N = R_C$$

$$\Delta l_{CD} = \frac{Nh}{E_g A_g} = \frac{R_C h}{E_g A_g}, \quad E_l I_l = E_g A_g l^3 / (240h),$$

代入式 (1) 得 $\frac{5}{384}ql - \frac{R_C}{48} = \frac{R_C}{240}$, 可解得 $R_C = 520.8 \text{ kN}$

所以钢管的轴力 $N = 520.8 \text{ kN}$, 为压应力



(2) 校核钢管的稳定性

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}} = 1.04.72,$$

$$i = \sqrt{I/A} = \sqrt{D^2 + d^2} / 4 = 67.27 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{\mu l_{CD}}{i} = 148.65 > \lambda_p, \quad \text{CD 为大柔度杆。}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = 89.33 \text{ MPa}, \quad \text{临界压力 } N_{cr} = \sigma_{cr} A = 533.2 \text{ kN}$$

$$\text{稳定安全系数 } n_{st} = \frac{N_{cr}}{N} = 1.024 < [n_{st}]$$

所以钢管 CD 不满足稳定性条件, 即稳定性不够