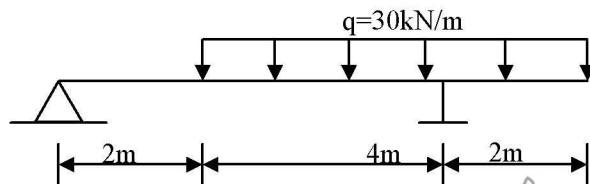


重庆大学材料力学(I)课程试题(A 卷)

1. 作外伸梁的剪力图和弯矩图, 求剪力与弯矩的最大值及所在截面。

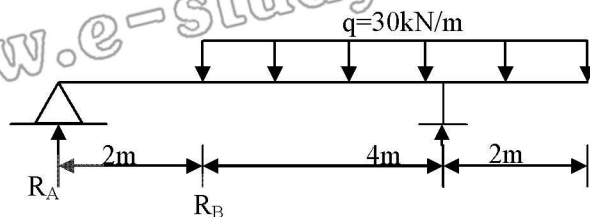


解: (1) 计算梁的支座反力 $\sum m_B = 0$, $30 \times 6 \times (3-2) - R_A \times 6 = 0$;

$$\sum Y = 0, \quad R_A + R_B - 30 \times 6 = 0$$

解得

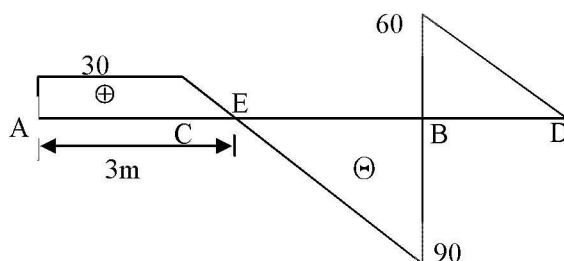
$$R_A = 30 \text{ kN}, \quad R_B = 150 \text{ kN}$$



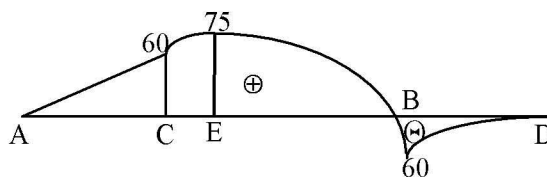
受力图

- (2) 作梁的剪力图与弯矩图

根据支座反力及梁上的载荷, 做 Q、M 图如下

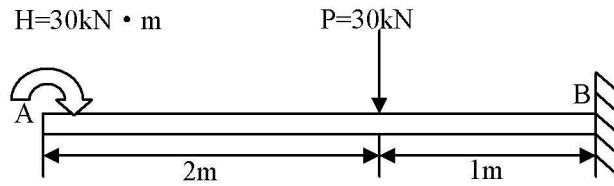


Q 图 (kN)

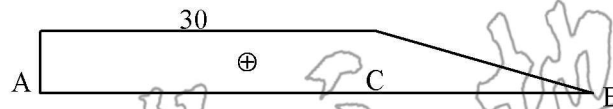


M 图 (kN · m)

2. 悬臂梁 AB 的跨度为 $l=3$ 米, $E=200\text{GPa}$, 受载荷如图所示。截面为矩形, 高和宽分别为 100mm 和 80mm 。如果许用应力为 $[\sigma]=150\text{MPa}$, 许用挠度为 $[f]=l/300$, 式中 l 为梁 AB 的跨度。求最大挠度和最大正应力, 并校核强度和刚度。



解: (1) 校核梁的强度
作梁的弯矩图



最大弯矩 $M_{\max}=30\text{kN} \cdot \text{m}$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{30 \times 10^6}{\frac{4}{3} \times 10^5} = 225\text{MPa} > [\sigma]$$

梁的强度不够。

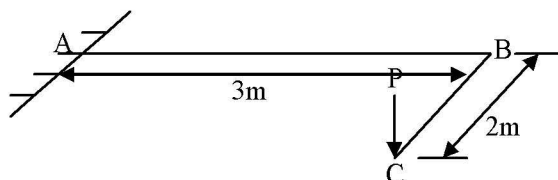
(2) 校核梁的刚度
梁的最大挠度发生在 A 端

$$\begin{aligned} f_{\max} = f_A &= \frac{m_1 l^2}{2EI} - \frac{P a^2}{6EI} (3l - a) \\ &= \frac{1}{2 \times 200 \times \frac{2}{3} \times 10^7} \times \left[30 \times 3^2 - \frac{1}{3} \times 30 \times 1 \times (3 \times 3 - 1) \right] \times 10^9 = 71.25\text{mm} > [f] = \frac{l}{300} = 10 \end{aligned}$$

故梁的刚度不够。

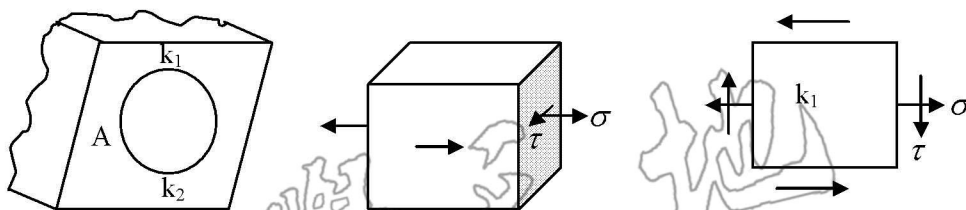
3. 折杆 ABC, 受竖向力 P , 杆截面为圆, 直径为 $d=100\text{mm}$ 。AB 与 BC 在同一水平面上, 且相互垂直。画出截面 A 外边缘的最上点和

中部点体元的应力图和莫尔圆。体元的视图选用从外部向柱面的正视图。如果许用应力为 $[\sigma] = 160\text{MPa}$, 按第三强度理论(即最大剪应力理论)求许用载荷 $[P]$ 。



解: (1) 计算许用载荷

固定端截面A的右侧为危险截面, 其上下边缘 k_1 、 k_2 为危险点, 该点应力单元体为



危险截面A上的弯矩 M 、扭矩 T 分别为

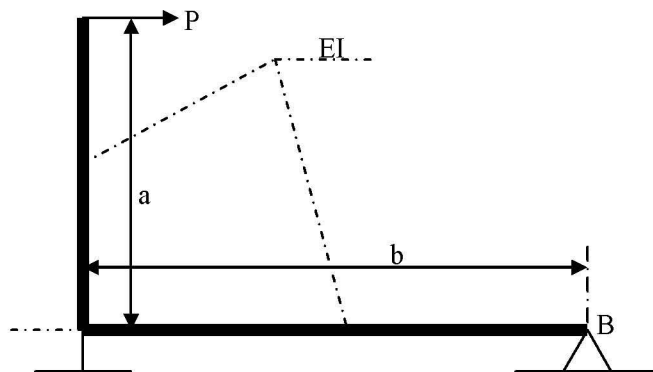
$$M = Pl, \quad T = Pa$$

$$\text{由第三强度理论 } \sigma_{r3} = \frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{W} = \frac{P\sqrt{l^2 + a^2}}{\pi d^3 / 32} \leq [\sigma]$$

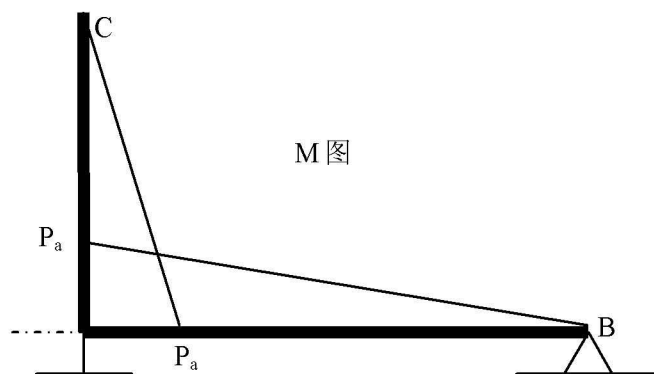
$$\text{解得 } P \leq \frac{\pi d^3 [\sigma]}{32\sqrt{l^2 + a^2}} = 4.36\text{kN}$$

故梁的许用载荷 $[P] = 4.36\text{kN}$ 。

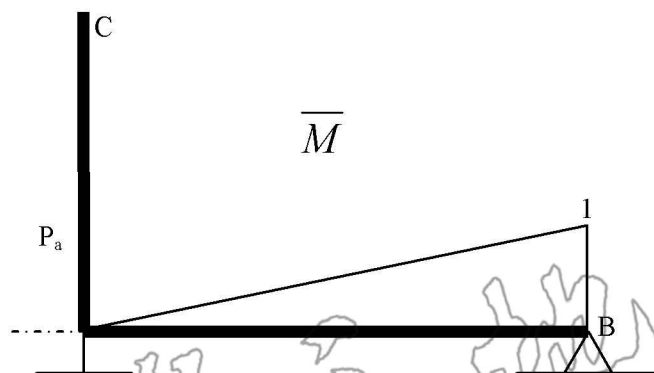
4. 平面框架受力 P 作用, 求水平杆点B处的截面转角。



解: (1) 作钢架弯矩图 M



在支座 B 加上一个单位力偶, 做弯矩图 \overline{M}



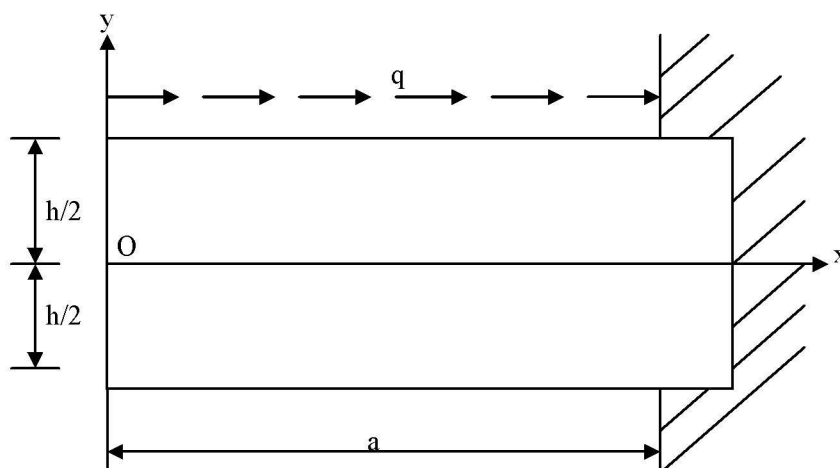
(2) 计算截面 B 的转角 θ_B

利用上面两幅弯矩图, 由莫尔定理 $\theta_B = \sum \frac{w_i \overline{M}_{ci}}{EI}$

$$w_1 = \frac{1}{2} Pab, \quad \overline{M}_{c1} = \frac{1}{3} \times 1,$$

$$\text{得 } \theta_B = \frac{w_1 \overline{M}_{c1}}{EI} = \frac{Pab}{6EI} \quad (\text{逆时针}).$$

5. 矩形截面直杆右端嵌入支承, 左端悬空, 上部表面受外加的切向均布面力 q (单位 N/m^2) 的作用, 取弹性模量为 E 。求: (1) 轴力和弯矩的分布; (2) 挠曲线方程。



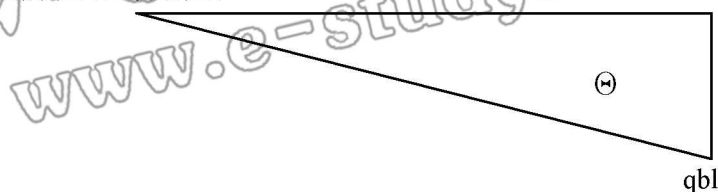
解: 计算横截面上的轴力和弯矩, 利用力的平移定理, 将梁上的分布力向轴线简化, 附加分布力偶矩为 $m = \frac{qh}{2}$ 。

由平衡方程计算横截面上的轴力和弯矩:

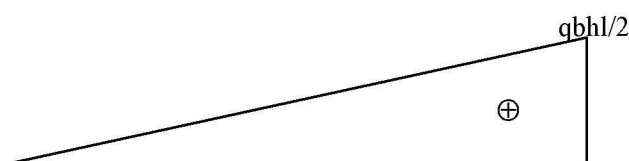
$$\sum X = 0, qbx + N(x) = 0, \text{ 得 } N(x) = -qbx$$

$$\sum m_o = 0, -mbx + M(x) = 0, \text{ 得 } M(x) = \frac{qbhx}{2}$$

做梁的轴力图和弯矩图:



N 图



M 图

(2) 梁的挠曲线方程

梁的挠曲线近似微分方程: $EIy'' = M(x) = \frac{qbhx}{2}$,

$$\text{积分得 } EI\theta = \frac{qbhx^2}{4} + C \quad (1)$$

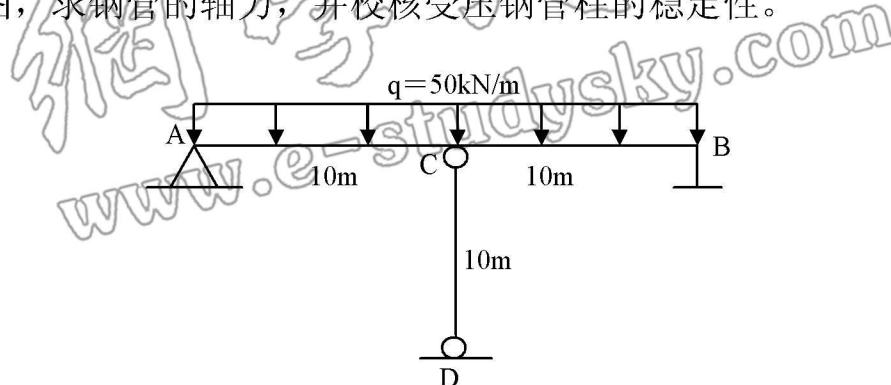
$$EIy = \frac{qbhx^3}{12} + Cx + D \quad (2)$$

由梁的边界条件 $\theta|_{x=l} = 0$, 代入 (1) 得 $C = -\frac{qbhl^2}{4}$

$$y|_{x=l} = 0, \text{ 代入 (2) 得 } D = \frac{qbhl^3}{6}$$

$$\text{所以梁的挠曲线方程为 } y = \frac{qbh}{12EI}(x^3 - 3l^2x + 2l^3) = \frac{q}{Eh^2}(x^3 - 3l^2x + 2l^3)。$$

6. 简支梁受均布载荷 $q=50\text{kN/m}$ ，跨度 $L=20\text{m}$ 。为了增加刚度，于跨的中点下缘，用钢管柱竖直支撑。钢管的外缘直径、壁厚和高度分别为 $d=200\text{mm}$ 、 $t=10\text{mm}$ 、 $h=10\text{m}$ 。钢管的弹性模量和比例极限分别为 $E_g=200\text{GPa}$ 和 $\sigma_p=180\text{MPa}$ 。钢管的两端用球铰分别与梁和固定支座连接。设钢管稳定安全因数为 $n_{st}=1.8$ ，梁截面的抗弯刚度为 $E_l I_l = E_g A_g l^3 / (240h)$ ，式中 A_g 为钢管柱的截面面积。试作出所述问题的模型图，求钢管的轴力，并校核受压钢管柱的稳定性。



解：(1) 计算钢管的轴力

结构为一次静不定系统，去掉二力杆CD，用约束反力 R_C 代替，得到结构变形协调方程为

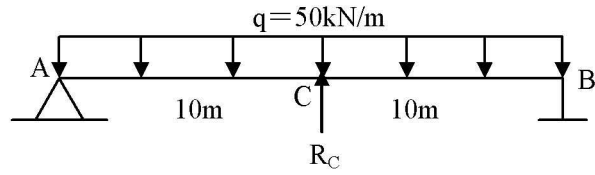
$$f_C = \Delta l_{CD} \quad (1)$$

$$f_C = \frac{5ql^4}{384E_l I_l} - \frac{R_C l^3}{48E_l I_l}, \text{ 钢管 CD 的轴力 } N=R_C$$

$$\Delta l_{CD} = \frac{Nh}{E_g A_g} = \frac{R_C h}{E_g A_g}, \quad E_l I_l = E_g A_g l^3 / 240h,$$

$$\text{代入式 (1) 得 } \frac{5}{384}ql - \frac{R_C}{48} = \frac{R_C}{240}, \text{ 可解得 } R_C = 520.8\text{kN}$$

所以钢管的轴力 $N=520.8\text{kN}$ ，为压应力



(2) 校核钢管的稳定性

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}} = 104.72,$$

$$i = \sqrt{I/A} = \sqrt{D^2 + d^2} / 4 = 67.27 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{\mu l_{CD}}{i} = 148.65 > \lambda_p, \quad \text{CD 为太柔度杆。}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = 89.33 \text{ MPa}, \quad \text{临界压力 } N_{cr} = \sigma_{cr} A = 533.2 \text{ kN}$$

$$\text{稳定安全系数 } n_{st} = \frac{N_{cr}}{N} = 1.024 < [n_{st}]$$

所以钢管 CD 不满足稳定性条件, 即稳定性不够。