

重庆大学硕士学位研究生入学考试材料力学科目

考 研 复 习 资 料

简 要 说 明

应广大参加我校硕士学位研究生入学考试的考生要求, 我们材料力学教学小组从1999年开始举办材料力学考试科目的考研复习班。小组委派教学经验丰富的教师, 根据学校指定的考研复习教材, 在进行归纳串讲教材内容的同时, 将对研究生入学考试的重点、难点和技巧, 作出较为深入的剖析与说明。两年实践表明该班卓有成效。

本资料为复习时归纳剖析材料力学考研内容和重点, 附有部分习题供参考。

目 录

1. 1995年硕士学位研究生入学考试材料力学试题	2
2. 1996年硕士学位研究生入学考试材料力学试题	6
3. 1997年硕士学位研究生入学考试材料力学试题	10
4. 1998年硕士学位研究生入学考试材料力学试题	14
5. 1999年硕士学位研究生入学考试材料力学试题	18
6. 1995年硕士学位研究生入学考试材料力学试题解答	22
7. 1996年硕士学位研究生入学考试材料力学试题解答	29
8. 1997年硕士学位研究生入学考试材料力学试题解答	35
9. 1998年硕士学位研究生入学考试材料力学试题解答	43
10. 1999年硕士学位研究生入学考试材料力学试题解答	50
11. 2000年硕士学位研究生入学考试材料力学试题	59
12. 2000年硕士学位研究生入学考试材料力学试题解答	63
13. 2001年硕士学位研究生入学考试材料力学试题	70
14. 2001年硕士学位研究生入学考试材料力学试题解答	74

重庆建筑大学

一九九五年硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：材料力学（一）

共 4 页

考生注意：请在答题纸上答题，在试题上答题无效

一、单项选择题（每小题2分，共16分）。从备选答案中选出正确答案，并将其番号填入括号内。

1. 轴向拉(压)正应力公式 $\sigma = N/A$ 的适用条件是 (D)。
 (A) 小变形 (B) 在比例极限内
 (C) 超过屈服极限 (D) 等直杆且外力作用线沿杆轴

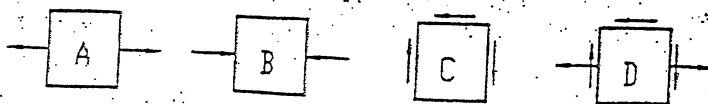
2. 从低碳钢拉伸 $\sigma-\epsilon$ 曲线与压缩 $\sigma-\epsilon$ 曲线可见 (C)。
 (A) 弹性阶段相同 (B) 屈服阶段相同
 (C) 弹性与屈服两阶段均相同 (D) 四个阶段均相同

3. 截面的形心轴是 (B)。
 (A) 使截面惯性矩为零的轴 (B) 使截面静矩为零的轴
 (C) 使截面惯性积为零的轴 (D) 使截面极惯性矩为零的轴

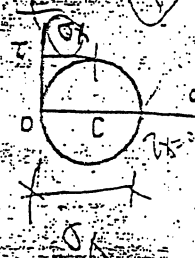
4. 使铸铁压缩破坏的主要原因是 (D)。
 (A) $\sigma_{\max} > [\sigma]$ (B) $\tau_{\max} > [\tau]$
 (C) $\sigma_1 > [\sigma]$ (D) $\sigma_3 > [\sigma]$

5. 如果梁上某段承受均布荷载，那么该段的挠曲线是 (B)。
 (A) 一次直线 (B) 二次曲线
 (C) 三次曲线 (D) 四次曲线

6. 指出与图示应力圆对应的单元体是 (A)。



题 1-6 图



7. 当偏心压力作用在截面核心的周界上时,截面上中性轴将()

- (A) 通过截面的形心 (B) 通过截面的形心另一侧
(C) 与截面周边相切 (D) 通过无穷远处

8. 中心压杆稳定条件 $N/\varphi A \leq [\sigma]$ 中的折减系数,与()

- (A) 材料有关 (B) 支承条件有关
(C) 截面尺寸和形状有关
(D) 材料,截面几何尺寸,压杆长度及支承条件有关

二、填空题 (每填一空1分,共4分)

1. 材料在线性弹性范围内,正应力与正应变成线性关系,横向应变与纵向应变的比值为 ν

2. 通过低碳钢拉伸试验,确定两个强度指标为屈服极限和抗拉强度,一个刚度指标是弹性模量

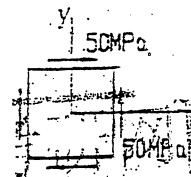
3. 若主轴的原点在截面形心,则此轴称为形心轴,截面对该轴的惯性矩称为形心惯性矩

4. 矩形截面杆受扭时,其周边各点剪应力的方向沿周边切线,而四个角点的剪应力为零

5. 强度理论的任务,是解决复杂应力状态的强度计算问题

6. 一般情况下,压杆将在与 λ_{max} 对应的平面内失稳

7. 图示单元体的主应力 $\sigma_1 =$ 50MPa,主平面方位 $\alpha_0 =$ 45^\circ,最大剪应力 $\tau_{max} =$ 50MPa



三、

试求图示刚体AB杆中点C的竖向位移 δ_C 。已知 $P=40\text{kN}$, 截面积 $A_1=100\text{mm}^2$, $A_2=200\text{mm}^2$, 弹性模量 $E_1=E_2=2 \times 10^5 \text{MPa}$ 。(6分)

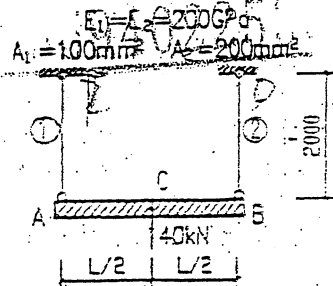
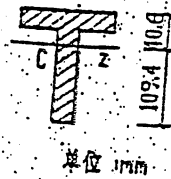
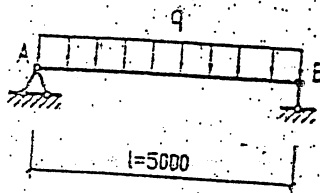


图 3 图

四

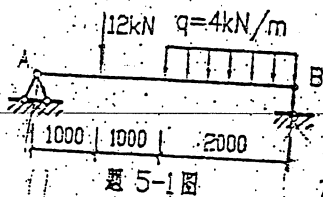
图示I形截面简支梁, 已知材料的容许拉应力 $[\sigma_t] = 80 \text{ MPa}$, 容许压应力 $[\sigma_c] = 160 \text{ MPa}$, 截面对形心轴Z的惯性矩 $I_z = 735 \times 10^4 \text{ mm}^4$, 试根据强度条件确定梁的许用荷载 $[q]$. (8分)



题 4 图

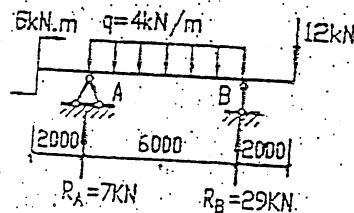
试用简便方法绘梁和刚架的内力图..

1. 绘梁的剪力图和弯矩图 (6分)



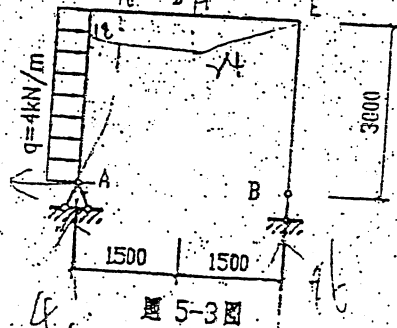
题 5-1 图

2. 绘外伸梁的剪力图和弯矩图 (6分)



题 5-2 图

3. 绘刚架的弯矩图、剪力图和轴力图 (8分)



题 5-3 图

六

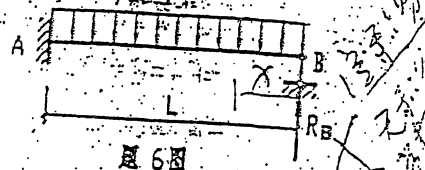
试用卡氏第二定理求解图示一次超静定梁AB的支座反力 R_B , 已知该梁的抗弯刚度EI为常数. (6分)

$$V_B = \frac{\partial U}{\partial R_B} = 0 \quad M(x) = R_B x - \frac{qx^2}{2}$$

$$\frac{\partial U}{\partial R_B} = \int_0^L \frac{1}{EI} \left(R_B x - \frac{qx^2}{2} \right) \frac{\partial}{\partial R_B} \left(R_B x - \frac{qx^2}{2} \right) dx = \int_0^L \frac{1}{EI} \left(R_B x - \frac{qx^2}{2} \right) x dx$$

$$= \frac{1}{EI} \left(R_B \frac{x^2}{2} - \frac{qx^3}{6} \right) \Big|_0^L = \frac{1}{EI} \left(\frac{R_B L^2}{2} - \frac{qL^3}{6} \right) = 0$$

$$R_B = \frac{qL}{3}$$



题 6 图

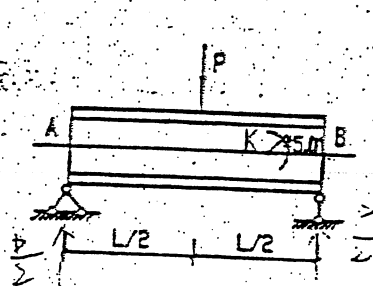
七、

图示工字形钢梁的抗弯刚度为 EI_z ，泊松比为 μ ，腹板厚 d ，中性轴 Z 以上的截面对 Z 轴的静矩 S_{zmax} ，测得中性层上 K 点处沿 45° 方向的线应变为 ϵ_{45} ，试求梁上所作用的荷载 P 。(10分)

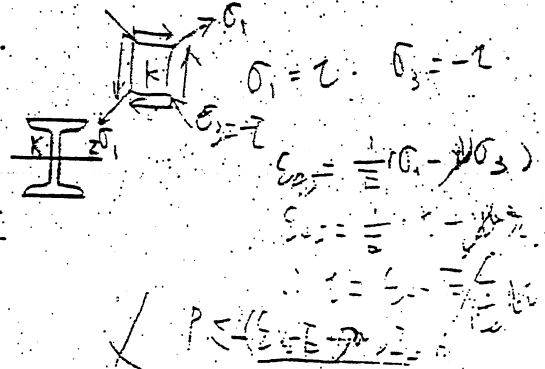
$$I_z = \frac{VS_{zmax}^2}{I_z b}$$

$$y = \frac{P}{2}$$

$$\frac{P}{b} \leq \frac{\sigma_{1,2}}{S_{zmax}}$$



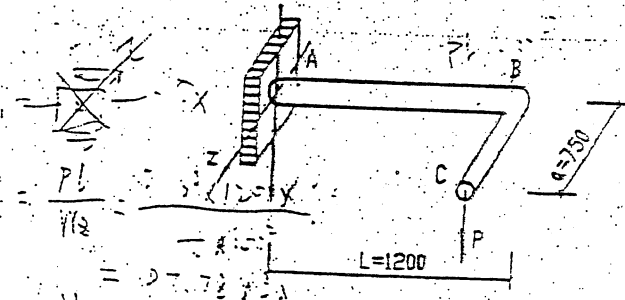
题 7 图



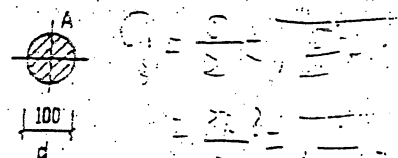
八、

圆形截面折杆受力如图所示，已知 $l=1.2m$ ， $a=0.75m$ ，折杆直径 $d=100mm$ ， $P=8kN$ ，钢材的容许应力 $[\sigma]=160MPa$ 。(10分)

- (1) 绘制固定端截面A点处的应力状态图；
- (2) 求出A点处的三个主应力；
- (3) 用第三强度理论校核A点的强度。

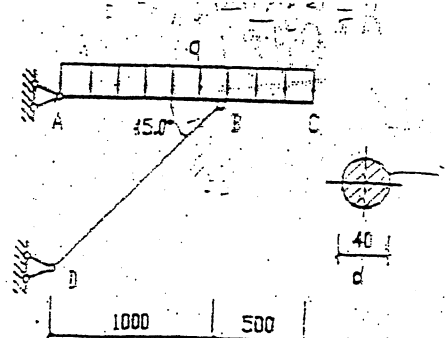


题 8 图



图示三角架，杆的直径 $d=40mm$ ，其材料许用应力 $[\sigma]=160MPa$ ，试根据杆BD的稳定条件确定三角架的最大安全荷载 $[Q]$ 。(10分)

λ	120	130	140	150
φ	0.466	0.401	0.349	0.306



题 9 图

注：压杆的折减系数 φ 之值

$$\sum M_A = 0 \quad N_{BD} \sin 45^\circ \times 1000 - Q \times 500 = 0$$

5

重庆建筑大学

一九九六年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：材料力学 (一)

共 4 页

考生注意：请在答题纸上答题，在试题上答题无效

一、单项选择题 (每个小题2分，共20分) 从备选四个答案中选出一个正确答案，并将其序号填入括号内

1. 图示单元体受力后，变形如图虚线所示，则剪应变 γ 为(B)

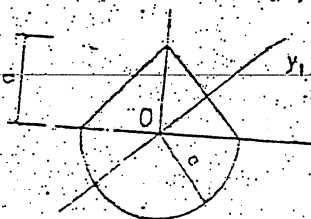
(A) α (B) 2α (C) $\pi/2 - 2\alpha$ (D) $\pi/2 + 2\alpha$

2. 图示由三角形和半圆形组成的图形， y_1 轴通过O点，则 y_1 轴是(D)

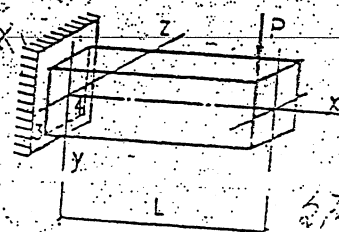
(A) 对称轴 (B) 形心轴 (C) 形心主轴 (D) 不是主轴



题 1-1 图



题 1-2 图

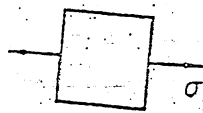


题 1-3 图

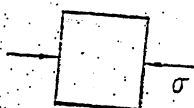
3. 一矩形截面梁，受力如图所示，在固定端截面上的角点3或4处应力状态是(B)

(A) 单向拉伸 (B) 单向压缩 (C) 二向拉压 (D) 零应力状态

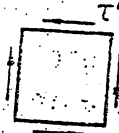
4. 在下列单元体所示应力状态中，必须采用强度理论进行强度计算的是(D)



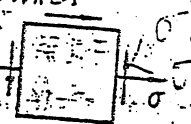
(a)



(b)



(c)



(d)

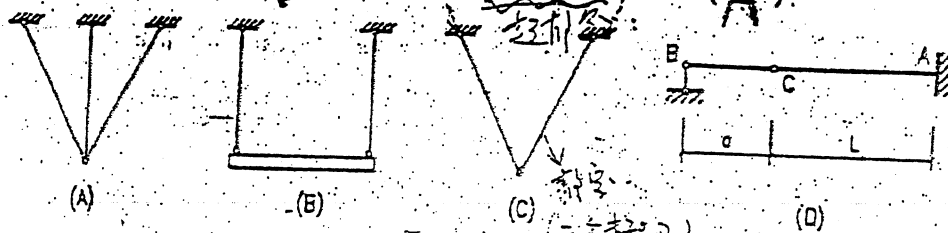
题 1-4 图

5. 作为塑性材料的极限应力是(C)

(A) 比例极限 (B) 弹性极限 (C) 屈服极限 (D) 强度极限

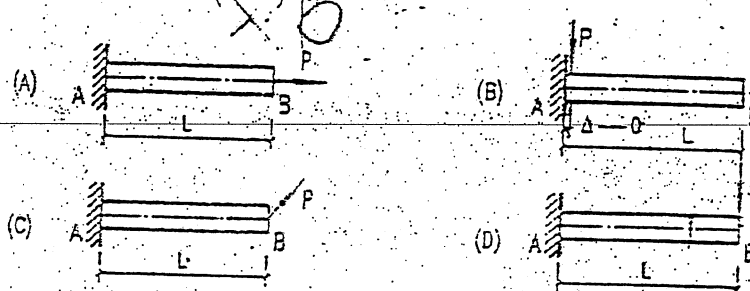
6. 钢筋经冷拉处理后, 提高的是(B).
 (A) 强度极限 (B) 比例极限 (C) 延伸率 (D) 弹性模量E

7. 在下列结构中, 若改变温度, 则产生温度应力的结构是(A).



题 1-7图

8. 图示四根杆件均受集中力作用, 杆的横截面面积为A, 指出可用公式 $\tau = P/A$ 计算横截面剪应力的杆件是(B).



题 1-8图

9. 直杆AB以等加速度a向上提升, 杆长为L, 横截面面积为A, 杆的容重为 γ , 在提升过程中, 杆的轴力为(A).

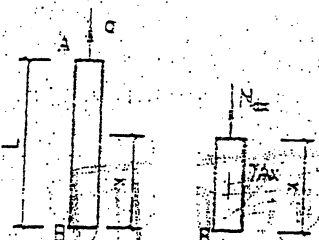
(A) $N_x = \gamma Ax + \gamma Ax a/g$

(B) $N_x = \gamma Ax$

(C) $N_x = \gamma Ax - \gamma Ax a/g$

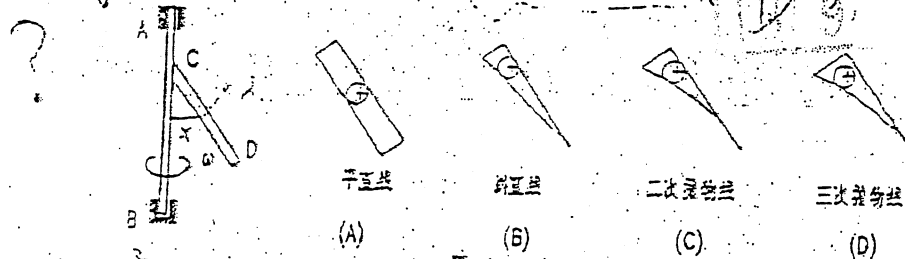
(D) $N_x = \gamma Ax a/g$

$k = (1 + \frac{a}{g})$



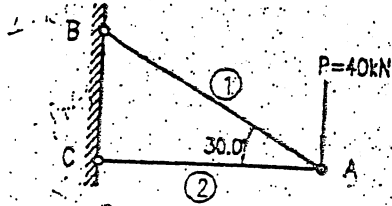
题 1-9图

10. AB轴作等速转动, 其上固定的斜杆CD的弯矩图是(D).

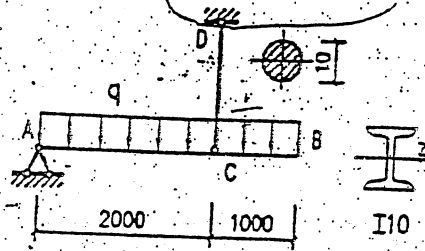


题 1-10图

图示三角架中, 1杆长 $L_1=2\text{m}$, 截面面积 $A_1=600\text{mm}^2$, 容许应力 $[\sigma]_1=160\text{MPa}$, 弹性模量 $E_1=200\text{GPa}$. 2杆的相应数据为 $L_2=1.732\text{m}$, $A_2=10000\text{mm}^2$, $[\sigma]_2=7\text{MPa}$, $E_2=10\text{GPa}$. 试求 1、2杆的轴力及A节点的水平位移和铅垂位移. (10分)



题 2图



题 3图

图示梁AB为10号工字钢, 其 $W_z=49 \times 10^3 \text{mm}^3$, CD是直径为 $d=10\text{mm}$ 的圆截面钢杆. 若已知梁的容许应力 $[\sigma]_1=160\text{MPa}$, 杆的容许应力 $[\sigma]_2=120\text{MPa}$. 试求:

- (1) 许可均布荷载 $[q]=?$
- (2) 要提高此结构的承载能力, 应该改变那根杆的尺寸, 如何改变? 此时结构的许可均布荷载的集度 $[q]$ 又为多少? (12分)

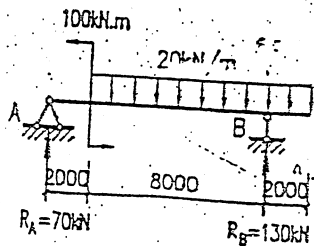
四、

有一受扭圆轴, 横截面上的最大扭矩 $M_t=1.2\text{kN}\cdot\text{m}$, 轴材料的容许应力 $[\tau]=40\text{MPa}$, 试按下列两种方案选择轴的截面尺寸:

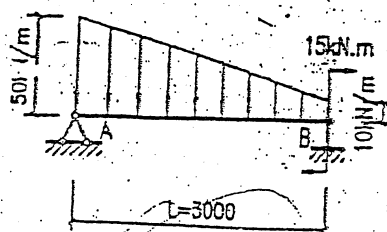
- (1) 横截面为实心圆截面的直径 d_0 .
 - (2) 横截面为空心圆截面的外径 D 、内径 d (已知 $\alpha=d/D=0.8$).
- 比较所求空心圆轴和实心圆轴的刚度比.

五、

作下列各梁的剪力图和弯矩图. (12分)



题 5-1图



题 5-2图

六、

试用解析法求图示单元体的：

- (1) 主应力； (2) 主平面方位； (3) 最大剪应力。 (8分)

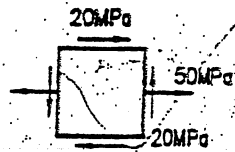


图 6

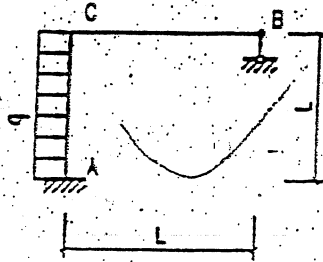


图 7

七、

用卡氏第二定理求图示超静定刚架的支反力 R_B ，并绘出刚架的剪力图、弯矩图和轴力图。(10分) (略去剪力和轴力的影响，已知 EI =常数)。

八、

图示矩形截面悬臂梁，矩形尺寸为 $b=200\text{mm}$ ， $h=300\text{mm}$ ， $q=5\text{kN/m}$ ， $P=10\text{kN}$ ，求梁中最大拉应力和最大压应力。(12分)

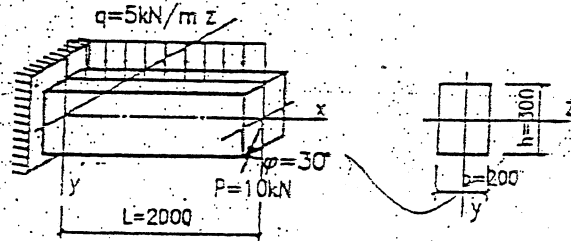


图 8

九、

图示一端固定，一端铰支的压杆在 y 、 z 方向的支承相同，横截面为一等边角钢。已知 y 、 z 方向的惯性矩分别为 $I_z=2.35 \times 10^6 \text{mm}^4$ ， $I_y=0.6141 \times 10^6 \text{mm}^4$ ，两个方向的回转半径为 $i_z=38.8\text{mm}$ ， $i_y=19.8\text{mm}$ ，材料的弹性模量 $E=200\text{GPa}$ ， $\lambda_p=100$ 。试求该杆的临界力 P_{ij} 。(8分)

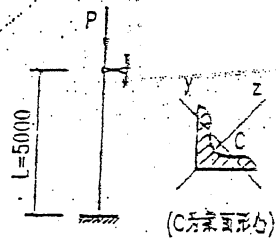


图 9

重庆建筑大学

一九九七年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：材料力学（一） 共 4 页

考生注意：请在答题纸上答题，在试题上答题无效

一、有三种材料的应力-应变曲线如图所示，试指出那种材料的：

(1) 强度最高

(2) 塑性最好

(3) 刚度最大

(6分)

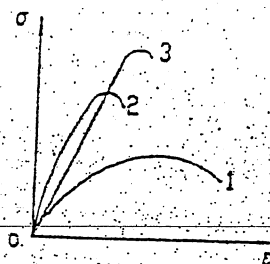


图 1

二、

图示一端固定另一端自由的铜拉杆，横截面为 $20 \times 40 \text{ mm}^2$ 的矩形，材料的弹性模量 $E = 200 \text{ GPa}$ ，泊松比 $\nu = 0.3$ ，已知A点在与杆轴成 50° 的mn方向上的线应变 $\epsilon_{mn} = 5.6 \times 10^{-6}$ ，试求铜拉杆的轴向拉力P之值。(10分)

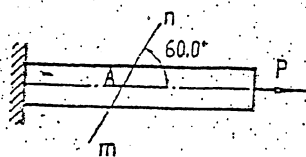


图 2

三、

一托架如图示，已知外力 $P = 24 \text{ kN}$ ，铆钉直径 $d = 20 \text{ mm}$ ，所用的三个铆钉都受单剪，试指出最危险铆钉的位置，并求出最危险的铆钉横截面上剪应力的数值（不要求计算剪应力的作用方位）。(8分)

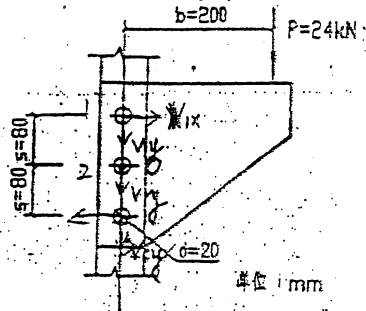


图 3 图

四、

用简便方法绘制下列梁和刚架的内力图(包括剪力图、弯矩图及轴力图)。(14分)

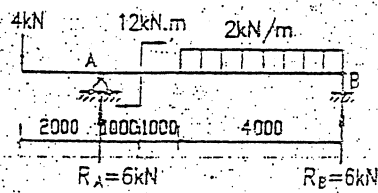


图 4-1 图

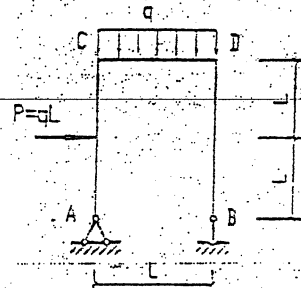


图 4-2 图

五、

图示一箱形截面外伸梁, 求梁内危险截面上的最大正应力和最大剪应力之值, 并绘出正应力和剪应力沿梁面高度的分布图(示意图)。已知截面对形心轴z的形心主惯性矩 $I_z = 262 \times 10^{-6} \text{ m}^4$ 。(13分)

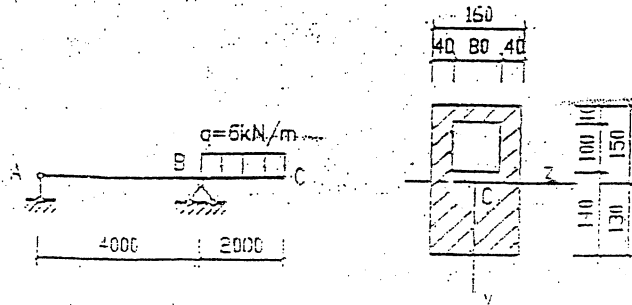
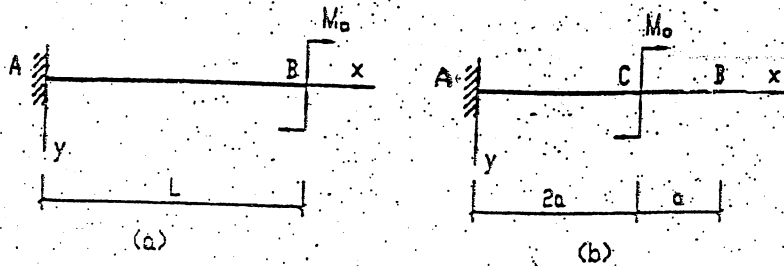


图 5 图

六、

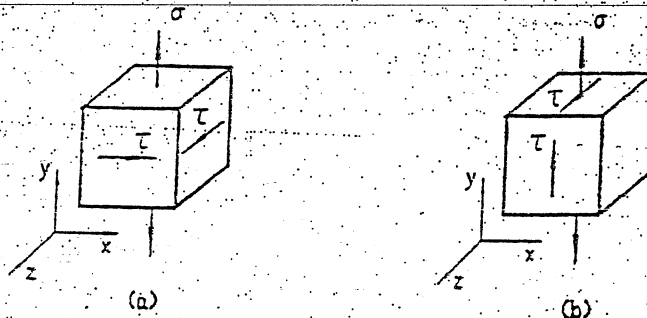
已知图(a)悬臂梁的挠曲线方程 $y = M_0 x^2 / (2EI)$; 试用叠加法求图(b)所示梁在B截面的挠度 y_B 和转角 θ_B . 两梁的抗弯刚度均为 EI . (8分)



题 6 图

七、

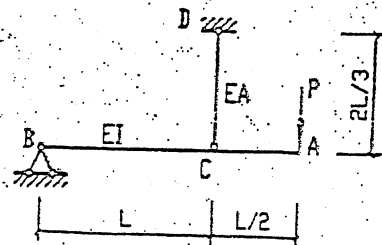
图(a)和(b)表示同一材料的两个单元体的应力状态. 若材料的屈服极限 $\sigma_s = 270 \text{ MPa}$, 试根据第三强度理论求两个单元体同时到达屈服时, 拉应力 σ 与剪应力 τ 的数值. 已知 $\sigma > \tau$. (10分)



题 7 图

八、

计算图示结构内所积蓄的应变能(略去剪切变形的影响), 梁的抗弯刚度 EI 和杆的抗拉压刚度 EA 为已知, 并用卡氏第二定理求A点的铅垂位移. (8分)



题 8 图

九、

矩形截面的柱子，受到外力 $P=25\text{kN}$ ，偏心距 $e_z=25\text{mm}$ ， $F=5\text{kN}$ 共同作用，矩形截面的尺寸 $b \times h=100 \times 150\text{mm}^2$ ，试求：(15分)

- (1) 柱内最大正应力之值(底截面)
 - (2) 确定底截面中性轴的位置，并在柱底截面上画出中性轴的大致位置
- (注：图中 z 、 y 两轴为矩形截面的对称轴， C 为截面形心)

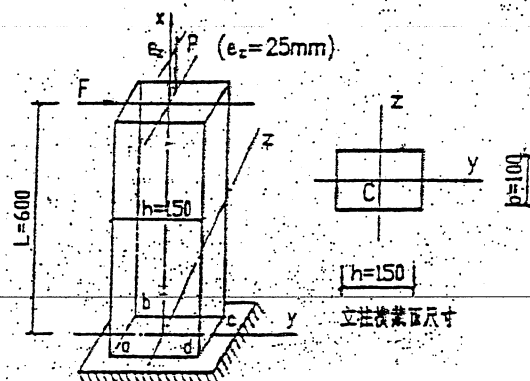


图 9 图

十、

图示一两端固定的压杆，在 x 、 y 方向的支承相同，横截面为两个等边角钢，已知一个角钢 x 、 y 方向的惯性矩分别为 $I_x = I_y = 37.77 \times 10^4 \text{mm}^4$ ，回转半径 $i_x = 21.5\text{mm}$ ，材料的弹性模量 $E=200\text{GPa}$ ，压杆的 $\lambda_P=100$ ，试求该压杆的临界力 $P_{U1}=?$ (15分)

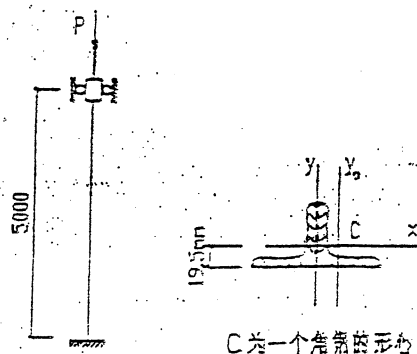


图 10 图

重庆建筑大学

一九九八年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：材料力学（一）

共 4 页

考生注意：请在答题纸上答题，在试题上答题无效

一、
结构如图所示，1、2两杆均为高度相等的钢拉杆，横截面为直径 $d=32\text{mm}$ 的圆杆，横梁AB可视为刚体，若容许应力 $[\sigma]=160\text{MPa}$ ， $P=100\text{kN}$ ，试校核1、2杆的强度。（14分）

解

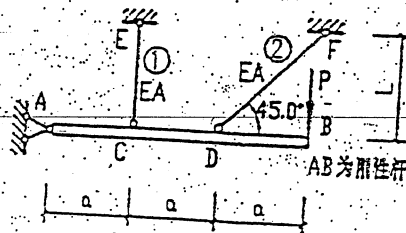


图 1 图

二、
试用简便方法绘制下列梁和刚架的内力图。（15分）

- (1) 刚架
- (2) 外伸梁

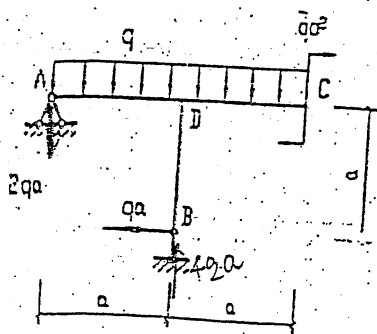


图 2-1 图

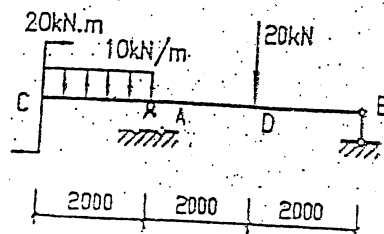
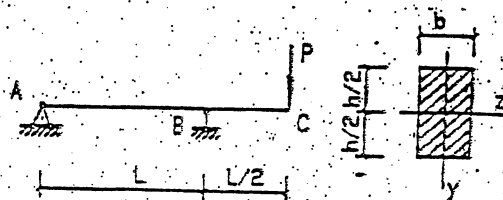


图 2-2 图

三、

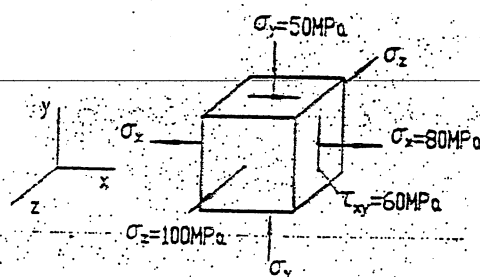
图示外伸梁，横截面为矩形，在外伸端受一集中力 P 作用，试求梁的上边缘纤维的总伸长，已知梁材料的弹性模量为 E 。(10分)



题 3 图

四、

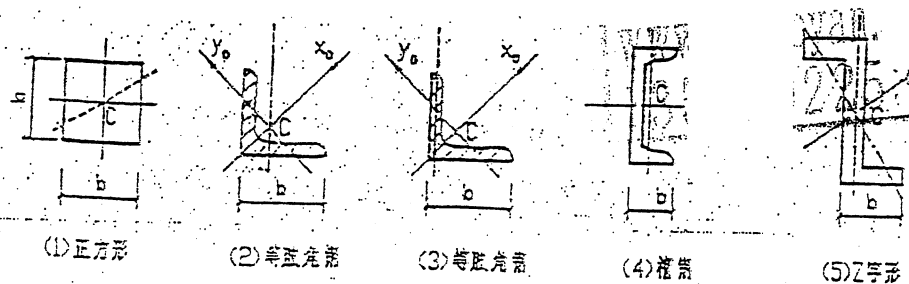
试用解析法求图示单元体的主应力大小及方向，并按第三强度理论求单元体的相当应力值。(14分)



题 4 图

五、

下列图表示梁的五种横截面形状，虚线表示梁的外力作用纵面的方位。试指出梁将分别发生那种变形(各图中的C点均表示截面形心)。(10分)



(1) 正方形

(2) 半圆截面

(3) 弯形截面

(4) 槽形

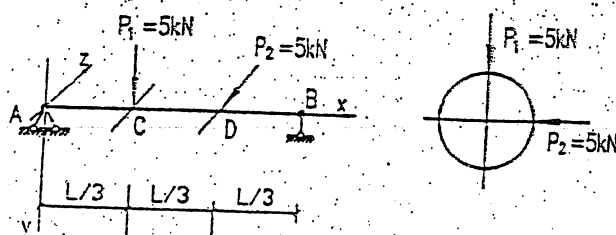
(5) Z形形

(注：各图中的C点，均表示截面形心)

题 5 图

六、

有一简支梁AB, $L=3\text{m}$, 横截面为圆形, 直径 $d=200\text{mm}$, 受外力 $P_1=P_2=5\text{kN}$ 作用, 其中 P_1 沿 y 方向, P_2 沿 z 方向, 如图示, 试求梁内的最大正应力的数值。(14分)



题 6 图

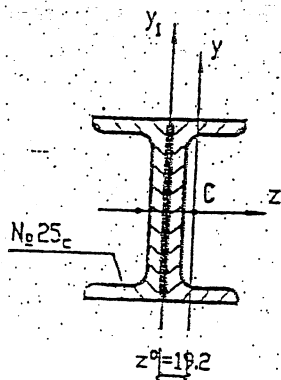
七、

中心受压柱的两端为固定支承, 柱高 $L=6\text{m}$, 柱横截面由两个No25c 槽钢所组成。已知材料的 $E=200\text{GPa}$, $\lambda_p=100$ 。又若两个槽钢的腹板沿杆长:

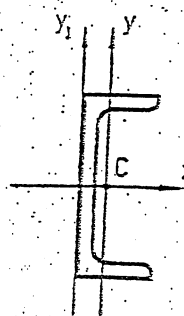
- (1) 自由地靠在一起;
- (2) 焊接在一起;

试就两种情况分别求柱的临界力 $P_{ij}=?$

(15分)



(a) 题图(组合截面)



(b) 一个槽钢的有关数据

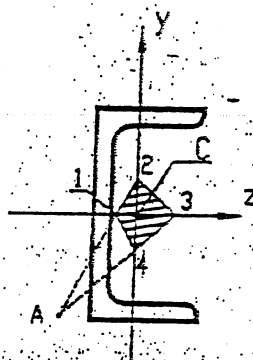
槽钢型号 No25c
 $A=44.92 \times 10^2 \text{ mm}^2$
 $I_z=36.90 \times 10^6 \text{ mm}^4$
 $i_z=90.7 \text{ mm}$
 $I_y=2.18 \times 10^6 \text{ mm}^4$
 $i_y=22.1 \text{ mm}$
 $I_{y1}=3.84 \times 10^6 \text{ mm}^4$
 $Z_{c1}=19.2 \text{ mm}$

题 7 图

八、

图示某柱的槽钢横截面，四边形1234是其截面核心。若有一个与截面垂直的集中力 P 作用于12边和34边延长线的交点 A ，试在图中画出中性轴的大致位置，并说明其理由（不要求计算）。

(8分)



图中四边形1234为截面核心边界

题 8 图

重庆建筑大学

一九九九年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：材料力学（一）

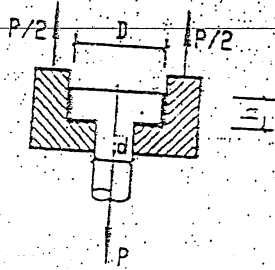
共 4 页

考生注意：请在答题纸上答题，在试题上答题无效

一、填空题（每小题2分，共10分）

1. 图示低碳钢拉伸圆截面试件，拉杆头部的剪切面面积为()，挤压面面积为()。

2. 图示拉杆，受轴向力 P_1 、 P_2 作用，杆的抗拉压刚度为 EA ，试问全杆内的应变能 $U=()$ 。



题 1-1 图

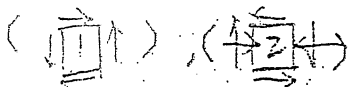


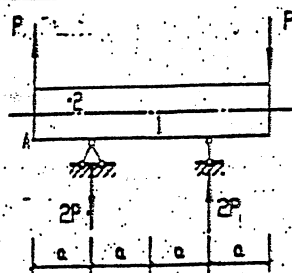
题 1-2 图

3. 通过低碳钢的拉伸破坏试验，确定该材料的两个塑性指标是()。

4. 对于受压立柱，为使横截面上不产生拉应力，压应力的合力必须作用在()上，而如果要使横截面产生均匀压应力，压力合力必须作用在()处。

5. 图示双向拉伸梁，画出梁中1-2两点(用单元体表示)的应力状态图(只画示意图，不计算)。





题 1-5 图

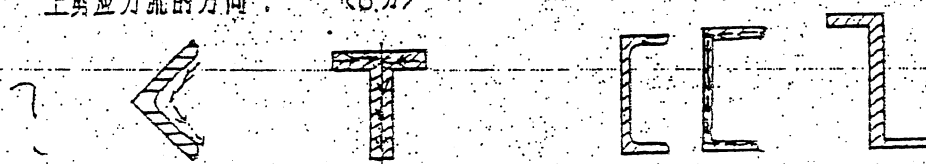
图示开口和闭口薄壁截面杆件的横截面, 承受相同的扭矩 M_t (M_t 方向如图示), 试说明剪应力沿壁厚的分布规律, 并在截面上绘出剪应力流的方向。(6分)



题 2 图

三、

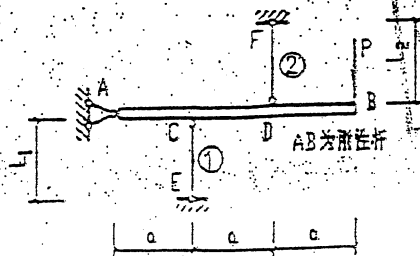
指出图示各截面的弯曲中心的大致位置, 若各截面上的剪力指向均向下, 画出各截面上剪应力流的方向。(6分)



题 3 图

四、

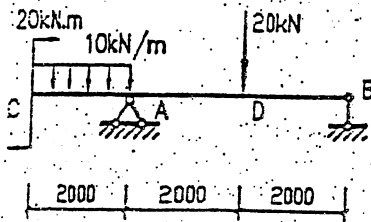
图示结构, 横梁 AB 可视为刚体, 1、2 杆材料及横截面均相同, 即 $E=200\text{GPa}$, $d_1=d_2=20\text{mm}$, $L_1=L_2=500\text{mm}$, 已知杆 2 储存的应变能 $U_2=20\text{N}\cdot\text{m}$, 求力 P 的大小。(10分)



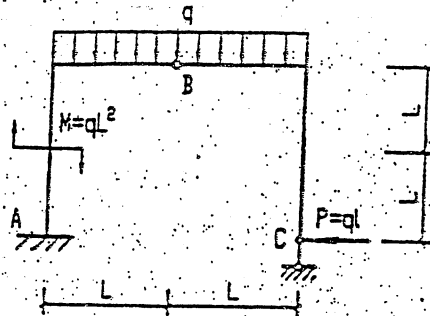
题 4 图

五、

绘下列梁和框架的内力图(轴力 N 、剪力 V 、弯矩 M)。 (12分)



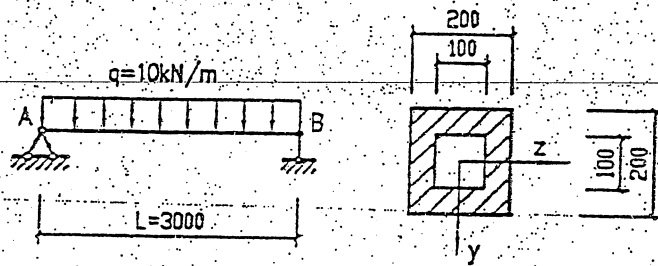
题 5-1图



题 5-2图

六

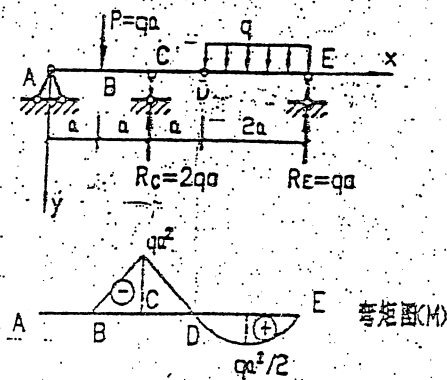
简支梁受力如图示,求梁内的最大正应力和最大剪应力,并绘正应力、剪应力沿截面高度变化的示意图。 (12分)



题 6图 (单位: mm)

七、

用积分法求梁的位移时,图示梁:(1)应分几段列挠曲线微分方程(不要求列出方程式);(2)写出确定积分常数需用的约束条件和连续条件;(3)已知梁的弯矩 M 图,由 M 图画出梁的挠曲线大致形状(要求说明梁各段挠曲线的特点,如直线、斜线、曲线的凸凹等)。 (12分)



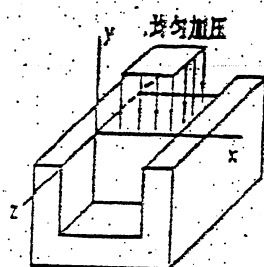
题 7图

八、

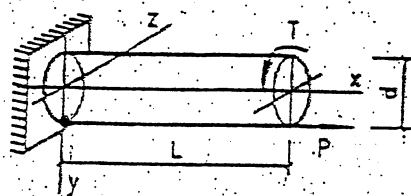
边长为20mm的正立方体，材料的泊松比 $\nu=0.3$ ，弹性模量 $E=200\text{GPa}$ ，立方体放入槽宽为20mm的不变形的刚性模中，如图示，立方体上面均匀加压，总压力 $P=40\text{kN}$ ，设立方体与刚模间摩擦系数为零，求：

(1) $\sigma_x = ?$

(2) y方向的边长将缩短多少？ (10分)



题 8 图



题 9 图

九、

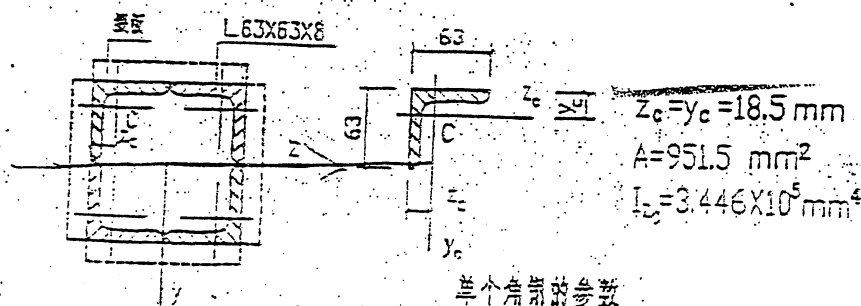
悬臂圆形杆受力情况如图所示，图中 d 、 T 、 P 为已知：

(1) 指出该杆危险点的位置，并用单元体表示危险点的应力状态；

(2) 按第三、第四强度理论写出相当应力表达式。

十、

图示一中心压杆，两端视为铰支，杆长 $l=6\text{m}$ ，截面为四个等边角钢 $4\text{L}63\times63\times8$ ，成正方形，弹性模量 $E=210\text{GPa}$ ， $\lambda_p=100$ ，压杆的稳定安全系数 $n_w=1.75$ ，试求该杆所能承受的最大安全压力，已知每一个角钢的有关参数如图示。(12分)



题 10 图

一九九五年硕士学位研究生入学考试材料力学科目
考 研 试 题 解 答

一、单项选择题 (每小题2分,共16分) 从备选答案中选出正确答案,并将答案号填入括号内。

1. (D)
2. (C)
3. (B)
4. (B)
5. (D)
6. (A)
7. (C)
8. (D)

二、填空题 (每填一空1分,共14分)

1. 材料在线性弹性范围内,正应力与正应变成 线性 关系;横向应变与纵向应变的比值为 $-\nu$ 。
2. 通过低碳钢拉伸试验,确定两个强度指标为 屈服极限 和 强度极限,一个刚度指标是 弹性模量E。
3. 若主轴的原点在截面形心,则此轴称为 形心主轴,截面对该轴的惯性矩称为 形心主惯性矩。
4. 矩形截面杆受扭时,其周边各点剪应力的方向 (与相应周边平行),而四个角点的剪应力 为零。
5. 强度理论的任务,是解决 复杂应力状态 的强度计算问题。
6. 一般情况下,压杆将在与 λ_{max} 对应的平面内失稳。

7. 图示单元体的主应力 $\sigma_1 = 50\text{MPa}$, 主平面方位 $\alpha_0 = 45^\circ$, 最大剪应力 $\tau_{\max} = 50\text{MPa}$

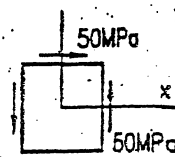


图 2-7图

三、

试求图示刚体AB杆中点C的竖向位移 δ_c 。已知

$P=40\text{kN}$, 截面积 $A_1=100\text{mm}^2$, $A_2=200\text{mm}^2$, 弹性模量 $E_1=E_2=2 \times 10^5 \text{MPa}$ 。(6分)

解: $N_1=N_2=P/2=20 \text{ kN}$

$$\Delta L_1 = \frac{N_1 L_1}{EA_1} = \frac{20 \times 10^3 \times 2000}{2 \times 10^5 \times 100} = 2.0 \text{ mm}$$

$$\Delta L_2 = \frac{N_2 L_2}{EA_2} = \frac{20 \times 10^3 \times 2000}{2 \times 10^5 \times 200} = 1.0 \text{ mm}$$

得, $\delta_c = (\Delta L_1 + \Delta L_2)/2 = 1.5 \text{ mm}$

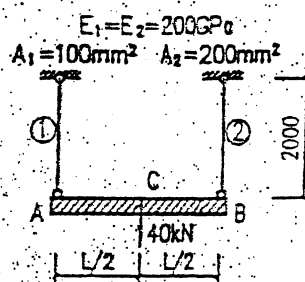


图 3图

四、

图示T形截面简支梁, 已知材料的容许拉应力 $[\sigma_t] = 80\text{MPa}$, 容许压应力 $[\sigma_c] = 160\text{MPa}$, 截面对形心轴Z的惯性矩 $I_z = 735 \times 10^4 \text{mm}^4$, 试根据强度条件确定梁的许用荷载 $[q]$ 。(8分)

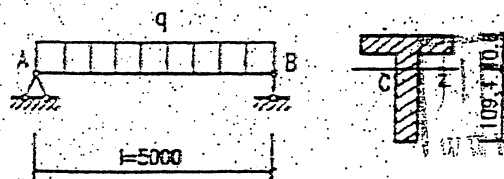


图 4图

解: 设 $y_1 = 109.4\text{mm}$ (受拉), $y_2 = 40.6\text{mm}$ (受压)。

梁的 $M_{\max} = qL^2/8$

主梁的抗拉强度条件有

$$\sigma_{\max, t} = \frac{y_1 \max}{I_z} = \frac{(qL^2/8)y_1}{I_z} \leq [\sigma_t]$$

得, $[q]_t = [\sigma_t] I_z / (L^2 y_1) = [8 \times 80 \times 735 \times 10^4 / (5^2 \times 109.4)] \times 10^{-6}$
 $= 1.72 \text{ kN/m}$

同理, 由梁的抗压强度条件 $\sigma_{\max, c} \leq [\sigma_c]$ 可以得到

$$[q]_c = [\sigma_c] I_z / (L^2 y_2) = [8 \times 160 \times 735 \times 10^4 / (5^2 \times 40.6)] \times 10^{-6}$$

$$= 9.27 \text{ kN/m}$$

因为 $[q]_t < [q]_c$, 所以, $[q] = [q]_t = 1.72 \text{ kN/m}$.

注: 可以由 M_{\max} 为正弯矩, $y_1 > y_2$, $[\sigma]_t < [\sigma]_c$, 定性分析判定梁的强度以抗拉为主要矛盾, 或者说, 梁的抗拉强度决定着梁的强度, $[q] = [q]_t$;
 未要求画出弯矩图

五、

试用简便方法绘梁和刚架的内力图

5-1. 绘梁的剪力图和弯矩图 (6分)

解:

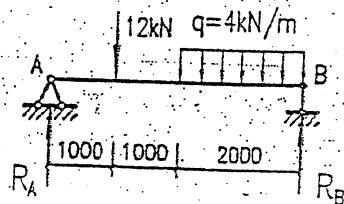
$$R_A = (12 \times 3 + 4 \times 2 \times 1) / 4 = 11 \text{ kN}$$

$$R_B = (12 + 4 \times 2) - 11 = 9 \text{ kN}$$

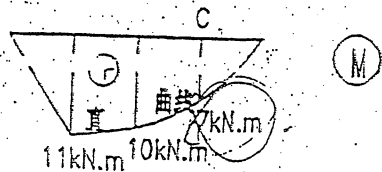
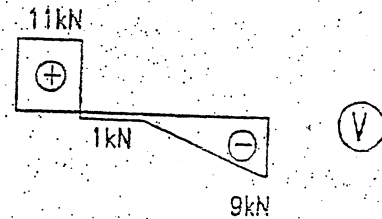
绘出梁的剪力图和弯矩图如右图

弯矩图中, C点距B端1000mm

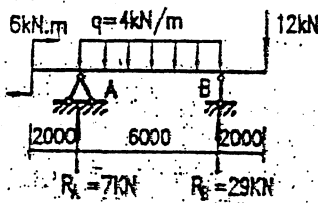
(注: 弯矩图曲线与直线段不明确部分, 应当加以注明; 曲线与直线相交处应当光滑相切; 弯矩图必须绘制在梁的受拉一侧, 此时弯矩图可以不再注明正负号, 凡绘制内力图本注均适用)



题 5-1图



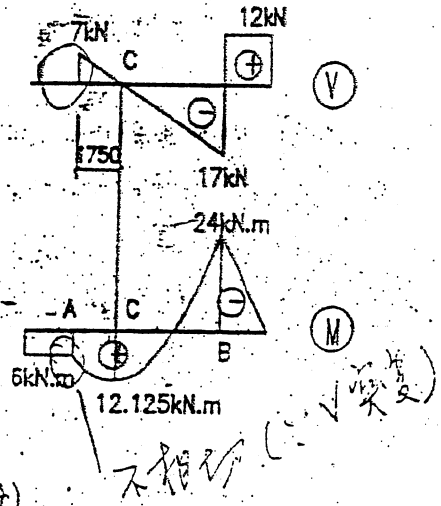
5-2. 绘外伸梁的剪力图和弯矩图 (6分).



题 5-2 图

解:

外伸梁的剪力图、弯矩图如右图.



5-3. 绘刚架的弯矩图、剪力图和轴力图 (8分).

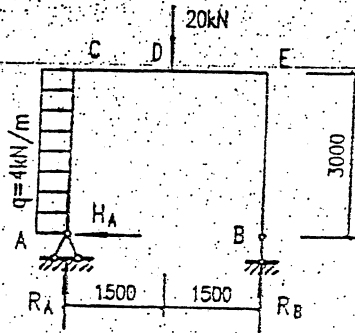
解: 在图中加上支反力, 有

$$R_A = (20 \times 1.5 - 4 \times 3 \times 1.5) / 3 = 4 \text{ kN}$$

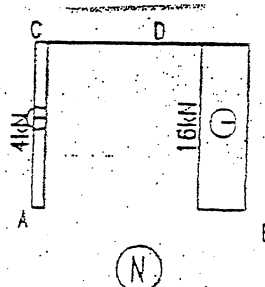
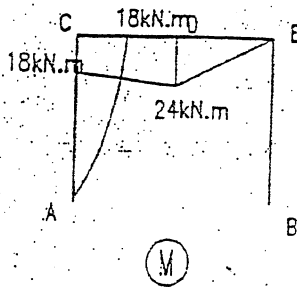
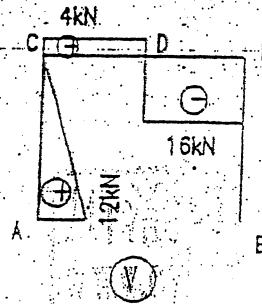
$$R_B = (20 \times 1.5 + 4 \times 3 \times 1.5) / 3 = 16 \text{ kN}$$

$$H_A = 4 \times 3 = 12 \text{ kN}$$

分别绘出剪力图、弯矩图和轴力图如图.



题 5-3 图



六、

试用卡氏第二定理求解图示一次超静定梁AB的支座反力 R_B 。已知该梁的抗弯刚度 EI 为常数。(6分)

解：将原梁如图静定化，这时

$$M(x) = R_B x - qx^2/2$$

根据卡氏第二定理，有

$$\frac{\partial U}{\partial R_B} = \frac{1}{EI} \int_0^L M(x) \frac{\partial M(x)}{\partial R_B} dx = 0$$

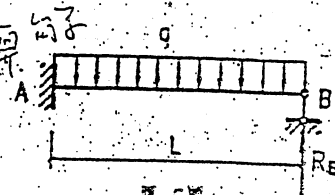
得

$$\int_0^L (R_B x - qx^2/2) x dx =$$

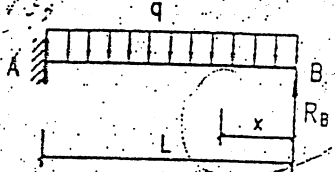
$$= R_B L^3/3 - qL^4/8 = 0$$

所以

$$R_B = 3qL/8$$



题 6 图



题 6 解图

七、

图示工字形钢梁的抗弯刚度为 EI_z ，泊松比为 μ ，腹板厚 d ，中性轴 Z 以上的截面对 Z 轴的静矩 $S_{z,max}$ ，测得中性层上K点处沿 45° 方向的线应变为 ϵ_{45} ，试求梁上所作用的荷载 P 。(10分)

$$\text{解：由 } \tau = VS_{z,max} / (dI_z)$$

$$= PS_{z,max} / (2dI_z)$$

得

$$P = 2dI_z \tau / S_{z,max} \quad (a)$$

又由解图和胡克定律，有

$$\epsilon_{45} = (\sigma_1 - \nu \sigma_3) / E$$

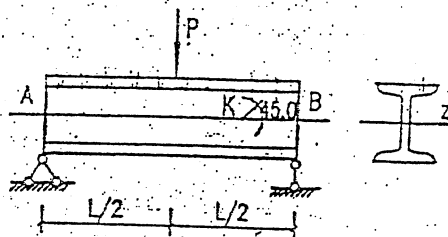
$$= (1 + \nu) \tau / E$$

又得

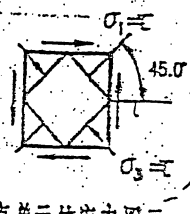
$$\tau = \frac{E \epsilon_{45}}{1 + \nu} \quad (b)$$

将式(b)代入式(a)，最后得

$$P = 2dI_z E \epsilon_{45} / [(1 + \nu) S_{z,max}]$$



题 7 图



K点单元体应力图示

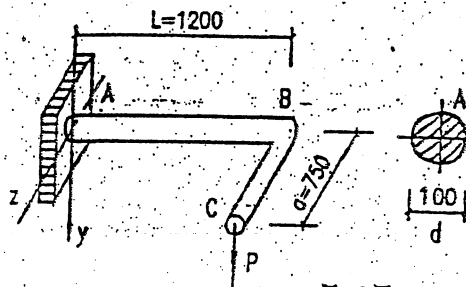
题 7 解图

八、

I为

圆形截面折杆受力如图所示。已知 $L=1.2\text{m}$, $a=0.75\text{m}$, 折杆直径 $d=100\text{mm}$, $P=8\text{kN}$, 钢材的容许应力 $[\sigma]=160\text{MPa}$ 。(10分)

- (1) 绘制固定端截面A点处的应力状态图; (2) 求出A点处的三个主应力;
(3) 用第三强度理论校核A点的强度。



题 8 图

题 8 解图

解: 所求A点的应力状态图如解图。

$$M_A = PL = 8 \times 1.2 = 9.6 \text{ kN}$$

$$M_{tA} = Pa = 8 \times 0.75 = 6 \text{ kN}$$

于是, $\sigma = \sigma_A = 32M_A / (\pi d^3) = 97.78 \text{ MPa}$

$$\tau = \tau_A = 16M_{tA} / (\pi d^3) = 30.56 \text{ MPa}$$

面对
内荷

由公式 $\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = 48.89 \pm \sqrt{48.89^2 + 30.56^2}$

解得 $\sigma_{\max} = 106.55 \text{ MPa}$ $\sigma_{\min} = -8.77 \text{ MPa}$

所以三个主应力为 $\sigma_1 = 106.55 \text{ MPa}$ $\sigma_2 = 0$ $\sigma_3 = -8.77 \text{ MPa}$

按第三强度理论 $\sigma_{r3} = \sigma_1 - \sigma_3 = 115.32 \text{ MPa}$ 所以, A点的强度足够

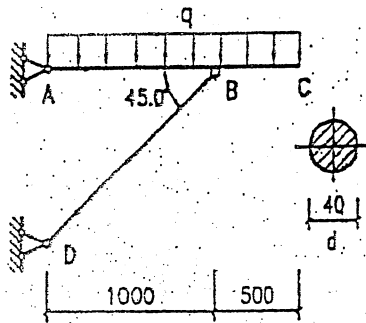
(或, $\sigma_{r3} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{97.78^2 + 4 \times 30.56^2} = 115.31 \text{ MPa}$)

说明:

1. A点的应力状态图示, 可以绘出立体图示, 或再绘出平面图示。
2. A点的应力状态图示中, 剪应力方向应按该截面受正扭矩理解, 答案图示中不强求右侧面为正向。但是, 正应力的方向即使图示也必须强调唯一。
3. 凡是对平面应力状态求主应力, 首先应当计算极值应力, 然后再排序定出主应力。这是应力状态分析中需要十分注意的问题。

九、

图示三角架, 杆BD的直径 $d=40\text{mm}$, 其材料许用应力 $[\sigma]=160\text{MPa}$, 试根据杆BD的稳定条件确定三角架的最大安全荷载 $[q]$. (10分)



题 9图

λ	120	130	140	150
φ	0.466	0.401	0.349	0.306

注: 压杆的折减系数 φ 之值

解: $N_{BD} \sin 45^\circ = q(1+0.5) \times 0.75$

得 $N = N_{BD} = 1.591q$, 或 $q = N/1.591$

由稳定条件 $N/\varphi A \leq [\sigma]$, 即

$$[q] = \varphi A [\sigma] / 1.591 \quad (a)$$

又因为 $\lambda = L_{BD} / (d/4) = \sqrt{2} \times 1000 / 10 = 141.4$

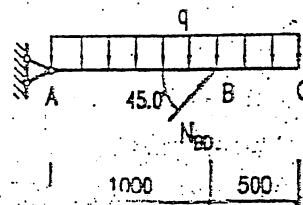
所以 $\varphi = 0.349 - (0.349 - 0.306) \times 0.14 = 0.343$

代入式(a)得

$$[q] = 0.343 \times 1256 \times 160 \times 10^{-3} / 1.591 = 43.32 \text{ kN/m}$$

本题说明:

1. 计算BD杆轴力, 可以取解图示分离体图.
2. 可以叙述对于A铰取矩.
3. 解答中未细致交代压杆的计算长度和回转半径的如何确定的情况. 若作交代更好. 不交代就不能出错.
4. 注意折减系数的准确确定. 查表法
5. 稳定条件和最大安全荷载的区别.



题 9解图

一九九六年硕士学位研究生入学考试材料力学科目

考研试题解答

一、单项选择题 (每小题2分, 共20分) 从各选答案中选出正确答案, 并将其番号填入括号内

- | | |
|----------|-----------|
| 1. (B) | 6. (B) |
| 2. (D) | 7. (A) |
| 3. (B) | 8. (B) |
| 4. (D) | 9. (A) |
| 5. (C) | 10. (D) |

二、(10分)

图示三角架中, 1杆长 $L_1=2\text{m}$, 截面面积 $A_1=600\text{mm}^2$, 容许应力 $[\sigma]_1=160\text{MPa}$, 弹性模量 $E_1=200\text{GPa}$. 2杆的相应数据为 $L_2=1.732\text{m}$, $A_2=10000\text{mm}^2$, $[\sigma]_2=7\text{MPa}$, $E_2=10\text{GPa}$. 试求: 1, 2杆的轴力及A节点的水平位移和铅垂位移.

解: 取节点分离体图如图a

$$N_1 = P / \sin 30^\circ = 2P = 80\text{kN}$$

$$N_2 = N_1 \cos 30^\circ = \sqrt{3}P = 69.28\text{kN}$$

$$\Delta L_1 = N_1 L_1 / (E_1 A_1)$$

$$= 80 \times 2 \times 10^6 / (2 \times 10^5 \times 600) = 1.333\text{mm}$$

同理, 2杆伸长为

$$\Delta L_2 = 69.28 \times 1.732 \times 10^5 / (10000 \times 10000)$$

$$= 1.200\text{mm}$$

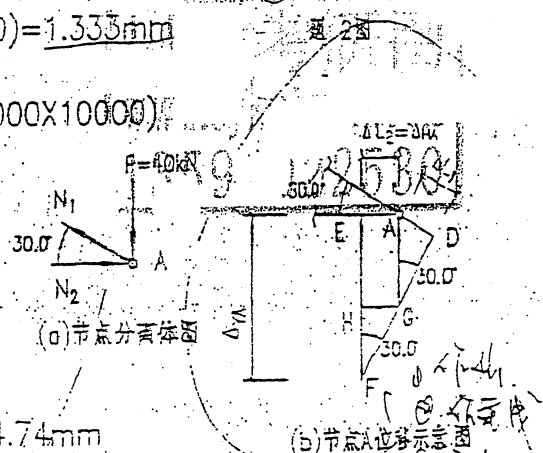
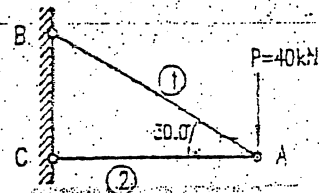
节点A变形位移几何图示意图b, 由图中

$$\Delta_{HA} = \Delta L_2 = 1.200\text{mm}$$

$$\Delta_{VA} = \overline{EH} + \overline{HF}$$

$$= \Delta L_1 / \sin 30^\circ + \Delta L_2 / \tan 30^\circ$$

$$= 2 \times 1.333 + 1.732 \times 1.2 = 4.74\text{mm}$$

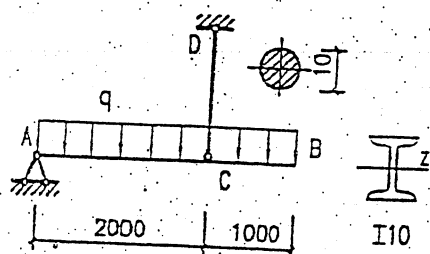


三、

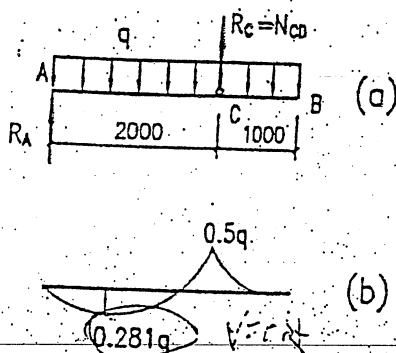
图示梁AB为10号工字钢,其 $W_z = 49 \times 10^3 \text{ mm}^3$, CD是直径为 $d = 10 \text{ mm}$ 的圆截杆,若已知梁的容许应力 $[\sigma]_1 = 160 \text{ MPa}$,杆的容许应力 $[\sigma]_2 = 120 \text{ MPa}$,试求:

(1) 许可均布荷载 $[q] = ?$

(2) 要提高此结构的承载能力,应该改变哪根杆的尺寸,如何改变?此时结构的许可均布荷载的集度 $[q]$ 又为多少? (12分)



题 3 图



解: $A = A_{CD} = \pi d^2 / 4 = 78.5 \text{ mm}^2$

内力分析,如图a

$$N_{CD} = 3q \times 1.5 / 2 = 2.25q$$

$$R_A = (2q \times 1.0 - q \times 0.5) / 2 = 0.75q$$

由CD杆强度, $[q]_2 = [N_{CD}] / 2.25 = 120 \times 78.5 \times 10^{-3} / 2.25 = 4.19 \text{ kN/m}$

考虑梁的强度,其弯矩图如图b, $M_{\max} = 0.5q (\text{kN.m})$,相应地

$$[q]_1 = 2[M_{\max}] = 2[\sigma]_1 W_z = 2 \times 160 \times 49 \times 10^3 \times 10^{-6} = 15.68 \text{ kN/m}$$

所以,结构的 $[q] = [q]_2 = 4.19 \text{ kN/m}$

为提高结构的承载能力,应当加大CD杆的截面面积,这时以充分发挥梁的承载能力为基准,取 $[q] = [q]_1 = 15.68 \text{ kN/m}$

$$N_{CD,2} = 2.25[q]_1 = 2.25 \times 15.68 = 35.28 \text{ kN}$$

从而 $A_{CD,2} = N_{CD,2} / [\sigma]_2 = 35.28 \times 10^3 / 120 = 294.0 \text{ mm}^2$

亦即 $d_{CD,2} = 19.3 \text{ mm}$

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$W_t = \frac{\pi D^3}{16} (1 - \alpha^4)$$

四、

有一受扭圆轴, 横截面上的最大扭矩 $M_t = 1.2 \text{ kN} \cdot \text{m}$, 轴材料的容许应力 $[\tau] = 40 \text{ MPa}$, 试按下列两种方案选择轴的截面尺寸: (8分)

- (1) 横截面为实心圆截面的直径 d 。(2) 横截面为空心圆截面的外径 D 、内径 d (已知 $\alpha = d/D = 0.8$) (3) 比较所求空心圆轴与实心圆轴的刚度比。

解: 首先确定实心圆轴的横截面直径, 按强度条件有

$$d_0 \geq \sqrt[3]{\frac{16M_t}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 1.2 \times 10^6}{\pi \times 40}} = 53.47 \text{ mm}$$

对于空心圆轴的横截面外径, 按强度条件有

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16M_t}{\pi(1-\alpha^4)[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 1.2 \times 10^6}{\pi(1-0.8^4) \times 40}} = 63.74 \text{ mm}$$

$$d = \alpha D = 51 \text{ mm}$$

下面计算所选择的两种圆轴的刚度比, 圆轴的横截面抗扭刚度为 GI_p , 当设定材料 G 相同, 则它们的刚度比为:

$$\frac{(GI_{p,1})}{(GI_{p,2})} = \frac{I_{p,1}}{I_{p,2}} = \frac{\pi d_0^4 / 32}{[(1-\alpha^4)\pi D^4 / 32]}$$

$$= 53.47^4 / [(1-0.8^4)63.74^4] = 0.839$$

上式表明, 实心圆轴的刚度比所选空心圆轴的抗扭刚度小。

(或者, $(GI_{p,2}) / (GI_{p,1}) = 1.19$, 空心圆轴的刚度比所选实心圆轴的抗扭刚度大)

五、 (12分)

5-1 作下列各梁的剪力图和弯矩图。

解: 根据已知支反力和荷载绘出梁的内力图如下:

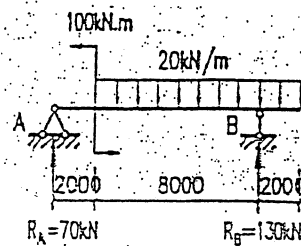
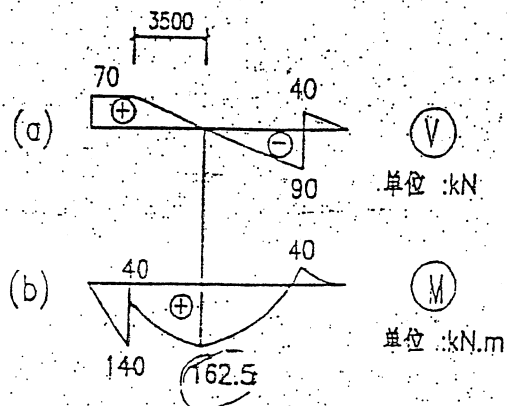


图 5-1 图

5-2 作下列各梁的剪力图和弯矩图

解：如图a，用虚线将梯形分布荷载划分为均布荷载和三角形分布荷载，支反力

$$R_A = 10 \times 3 / 2 + (40 \times 3 / 2) \times (2/3) - 15 / 3$$

$$= 50 \text{ kN}$$

$$R_B = 10 \times 3 / 2 + (40 \times 3 / 2) \times (1/3) + 15 / 3$$

$$= 40 \text{ kN}$$

设剪力为零的位置C距B端为b，则

$$-40b^2 / (3 \times 2) + 10b = 40$$

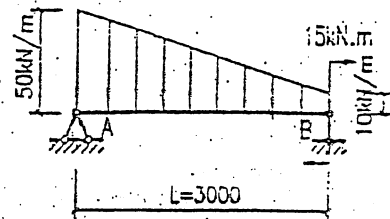
解得 $b = 1.812 \text{ m}$

进而求得C截面处的极值弯矩为

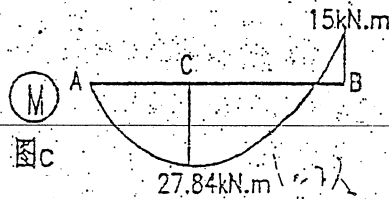
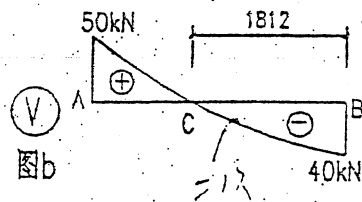
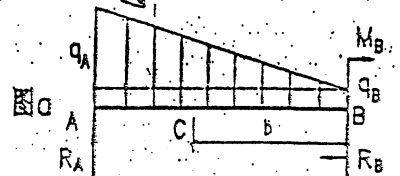
$$M_C = \frac{-40}{3} \times \frac{1.812^3}{2 \times 3} - \frac{10 \times 1.812^2}{2}$$

$$- 15 + 40 \times 1.812$$

$$= 27.84 \text{ kN.m}$$



题 5-2 图



六、

试用解析法求图示单元体的：(8分)

(1) 主应力；(2) 主平面方位；(3) 最大剪应力。

解：由公式

$$\sigma_{\max/\min} = 25 \pm \sqrt{25^2 + 20^2} = \begin{matrix} 57.02 \\ -7.02 \end{matrix} \text{ MPa}$$

主应力 $\sigma_1 = 57.02 \text{ MPa}$ $\sigma_2 = 0$ $\sigma_3 = -7.02 \text{ MPa}$

又由 $\tan 2\alpha_0 = -2 \times (-20) / (50 - 0) = 0.8$

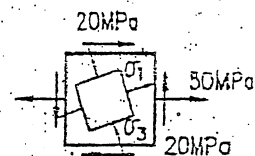
上式中分子正负号与 $\sin 2\alpha_0$ 相应，分母正负号与 $\cos 2\alpha_0$ 相应，均大于零

所以 $\alpha_0 = (\arctan 0.8) / 2 = 19.33^\circ$

单元体的最大剪应力

$$\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2$$

$$= [57.02 - (-7.02)] / 2 = 32.02 \text{ MPa}$$



题 6 图

七、

用卡氏第二定理求图示超静定刚架的支座反力 R_B ,并绘出刚架的剪力图、弯矩图和轴力图。(10分)(略去剪力和轴力的影响,已知 EI =常数)

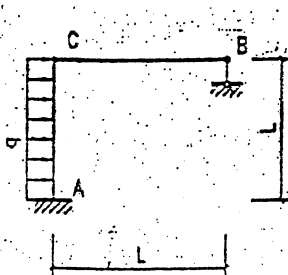


图 7 图

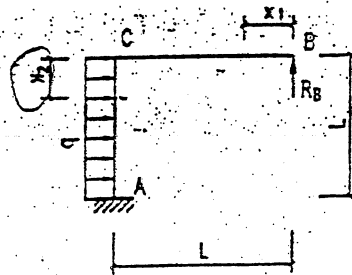


图 7 解图

解: 将原结构静定化如图a, 取坐标如图, 使

用卡氏第二定理公式

$$\frac{\partial U}{\partial R_B} = \sum \int_0^L \frac{1}{EI} M(x_i) \frac{\partial M(x_i)}{\partial R_B} dx = 0$$

式中 $M(x_1) = R_B x_1$

$$\frac{\partial M(x_1)}{\partial R_B} = x_1$$

$$M(x_2) = R_B L - qx_2^2/2$$

$$\frac{\partial M(x_2)}{\partial R_B} = L$$

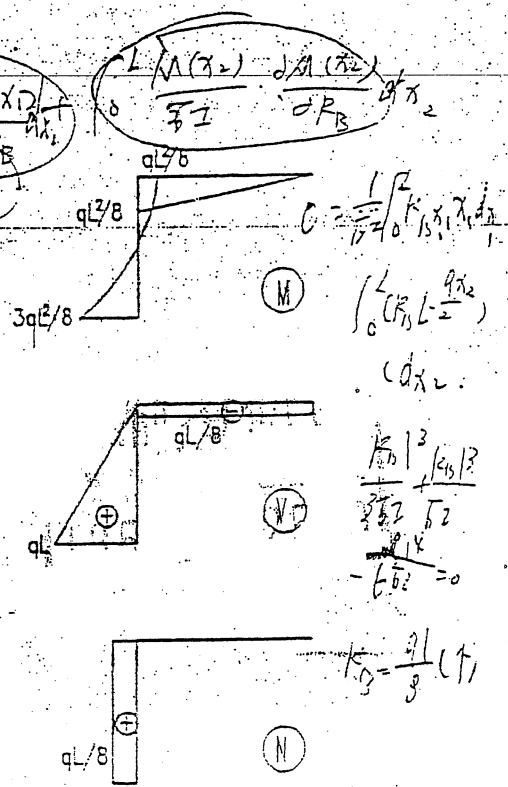
代入前式, 有

$$\int_0^L (R_B x_1^2) dx + \int_0^L (R_B L - qx_2^2/2) L dx = 0$$

$$R_B (L^3/3 + L^3) - qL^4/6 = 0$$

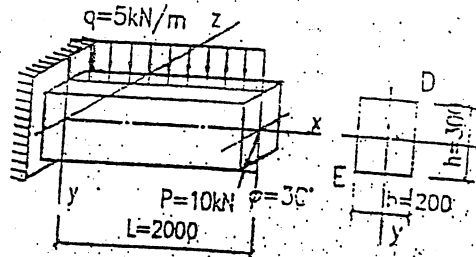
解得

$$R_B = qL/8$$



八、

图示矩形截面悬臂梁, 矩形尺寸为 $b=200\text{mm}$, $h=300\text{mm}$, $q=5\text{kN/m}$, $P=10\text{kN}$, 求梁中最大拉应力和最大压应力。(12分)



题 8 图

$$\text{解: } M_y = PL \sin 30^\circ = 10 \times 2 \times 0.5 = 10 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_z = PL \cos 30^\circ + qL^2/2 = 10 \times 2 \times 0.866 + 5 \times 2^2/2 = 27.32 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

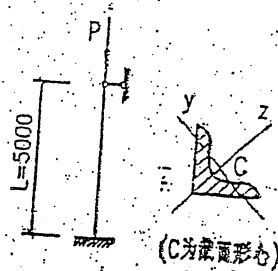
在上右角点D处有最大拉应力, 下左角点E处有最大压应力, 它们的取值是

$$\begin{aligned} \sigma_D &= 6M_y/(b^2 h) + 6M_z/(bh^2) \\ &= 6 \times 10 \times 10^6 / (200^2 \times 300) + 6 \times 27.32 \times 10^6 / (200 \times 300^2) \\ &= 14.11 \text{ MPa} \end{aligned}$$

同理 $\sigma_E = -14.11 \text{ MPa}$

九、

图示一端固定, 一端铰支的压杆在 y, z 方向的支承相同, 横截面为一等肢角钢, 已知 y, z 方向的惯性矩分别为 $I_z = 2.35 \times 10^6 \text{ mm}^4$, $I_y = 0.6141 \times 10^6 \text{ mm}^4$, 两个方向的回转半径为 $i_z = 38.8 \text{ mm}$, $i_y = 19.8 \text{ mm}$, 材料的弹性模量 $E = 200 \text{ GPa}$, $\lambda_p = 100$. 试求该杆的临界力 $P_{ij} = ?$ (8分)



题 9 图

$$\text{解: } \lambda_{\max} = 0.7 \times 5000 / 19.8 = 176.8$$

因为 $\lambda_{\max} > \lambda_p$

所以, 该杆属于细长压杆, 该杆的临界荷载为

$$\begin{aligned} P_{ij} &= \pi^2 EI_{\min} / (0.7L)^2 \\ &= [\pi^2 \times 200 \times 10^3 \times 0.6141 \times 10^6 / (0.7 \times 5 \times 10^3)^2] \times 10^{-3} \end{aligned}$$

最后得 $P_{ij} = 98.85 \text{ kN}$

一九九七年硕士学位研究生入学考试材料力学科目

考 研 试 题 解 答

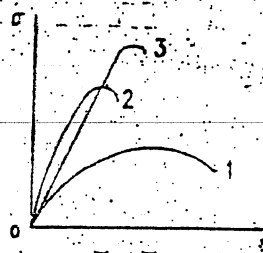
一、有三种材料的应力-应变曲线如图所示,试指出哪种材料的

(1) 强度最高

(2) 塑性最好

(3) 刚度最大

(6分)



题 1 图

解: 强度最高的是曲线3相应材料, 塑性最好的是曲线1相应材料, 刚度最大的是曲线2相应材料。

二、

图示一端固定另一端自由的钢拉杆, 横截面为 $20 \times 40 \text{ mm}^2$ 的矩形, 材料的弹性模量 $E=200 \text{ GPa}$, 泊松比 $\nu=0.3$, 已知A点在与杆轴成 60° 的mn方向上的线应变 $\varepsilon_{mn}=5.6 \times 10^{-6}$, 试求钢拉杆的轴向拉力P之值。(10分)

解: $\sigma_x = P/A$

在拉杆表面A点, 处于平面应力状态, 其情况如图示

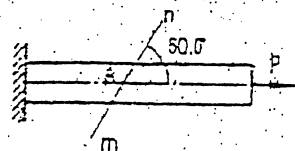
$$\begin{aligned}\sigma_{60} &= \sigma_x/2 + \sigma_x \cos(2 \times 60^\circ)/2 \\ &= \sigma_x/4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{150} &= \sigma_x/2 + \sigma_x \cos(2 \times 150^\circ)/2 \\ &= 3\sigma_x/4\end{aligned}$$

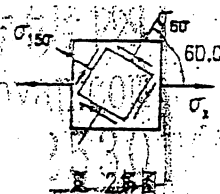
$$\begin{aligned}\text{又 } \varepsilon_{mn} &= (\sigma_{60} - \nu \sigma_{150})/E \\ &= (1 - 0.3 \times 3) \sigma_x / (4E) = 0.025P/E\end{aligned}$$

最后得 $P = \varepsilon_{mn} EA / 0.025$

$$\begin{aligned}&= (5.6 \times 10^{-6} \times 200 \times 10^3 \times 20 \times 40 / 0.025) \times 10^{-3} \\ &= 35.84 \text{ kN}\end{aligned}$$



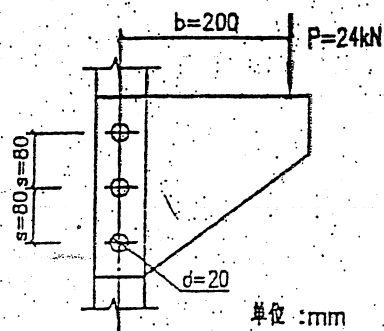
题 2 图



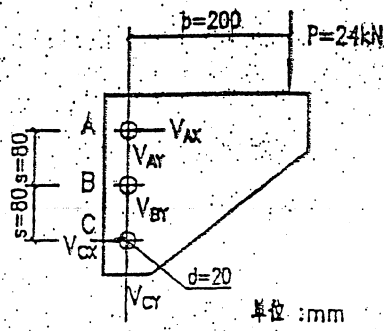
题 2a 图

三、

一托架如图所示, 已知外力 $P=24\text{kN}$, 铆钉直径 $d=20\text{mm}$, 所用的三个铆钉都受单剪。试指出最危险铆钉的位置, 并求出最危险的铆钉横截面上剪应力的数值(不要求计算剪应力的作用方位)。(8分)



题 3图



题 3解图

解: 解图中用节点板受力图反映了铆钉受剪情况, 最危险的铆钉为A和C, 相应

$$V_{Ay} = V_{Cy} = P/3 = 8\text{kN}$$

$$V_{Ax} = V_{Cx} = 200 \times 24 / (2 \times 80) = 30\text{kN}$$

所求剪应力在数值上相同(方向在图示剪力的合力方向), 即

$$\begin{aligned} \tau_{\max, A} &= \tau_{\max, C} \\ &= \sqrt{V_{Ax}^2 + V_{Ay}^2} / (\pi d^2 / 4) \\ &= \sqrt{8^2 + 30^2} \times 10^3 / (\pi 20^2 / 4) \\ &= 98.88\text{MPa} \end{aligned}$$

四、

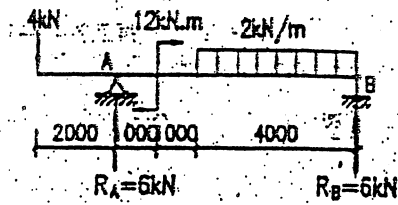
用简便方法绘制下列梁和刚架的内力图(包括剪力图、弯矩图及轴力图)。(14分)

4-1 用简便方法绘制梁内力图。

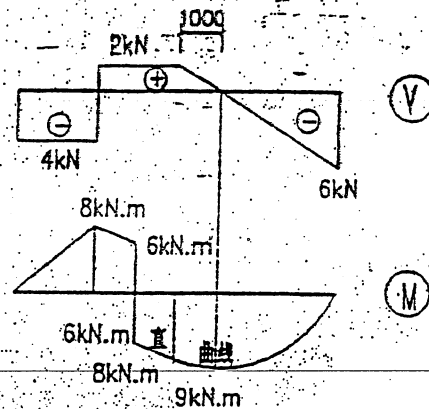
解: 根据已知荷载和支反力, 绘出剪力图和弯矩图(见下页)。

$$M_{\max} = 9\text{kN}\cdot\text{m}$$

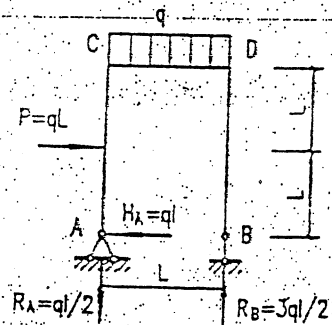
该梁的轴力为零。



题 4-1 图



4-2. 用简便方法绘制刚架的内力图(包括剪力图、弯矩图及轴力图)



题 4-2 图

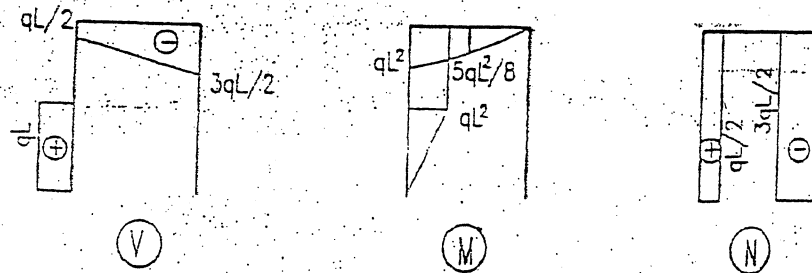
在图中加上支反力, 它们是

$$R_A = qL/2$$

$$R_B = 3qL/2$$

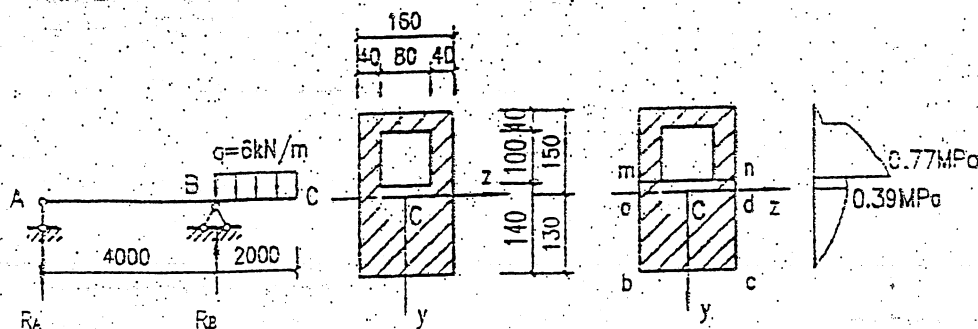
$$H_A = qL$$

刚架的内力图如下



五

图示一箱形截面外伸梁,求梁内危险截面上的最大正应力和最大剪应力之值,并绘出正应力和剪应力沿截面高度的分布图(示意图).已知截面对形心轴 z 的形心主惯性矩 $I_z = 262 \times 10^{-6} \text{ m}^4$ (15分)



题 5 图

题 5 解图(右图剪应力沿高度分布图)

解: $R_B = 6 \times 2 \times 5 / 4 = 15 \text{ kN}$ $R_A = 6 \times 2 \times 1 / 4 = 3$ (向下)

$M_{\max} = M_B = 6 \times 2 \times 2 / 2 = 12 \text{ kN} \cdot \text{m}$

B截面为危险截面,在该截面最大正应力是最大拉应力,其取值

$\sigma_{\max} = M_{\max} y_{\text{上}} / I_z = 12 \times 10^3 \times 0.15 / (262 \times 10^{-6})$

$= 6.87 \text{ MPa}$

(正应力分布图见右下图)

$V_{\max} = V_B = 6 \times 2 = 12 \text{ kN}$

关于剪应力的最大值,应当从中性轴上的点和紧靠中性轴的截面变化处且在小尺寸部分上的点.在解图中的直线mn示意了这些点.

$S_{abcd} = 160 \times 130 \times 130 / 2 = 1.352 \times 10^6 \text{ mm}^3$

$S_{mbcn} = 160 \times 140 \times (130 - 140 / 2) = 1.344 \times 10^6 \text{ mm}^3$

$\tau_{C, \text{中性轴上点}} = 12 \times 10^3 \times 1.352 \times 10^6 / (160 \times 262 \times 10^6)$

$= 0.39 \text{ MPa}$

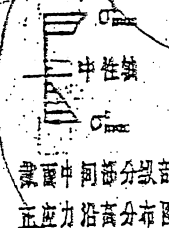
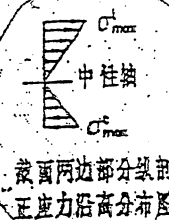
$\tau_{C, \text{变截面处点}} = 12 \times 10^3 \times 1.344 \times 10^6 / (80 \times 262 \times 10^6)$

$= 0.77 \text{ MPa}$

最大剪应力显然为,

$\tau_{\max} = \tau_{C, \text{变截面处点}} = 0.77 \text{ MPa}$

剪应力的方向同该截面的剪力,其大小分布图如右上解图



六、

已知图(a)悬臂梁的挠曲线方程 $y = M_0 x^2 / (2EI)$, 试用叠加法求图(b)所示梁在B截面的挠度 Y_B 和转角 θ_B . 两梁的抗弯刚度均为 EI . (8分)

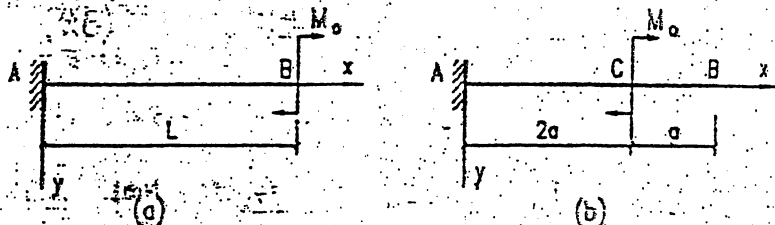


图 6

解: $Y_B = Y_C + \theta_C a$ $\theta_B = \theta_C$

$$Y_C = M_0 L^2 / (2EI) = 2M_0 a^2 / (EI)$$

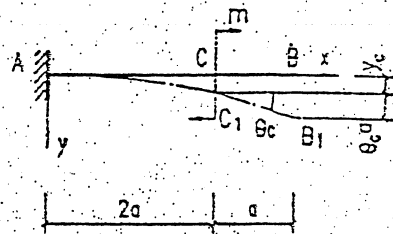
$$\theta_C = (dy/dx)_{x=L} = M_0 L / (EI)$$

$$= 2M_0 a / (EI)$$

所以 $Y_B = 2M_0 a^2 / (EI) + 2M_0 a a / (EI)$

$$= 4M_0 a^2 / (EI)$$

$$\theta_B = 2M_0 a / (EI)$$



解图

七、

图(a)和(b)表示同一材料的两个单元体的应力状态. 若材料的屈服极限 $\sigma_s = 270 \text{ MPa}$, 试根据第三强度理论求两个单元体同时到达屈服时, 拉应力 σ 与剪应力 τ 的数值.

已知 $\sigma > \tau$. (10分)

解: 单元体a的三个主应力是

$$\sigma_1 = \sigma \quad \sigma_2 = \tau \quad \sigma_3 = -\tau$$

该单元体的 $\sigma_{r3,1} = \sigma - (-\tau) = \sigma + \tau$ (a)

单元体b的第三强度理论的相当应力是

$$\sigma_{r3,2} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \quad (b)$$

对于两个单元体使用屈服条件, 有

$$\sigma + \tau = 270 \text{ MPa} \quad (c)$$

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = 270 \text{ MPa} \quad (d)$$

联解式(c)和(d), 有两组答案:

$$(\sigma = 270 \text{ MPa}, \tau = 0) \text{ 和 } (\sigma = 162 \text{ MPa}, \tau = 108 \text{ MPa})$$

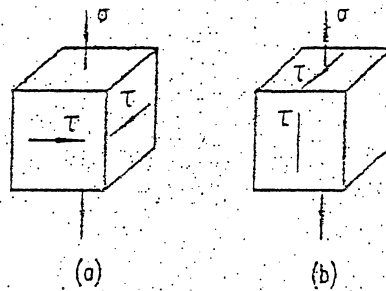


图 7

八、

计算图示结构内所积蓄的应变能(略去剪切变形的影响), 梁的抗弯刚度 EI 和杆的抗拉压刚度 EA 为已知, 并用卡氏第二定理求A点的铅垂位移。(8分)

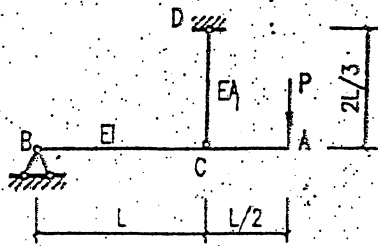
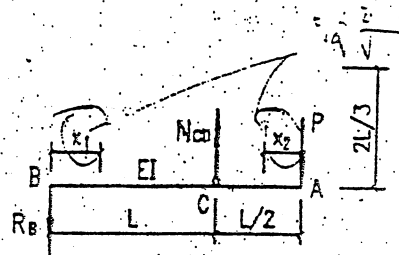


图 8图



解图

解: 梁的计算图见解图。支反力和杆的内力为

$$N_{CD} = (3PL/2)/L = 3P/2$$

$$R_B = (PL/2)/L = P/2$$

按卡氏第二定理, 有

$$V_A = \frac{\partial U}{\partial P} = \sum \left[\frac{1}{EI} \int_0^L M(x_1) \frac{\partial M(x_1)}{\partial P} dx + \frac{1}{EA} N_{CD} \frac{\partial N_{CD}}{\partial P} \right]$$

式中

$$M(x_1) = -R_B x_1 = -Px_1/2 \quad \frac{\partial M(x_1)}{\partial P} = -x_1/2$$

$$M(x_2) = -Px_2 \quad \frac{\partial M(x_2)}{\partial P} = -x_2$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial P} = 3/2$$

代入前式, 有

$$V_A = \left[\int_0^L (Px_1^2/4) dx_1 + \int_0^{L/2} (Px_2^2) dx_2 \right] / (EI) + \frac{(3P/2)(3/2)(2L/3)}{(EA)}$$

$$\text{即得 } V_A = [(1/12 + 1/24)PL^3 / (EI)] + [3PL / (2EA)]$$

$$= PL^3 / (8EI) + 3PL / (2EA)$$

$$V_A = \frac{\partial V}{\partial P}$$

的抗

九、

一矩形截面的柱子,受到外力 $P=25\text{kN}$,偏心距 $e_z=25\text{mm}$, $F=5\text{kN}$ 共同作用,矩形截面的尺寸 $b \times h=100 \times 150\text{mm}^2$ 。试求:(1)柱内最大正应力之值(底截面);

(2)确定底截面中性轴的位置,并在柱底截面上画出中性轴的大致位置

(注:图中 z 、 y 两轴为矩形截面的对称轴, C 为截面形心) (15分)

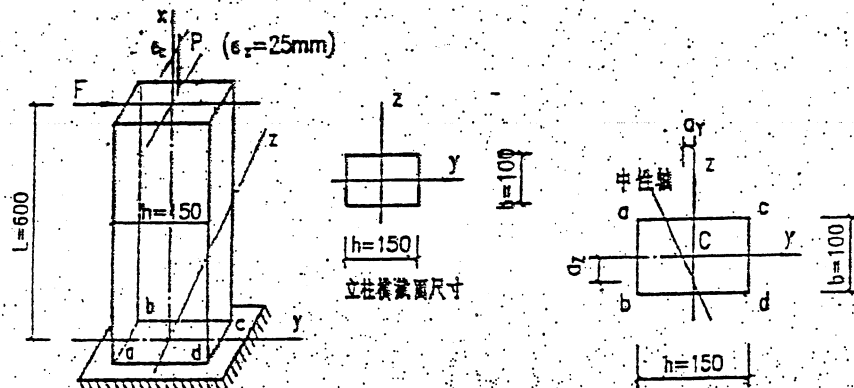


图 9 图

底部截面中性轴位置图

$$\text{解: } N = -P = -25\text{kN} \quad M_z = FL = 5 \times 0.6 = 3\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_y = Pe_z = 25 \times 0.025 = 0.625\text{kN}\cdot\text{m} \quad (\text{方向定性判定})$$

最大正应力发生在柱底截面 c 点处,它为压应力,其绝对值是

$$\begin{aligned} |\sigma_{\min,c}| &= |(P/A) + (M_z/W_z) + (M_y/W_y)| \\ &= 25 \times 10^3 / (100 \times 150) + 3 \times 10^6 / (100 \times 150^2) + \\ &\quad + 0.625 \times 10^6 / (100^2 \times 150) \\ &= 1.67 + 8 + 2.5 = 12.17\text{MPa} \end{aligned}$$

根据第一象限任意点,写出点的正应力公式,再令它为零可得到中性轴方程式

$$(P/A) + (M_z y_0 / I_z) + (M_y z_0 / I_y) = 0$$

$$\text{当 } y_0 = 0 \quad \sigma_z = -P I_y / (A M_y)$$

$$= -25 \times 10^3 \times 150 \times 100^3 / (12 \times 100 \times 150 \times 0.625 \times 10^6)$$

$$= -33.33\text{mm}$$

$$\text{当 } z_0 = 0 \quad \sigma_y = -P I_z / (A M_z)$$

$$= -25 \times 10^3 \times 100 \times 150^3 / (12 \times 100 \times 150 \times 3 \times 10^6)$$

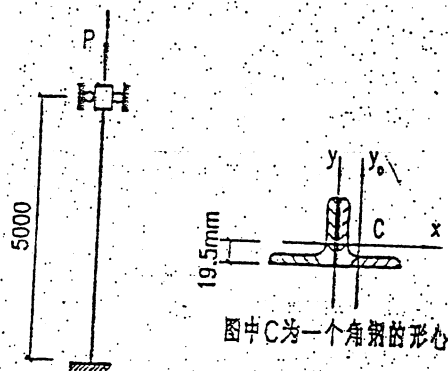
$$= -15.63\text{mm}$$

根据所求得的中性轴截距,作出中性轴如图所示。

十、

图示一两端固定的压杆,在 x, y 方向的支承相同;横截面为两个等肢角钢。已知一个角钢 x, y 方向的惯性矩分别为 $I_x = I_y = 37.77 \times 10^4 \text{ mm}^4$, 回转半径 $i_x = 21.5 \text{ mm}$, 材料的弹性模量 $E = 200 \text{ GPa}$, 压杆的 $\lambda_p = 100$ 。试求该压杆的临界力 $P_{ij} = ?$

(15分)



题 10图

解: $L_0 = 0.5 \times 5 = 2.5 \text{ m}$ 由已知一个角钢的惯性矩和惯性半径, 计算它的截面积 A

$$A = I_x / i_x^2 = 37.77 \times 10^4 / 21.5^2 = 600.76 \text{ mm}^2$$

组合截面的几何数据

$$I_x = 2 \times 37.77 \times 10^4 = 75.54 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_y = [I_x + (\overline{y y_0})^2 A] > I_x$$

两个方向杆端约束相同, 临界力取决于组合截面的 I_x , 相应

$$i_x = (I_x / A)^{1/2} = (\text{一个角钢的 } i_x) = 21.5 \text{ mm}$$

$$\lambda_x = L_0 / i_x = 2500 / 21.5 = 116.3 > \lambda_p = 100$$

根据上述分析, 压杆属于细长压杆, 它的临界力

$$P_{ij} = \pi^2 E I_x / L_0^2$$

$$= \pi^2 \times 2 \times 10^5 \times 75.54 \times 10^4 / 2500^2$$

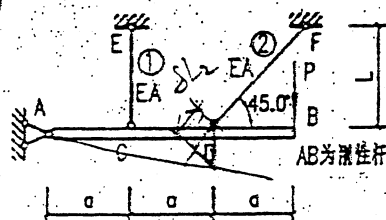
$$= 23.8 \times 10^5 \text{ N}$$

$$= 238 \text{ kN}$$

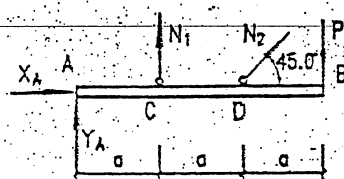
一九九八年硕士学位研究生入学考试材料力学科目

考研试题解答

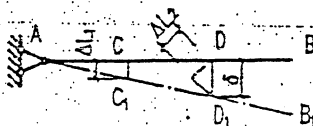
结构如图所示, 1、2两杆均为高度相等的圆拉杆, 横截面为直径 $d=32\text{mm}$ 的圆杆, 横梁AB可视为刚体, 若容许应力 $[\sigma]=160\text{MPa}$, $P=100\text{kN}$, 试校核1、2号杆的强度. (14分)



题1图



解图(a) AB杆分离体图



解图(b) AB杆位移图

解: 由解图a $N_1 a + 2N_2 a \sin 45^\circ - 3Pa = 0$ (1)

导出 $N_1 = 3P - \sqrt{2}N_2$

再考虑变形协调条件, 由解图b

$$\Delta L_1 = \delta/2 = \Delta L_2 / (2\cos 45^\circ)$$

用胡克定律 $N_1 L / (EA) = (N_2 L / \cos 45^\circ) / (2EA \cos 45^\circ)$

即得 $N_1 = N_2$ (2)

联解式(1)和(2) $N_1 = N_2 = 3P / (1 + \sqrt{2}) = 124.3\text{kN}$

强度校核 $\sigma_1 = N_1 / A = 4 \times 124.3 \times 10^3 / (\pi 32^2) = 154.5\text{MPa} < [\sigma]$

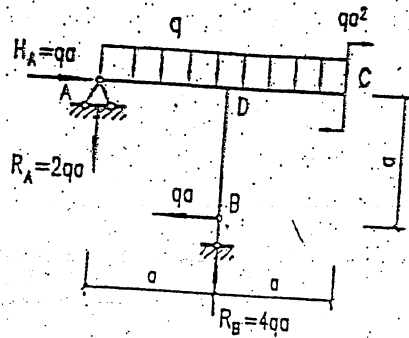
$$\sigma_2 = N_2 / A = 154.5\text{MPa} < [\sigma]$$

所以, 两杆的强度都合格.

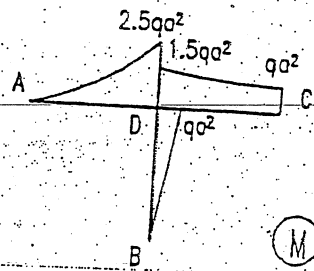
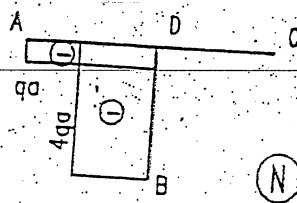
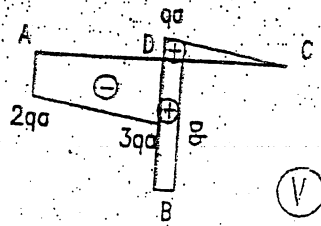
二、试用简便方法绘制下列梁和刚架的内力图：

2-1 刚架

解：在原题图中加上支反力 $R_A = qa^2/a = qa$ ， $R_B = 4qa$ ， $H_A = qa$ 。
绘出刚架的内力图如下



题 2-1 图



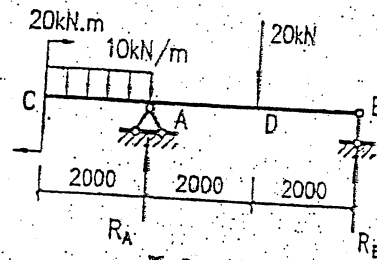
2-2 外伸梁

解：

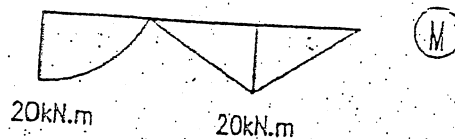
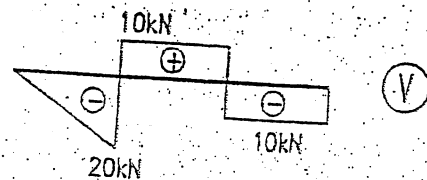
$$R_A = (10 \times 2 \times 5 + 20 \times 2 - 20) / 4 = 30 \text{ kN}$$

$$R_B = (20 - 10 \times 2 \times 1 + 20 \times 2) / 4 = 10 \text{ kN}$$

绘出梁的内力图如右



题 2-2 图



三、

图示外伸梁,横截面为矩形,在外伸端受一集中力 P 作用,试求梁的上边缘纤维的总伸长.已知梁材料的弹性模量为 E . (10分)

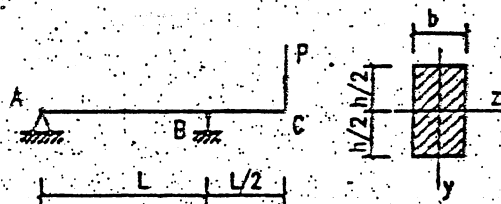


图 3图

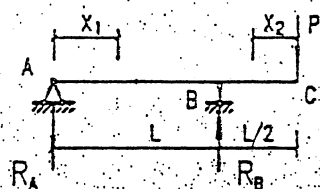


图 3解图

解:在解图中 $R_A = P(L/2)/L = P/2$, $R_B = 3P/2$.

梁段弯矩方程 $M(x_1) = -Px_1/2$

$$M(x_2) = -Px_2$$

边缘纤维应变,应按照单向应力状态分析,且注意到上边缘坐标 y 为负

$$\varepsilon(x_1) = M(x_1)/(EW_z)$$

$$= (Px_1/2)/(Eb h^3/6) = 3Px_1/(bh^3 E)$$

$$\varepsilon(x_2) = M(x_2)/EW_z$$

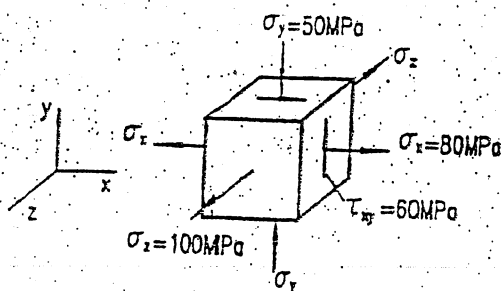
$$= Px_2/(Eb h^3/6) = 6Px_2/(bh^3 E)$$

上边缘纤维的总伸长为

$$\begin{aligned} \Delta L &= \int_0^L [3Px_1/(bh^3 E)] dx_1 + \int_0^{L/2} [6Px_2/(bh^3 E)] dx_2 \\ &= [3/2 + 3(1/2)^2] L^2 / (bh^3 E) \\ &= 9L^2 / (4bh^3 E) \end{aligned}$$

四、

试用解析法求图示单元体的主应力大小及方向,并按第三强度理论求单元体的相当应力值。(14分)



题 4 图

解: $\sigma_z = 100 \text{ MPa}$, 为主应力之一。

考虑单元体在 xy 平面内的平面应力状态,

$$\sigma_x = 80 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = -50 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = -60 \text{ MPa}$$

由公式

$$\begin{aligned} \sigma_{\max/\min} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \\ &= \frac{80 - 50}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{80 + 50}{2}\right)^2 + (-60)^2} \end{aligned}$$

$$\sigma_{\max/\min} = 15 \pm 88.45$$

得

$$\sigma_{\max} = 103.5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\min} = -73.5 \text{ MPa}$$

排序定出主应力

$$\sigma_1 = 103.5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 100 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = -73.5 \text{ MPa}$$

主应力的方位, σ_2 方向为 z 轴, σ_1 和 σ_3 的方位可确定如下

$$\begin{aligned} \tan 2\alpha &= -2\tau_{xy} / (\sigma_x - \sigma_y) \\ &= 120 / (80 + 50) = 0.923 \end{aligned}$$

又得

$$\alpha_0 = 21.35^\circ$$

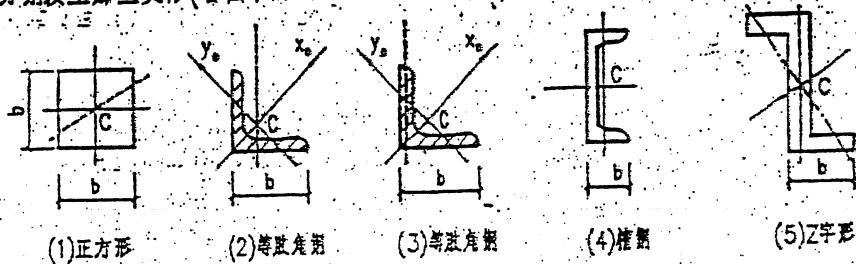
(此即 σ_2 与 x 轴之间的夹角)

最后

$$\sigma_{r3} = \sigma_1 - \sigma_3 = 177 \text{ MPa}$$

五、

下列图表示梁的五种横截面形状,虚线表示梁的外力作用纵面的方位。试指出梁将分别发生那些变形(各图中的C点均表示截面形心)。(10分)



题 5图

- 解: (1) 平面弯曲; (2) 斜弯曲与扭转; (3) 斜弯曲;
(4) 平面弯曲与扭转; (5) 斜弯曲。

六、(14分)

有一简支梁AB, $L=3\text{m}$, 横截面为圆形, 直径 $d=200\text{mm}$, 受外力 $P_1=P_2=5\text{kN}$ 作用。其中 P_1 沿 y 方向, P_2 沿 z 方向, 如图示。试求梁内的最大正应力的数值。

解: 对于此弯扭组合问题,

根据荷载情况, 计算梁的弯矩峰值

$$M_{zc} = (2P_1/3)(L/3) = 2P_1 L/9 = 10/3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{zd} = (P_1/3)(L/3) = P_1 L/9 = 5/3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{yc} = (P_2/3)(L/3) = P_2 L/9 \quad M_{y,d} = (2P_2/3)(L/3) = 2P_2 L/9$$

$$\text{合弯矩} \quad M_c = M_d = \sqrt{(2PL/9)^2 + (PL/9)^2} = \sqrt{(10/3)^2 + (5/3)^2} = 3.73 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

梁的抗弯截面模量

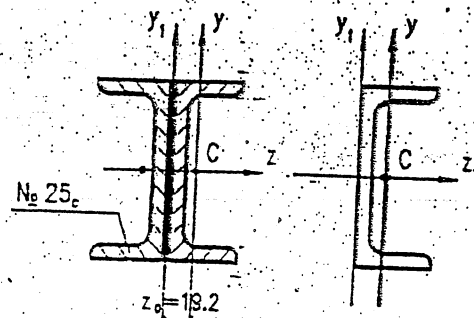
$$W = \pi \times 200^3 / 32 = 7.85 \times 10^5 \text{ mm}^3$$

梁的最大正应力的值为

$$\sigma_{\max} = M_c / W = 3.73 \times 10^6 / (7.85 \times 10^5) = 4.75 \text{ MPa}$$

七. 597. (10) 分

中心受压柱的两端为固定支承, 柱高 $L=6\text{m}$, 柱横截面由两个No 25c 槽钢所组成. 已知材料的 $E=200\text{GPa}$, $\lambda_p=100$. 又若两个槽钢的腹板沿杆长: (1) 自由地靠在一起; (2) 焊接在一起; 试就两种情况分别求柱的临界力 $P_{ij}=?$ (15分)



(a) 题图(组合截面)

(b) 一个槽钢的有关数据

题 7 图

槽钢型号 No 25c
 $A=44.92 \times 10^2 \text{ mm}^2$
 $I_z=36.90 \times 10^6 \text{ mm}^4$
 $i_z=90.7 \text{ mm}$
 $I_y=2.18 \times 10^6 \text{ mm}^4$
 $i_y=22.1 \text{ mm}$
 $I_{y,1}=3.84 \times 10^6 \text{ mm}^4$
 $Z_0=19.2 \text{ mm}$

解: 情况(1) $L_0=0.5 \times 6=3\text{m}$

最大的柔度 $\lambda_y=L_0/i_y=3000/22.1=135.75$ (单个槽钢的, $i_z > i_y$)

又

$$\lambda_y > \lambda_p$$

自由靠在一起的两个槽钢的总承载能力为

$$P_{ij,1} = 2 \times (\pi^2 E I_y / L^2) \\ = 2 \times \pi^2 \times 2 \times 10^5 \times 2.18 \times 10^4 / 3000^2 = 956.3 \text{ kN}$$

情况(2) $L_0=0.5 \times 6=3\text{m}$

回转半径

$$i_z=90.7 \text{ mm} \quad (\text{已知})$$

$$i_z = \sqrt{I_z / A} \quad ?$$

$$I_{y,1} = 2(I_y + A Z_0^2)$$

$$(\text{或 } I_{y,1} = 2 I_{y,1} \text{ 单槽钢})$$

$$= 2(2.18 \times 10^4 + 44.92 \times 10 \times 19.2^2) = 7.67 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

所以

$$i_{y,1} = [7.67 \times 10^6 / (2 \times 4492)]^{1/2} = 28.66 \text{ mm}$$

因为

$$i_{y,1} < i_z$$

相应

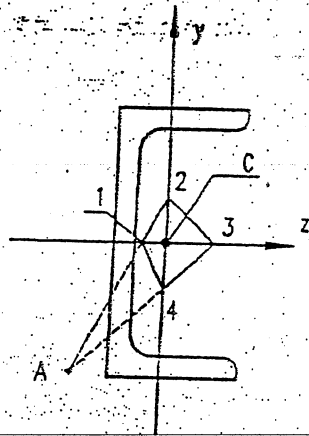
$$\lambda_{y,1} = \lambda_{\max} = 3000 / 28.66 = 104.7 > \lambda_p$$

最后

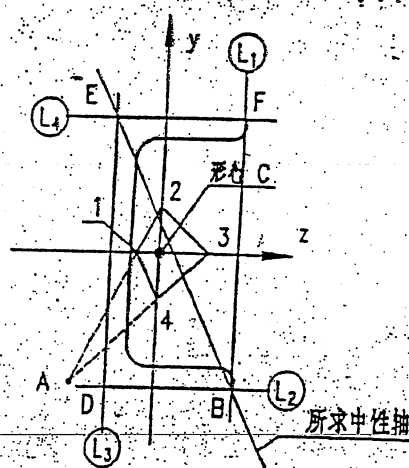
$$P_{ij,2} = \pi^2 E I_{y,1} / L^2 \\ = \pi^2 \times 2 \times 10^5 \times 7.67 \times 10^6 / 3000^2 = 1682.3 \text{ kN}$$

八、

图示某柱的槽钢横截面, 四边形1234是其截面核心。若有一个与截面垂直的集中力 P 作用于12边和34边延长线的交点 A 。试在图中画出中性轴的大致位置, 并说明其理由 (不要求计算)。(8分)



题 8 图



题 8 解图

解: 在解图中, 我们绘出了与截面核心边界1234点对应的, 与截面相切的四条中性轴直线, 即

直线 L_1 直线 L_2 直线 L_3 直线 L_4

假设与截面核心边界的12边、23边、34边和41边分别对应的是B、D、E、F, 考虑与截面边界相切的中性轴的性质, 通过E点的这种直线围绕形心从直线 L_3 顺时针转至直线 L_4 , 相应的集中力作用点就绕形心沿核心边界由点3移动到点4; 如果分析通过E点的与截面相交的中性轴直线, 当绕形心从直线 L_3 逆时针转向直线 L_4 , 而只转至通过形心的位置, 则相应的集中力作用点, 就沿着边界上点4到点3连线的延长线由点3移动到无穷远处。

题设集中力作用在21边和34边延长线的交点 A 处, 根据上述分析, 对应的中性轴必然既通过E点, 又通过B点。所以, 所求中性轴即为E点和B点的连线:

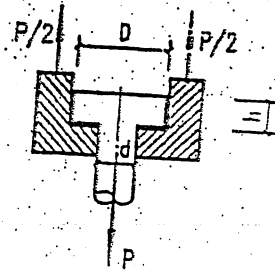
(此题可以采用较为简明扼要的解答, 请读者自行考虑)

一九九九年硕士学位研究生入学考试材料力学科目

考研试题解答

一、填空题 (每小题2分,共10分)

1. 图示低碳钢拉伸圆截面试件,拉杆头部的剪切面面积为(πdh),挤压面面积为($\pi(D^2-d^2)/4$)。



题 1-1图

2. 图示拉杆,受轴向力 P_1, P_2 作用,杆的抗拉刚度为 EA ,试问全杆内的应变能 $U=$
($\frac{P_2^2 L_2}{2EA} + \frac{(P_1+P_2)^2 L_1}{2EA}$)。

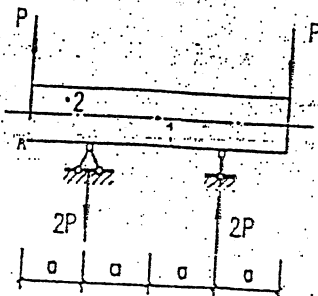


题 1-2图

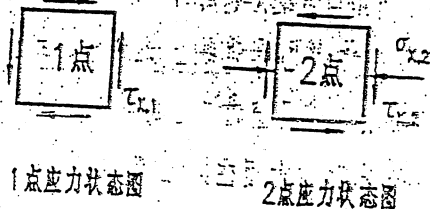
3. 通过低碳钢的拉伸破坏试验,确定该材料的两个塑性指标是(延伸率)和(截面收缩率)。

4. 对于受压立柱,为使横截面上不产生拉应力,压力的合力必须作用在(截面核心区域(边界及以内的范围))上。而如果要使横截面产生均匀压应力,压力合力必须作用在(形心)处。

5. 图示双向外伸梁,画出梁中1,2两点(用单元体表示)的应力状态图(只画示意图,不计算)。



题 1-5图



1点应力状态图

2点应力状态图

题 1-5解图

二、

图示开口和闭口薄壁截面杆件的横截面,承受相同的扭矩 M_t (M_t 方向如图所示),试说明剪应力沿壁厚的分布规律,并在截面上绘出剪应力流的方向。(6分)

解:按题要求绘出两种截面的剪应力流方向如图所示。开口圆环在壁的中心线上各点为零,内壁点和外壁点数值相同方向相反,且沿壁厚呈线性分布。闭口圆环形截面,在任一径向沿壁厚各点的剪应力大小,与到圆心的距离成正比。

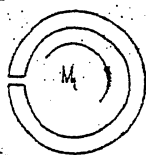


图 2图

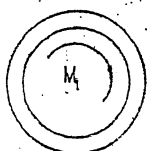
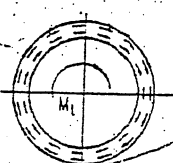
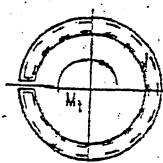


图 2解图



三、

指出图示各截面的弯曲中心的大致位置,若各截面上的剪力指向均向下,画出各截面上剪应力流的方向。(6分)

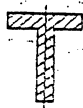
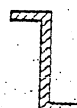
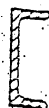


图 3图



解:前两种截面的弯心在它们各自的相交肢的交点处,图中用A点表示;第三种截面弯心在对称轴上的截面左侧,如图中A点所示。最后一种Z形截面,弯心在形心处。按题要求绘出各截面的弯心A点和剪应力流的方向如图所示。

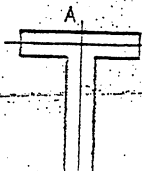
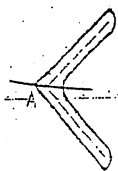
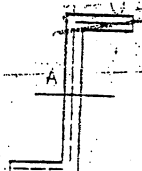
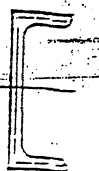
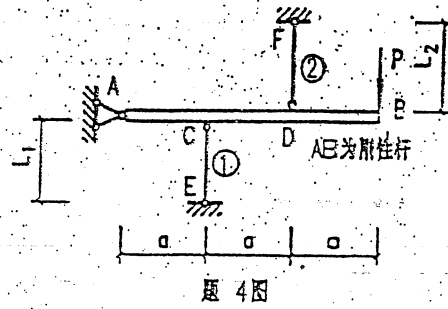


图 3解图

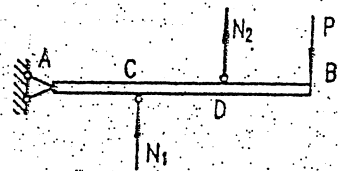


四、

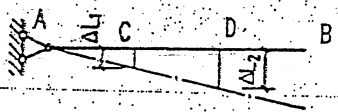
图示结构,横梁AB可视为刚体,1、2杆材料及横截面均相同,即 $E=200\text{GPa}$, $d_1=d_2=20\text{mm}$, $L_1=L_2=500\text{mm}$.已知杆2储存的应变能 $U_2=20\text{N}\cdot\text{m}$,求力P的大小. (10分)



题 4 图



解图(a) AB杆分离体图



解图(b) AB杆位移图

解: 结构是一次超静定问题,在静力方面,在解图a中对铰点A取矩

$$\sum M_A = 0: N_1 a + N_2 2a = 3Pa$$

即

$$N_1 + 2N_2 = 3P$$

(a)

考虑变形协调条件,由解图b有几何关系

$$\Delta L_1 = \Delta L_2 / 2$$

再由物理关系

$$N_1 L_1 / (EA) = N_2 L_2 / (2EA)$$

得

$$N_1 = N_2 / 2$$

(b)

由式(a)和式(b)

$$N_1 = 3P/5 \quad N_2 = 6P/5$$

再根据题设杆2横截面积相等,有

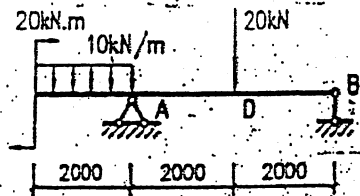
$$U_2 = N_2^2 L_2 / (2EA) = 36P^2 L_2 / (50EA)$$

解得 $P = \sqrt{50EA U_2 / (36L_2)}$

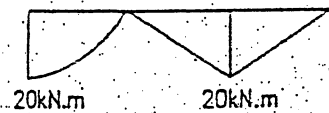
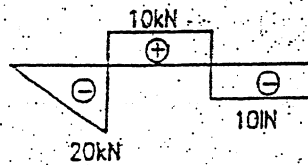
$$= \sqrt{50 \times 2 \times 10^5 \times \pi \times 20^2 \times 20 \times 10^{-3} / (4 \times 36 \times 500)} \times 10^{-3} = 59.1 \text{ kN}$$

五、

绘下列梁和框架的内力图(轴力N、剪力V、弯矩M)。(12分)



题 5-1 图



5-1. 绘制梁的内力图

解:

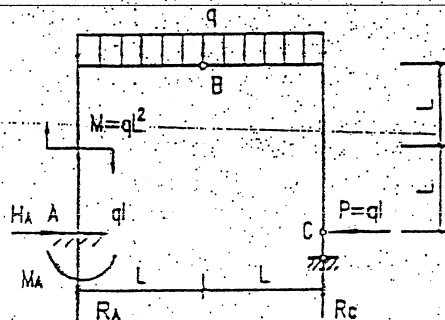
$$R_A = (10 \times 2 \times 5 + 20 \times 2 - 20) / 4 = 30 \text{ kN} \quad (\text{向上})$$

$$R_B = (20 \times 2 - 10 \times 2 \times 1 + 20) / 4 = 10 \text{ kN} \quad (\text{向上})$$

剪力图和弯矩图如解图

梁的轴力为零

5-2 绘制刚架的内力图



题 5-2 图

解:

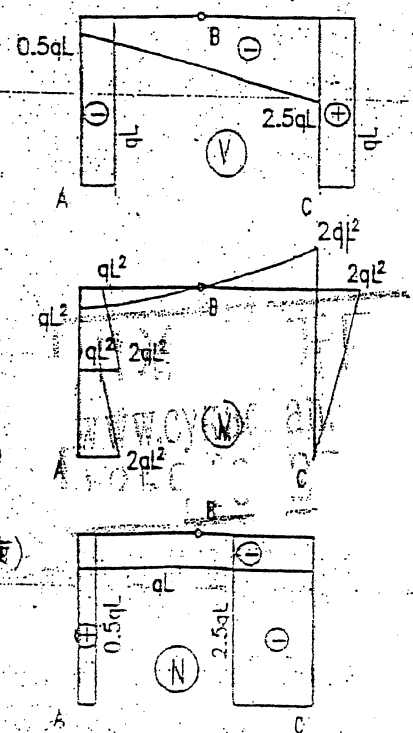
$$H_A = P = qL \quad (\text{向右})$$

$$R_C = (q \cdot L \cdot 0.5L + qL \cdot 2L) / L = 2.5qL \quad (\text{向上})$$

$$R_A = 2qL - 2.5qL = -0.5qL \quad (\text{Y方向力平衡})$$

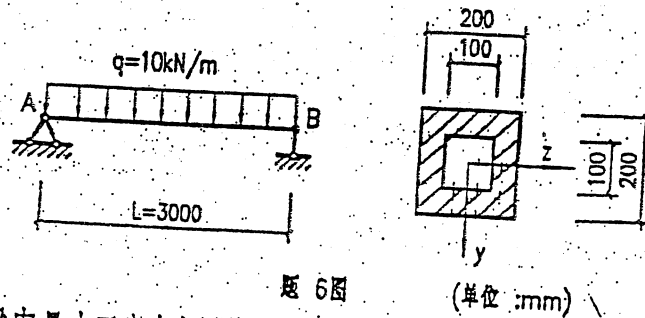
$$M_A = 2.5qL \cdot 2L - q \cdot 2L \cdot L - qL^2 = 2qL^2$$

绘出刚架内力图如右图



六、

简支梁受力如图示,求梁内的最大正应力和最大剪应力,并绘正应力、剪应力沿截面高度变化的示意图。(12分)



解: (梁内最大正应力在梁的跨中截面的上下边缘处,最大剪应力在梁端截面的中性轴上。答卷时,按本题要求可以不加以说明)

内力分析

$$M_{\max} = qL^2/8 = 10 \times 3 \times 3 / 8 = 90/8 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{\max} = qL/2 = 10 \times 3 / 2 = 15 \text{ kN}$$

几何数据

$$I_z = (200 \times 200^3 - 100 \times 100^3) / 12 = 1.25 \times 10^8 \text{ mm}^4$$

$$W_z = I_z / y_{\max} = 1.25 \times 10^8 / 100 = 1.25 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$b_{\min} = 100 \text{ mm}$$

$$S_{\max} = 200 \times 100 \times 50 - 100 \times 50 \times 25 = 8.75 \times 10^5 \text{ mm}^3$$

最大正应力

$$\sigma_{\max} = \sigma_{t,\max} = |\sigma_{c,\min}|$$

$$= M_{\max} / W_z = (90/8) \times 10^6 / (1.25 \times 10^6)$$

$$= 9 \text{ MPa}$$

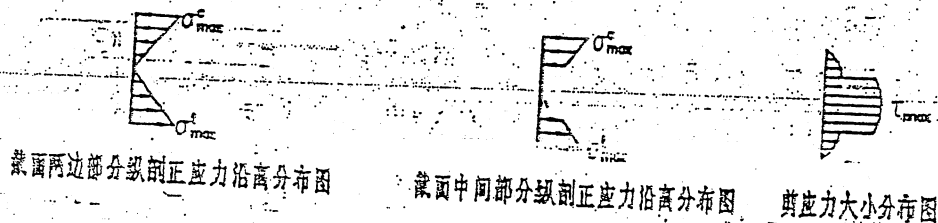
最大正应力

$$\tau_{\max} = (V_{\max} S_{\max}) / (b_{\min} I_z)$$

$$= (15 \times 10^3 \times 8.75 \times 10^5) / (100 \times 1.25 \times 10^8)$$

$$= 1.05 \text{ MPa}$$

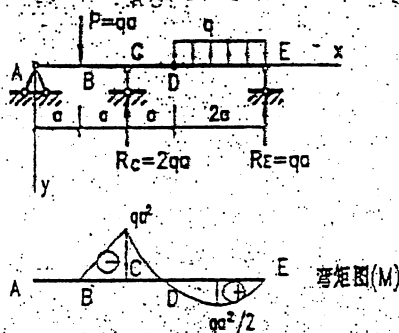
梁截面上正应力、剪应力沿截面高度变化示意图如下



题 6 解图

七.

用积分法求梁的位移时, 图示梁: (1) 应分几段列挠曲线微分方程(不要求列出方程式); (2) 写出确定积分常数所需的约束条件和连续条件; (3) 已知梁的弯矩 M 图, 由 M 图画梁的挠曲线大致形状(要求说明梁各段挠曲线的特点, 如直线、斜线、曲线的凸凹等)。(12分)



题 7 图

解: (1) 应分四段列出挠曲线近似微分方程。

(2) (为了准确进行确定积分常数所需的约束条件和连续条件, 应当参照本题下面的描述方法——解题者注)。

设所分四段的挠曲线为 V_1 、 V_2 、 V_3 和 V_4 。

约束条件

$$V_{1A}=0 \quad V_{2C}=0 \quad (\text{或 } V_{3C}=0)$$

$$V_{4E}=0$$

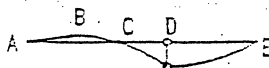
连续条件

$$V_{1B}=V_{2B} \quad \theta_{1B}=\theta_{2B} \quad (\text{或写为 } V'_{1B}=V'_{2B})$$

$$V_{2C}=V_{3C} \quad \theta_{2C}=\theta_{3C} \quad (\text{或写为 } V'_{2C}=V'_{3C})$$

$$V_{3D}=V_{4D}$$

(3) 梁的挠曲线大致形状如下图。图中AB段为斜直线; A、C、E三点为挠度零点; BC段为向上凸的曲线; DE段为向下凸的曲线; 在B截面处斜直线AB段与BC曲线段连续光滑。



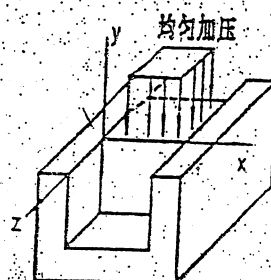
题 七 附图

八、

边长为20mm的正立方体,材料的泊松比 $\nu=0.3$,弹性模量 $E=200\text{GPa}$,立方体放入槽宽为20mm的不变形的刚性模中,如图示,立方体上面均匀加压,总压力 $P=40\text{kN}$,设立方体与刚模间摩擦系数为零,求:

(1) $\sigma_x=?$

(2) y方向的边长将缩短多少? (10分)



题 8图

解: y方向上的应力

$$\sigma_y = P/A = -40 \times 10^3 / (20 \times 20) = -100 \text{MPa}$$

主应力之一 $\sigma_z = 0$

(根据立方体与刚模之间摩擦系数为零的假设,立方体与刚模的接触面上没有剪应力存在,按此假设立方体处于均匀应力应变情况——解题者注)。

x方向应变条件 $\varepsilon_x = 0$ 按照胡克定律 $\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] = 0$

前面条件代入,得

$$\sigma_x = 0.3 \times (-100) = -30 \text{MPa}$$

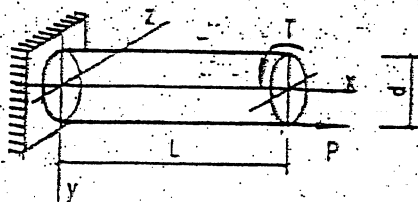
在y方向上的边长缩短量为

$$\begin{aligned} \Delta L_y &= \varepsilon_y L = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) L \\ &= \frac{1}{2 \times 10^5} [-100 - 0.3 \times (-30)] \times 20 \\ &= -9.1 \times 10^{-3} \text{mm} \end{aligned}$$

九、

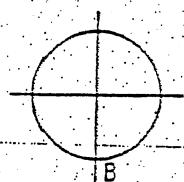
悬臂圆形杆受力情况如图所示。图中 d 、 T 、 P 为已知：

- (1) 指出该杆危险点的位置，并用单元体表示危险点的应力状态；
- (2) 按第三、第四强度理论写出相当应力表达式。

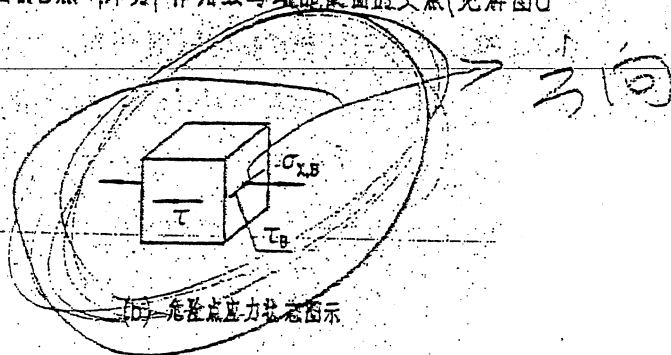


题 9 图

解：(1) 该梁危险点在端部截面的B点，即力 P 作用线与端部截面的交点(见解图a所示)。该点的应力状态图示如图b。



(a) 端部截面危险点位置



(b) 危险点应力状态图示

- (2) B点的应力情况是

$$\sigma_{xB} = \frac{P}{(\pi d^2/4)} + \frac{P(d/2)}{(\pi d^3/32)} = \frac{20P}{\pi d^2}$$

$$\tau_{xB} = \frac{T}{W_t} = \frac{T}{(\pi d^3/16)} = \frac{16T}{\pi d^3}$$

按第三强度理论和第四强度理论的相当应力是

$$\sigma_{r3} = \sqrt{\sigma_{xB}^2 + 4\tau_{xB}^2} = \sqrt{\left(\frac{20P}{\pi d^2}\right)^2 + 4\left(\frac{16T}{\pi d^3}\right)^2}$$

$$\sigma_{r4} = \sqrt{\sigma_{xB}^2 + 3\tau_{xB}^2} = \sqrt{\left(\frac{20P}{\pi d^2}\right)^2 + 3\left(\frac{16T}{\pi d^3}\right)^2}$$

(注意，梁的端部截面最上面的点，不要误认为是危险点)

十、

图示一中心压杆, 两端视为铰支, 杆长 $L=6\text{m}$, 截面为四个等肢角钢 $4\text{L}63\times 63\times 8$ 组成正方形, 弹性模量 $E=210\text{GPa}$, $\lambda_p=100$, 压杆的稳定安全系数 $n_w=1.75$. 试求此压杆所能承受的最大安全压力. 已知每一个角钢的有关参数如图所述. (12分)

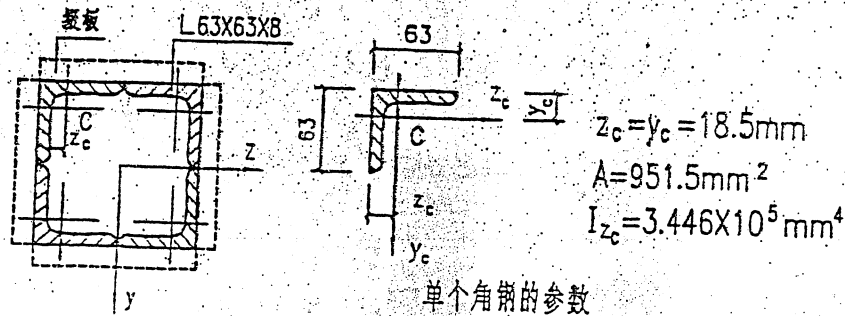


图 10图

解: 先分析组合截面的有关几何数据

$$\begin{aligned} I_z = I_y &= 4[I_{z_c} + (63 - y_c)^2 A] \\ &= 4[3.446 \times 10^5 + (63 - 18.5)^2 \times 9.515 \times 10^2] \\ &= 8.915 \times 10^6 \text{mm}^4 \\ i_z = i_y &= [I_z / (4A)]^{1/2} \\ &= [8.915 \times 10^6 / (4 \times 9.515 \times 10^2)]^{1/2} = 48.4\text{mm} \end{aligned}$$

判定压杆是否属于细长压杆范围

$$\lambda_z = \lambda_y = L_0 / i_z = 6000 / 48.4 = 123.97$$

显然

$$\lambda_z > \lambda_p \quad (\text{属于细长压杆范围})$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_0^2}$$

临界力

$$= \frac{\pi^2 \times 2.1 \times 10^5 \times 8.915 \times 10^6}{6000^2} = 513.3\text{kN}$$

该压杆所能够承受的最大安全压力是

$$[P] = \frac{P_{cr}}{n_w} = 513.3 / 1.75 = 293.3\text{kN}$$

重庆建筑大学

2000年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：材料力学 (一) 共 4 页

考生注意：请在答题纸上答题，在试题上答题无效

一、选择题 (每小题3分共9分)

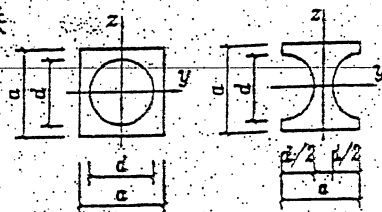
01. 铸铁试件拉伸时沿横截面断裂，而扭转时沿与轴线成 45° 倾角的螺旋面断裂，这与_____有关。

- (1) 最大拉应力； (2) 最大剪应力；
(3) 最大拉应力和最大剪应力； (4) 最大剪应变；

02. 图示a和b两种截面，关于它们的惯性矩的关

系有以下四种答案，其正确答案是_____

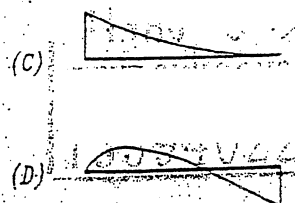
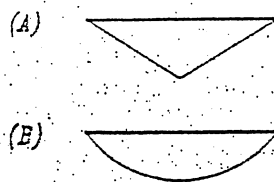
- (A) $(I_y)_a > (I_y)_b$, $(I_z)_a = (I_z)_b$;
(B) $(I_y)_a = (I_y)_b$, $(I_z)_a > (I_z)_b$;
(C) $(I_y)_a = (I_y)_b$, $(I_z)_a < (I_z)_b$;
(D) $(I_y)_a < (I_y)_b$, $(I_z)_a = (I_z)_b$;



题 02a 图

题 02b 图

03. 若简支梁跨度为 L , EI 为常数, 挠曲线方程为 $y = qx(L^3 - 2Lx^2 + x^3)/(24EI)$, 则梁的下列弯矩图图中, 正确答案是_____



二、填空题 (每空1分, 共10分)

(1) 材料力学根据材料的主要性能作如下三个假设_____和_____。

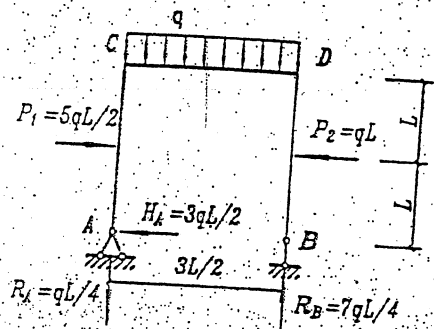
(2) 实际压杆的缺陷一般归纳为_____和_____三种。

- (3) 剪应力互等定理指出,在微元体的两个相互垂直截面上,垂直于该两截面交线的剪应力数值_____,其方向均_____交线。
- (4) 平面应力状态分析解析法,计算斜截面正应力公式和计算斜截面剪应力公式分别为_____。

三、(7+5=12分)

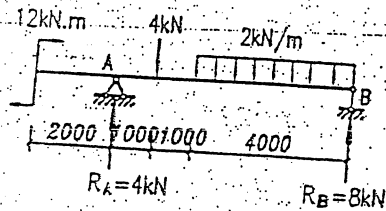
用简便方法绘制下列刚架和梁的内力图(包括剪力图、弯矩图及轴力图)。

(1) 绘制刚架内力图



题 3-1 图

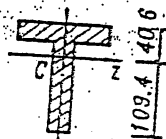
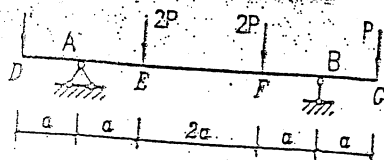
(2) 绘制梁的内力图



题 3-2 图

四、(8分)

图示T形截面两端外伸梁,已知截面对形心轴Z的惯性矩 $I_z = 735 \times 10^4 \text{ mm}^4$,图中尺寸 $a = 1000 \text{ mm}$. 材料的容许拉应力 $[\sigma_t] = 60 \text{ MPa}$,容许压应力 $[\sigma_c] = 150 \text{ MPa}$,试根据强度条件确定梁的许用荷载 $[P]$.

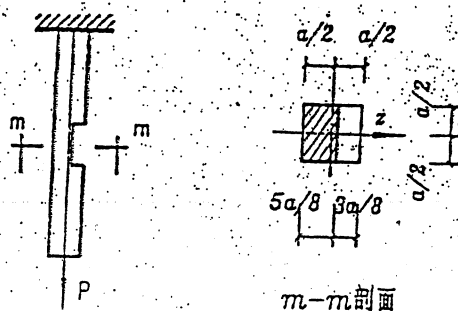


单位: mm

题 4 图

五、(8分)

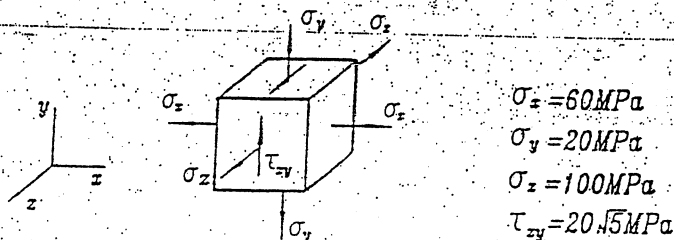
图示正方形截面杆, $P=12kN$, $[\sigma]=10MPa$, 试确定截面的边长 a .



题 5 图

六、(11分)

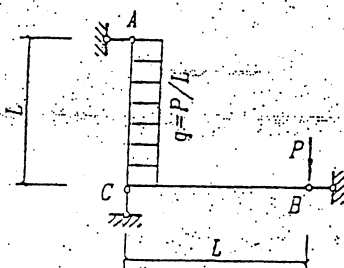
对于图示单元体试用解析法:(1)求出单元体的主应力大小及方向,并指出该点应力状态所属的类型;(2)按第三强度理论和第四强度理论求单元体的相当应力值.



题 6 图

七、(10分)

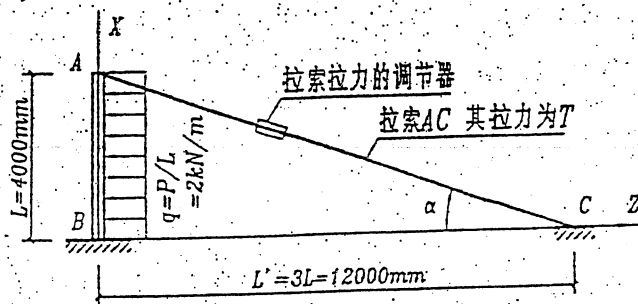
图示刚架ACB各段的抗弯刚度为 EI , 不计轴力和剪力的影响, 用卡氏第二定理计算B截面的位移 δ_B .



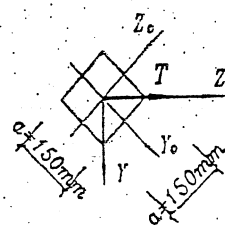
题 7 图

八、(16分)

下端固定的立柱在 XZ 平面内上端受到通过截面形心的拉索拉力作用。所承受的水平均布荷载合力为 P 。拉索通过拉力调节器调整后拉力保持为 $T=3P/(2\sqrt{10})$ 。立柱截面尺寸和布置方位如图b, 立柱材料抗拉强度优于抗压, 其容许抗压应力为 $[\sigma]=10\text{MPa}$ 。不要求考虑立柱的稳定问题, 并忽略剪力对立柱强度的影响完成以下计算: (1) 绘出立柱的计算简图; (2) 确定立柱的危险截面的位置; (3) 校核立柱的强度。



(a) 立柱在 XZ 平面计算简图

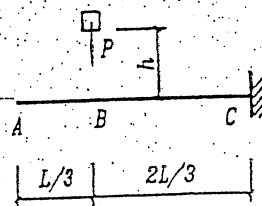


(b) 立柱截面的方位

题 8图

九、(4分)

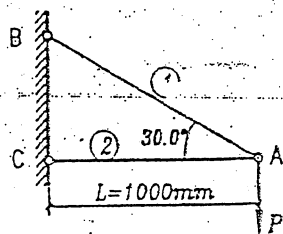
图示自由落体冲击情况下, 如果冲击物的下落高度 $h=12\Delta_s$ (其中 Δ_s 为冲击物按静荷载方式作用于梁上B点处的静位移), 设梁的截面刚度为 EI , 试写出梁上B点在冲击时所达到最大位移 Δ_{dB} 的表达式。



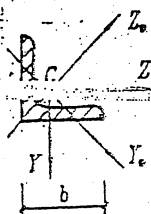
题 9图

十、(12分)

图示结构1杆为直径 $d=40\text{mm}$ 的圆截面杆, 2杆为等肢角钢(截面有关数据如图注)。材料的容许应力 $[\sigma]=120\text{MPa}$, 弹性模量 $E=200\text{GPa}$, 适用于欧拉公式的临界柔度为 $\lambda_p=90$, 并规定稳定安全系数 $n_w=2$, 试求许可荷载 $[P]$ 。



题 10图



2号杆为角钢L50x50x5

角钢L50x50x5有关数据

$$A=480.3 \text{ mm}^2$$

$$I_z=11.21 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_{yc}=17.79 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

2000年硕士学位研究生入学考试材料力学科目

考 研 试 题 解 答

一、选择题 (每小题3分共9分)

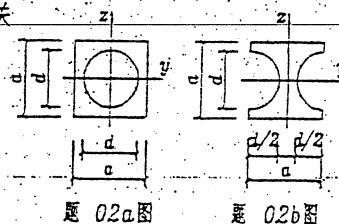
01. 铸铁试件拉伸时沿横截面断裂, 而扭转时沿与轴线成 45° 倾角的螺旋面断裂, 这与 (1) 有关。

- (1) 最大拉应力; (2) 最大剪应力;
(3) 最大拉应力和最大剪应力; (4) 最大剪应变;

02. 图示a和b两种截面, 关于它们的惯性矩的关

系有以下四种答案, 其正确答案是 (B)

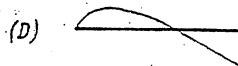
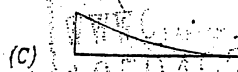
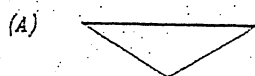
- (A) $(I_y)_a > (I_y)_b$, $(I_z)_a = (I_z)_b$;
(B) $(I_y)_a = (I_y)_b$, $(I_z)_a > (I_z)_b$;
(C) $(I_y)_a = (I_y)_b$, $(I_z)_a < (I_z)_b$;
(D) $(I_y)_a < (I_y)_b$, $(I_z)_a = (I_z)_b$.



题 02a图

题 02b图

03. 若简支梁跨度为 L , EI 为常数, 挠曲线方程为 $y = qx(L^3 - 2Lx^2 + x^3)/(24EI)$, 则梁的下列弯矩图图中, 正确答案是 (B)



二、填空题 (每空1分, 共10分)

(1) 材料力学根据材料的主要性能作如下三个假设: 连续性, 均匀性, 和各向同性。

(2) 实际压杆的缺陷一般归纳为: 残余应力, 初弯曲, 和 荷载偏心 三种。

(3) 剪应力互等定理指出, 在微元体的两个相互垂直截面上, 垂直于该两截面交线的剪应力数值 相等, 其方向均 指向或背离 交线。

(4) 平面应力状态分析解析法, 计算斜截面正应力公式和计算斜截面剪应力公式分别为

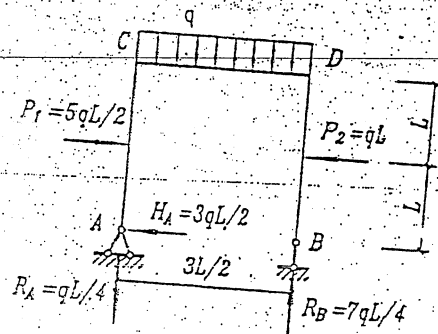
$$\sigma_{\alpha} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha$$

和
$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha$$

三、(7+5=12分)

用简便方法绘制下列刚架和梁的内力图(包括剪力图、弯矩图及轴力图)

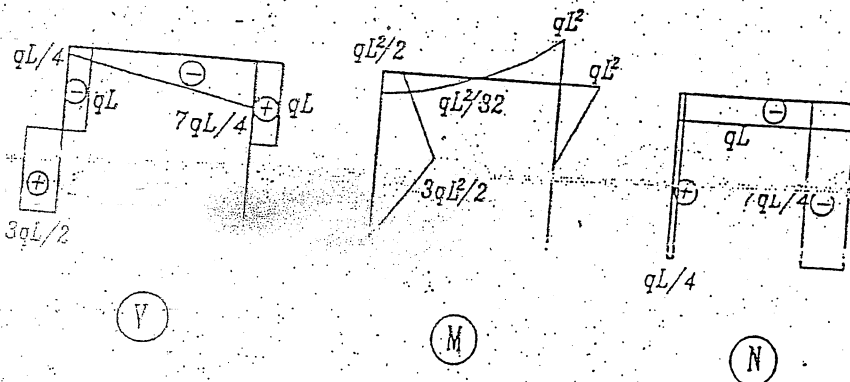
(1) 绘制刚架内力图



题 3-1 图

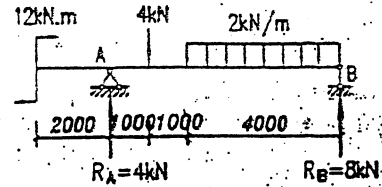
解:

支反力已经给出, 直接绘出刚架内力图。

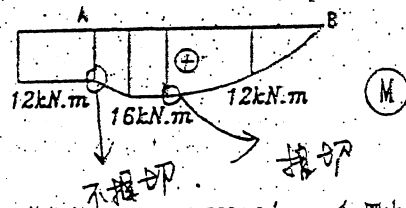
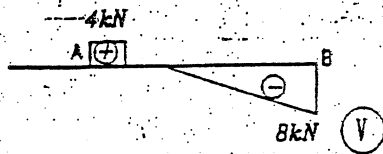


(2) 绘制梁的内力图

解：支反力已经给出，直接绘出
刚架内力图。

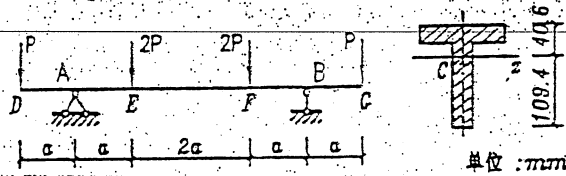


题 3-2图



四、(8分)

图示T形截面两端外伸梁，已知截面对形心轴Z的惯性矩 $I_z = 735 \times 10^4 \text{ mm}^4$ ，图中尺寸 $a = 1000 \text{ mm}$ 。材料的容许拉应力 $[\sigma_t] = 60 \text{ MPa}$ ，容许压应力 $[\sigma_c] = 150 \text{ MPa}$ ，试根据强度条件确定梁的许用荷载 $[P]$ 。



题 4图

解：(1) 内力

$$M_{\max}^+ = Pa, \quad |M|_{\max} = Pa$$

$$(2) \quad W_1 = I_z / 40.6 = 1.81 \times 10^5 \text{ mm}^3$$

$$W_2 = I_z / 109.4 = 6.72 \times 10^4 \text{ mm}^3$$

(3) 在A或B截面

$$|\sigma_c|_{\max} = Pa / W_2 \leq [\sigma_c], \quad [P]_1 = 150 W_2 / a$$

在EF杆段

$$\sigma_{\max}^+ = Pa / W_2 \leq [\sigma_t], \quad [P]_2 = 60 W_2 / a$$

$$(4) \quad [P] = [P]_2 = 60 \times 6.72 \times 10^4 \times (10^{-3}) \times 10^{-3} = 4.03 \text{ kN}$$

五、(8分)

图示正方形截面杆, $P=12\text{kN}$, $[\sigma]=10\text{MPa}$, 试确定截面的边长 a 。

解: $N=P=12\text{kN}$,

$$M=Pe=P(a/2-5a/16)=3Pa/16$$

$$\sigma_{\max}=P/A_1+M/W_1$$

$$A_1=a \times 5a/8=5a^2/8$$

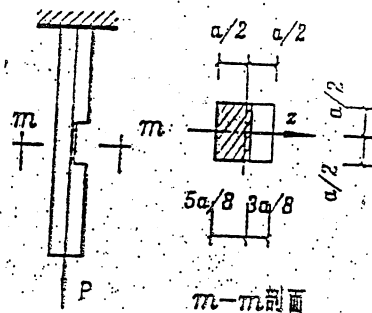
$$W_1=(a/6)(5a/8)^2=25a^3/384$$

$$\sigma_{\max}=P(8/5a^2)+(3Pa/16)(384/25a^3)$$

$$=P[(8/5)+(3/16)(384/25)]/a^2=112P/25a^2 \leq [\sigma]$$

所以,

$$a \geq \sqrt{\frac{112P}{25[\sigma]}} = \sqrt{\frac{112 \times 12 \times 10^3}{25 \times 10}} = 73.3\text{mm}$$



题 5图

六、(11分)

对于图示单元体试用解析法:(1)求出单元体的主应力大小及方向,并指出该点应力状态所属的类型;(2)按第三强度理论和第四强度理论求单元体的相当应力值。

解:

(1) 在 yz 平面内

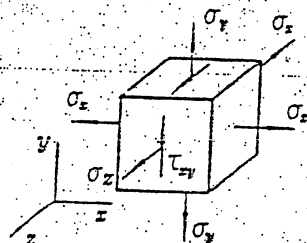
$$\sigma_{\max/\min} = \frac{100+20}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{100-20}{2}\right)^2 + (20\sqrt{5})^2} = \frac{120}{0} \text{ MPa}$$

排序定出主应力 $\sigma_1=120\text{MPa}$ $\sigma_2=60\text{MPa}$ $\sigma_3=0$

图示应力状态属于二向应力状态。

(2) $\sigma_{r3}=\sigma_1-\sigma_3=120\text{MPa}$

$$\sigma_{r4} = \sqrt{[(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2]/2} = 103.92 \text{ MPa}$$

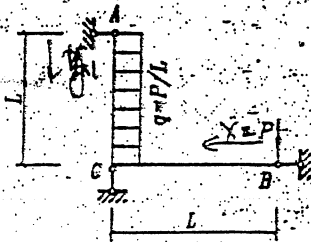


题 6图

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 60\text{MPa} \\ \sigma_y &= 20\text{MPa} \\ \sigma_z &= 100\text{MPa} \\ \tau_{xy} &= 20\sqrt{5}\text{MPa} \end{aligned}$$

七、(10分)

图示刚架ACB各段的抗弯刚度为 EI 。不计轴力和剪力的影响。用卡氏第二定理计算B截面的位移 δ_B 。



题7图

解:

$$\text{由 } \sum M_C = 0$$

$$H_A = (Pl - ql^2/2)/l = P - ql/2$$

折杆梁段AC的弯矩方程

$$M(x_1) = H_A x_1 + qx_1^2/2$$

$$= Px_1 - qlx_1/2 + qx_1^2/2$$

$$\frac{\partial M(x_1)}{\partial P} = x_1$$

折杆梁段BC的弯矩方程

$$M(x_2) = -Px_2$$

$$\frac{\partial M(x_2)}{\partial P} = -x_2$$

于是

$$\delta_B = \frac{\partial U}{\partial P} \Big|_{P=ql} = \left[\sum \int_0^L \frac{1}{EI} M(x_i) \frac{\partial M(x_i)}{\partial P} dx_i \right]_{P=ql}$$

所以

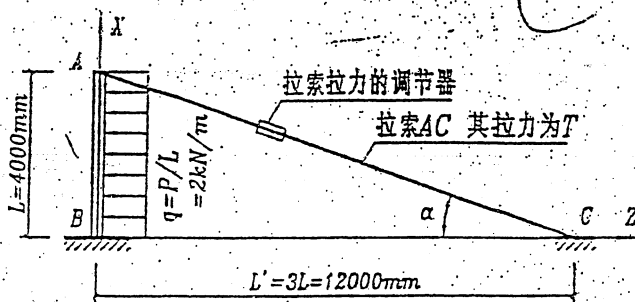
$$\delta_B = \frac{1}{EI} \left[\int_0^l (Px_1 - qlx_1/2 + qx_1^2/2) x_1 dx_1 + \int_0^L (-Px_2)(-x_2) dx_2 \right]$$

$$= \frac{1}{EI} \left\{ \left[\frac{x_1^3}{3} - \frac{qlx_1^3}{6} + \frac{qx_1^4}{4} \right]_0^l + \left[\frac{x_2^3}{3} \right]_0^L \right\}$$

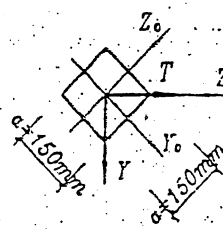
$$= 5Pl^3/(8EI) = 5ql^4/(8EI)$$

八、(16分)

下端固定的立柱在XZ平面内上端受到通过截面形心的拉索拉力作用。所承受的水平均布荷载合力为 P 。拉索通过拉力调节器调整后拉力保持为 $T=3P/(2\sqrt{10})$ 。立柱截面尺寸和布置方位如图b, 立柱材料抗拉强度优于抗压, 其容许抗压应力为 $[\sigma]=10\text{MPa}$ 。不要求考虑立柱的稳定问题, 并忽略剪力对立柱强度的影响完成以下计算: (1) 绘出立柱的计算简图; (2) 确定立柱的危险截面的位置; (3) 校核立柱的强度。



(a) 立柱在XZ平面计算简图



(b) 立柱截面的方位

题 8 图

解: $P=qL=2\times 4=8\text{kN}$, $T=3P/(2\sqrt{10})$

$$\cos\alpha=3/\sqrt{10} \quad \sin\alpha=1/\sqrt{10}$$

$$N=T \sin\alpha=3P/20=1.2\text{kN}$$

$$Q=T \cos\alpha=9P/20=3.6\text{kN}$$

$$V(x)=Q-qx$$

令 $x=x_0$ 时 $V(x_0)=0$

则 $x_0=Q/q=3.6/2=1.8\text{m}$

弯矩的极值为

$$M(x_0)=Qx_0-qx_0^2/2=3.6\times 1.8-2\times 1.8^2/2=3.24\text{kN}\cdot\text{m}$$

固端B截面弯矩为

$$|M_B|_{\max}=QL-qL^2/2=3.6\times 4-2\times 4^2/2=-1.6\text{kN}\cdot\text{m}$$

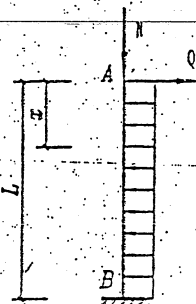
$$|M|_{\max}=M(x_0)=3.24\text{kN}\cdot\text{m} \quad (x_0 \text{ 截面为立柱的危险截面})$$

正方形立柱受力为压缩和平面弯曲

$$|\sigma|_{\max}=N/A+M_{\max}/I_z=1.2\times 10^3/150^2+3.24\times 10^6\times 0.707\times 150/(150^4/12)$$

$$=0.05+8.15=8.20\text{MPa} < [\sigma]$$

所以, 立柱满足强度要求。



立柱的计算简图

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{M_{\max}}{W_z} = 68$$

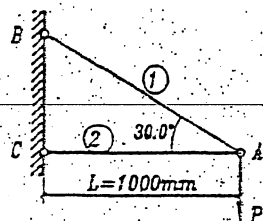
解: (反证法)

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + 2h/\Delta_s} = 1 + \sqrt{25} = 6$$

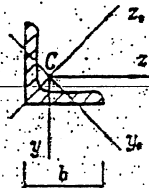
$$\Delta_{dB} = K_d \Delta_{sB} = 6[P(2l/3)^3 / (3EI)] = 16Pl^3 / (27EI)$$

+ (12分)

图示结构1杆为直径 $d=40\text{mm}$ 的圆截面杆,2杆为等肢角钢(截面有关数据如图注)。材料的容许应力 $[\sigma]=120\text{MPa}$,弹性模量 $E=200\text{GPa}$,适用于欧拉公式的临界柔度为 $\lambda_p=90$,并规定稳定安全系数 $n_w=2$,试求许可荷载 $[P]$ 。



題 10 圖



角钢L50X50X5有关数据

$$A = 480.3 \text{ mm}^2$$

$$I_x = 11.21 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_z = 17.79 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

2号杆为角钢L50X50X5

解: $N_1 = 2P$ (拉) $N_2 = \sqrt{3} P$ (压)

由杆1的强度条件

$$[P]_1 = [N]_1 / 2 = [\sigma](\pi d^2 / 4) / 2 = \pi \times 40^2 \times 120 \times 10^{-3} / 8 = 75.40 \text{ kN}$$

~~下面考察杆2的稳定条件~~

$$I_{\min} = I_{y0} = 2I_z - I_{z0} = (2 \times 11.21 - 17.79) \times 10^4 = 4.63 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$i_{\min} = i_{y0} = (I_{y0} / A)^{1/2} = 9.818 \text{ mm}$$

$$\lambda = L_c / i_{\min} = 1000 / 9.818 = 101.85 > \lambda_p = 90$$

$$(P_{\sigma})_2 = N_{2\sigma} = \pi^2 EI_{yc} / L_0^2 = \pi^2 \times 200 \times 10^3 \times 4.63 \times 10^4 \times 10^{-3} / 1000^2 = 91.30 \text{ kN}$$

$$[N]_2 = N_{2\text{中}}/\pi_w = 45.65 \text{ kN}$$

$$P_2 = N_2 / \sqrt{3} = 26.36 \text{ kN}$$

所以

$$[P] = \{ [P]_1, [P]_2 \}_{\min} = 26.38 \text{ kN}$$

重庆大学2001硕士研究生入学考试试题

题号：222

(共 4 页)

考试科目：材料力学 (二)

专业：研究方向：

考生注意：答题一律答在答题纸上或答题的改卷面上，答在试题上按零分计

一、选择题 (共10分)

01. (3分)

下列论述中，正确的是 3个

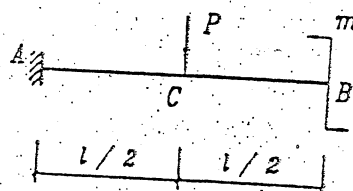
- (A) 应变分为线应变和剪应变，其量纲为长度；
- (B) 若物体各点的应变均为零，则物体无位移；
- (C) 若物体的各部分均无变形，则物体各点的应变为零；
- (D) 受拉杆件全杆的应变和轴向伸长，标志着杆件内各点的变形程度。

02. (4分)

若图示梁B端的转角 $\theta_B = 0$ ，则力偶矩 m 等于：

- (A) PL ;
- (B) $PL/2$;
- (C) $PL/4$;
- (D) $PL/8$.

正确答案是



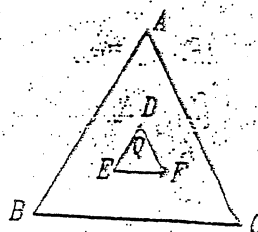
题 1-02图

03. (3分)

图示三角形截面偏心受压柱，若已知中性轴与AB边重合，则外力作用线必通过截面核心边界曲线

DEF的

- (A) D点;
- (B) E点;
- (C) F点;
- (D) O点.



题 1-03图

二、填空题 (共10分)

01. (3分)

公式 $\tau_t = M_t \rho / I_p$, 对于下列图示四种横截面(注: 除(D)外其余为空心截面)杆受扭时, 适用的截面是_____。

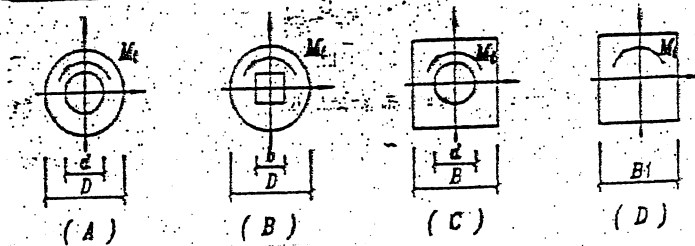


图 2-01图

02. (4分)

已知一点的应力状态如图所示, 其 $\sigma_{x1} =$ _____。

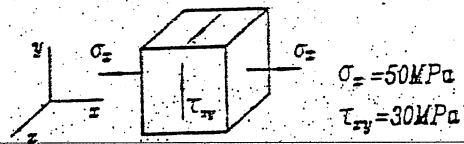


图 2-02图

03. (3分)

图示压杆一端固定, 另一端夹支, 材料的弹性模量为 E , 横截面为矩形, 且 $h > b$, 则在稳定计算时, λ 应为_____。

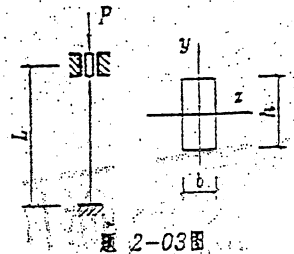


图 2-03图

三、(8+5=13分)

01. 绘制刚架的剪力图、弯矩图及轴力图。

02. 绘制梁的剪力图和弯矩图。

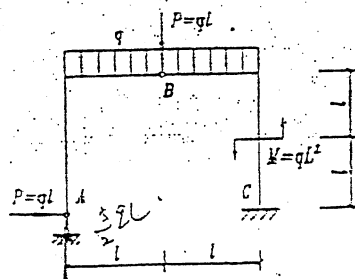


图 3-01图

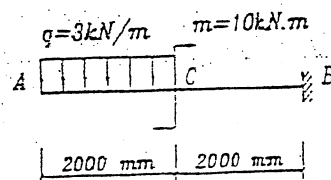
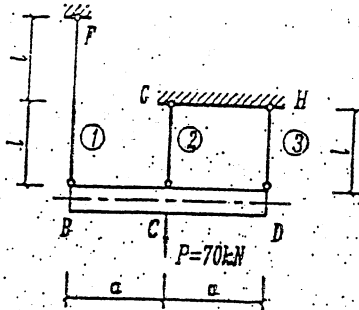


图 3-02图

四、(10分)

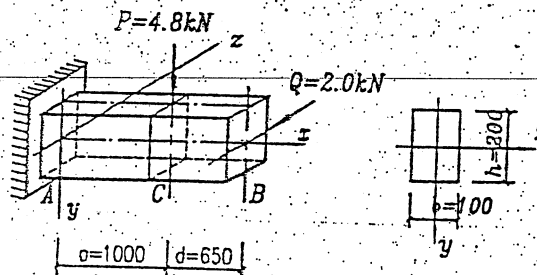
图示结构, BD 为刚性杆, 已知①、②、③杆材料和横截面面积相同(均为 A), 且弹性模量均为 E , 受荷载如图所示。(1)试求①、②、③杆所受的轴力;(2)若材料的 $[\sigma]=100\text{MPa}$, 试确定横截面面积 A 。



题 4图

五、(13分)

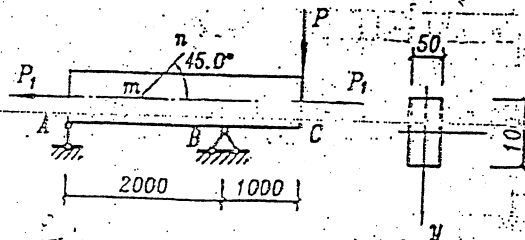
矩形截面悬臂梁的截面尺寸和受力情况如图所示, 材料抗拉的 $[\sigma_t]=16\text{MPa}$, 抗压的 $[\sigma_c]=20\text{MPa}$, $E=10\text{GPa}$, 试求:(1)校核梁正应力强度;(2)梁的最大挠度。



题 5图 (长度单位为mm)

六、(12分)

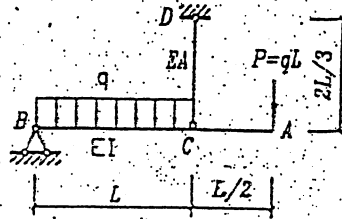
图示矩形截面外伸梁, 受力如图所示, 材料的弹性模量 $E=200\text{GPa}$, 泊松比 $\nu=0.3$, 现测得轴线上 m 点处在与杆轴成 45° 的 mn 方向上的线应变 $\epsilon_{mn}=0.000056$, 已知 $P_1=100\text{kN}$, 求 $P=?$



题 6图 (长度单位为mm)

七、(12分)

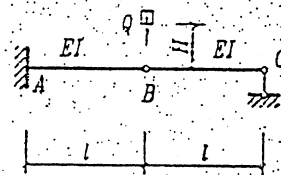
已知图示结构中梁ACB的截面抗弯刚度为 EI , CD 杆的截面抗拉压刚度为 EA , 略去剪切变形的影响, 试用卡氏第二定理求A点的铅垂位移 δ_A .



题 7图

八、(8分)

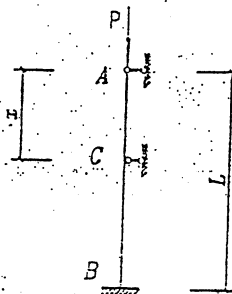
在图中自由落下的重物重量为 Q , 梁AB和BC的截面刚度均为 EI , 如果下落高度 $H = 17.5QL^3/(3EI)$, 试计算AB和BC两梁段在B处的相对转角.



题 8图

九、(12分)

图示压杆AC和CB两段杆均为细长压杆, 直杆AB的截面刚度为 EI , 现分析压杆在图平面内的稳定性, (1)问 x 为多大时, 承载能力最大? (2)求此时承载能力与C处不加支撑时承载能力的比值.



题 9图

2001年硕士学位研究生入学考试材料力学科目

考研试题解答

一、选择题 (共10分)

01. (3分)

下列论述中, 正确的是 (C)

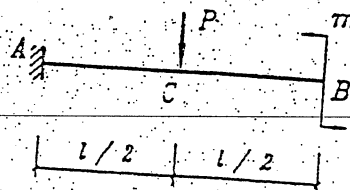
- (A) 应变分为线应变和剪应变, 其量纲为长度;
- (B) 若物体各点的应变均为零, 则物体无位移;
- (C) 若物体的各部分均无变形, 则物体各点的应变为零;
- (D) 受拉杆件全杆的应变和轴向伸长, 标志着杆件内各点的变形程度。

02. (4分)

若图示梁B端的转角 $\theta_B = 0$, 则力偶矩 m 等于:

- (A) PL ;
- (B) $PL/2$;
- (C) $PL/4$;
- (D) $PL/8$

正确答案是 (D)

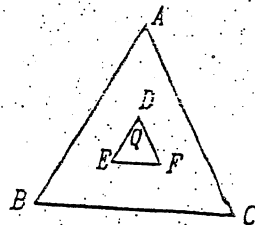


题 1-02图

03. (3分)

图示三角形截面偏心受压柱, 若已知中性轴与AB边重合, 则外力作用线必通过截面核心边界曲线DEF的 (C)

- (A) D点;
- (B) E点;
- (C) F点;
- (D) O点。



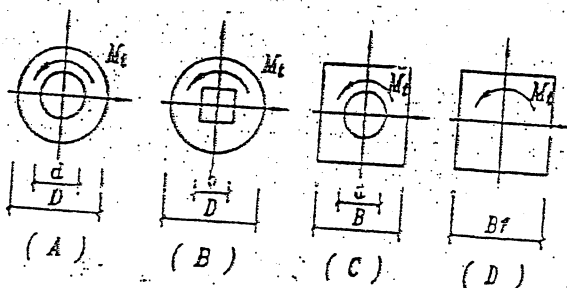
题 1-03图

二、填空题 (共10分)

01. (3分)

公式 $\tau_t = M_t \rho / I_p$, 对于下列

图示四种横截面(注: 除(D)外其余为空心截面)杆受扭时, 适用的截面是 (A)

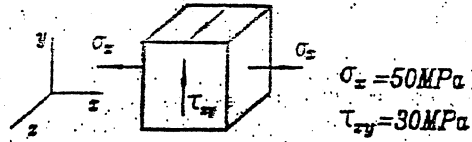


题 2-01图

02. (4分)

已知一点的应力状态如图所示,

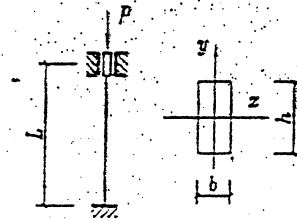
其 $\sigma_{xy} = 20\sqrt{3} (=72.11) \text{ MPa}$



题 2-02图

03. (3分)

图示压杆一端固定, 另一端夹支, 材料的弹性模量为 E , 横截面为矩形, 且 $h > b$, 则在进行稳定计算时, λ 应为 $\sqrt{3} L/b$



题 2-03图

三、(8+5=13分)

01. 绘制刚架的剪力图、弯矩图及轴力图。

解: 对于半刚架 AB

$$\sum M_B = 0$$

$$R_A = (ql^2/2 + 2Pl)/l = 2.5ql$$

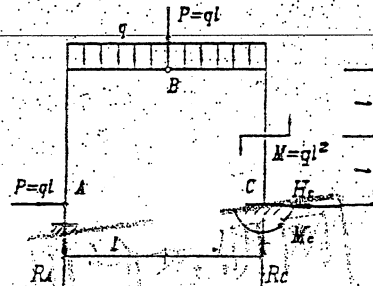
对刚架 ABC 整体

$$\sum X = 0 \quad H_C = ql \quad (\text{如图})$$

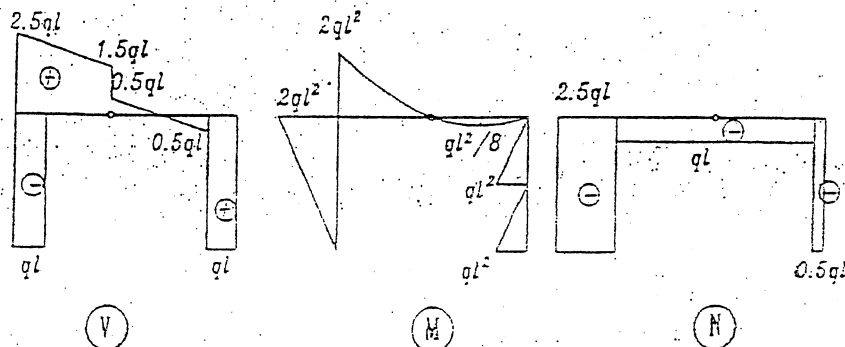
$$\sum M_C = 0$$

$$M_C = ql^2 \quad (\text{如图})$$

绘制出内力图如下:



题 1.3-01图



32. 绘制梁的剪力图和弯矩图。

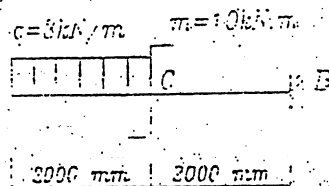
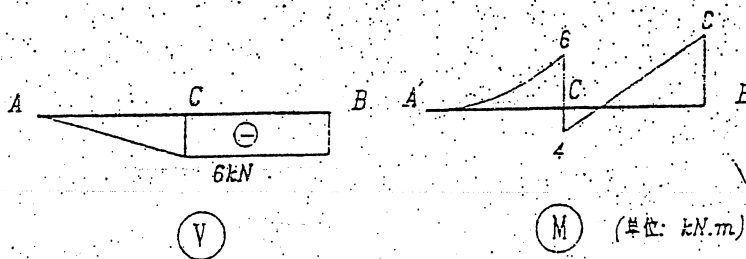


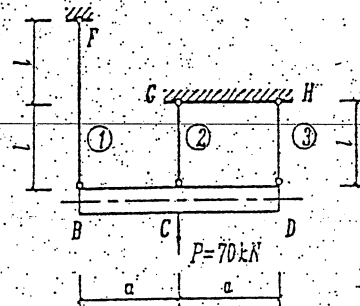
图 3-02图

解：悬臂梁的内力图如下：



四、(10分)

图示结构，BD为刚性杆，已知①、②、③杆材料和横截面积相同(均为A)，且弹性模量均为E，受荷载如图所示。(1)试求①、②、③杆所受的轴力；(2)若材料的 $[\sigma] = 100 \text{ MPa}$ ，试确定横截面积A。



题 4图

解：(1) 计算各杆的轴力

$$\sum Y = 0 \quad N_1 + N_2 + N_3 = P$$

$$\sum M_C = 0 \quad N_1 = N_3$$

变形协调条件为

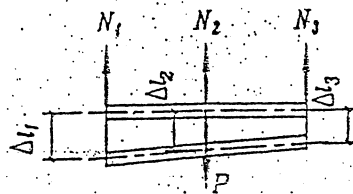
$$\Delta l_2 = (\Delta l_1 + \Delta l_3) / 2$$

$$\text{即} \quad N_2 l / (EA) = [2N_1 l / (EA) + N_3 l / (EA)] / 2$$

$$2N_2 = 2N_1 + N_3$$

$$N_1 = N_3 = 2P / 7 = 20 \text{ kN}$$

$$N_2 = 30 \text{ kN}$$



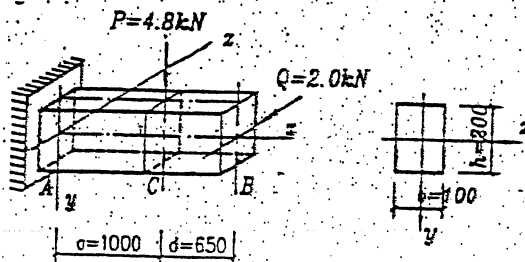
(2) 选择杆的截面积

$$N_2 / A \leq [\sigma]$$

$$A \geq N_2 / [\sigma] = 30 \times 10^3 / 100 = 300 \text{ mm}^2$$

五 (13分)

矩形截面悬臂梁的截面尺寸和受力情况如图所示, 材料抗拉的 $[\sigma_t]=16\text{MPa}$, 抗压的 $[\sigma_c]=20\text{MPa}$, $E=10\text{GPa}$, 试求: (1) 校核梁正应力强度; (2) 梁的最大挠度.



题 5 图: (长度单位为 mm).

解: (1) 固定端 A 为危险截面

$$M_y = Q(a+d) = 2 \times 1.65 = 3.3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_z = Pa = 4.8 \times 1.0 = 4.8 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{\max}^+ &= M_y / W_y + M_z / W_z \\ &= 6 \times 3.3 \times 10^6 / (200 \times 100^2) + 6 \times 4.8 \times 10^6 / (100 \times 200^2) \\ &= 9.90 + 7.20 = 17.1 \text{ MPa}\end{aligned}$$

$$|\sigma^-|_{\max} = 17.1 \text{ MPa}$$

(2) 强度校核与讨论

$$|\sigma^-|_{\max} = 17.1 \text{ MPa} < [\sigma_c], \text{ 满足抗压强度要求.}$$

$$\sigma_{\max}^+ = 17.1 \text{ MPa} > [\sigma_t] = 16 \text{ MPa}$$

该梁不能满足材料的抗拉强度要求. 如此, 再进一步计算梁的最大挠度没有意义.
(以上为本题的正确解答)

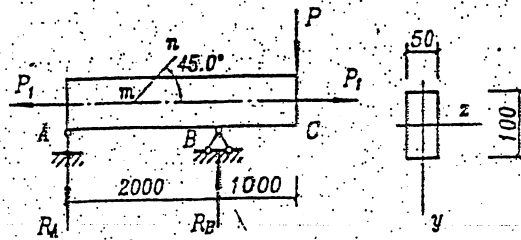
(3) 附注: 如果要为设计调整提供参考, 如何计算最大挠度. 考虑到抗拉强度超过的比例 $(17.1-16)/16$, 小于我们通常采用的安全系数放大的比例, 所以仍然有

$$\begin{aligned}\text{计算挠度} \left\{ \begin{aligned} v_B &= Pa^3 / (3EI_z) + Pa^2 d / (2EI_z) = 4.47 \text{ mm} \\ w_B &= -Q(a+d)^3 / (3EI_y) = -17.97 \text{ mm} \\ \delta_B &= (v_B^2 + w_B^2)^{1/2} = 18.58 \text{ mm} \end{aligned} \right.\end{aligned}$$

(对于强度已经不能满足要求不加讨论, 而完成(3)的计算不算全对)

六 (12分)

图示矩形截面外伸梁, 受力如图所示, 材料的弹性模量 $E=200\text{GPa}$, 泊松比 $\nu=0.3$, 现测得轴线上 m 点处在与杆轴成 45° 的 mn 方向上的线应变 $\varepsilon_{mn}=0.000056$, 已知 $P_1=100\text{kN}$, 求 $P=?$



题 6 图 (长度单位为mm)

解: $R_A=P/2$ (方向如图)

点 m 所在截面的内力

$$V_m=-P/2 \quad N_m=P_1$$

$$\sigma_m=P_1/A=20\text{ MPa}$$

$$\tau_m=[3/2](V_m/(bh))=3P/20\text{ MPa} \quad (P\text{ 的单位为kN})$$

m 点应力状态如图所示, 先按已知应变方向计算相应应力分量

$$\sigma_{45^\circ}=20/2+\tau_m=10+\tau_m$$

$$\sigma_{135^\circ}=\sigma_m-\sigma_{45^\circ}=10-\tau_m$$

(考虑应力应变关系)

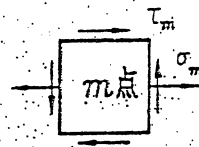
$$\begin{aligned} \varepsilon_{mn} &= (\sigma_{45^\circ} - \nu\sigma_{135^\circ})/E = [(10+\tau_m) - 0.3(10-\tau_m)]/E \\ &= (7+1.3\tau_m)/E = 5.6 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

(求出剪应力)

$$\begin{aligned} \tau_m &= (\varepsilon_{mn} E - 7)/1.3 = (200 \times 10^3 \times 5.6 \times 10^{-5} - 7)/1.3 \\ &= 3.23\text{ MPa} \end{aligned}$$

(由内力应力与荷载之间的关系导出所求荷载)

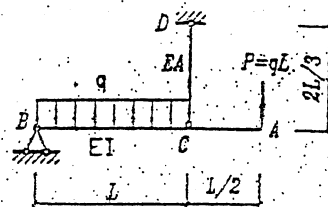
$$P=20\tau_m/3=21.54\text{ kN}$$



m 点应力状态图示

七 (12分)

已知图示结构中梁ACB的截面抗弯刚度为 EI ,
CD杆的截面抗拉压刚度为 EA , 略去剪切变形的影
响, 试用卡氏第二定理求A点的铅垂位移 δ_A .



题 7图

$$\text{解: } R_B = ql/2 - P/2 \quad (\text{向上})$$

$$N = N_{CD} = ql/2 + 3P/2 \quad (\text{向上})$$

$$M_1(x_1) = -Px_1$$

$$\frac{\partial M_1(x_1)}{\partial P} = -x_1$$

$$M_2(x_2) = qlx_2/2 - Px_2/2 - qx_2^2/2$$

$$\frac{\partial M_2(x_2)}{\partial P} = -x_2/2$$

$$\frac{\partial N}{\partial P} = 3/2 \quad \left(\int_0^L \frac{M(x_1)}{EI} \frac{\partial M(x_1)}{\partial P} dx_1 + \int_0^{2L/3} \frac{N(x_2)}{EA} \frac{\partial N(x_2)}{\partial P} dx_2 \right)$$

$$\delta_A = \frac{\partial U}{\partial P} \Big|_{P=qL} = \left[\int_0^L \frac{1}{EI} M_1(x_1) \frac{\partial M_1(x_1)}{\partial P} dx_1 \right]_{P=qL} + \left[\int_0^{2L/3} \frac{1}{EA} N \frac{\partial N}{\partial P} dx_2 \right]_{P=qL}$$

所以

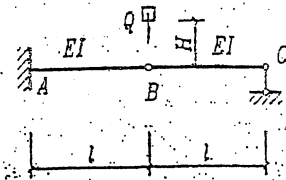
$$\begin{aligned} \delta_A &= \frac{1}{EI} \left[\int_0^{L/2} Px_1^2 dx_1 + \int_0^L (-qlx_2/4 + Px_2^2/4 + qx_2^3/4) dx_2 \right] + \\ &\quad + \frac{2L}{3EA} (ql/2 + 3P/2)(3/2) \\ &= \frac{1}{EI} \left[Pl^3/8 - ql^4/48 \right] + (ql^2 + 3Pl)/(2EA) \end{aligned}$$

将 $P=ql$ 代入上式, 最后得

$$\delta_A = \frac{5ql^4}{48EI} + \frac{2ql^2}{EA}$$

八、(8分)

在图中自由落下的重物重量为 Q , 梁 AB 和 BC 的截面刚度均为 EI , 如果下落高度 $H=17.5QL^3/(3EI)$, 试计算 AB 和 BC 两梁段在 B 处的相对转角。



题 8图

解: $\Delta_s = Ql^3/(3EI)$

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + 2H/\Delta_s} = 1 + \sqrt{36} = 7$$

$$\Theta_{s,B} = (\Theta_s)_{AB} + (\Theta_s)_{BC} = Ql^2/(2EI) + [Ql^3/(3EI)]/l = 5Ql^2/(6EI)$$

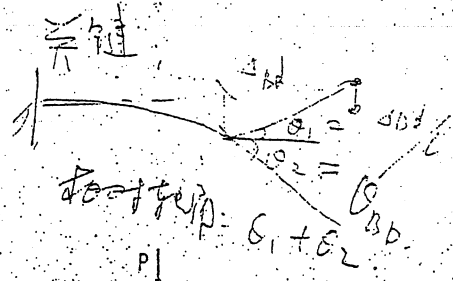
$$\Theta_{d,B} = K_d \Theta_{s,B} = 35Ql^2/(6EI) \quad (26)$$

Handwritten notes:
 $V = \frac{Pl}{5EI}$
 $\theta = \frac{Pl^2}{2EI}$

九、(12分)

图示压杆 AC 和 CB 两段杆均为细长压杆, 直杆 AB 的截面刚度为 EI , 现分析压杆在图平面内的稳定性,

(1)问 x 为多大时, 承载能力最大? (2)求此时承载能力与 C 处不加支撑时承载能力的比值。



题 01-05图

解: (1) C 处有支撑时

$$(P_{cr})_{AC} = \pi^2 EI/x^2$$

$$(P_{cr})_{CB} = \pi^2 EI/[0.7(l-x)]^2$$

$$(P_{cr})_{AC} = (P_{cr})_{CB}$$

$$x = 0.7(l-x)$$

$$x = 0.412l$$

(2) 当 $x=0.412l$ 时

$$(P_{cr})_{AB}^{(1)} = (P_{cr})_{AC} = (P_{cr})_{CB} = \pi^2 EI/(0.412l)^2$$

C 点无支撑时

$$(P_{cr})_{AB}^{(2)} = \pi^2 EI/(0.7l)^2$$

所求比值为:

$$(P_{cr})_{AB}^{(1)} : (P_{cr})_{AB}^{(2)} = (0.7/0.412)^2 = 2.89 \text{ (倍)}$$

重庆大学2003年硕士研究生入学考试试题

科目代码:

488

(共 1 页)

考试科目: 理论力学与材料力学

专 业: 岩土工程、结构工程、防灾减灾及防护工程、桥梁与隧道工程、地质工程

请考生注意:

答题一律(包括填空题和选择题)均答在答题纸或答题册上, 答在试题上按零分计。

(材料力学部分)

一、单项选择题(各题的正确答案只有一个, 4小题共11分)

1.1. (3分)

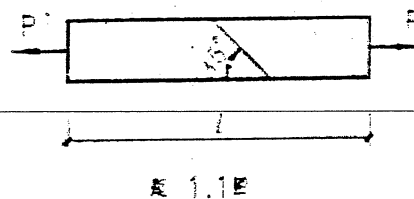
等截面直杆受力 P 作用发生拉伸变形, 已知横截面面积为 A , 则横截面上的正应力和 45° 斜截面上的正应力分别相应的取值, 在下列四组答案中, 正确的答案是

(A) $P/A, P/(2A)$

(B) $P/A, P/(\sqrt{2}A)$

(C) $P/(2A), P/(2A)$

(D) $P/A, \sqrt{2}P/A$



1.2. (3分)

校核图示拉杆头部的抗剪切强度时, 其剪面面积为:

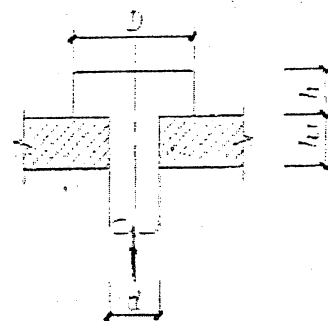
(A) $4dh$

(C) πdh

(B) πdh

(D) πdh 或 πdh

正确答案是



1.3. (3分)

图示等截面圆轴A端固定, 在B截面和C端受扭矩作用,

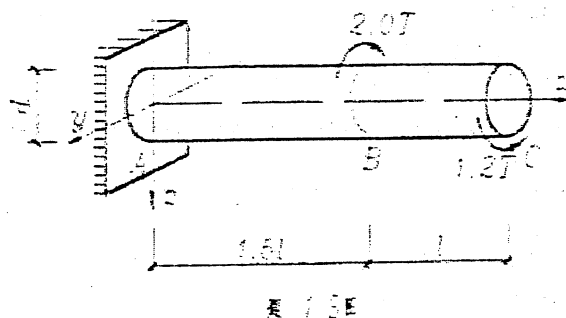
下面四组答案中正确的是

(A) 单位长扭角BC段大, C截面扭角为零

(B) 单位长扭角BC段大, C截面扭角为零

(C) 单位长扭角BC段小, C截面扭角为零

(D) 单位长扭角BC段大, C截面扭角为三



1.4. (2分)

No25号槽钢截面如图, y 轴和 z 轴是形心主轴, 图中点划线分别为肢的中线, K 和 D 点为肢中线交点, 该截面弯心的大致位置应是_____。

- (A) C点
- (B) K点或D点
- (C) B点
- (D) A点或E点

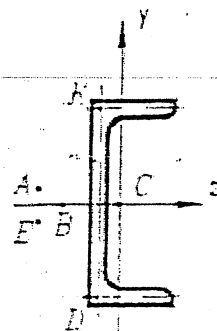


图 1.4B

二题、填空题 (3小题共9分)

2.1. (3分)

图示简支梁跨度为 L , EI 为常数, 已知荷载作用下挠曲线方程为,

$$y = qx(L^3 - 2Lx^2 + x^3) / (24EI)$$

则该梁B截面的弯矩为_____, (截面的弯矩为_____,
(截面的剪力为_____)

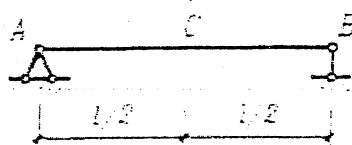


图 2.1B (图中有数据给出)

2.2. (3分)

某点应力状态如图所示, 该应力状态属于_____向应力状态, 其三个主应力分别为_____MPa, 最大剪应力等于_____MPa。

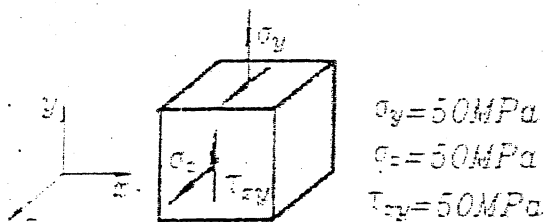


图 2.2B

2.3. (3分)

截面刚度为 EI 的悬臂梁, 在自由端受自由落体冲击, 冲击物重量为 Q , 下落高度 h 正好等于重物 Q 静止地作用于自由端时该端的竖向挠度的17.5倍, 相应的冲击动荷系数应等于_____。

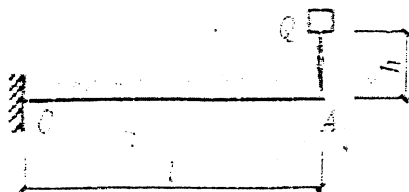
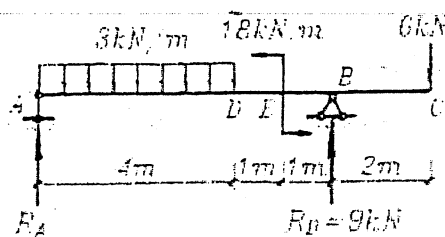


图 2.3B

三题、(7分)

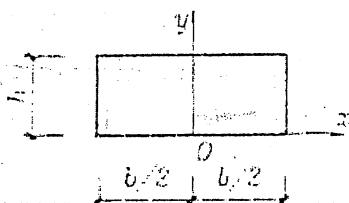
试绘制图示梁的剪力图和弯矩图。



题 3图

四题、(4分)

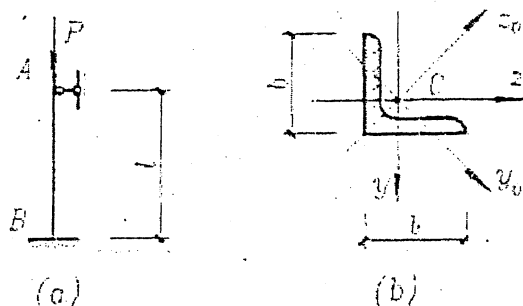
试计算图示矩形截面的惯性矩 J_x 和惯性积 J_{xy} 。



题 4图

五题、(6分)

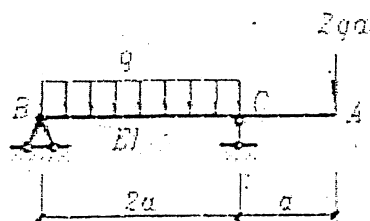
图(a)所示理想中心受压杆件一端圆柱形铰支，另一端固定。该杆的横截面如图(b)所示为L形角钢。已知角钢的惯性矩 $J_z = J$ ， J_{z_0} 为 J_z 的 1.5 倍，又知道惯性矩与截面面积的比值为 $(J/A) = 256$ ，该压杆长度 $l = 1600 \text{ mm}$ ，试求该压杆的长细比。



题 5图

六题、(10分)

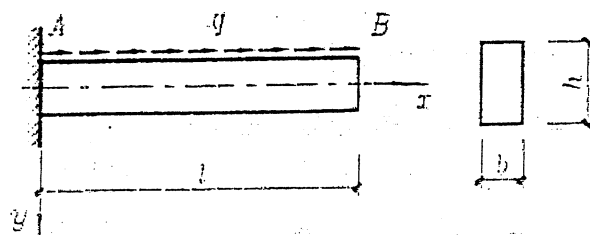
已知图示外伸梁BCA的截面抗弯刚度为 EI ，承受均布荷载 q 和集中力 $2qa$ 作用，略去剪切变形的影响，试用卡氏第二定理求A点的梁垂位移 δ_A 。



题 6图

七题、(10分)

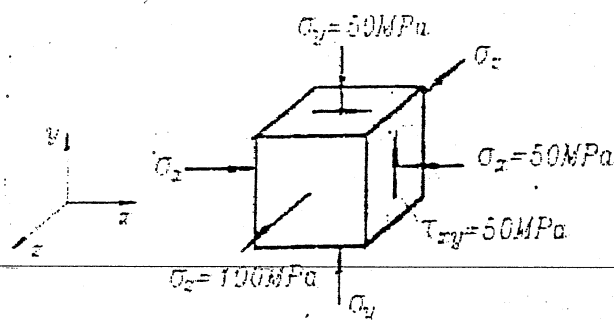
图示悬臂梁 AB ，在上顶面作用着均布的切向载荷 q ，该梁的抗弯截面刚度 EI 和抗拉截面刚度 EA 均已知，试用积分法求：(1)梁轴线上 B 点的水平位移，(2) B 点的垂直位移。



题 7图

八题、(10分)

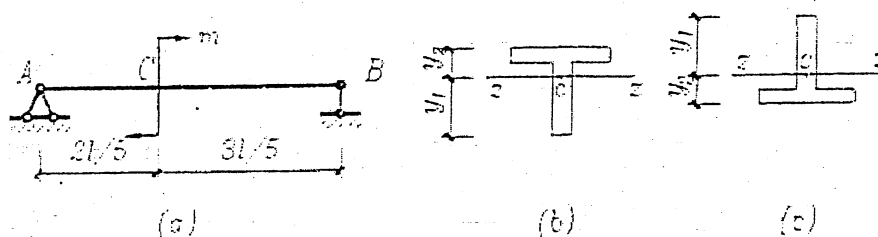
某点所处的应力状态如图所示，当按照第四强度理论计算时，其相当应力正好等于材料的容许应力值。(1)试问此时材料的允许应力值为多少？(2)如果要求按照第三强度理论进行强度设计，又相应需要采用容许应力值至少为多少的材料？



题 8图

九题、(8分)

图(a)所示简支梁受力偶 m 作用，拟用T字型截面，图中 C 为形心，形心距上下边缘分别为 y_1 和 y_2 ($y_1 = 2y_2$)，梁的截面分别如图(b)和图(c)两种放置方法，又知道梁材料的抗压与抗拉容许应力之间有关系为 $[\sigma_c] = 3[\sigma_t]$ ，试计算图(b)放置时能够承受的 $[m]_b$ 为图(c)放置时能承受的 $[m]_c$ 的多少倍？



题 9图

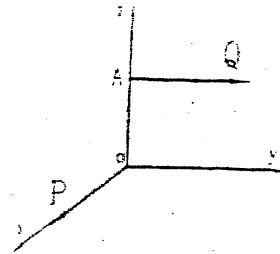
(材料力学部分的试题完)

理论力学部分

1. 选择题: (每题 3 分, 共 12 分)

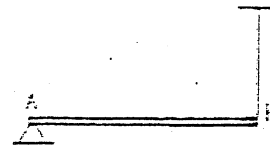
- (1) 在 z 轴的 O 点和 A 点分别作用着沿 x 轴正向的力 P 和平行于 y 轴的力 Q , 其中, $P=4\text{N}$, $Q=8\text{N}$, $OA=3\text{m}$, 这两个力合成的最后结果是_____。

- ① 一个力;
- ② 一个力偶;
- ③ 一个力螺旋;
- ④ 或一个力, 或一个力螺旋。



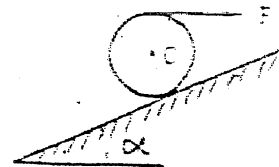
- (2) 均质细杆 AB 重 P , 长 $2L$, 支承如图示水平位置, 当 B 端细绳突然剪断瞬时, AB 杆的角加速度的大小为_____。

- ① 0;
- ② $3g / (4L)$;
- ③ $3g / (2L)$;
- ④ $6g / L$



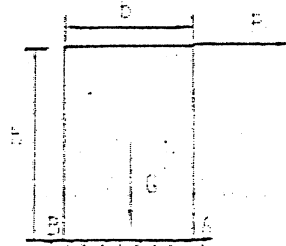
- (3) 半径为 R 的圆盘沿倾角为 α 的斜面作纯滚动, 在轮沿上绕以细绳并对轮作用水平拉力 T , (如图), 当轮心 C 有位移 d 时, T 力的元功是_____。

- ① $Td\cos\alpha$;
- ② $2Td\cos\alpha$;
- ③ $Tdr + Td\cos\alpha dr$
- ④ $Tdr + T\cos\alpha dr$



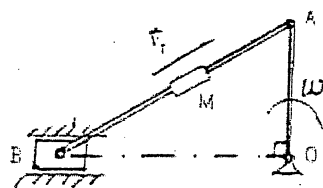
- (4) 均质长方体的高度 $h=30\text{cm}$, 宽度 $b=20\text{cm}$, 重量 $G=600\text{N}$, 放在粗糙水平面上, 它与水平面的静滑动摩擦系数 $f=0.4$, 要使物体保持平衡, 则作用在其上的水平力 P 的最大值为_____。

- ① 200N;
- ② 240N;
- ③ 600N;
- ④ 300N。

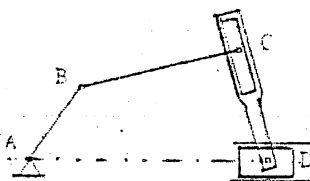


2. 填空题: (共 22 分)

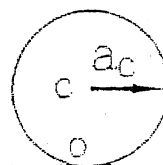
(1) 曲柄连杆机构在图示位置时, 曲柄的角速度为 ω 。若以 AB 为动系, 套筒 M 相对于 AB 的速度为 v_r , 则套筒 M 的科氏加速度 $\overline{a_k}$ 的大小为_____。(4 分)



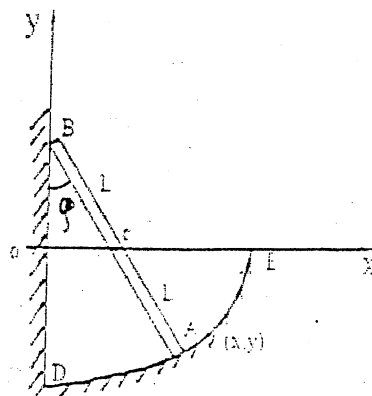
(2) 图示系统有_____个自由度, 其中一组能描述该系统位置的广义坐标可以取为_____, 在图中画出该广义坐标。(6 分)



(3) 图示均质圆轮沿水平直线作纯滚动, 已知: 轮半径为 r , 质量为 m , 轮心的加速度为 a_c 。均质圆轮的惯性力系向轮心 c 简化为_____, 向轮子与地面的接触点 o 简化为_____。(6 分)

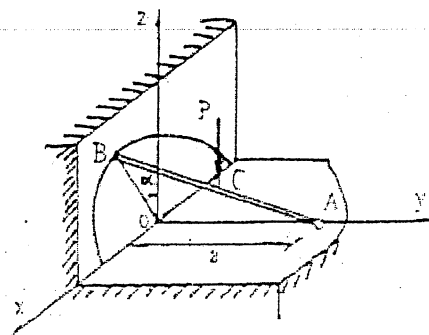


(4) 均质杆 AB 长 $2l$, 一端靠在光滑的铅垂墙壁上, 另一端放在固定曲线 DE 上。欲使细杆能静止在铅垂平面的任意位置, 则在图示坐标下曲线 DE 的方程为_____。(6 分)



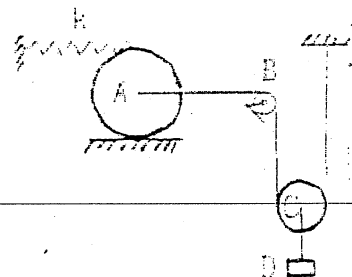
3. 计算题: (本题 12 分)

均质杆 AB 长 l , 重 P , 末端 A 用铰链固定, 另一端 B 搁在铅垂的墙上, 铰链 A 到墙的距离 $OA = a$ 。设杆的端点 B 和墙之间的摩擦系数为 f 。求图示 α 角多大时, 杆的 B 端将开始沿墙壁滑动。



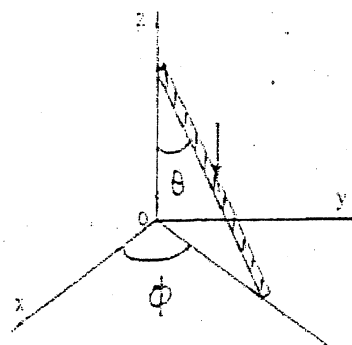
4. 计算题: (本题 14 分)

图示均质圆柱 A 的直径为 1m , 重 $Q=800\text{N}$, 在水平面上滚动而不滑动。已知: 弹簧常数 $k=500\text{N/m}$, 开始时圆柱 A 的角速度为 $\omega_0 = 4\text{rad/s}$ (顺时针), 弹簧已经伸长 60cm 。当重物 D 下降 $h=30\text{cm}$ 时, 圆柱 A 的角速度减到 $\omega = 2\text{rad/s}$ (顺时针)。设滑轮 B, C 的质量和轴承摩擦不计, 绳的质量也不计, 绳与滑轮之间无相对滑动, 弹簧和绳 AB 段均与水平面平行。试求重物 D 的重量 G 。



5. 计算题: (本题 15 分)

均质直杆 $AB = 2l$, 质量为 M , 一端限制在铅直线上滑动, 另一端可在水平面上滑动, 设忽略摩擦。试写出杆的运动微分方程。



重庆大学2004年硕士研究生入学考试试题

科目代码：488

科目名称：理论力学与材料力学

请考生注意：

答题一律（包括填空题和选择题）答在答题纸或答题册上，答在试题上按零分计。

（材料力学部分试题）

一题、单项选择题（各小题的正确答案只有一个。3小题共9分）

1.1. (3分)

下列论述中，正确的是

- (A) 低碳受拉试验有明显的屈服阶段，但无强化阶段。
- (B) 应力保持不变，应力显著增加的现象称为屈服。
- (C) 延伸率大于5%的材料，在一定条件下也具有明显脆性。
- (D) 低碳试样受压有明显的强化和局部变形阶段。

1.2. (3分)

图示等截面直杆受轴心压力 P 作用，其欧拉临界荷载存在。

下列论述中，正确的是

- (A) 杆段 AB 必须属于细长杆。
- (B) 杆段 BC 一定属于细长杆，杆段 AB 可以不为细长杆。
- (C) 杆段 AB 和 BC 均必须为细长杆。
- (D) 杆段 AB 和 BC 均可以不属于细长杆。

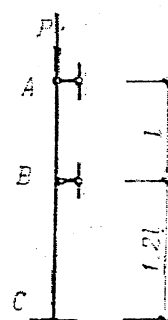


图 1.2E

1.3. (3分)

下列论述中，正确的是

- (A) 轴力为零，弯矩不为零的梁段为纯弯曲。
- (B) 必须是全梁的轴力为零，弯矩不等于零，才存在纯弯曲梁段。
- (C) 轴力为零，弯矩不等于零的梁段处于纯弯曲。
- (D) 或者没有弯曲是纯弯曲，或者弯矩力通过弯心的弯曲是纯弯曲。

二题、填空题（每空2分，共12分）

2.1. (4分)

图示结构中两杆的抗拉压截面刚度 EA 相同，节点 A 受水平集中力 P 作用，此时节点 A 的位移方向与集中力 P 正方向的夹角为_____，节点 A 的位移大小为_____。

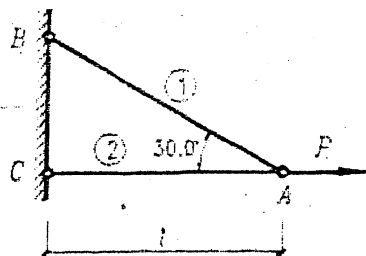


图 2.1 图

2.2. (4分)

某点应力状态如图所示，若该应力状态属于单向应力状态，则剪应力 τ_{xy} 应为_____MPa，其三个主应力应分别等于_____MPa。

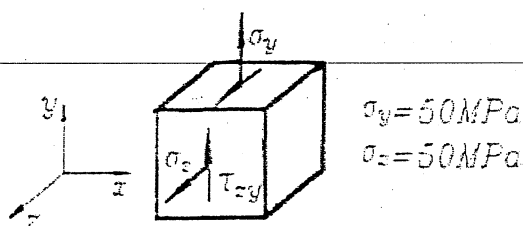


图 2.2 图

2.3. (4分)

图示截面刚度为 EI 的悬臂梁，在截面 C 处受重量为 Q 的重物自由落体冲击，今已知该重物按照静荷方式作用于 C 处时， C 截面的挠度为 8mm ，相应 B 截面的挠度为 14mm 。若重物在 h 高度处自由下落冲击 C 处时， B 截面的动荷挠度为 56mm ，则冲击的动荷系数应等于_____，重物下落高度 h 应为_____。

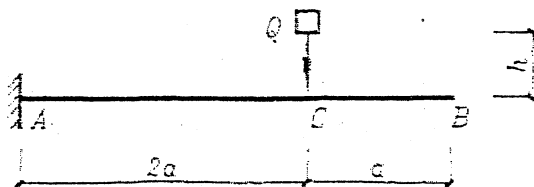


图 2.3 图

三题、(8分)

试绘制图示梁的剪力图和弯矩图。

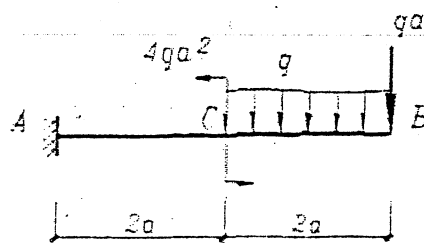
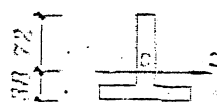
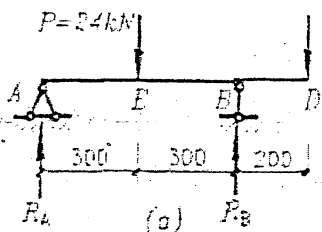


图 3E

四题、(10分)

已知图示外伸梁材料的抗压能力始终满足强度要求。又知道梁截面对形心轴 Z 的惯性矩 $I_z = 0.573 \times 10^7 \text{ mm}^4$ 。如果作用在 D 处的荷载 Q 等于 2.07 kN 时，梁的抗拉强度正好满足要求。试求在保持荷载 P 不变的条件下，按照梁材料抗拉强度该梁所能承受的荷载 Q 的最大值。



(b)

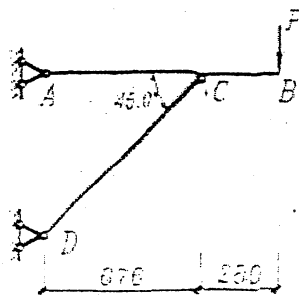
图 4E

五题、(10分)

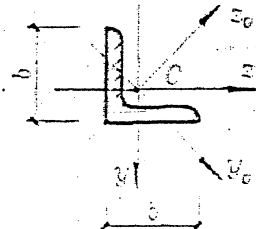
图a所示三角架的 CD 杆截面为等边角钢，该角钢截面如图b。已知角钢的形心主惯性矩 $I_{z_0} = 14.76 \times 10^4 \text{ mm}^4$ ， $I_{y_0} = 2.30 \times 10^4 \text{ mm}^4$ 。又知道 CD 杆的长细比为 122.5 ，钢的抗压强度设计值为 215 MPa 。试由 CD 杆的承载力确定荷载 P 之最大值。

注：压杆稳定系数 φ 值

λ	120	121	122	123
φ	0.437	0.432	0.426	0.421



(a)



(b)

图 5E

六题、(10分)

图示悬臂梁 AB 的截面抗弯刚度为 EI ，承受均布荷载 q 和集中力 $3qa/8$ 作用，略去剪切变形的影响，试用卡氏第二定理：(1)求 B 截面的铅垂位移，(2)求 B 截面的转角。

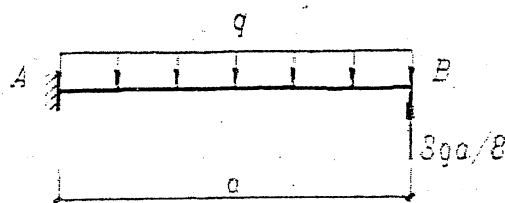


图 6 题

七题、(6分)

图示水平直角等截面折杆 A 端固定，在 CB 杆段受竖向均布荷载作用。已知杆的截面抗弯刚度为 EI ，截面抗扭刚度为 $3EI/8$ ，材料的容许应力为 $[\sigma]$ ，试按第三强度理论确定该杆所能承受的荷载 q 。

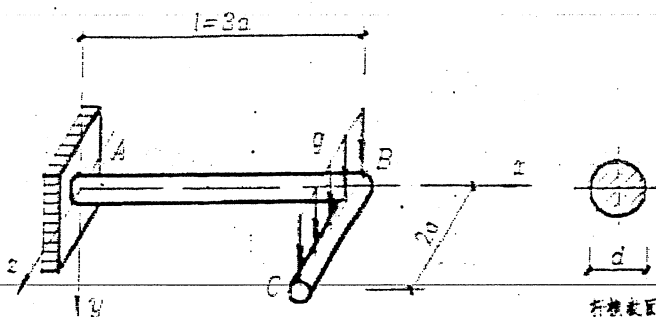


图 7 题

八题、(10分)

图示矩形梁 K 点在中性层与侧表面的交线上，该点处与轴线成 45° 方向正应力为 σ ，材料常数 E 和 ν 已知，试求：(1) m 值；(2)指出正应力绝对值最大的点的位置，计算其取值，并给出这些点的最大剪应力值。

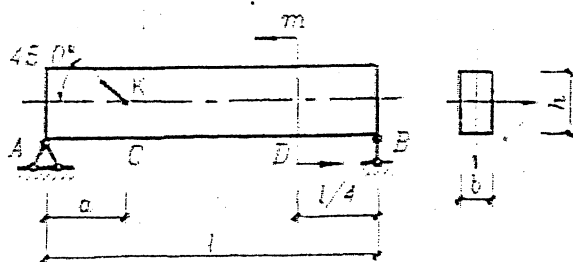


图 8 题

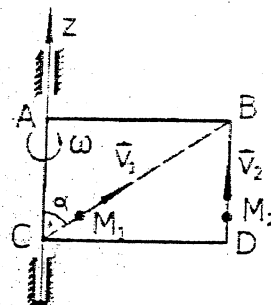
(材料力学部分的试题完)

理论力学部分

1 单项选择题：(每题 3 分)

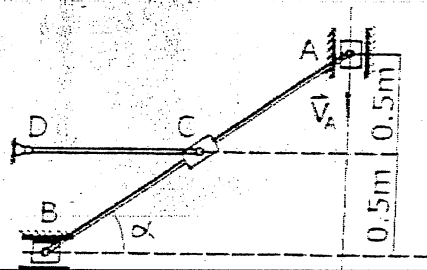
1.1 长方形板 ABCD 以匀角速度 ω 绕 z 轴转动，点 M_1 沿对角线 BD 以匀速 v_1 相对于板运动，点 M_2 沿 CD 边以匀速 v_2 相对于板运动，如果取动系与板固结，则点 M_1 和 M_2 的科氏加速度的大小 a_{1k} 和 a_{2k} 分别为_____。

- (1) $a_{1k} = 2\omega v_1 \sin \alpha$, $a_{2k} = 2\omega v_2$;
- (2) $a_{1k} = 2\omega v_1 \sin \alpha$, $a_{2k} = 0$;
- (3) $a_{1k} = 2\omega v_1$, $a_{2k} = 0$;
- (4) $a_{1k} = 0$, $a_{2k} = 2\omega v_2$



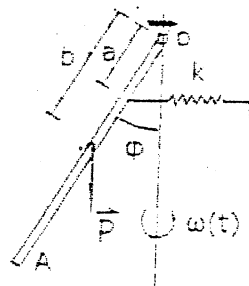
1.2 在图示系统中，滑块 A 以匀速度 $v_A = 1 \text{ m/s}$ 向下运动，杆 CD 长 1m，当 $\alpha = 45^\circ$ ，且杆 CD 水平时，AB 杆的角速度 $\omega_{AB} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ rad/s}$ ，CD 杆的角速度 $\omega_{CD} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ rad/s}$ 。

- (1) 0;
- (2) 0.5;
- (3) 1.0
- (4) $\sqrt{2}$

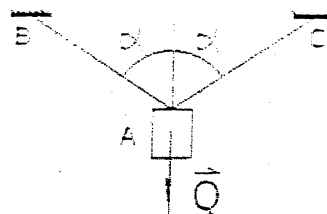


1.3 OA 杆重 P，对 O 轴的转动惯量为 J，弹簧的弹性系数为 k，当杆处于铅直位置时弹簧无变形，取位置角 ϕ 及其正向如图所示，则 OA 杆在铅直位置附近作为振动的运动微分方程为_____。

- (1) $J\ddot{\phi} = -ka^2\phi - Pb\phi$
- (2) $J\ddot{\phi} = -ka^2\phi + Pb\phi$
- (3) $-J\ddot{\phi} = -ka^2\phi + Pb\phi$
- (4) $-J\ddot{\phi} = -ka^2\phi - Pb\phi$



1.4 物重 Q，用细绳 BA、CA 悬挂如图所示， $\alpha = 60^\circ$ ，若将 BA 绳剪断，则该瞬时 CA 绳的张力为_____。

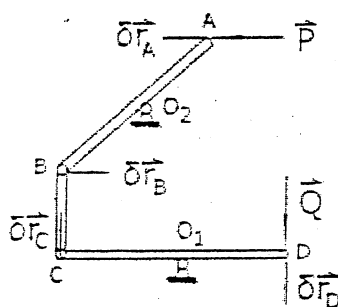


- (1) 0;
- (2) $0.5Q$;
- (3) Q ;
- (4) $2Q$

1.5 图示系统中, 虚位移 $\delta \vec{r}_A$ 是 _____, $\delta \vec{r}_B$

是 _____, $\delta \vec{r}_D$ 是 _____, 将不正
确的虚位移改正并画在图上。

- (1) 正确;
- (2) 不正确;
- (3) 不能确定。

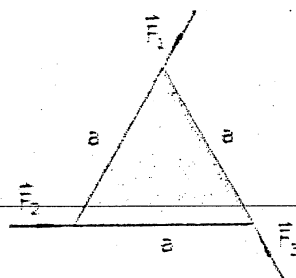


2 填空题 (每题 5 分)

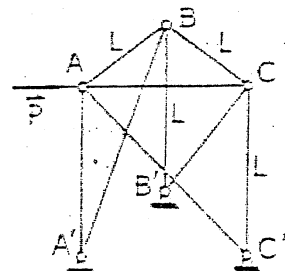
2.1 图示一等边三角形, 边长为 a , 沿三边分别作用有力

\vec{F}_1 , \vec{F}_2 和 \vec{F}_3 , 且 $F_1 = F_2 = F_3 = F$, 则该力系的简

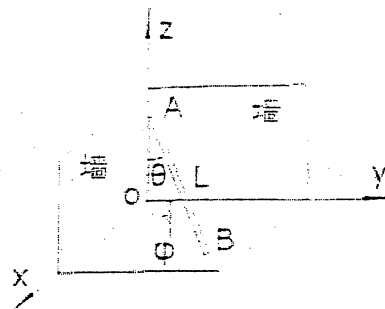
化结果是 _____, 大小为 _____, 方向或转向为 _____。



2.2 空间桁架如图, A、B、C 位于水平面内, 已知: $AB = BC = AC = AA' = BB' = CC' = L$, 在 A 节点作用有力 \vec{P}_1 , 杆 CB' 的内力为 _____, 杆 AA' 的内力为 _____。

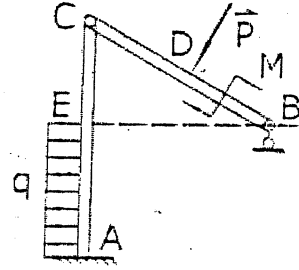


2.3 匀质细杆 AB 长 L , 重 W , 倾斜地依靠在室内光滑的墙角上, 并与铅垂线成 θ 角, 杆的另一端搁在静摩擦系数为 f_s 的水平地面上。已知 OB 与 y 轴的夹角为 ϕ , 则杆处于平衡时 θ 角的最大值为 _____。



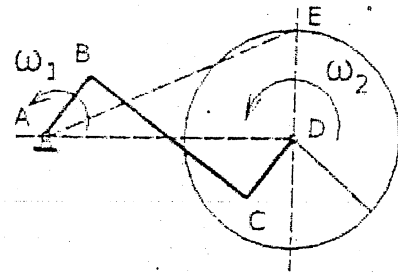
3. 计算题 (本题 10 分)

图示平面结构, 各杆自重不计, 已知: $q=3\text{kN/m}$, $M=2\text{kN}\cdot\text{m}$, $P=4\text{kN}$, $BD=CD=AE=CE=2\text{m}$ 。试求固定端 A 的反力。



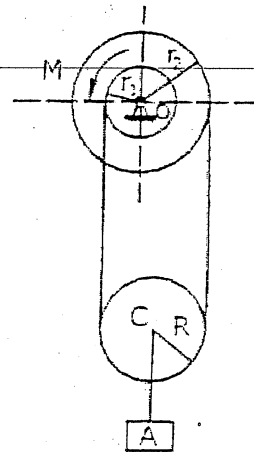
4. 计算题 (本题 10 分)

已知, 直角弯杆 ABCD 以匀角速度 $\omega_1 = 2\text{rad/s}$ 绕 A 轴转动, $AD=3\text{m}$, $r = \sqrt{3}\text{m}$, 圆盘以匀角速度 $\omega_2 = 3\text{rad/s}$ 绕 D 轴相对弯杆转动。在图示位置时, AD 杆水平, ED 杆铅垂。试用点的合成运动的方法, 求该瞬时轮上 E 点的绝对速度和科氏加速度。



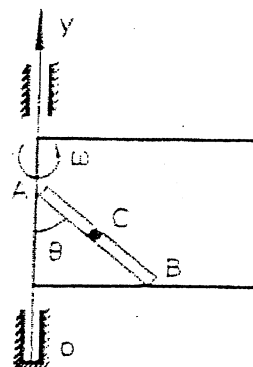
5. 计算题 (本题 10 分)

图示差动机构中, 已知: 鼓轮 O 重 Q_1 , 对 O 轴的转动半径为 ρ , 内、外半径分别为 r_1 和 r_2 ; 均质轮 C 重 Q_2 , 半径为 R , 物 A 重 P , 力偶矩为 M 的常值力偶作用在鼓轮上。轮与绳间无相对滑动。试求重物 A 运动的加速度。



6. 计算题 (本题 15 分)

匀质杆 AB 长 $2a$, 质量为 m , 其两端分别沿一框架的铅直边和水平边作光滑滑动, 框架则以匀角速度 ω 绕铅直边转动, 转动惯量为 J_y , 如图。试求系统的运动微分方程和 AB 杆相对于框架的运动微分方程以及维持框架匀速转动所需的转动偶矩 M_y 。



重庆大学2005年硕士研究生入学考试试题

科目代码: 488

科目名称: 理论力学与材料力学

请考生注意:

答题一律(包括填空题和选择题)答在答题纸或答题册上, 答在试题上按零分计。

(材料力学部分试题)

1. 单项选择题(各小题的正确答案只有一个, 3小题共9分)

1.1. (3分)

关于低碳钢材料拉伸的力学性质, 正确的描述是

- (A) 屈服的本质是沿与轴线成 45° 方向上的滑移;
- (B) 屈服滑移线与轴线成 60° 方向发生;
- (C) 屈服指标应力屈服强度 σ_s ;
- (D) 延伸率大致等于5%.

1.2. (3分)

两杆结构受力如图, 已知杆2单位长度承受 P 力轴向拉伸时的伸长为 11mm , 下列

关于节点A位移的结论中, 正确的是

- (A) 位移沿着水平方向, 大小为 11mm
- (B) 位移沿着水平方向, 大小为 22mm
- (C) 位移方向与 AB 垂直, 大小为 11mm
- (D) 位移方向与 AB 垂直, 大小为 22mm

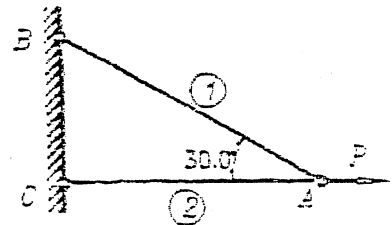


图 1.2图

1.3. (3分)

悬臂梁如图所示, 加载次序有下述三种方式: 第一种为 P 与 m 同时按比例加载; 第二种为
先加 P , 后加 m ; 第三种为先加 m , 后加 P . 在线弹性范围内关于它们的应变能, 有下列四种
判定结论, 其正确答案是().

- (A) 第一种大;
- (B) 第二种大;
- (C) 第三种大;
- (D) 一样大.

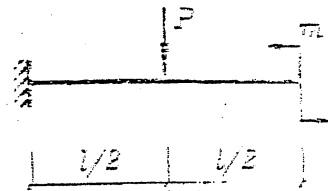
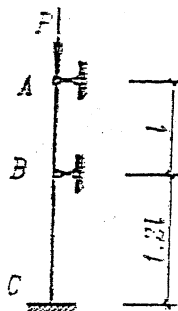


图 1.3图

2. 填空题 (每题3分, 共12分)

2.1. (3分)

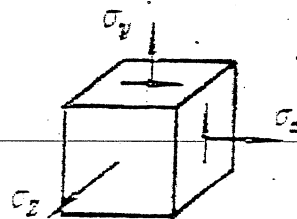
图示等截面直杆受轴心压力 P 作用, 其欧拉临界荷载存在, 若杆为圆杆截面, 直径为 d , 材料弹性模量为 E , 则杆段 AB 的临界荷载为_____, 杆段 BC 的临界荷载为_____, 全杆的临界荷载为_____。



题 2.1E

2.2. (3分)

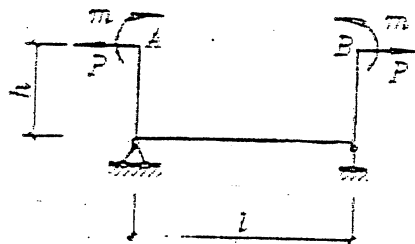
点在三向应力状态中, 若 $\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$, 则该点的应变 ϵ_z 等于_____;
该应变_____ (填写“是”或“不是”)主应变。



题 2.2E

2.3. (3分)

结构受力如图, 其弹性应变能为 U , 则 $\partial U / (\partial m)$ 表示_____
如果将杆的A端或B端在一端的荷载 P 取消, 上述表达式又表示_____。



题 2.3E

2.4. (3分)

(3) 莫西尔互等定理指出, 在弹性体的两个相互垂直截面上, 垂直于截面的交线为_____应力分量, 其方向均_____交线。

3. (8分)

试绘该梁的剪力图及弯矩图。

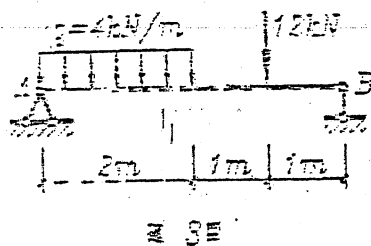


图 3

4. (8分)

图示等截面圆轴直径为 d ，受扭外力偶 T 作用，试回答下列问题：(1) 绘出该轴的应力图；(2) 若已知轴材料许用剪应力为 $[\tau]$ ，试求出许用最大外力偶的表达式。

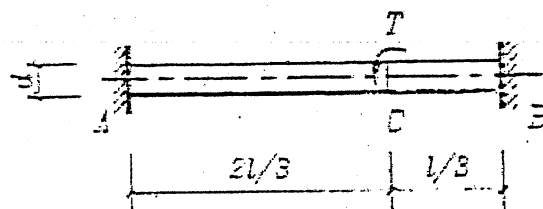


图 4

5. (10分)

图a所示三角架的 CD 杆为直径 $d = 28 \text{ mm}$ 的圆截面， CD 杆的抗压强度设计值为 215 MPa ，试由 CD 杆的承载力确定荷载 P 之最大值。当 P 取最大值时，若梁 AB 的截面为矩形 (宽 40 mm ，高 90 mm)，试求出梁截面上的最大正应力 (不考虑斜杆和梁杆自重的影响)。

注：压杆稳定系数 φ 值

λ	120	121	122	123
φ	0.437	0.432	0.426	0.421

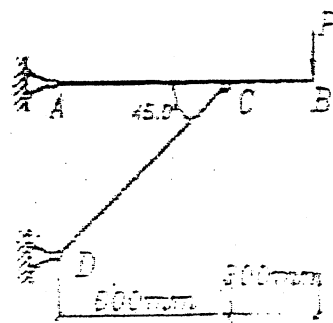
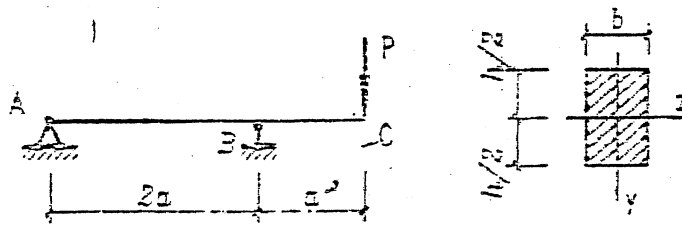


图 5

5. (10分)

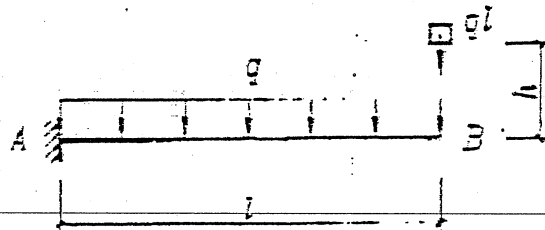
图示外伸梁，横截面为矩形，在外伸端受一集中力 P 作用，已知材料许用拉应力为 $[\sigma]$ ，要求拉应力和压应力相同，试求梁承受的 P 的最大值，及梁上拉应力纤维的应变值（不计梁的自重）。



题 6图

7. (10分)

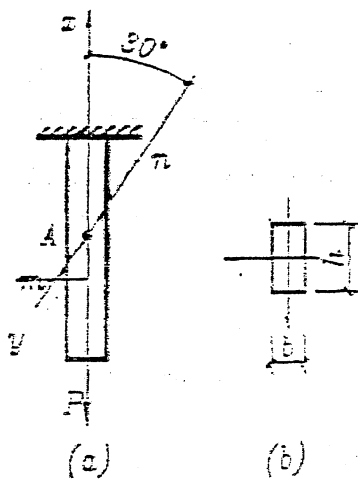
图示梁面刚度为 EI 的梁，梁系受均布荷载 q 作用，在梁面B处受重量为 ql 的重物自由落体冲击。现已知该重物冲击到梁面B时，产生的冲击荷载系数为 $k_d = 7$ ，(1) 试用卡氏第二定理，计算B截面沿总竖向位移？(2) 计算该重物的下落高度 h 。（设荷载 q ，刚度 EI 和跨度 l 均为已知）



题 7图

8. (10分)

图示斜拉桥拉索横截面为矩形，尺寸如图b，拉索的弹性模量 E 和 U 已知，拉索在荷载 P 作用下处于弹性工作状态，试求在 P 力作用下A点处沿 mn 方向的应变表达式。

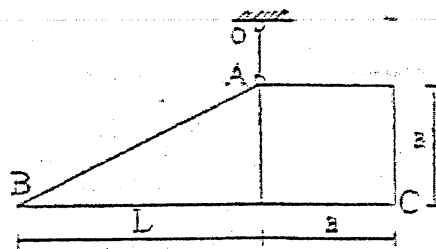


题 8图

(材料力学部分的试题完)

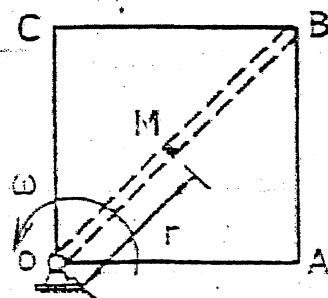
1. 填空题 (本题 4 分)

一重力 W ，边长为 a 的均质正方形薄板与重力 $W/2$ 的均质三角形薄板焊接成一梯形板，在 A 点悬挂。欲使底边 BC 保持水平，则边长 $L =$ _____。



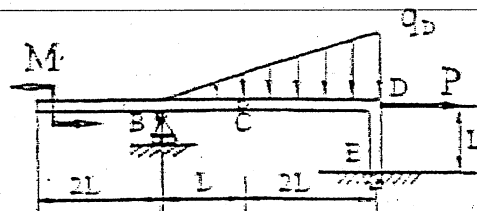
2. 填空题 (本题 6 分)

刻有直槽 OB 的正方形板 $OABC$ 在图示平面内绕 O 轴转动，点 M 以 $r = OM = 5r^2$ (r 以 cm 计) 的规律在槽内运动，若 $\omega = \sqrt{2}t$ (ω 以 rad/s 计)，则当 $t = 2\text{s}$ 时，点的相对加速度的大小为 _____，牵连加速度的大小为 _____，科氏加速度的大小为 _____，并将各加速度分量画在图中。



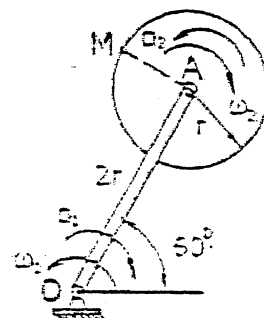
3. 计算题 (本题 15 分)

图示结构，杆重不计。已知： $L = 4.5\text{m}$ ， $q_D = 3\text{kN/m}$ ， $P = 5\text{kN}$ ， $M = 4.5\text{kN}\cdot\text{m}$ 。试求固定端 E 处的反力。



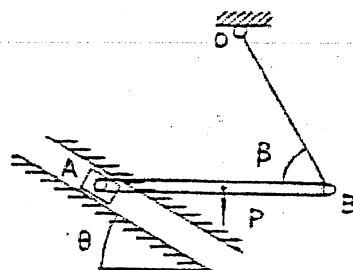
4. 计算题 (本题 15 分)

曲柄 OA ，长为 $2r$ ，绕固定轴 O 转动，圆盘半径为 r ，绕 A 轴转动。已知 $r = 100\text{mm}$ ，在图示位置，曲柄 OA 的角速度 $\omega_1 = 4\text{rad/s}$ ，角加速度 $\alpha_1 = 3\text{rad/s}^2$ ，圆盘相对于 OA 杆的角速度 $\omega_2 = 6\text{rad/s}$ ，角加速度 $\alpha_2 = 4\text{rad/s}^2$ ，求圆盘上 M 点的绝对速度和加速度。



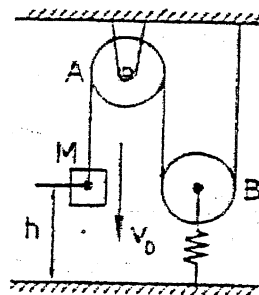
5. 计算题 (本题 10 分)

在图示机构中, 已知匀质杆 AB 重为 P , $\theta = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$, 试求当绳子 OB 突然断了瞬时滑槽的反力 (滑块 A 的重量不计) 及杆 AB 的角加速度。



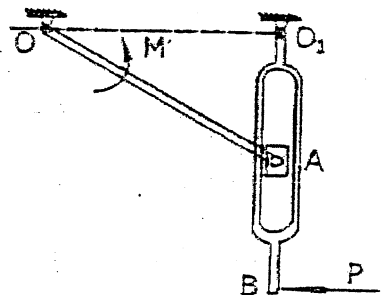
6. 计算题 (本题 15 分)

一系统如图所示, 当 M 离地面 h 时, 系统处于平衡, 现给 M 以向下的初速度 v_0 , 使 M 恰能到达地面处, 问 v_0 应为多少? 已知物体 M 和滑轮 A、B 的重量均为 P , 且滑轮可看作均质圆盘, 弹簧的弹簧常数为 k , 绳重不计, 绳与轮之间无相对滑动。



7. 计算题 (本题 10 分)

机构如图, 已知: $OA = O_1B = L$, $O_1B \perp OO_1$, 作用于 OA 上的力偶矩为 M , 试用虚位移原理求图示位置平衡时 P 力的大小。



重庆大学2005年硕士研究生入学考试试题

科目代码: 489

科目名称: 材料力学与结构力学

请考生注意:

答题一律 (包括填空题和选择题) 答在答题纸或答题册上, 答在试卷上按零分计。

(材料力学部分试题)

1. 单项选择题 (各小题的正确答案只有一个, 3小题共9分)

1.1. (3分)

关于低碳钢材料拉伸的力学性质, 正确的论断是

- (A) 屈服的本质是沿与轴线成 45° 方向上的滑移;
- (B) 屈服滑移线与轴线成 60° 方向发生;
- (C) 强度指标应取强度极限 σ_b ;
- (D) 延伸率大致等于5%。

1.2. (3分)

两杆结构受力如图, 已知杆2单位长度承受 P 力轴向拉伸时的伸长为 11mm , 下列关于节点A位移的结论中, 正确的是

- (A) 位移沿着水平方向, 大小为 11mm ;
- (B) 位移沿着水平方向, 大小为 22mm ;
- (C) 位移方向与AB垂直, 大小为 11mm ;
- (D) 位移方向与AB垂直, 大小为 22mm 。

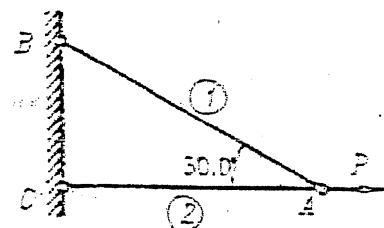


图 1.2E

1.3. (3分)

悬臂梁如图所示, 加载次序有下述三种方式: 第一种为 P 与 m 同时按比例加载; 第二种为先加 P , 后加 m ; 第三种为先加 m , 后加 P 。在线弹性范围内关于它们的应变能, 有下列四种判定结论, 其正确答案是()。

- (A) 第一种大;
- (B) 第二种大;
- (C) 第三种大;
- (D) 一样大。

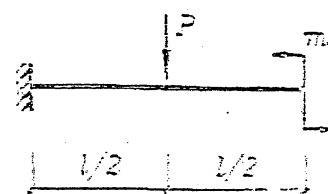
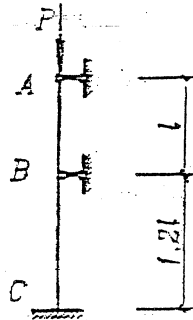


图 1.3E

2. 填空题 (每题3分, 共12分)

2.1. (3分)

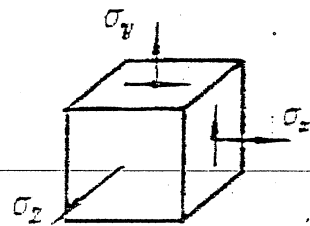
图示等截面直杆受轴心压力 P 作用, 其欧拉临界荷载存在, 若杆为圆形截面, 直径为 d , 材料的弹性模量为 E , 则杆段 AB 的临界荷载为_____, 杆段 BC 的临界荷载为_____, 全杆的临界荷载为_____.



题 2.1图

2.2. (3分)

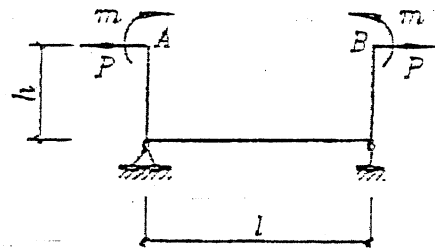
点在三向应力状态中, 若 $\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$, 则该点的应变 ε_z 等于_____;
该应变_____ (填写“是”或“不是”)主应变.



题 2.2图

2.3. (3分)

结构受力如图, 其弹性变形能为 U , 则 $\partial U / (\partial m)$ 表示_____.
如果折杆的A端或B端任一端的荷载 P 取消, 上述表达式又表示_____.



题 2.3图

2.4. (3分)

(3) 莫应力互等定理指出, 在微体的两个相互垂直截面上, 垂直于该两截面交线的剪应力数值_____, 其方向均_____交线.

3. (6分)

试绘制图示梁的剪力图和弯矩图。

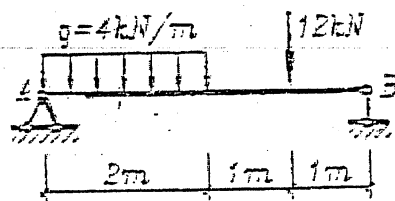


图 3

4. (8分)

图示等截面圆轴直径为 d ，受扭转载荷 T 作用，试回答下列问题：(1) 绘出该轴的应力图；

(2) 若已知轴材料的许用剪应力 $[\tau]$ ，试求出相应最大外力偶的表达式。

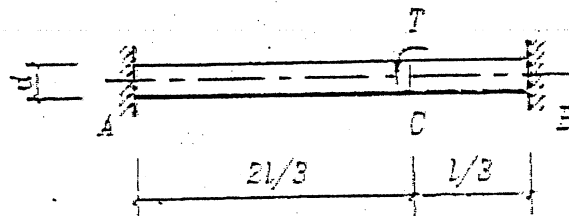


图 4

5. (10分)

图a所示三角架的CD杆为直径 $d = 28 \text{ mm}$ 的圆截面，CD杆的抗压强度设计值为 215 MPa ，试由CD杆的承载力确定荷载 P 之最大值。当 P 取最大值时，若横杆AB的截面为矩形(宽40mm，高90mm)，试求出横杆截面上的最大拉应力(不考虑斜杆和横杆自重的影响)。

注：压杆稳定系数 φ 值

λ	120	121	122	123
φ	0.437	0.432	0.426	0.421

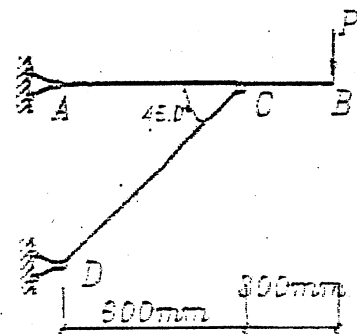
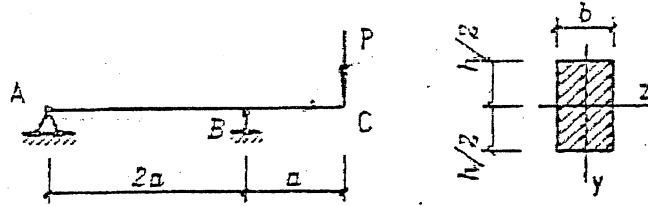


图 5

6. (10分)

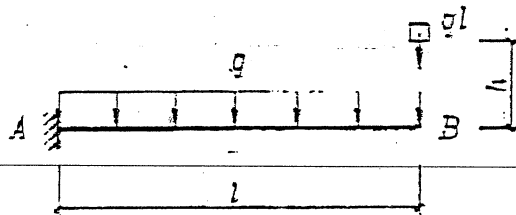
图示外伸梁，横截面为矩形，在外伸端受一集中力 P 作用，已知梁材料的弹性模量为 E ，允许拉应力和压应力相同，均为 $[\sigma]$ ，试求梁承受的 P 的最大值，及梁上边缘纤维相应的总伸长（不计梁的自重）。



题 6 图

7. (10分)

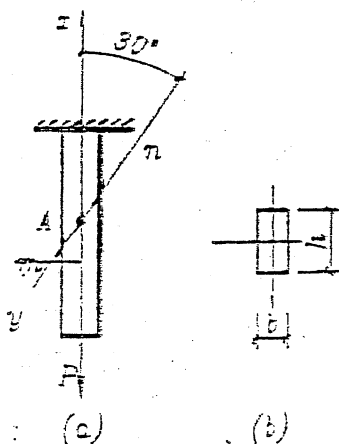
图示梁跨度为 l ，梁承受均布荷载 q 作用，在梁面B处受重量为 ql 的重物自由落体冲击。现已知该重物冲击到梁面B时，产生的冲击荷载系数为 $k_d = 7$ ，(1) 试用卡氏第二定理，计算B截面的总位移 Δ_B ？(2) 计算该重物的下落高度 h 。（设荷载 q ，刚度 EI 和跨度 l 均为已知）



题 7 图

8. (10分)

图示轴向拉伸杆横截面为矩形，尺寸如图b，材料的弹性常数 E 和 ν 已知，该杆在荷载 P 作用下处于弹性变形阶段，试求在 P 力作用下A点处沿 mn 方向的线应变的表达式。



三 BE

(材料力学部分的试题完)

(结构力学部分试题)

一、填空 (每小题 4 分, 共 16 分)

- 1、图 1 所示体系是几何_____变体系, 有_____个多余约束。

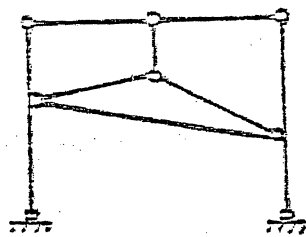


图 1

- 2、图 2 所示结构中, BD 杆的 D 端剪力 $V_{DB} =$ _____。

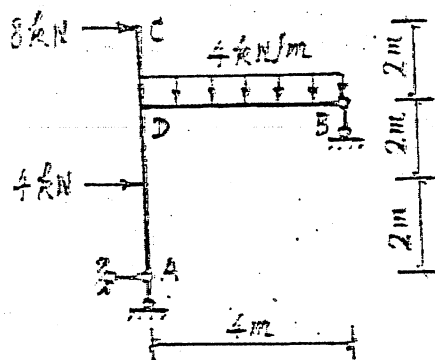


图 2

- 3、图 3 所示结构, 在移动荷载作用下载面 C 的最大弯矩 $M_{Cmax} =$ _____。

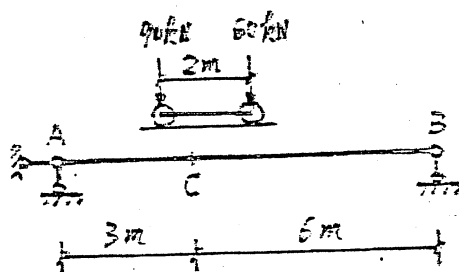


图 3

- 4、图 4(a)所示简支梁在 C 点作用集中力 $P=1\text{kN}$ 时, 截面 B 的角位移 φ_B 为 0.005 弧度, 则该梁在截面 B 作用力偶 $M=2\text{kN} \cdot \text{m}$ 时 (图(b)), C 点的竖向位移 $\Delta_{cy} =$ _____。

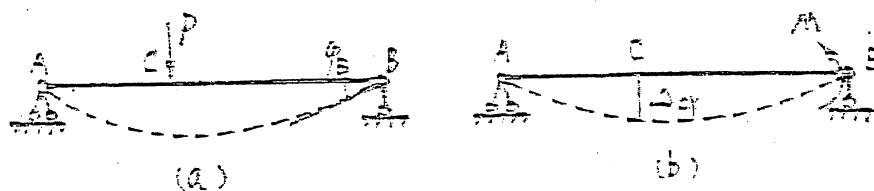


图 4

二题、(每小题 5 分, 共 10 分)

绘图 5 所示(a)、(b)两结构的弯矩图。

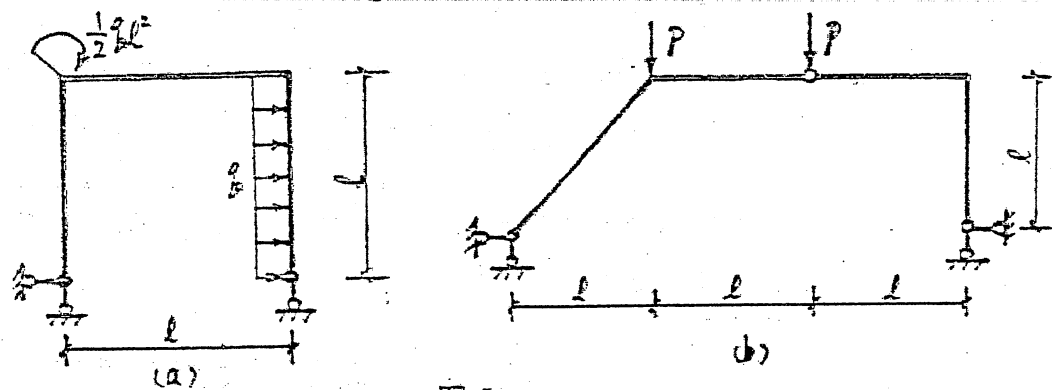


图 5

三题、(7 分)

计算图 6 所示桁架中杆件 a、b、c 的轴力。

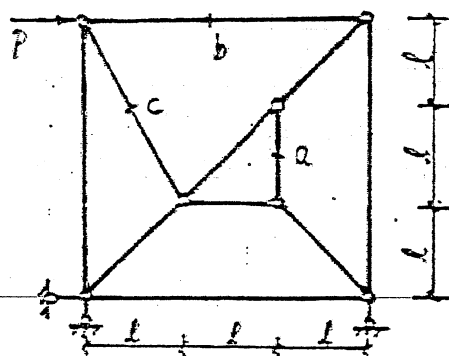


图 6

四题、(12 分)

用力法计算图 7 所示结构, 并作 M 图 (注意利用对称性简化计算)。EI 为常数。

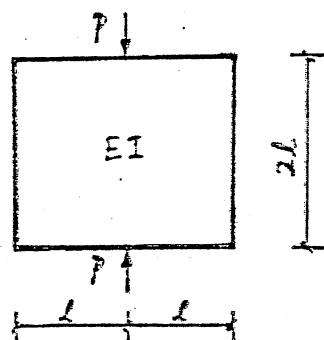


图 7

五题、(8 分)

试列用位移法计算图 8 所示结构的典型方程, 并求出方程中的系数和自由项。EI 为常数。

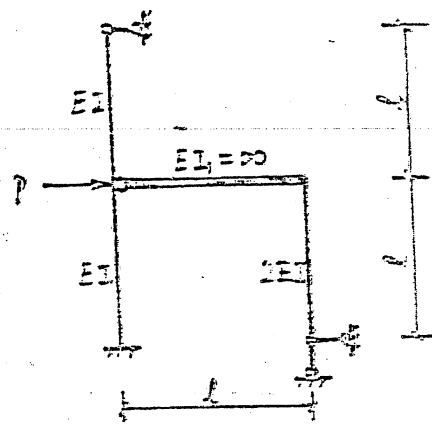


图 8

六题、(10 分)

用力矩分配法计算图 9 所示结构，并作 M 图。EI 为常数。

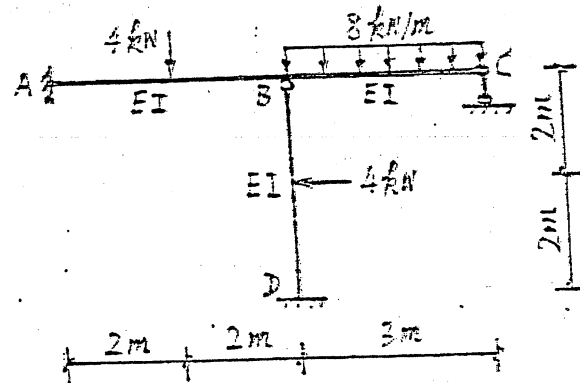


图 9

七题、(12 分)

图 10 所示体系承受简谐荷载的作用。已知 $M=4000\text{kg}$, $F=10\text{kN}$, $\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}\omega$, 弹簧刚度 $K=900\text{kN/m}$, 不计梁的质量, 梁的刚度 $EI=\infty$, 略去阻尼的影响。试求:
(1) 体系的自振频率 ω ; (2) 质点 M 处的最大动位移 Y 。

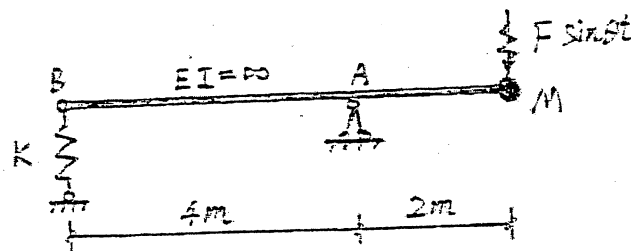


图 10

重庆大学2006年硕士研究生入学考试试题

科目代码：451

科目名称：材料力学与结构力学

特别提醒考生：

答题一律做在答题纸上（包括填空题、选择题、改错题等），直接做在试题上按零分计。

（材料力学部分试题）

1. 单项选择题（各小题的正确答案只有一个，3小题共9分）

1.1 （3分）

关于低碳钢和铸铁的力学性质，下列论述正确的是_____。

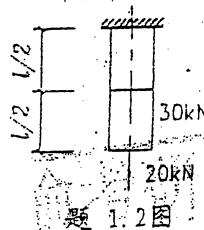
- (A) 在任何情况下低碳钢材料均没有脆性；
- (B) 铸铁扭转试件破坏时是沿横截面被剪断；
- (C) 低碳钢扭转试件破坏时是沿横截面被剪断；
- (D) 低碳钢试件拉伸时产生的滑移线将在与轴线成 42° 方向发生。

1.2 （3分）

等截面直杆受力如图所示，当材料的 $E=14\text{GPa}$ 时，求出横截面最大正应力为 50MPa 。

现改用 $E=21\text{GPa}$ 的材料，关于横截面正应力取值的下列论述，正确的是_____。

- (A) 杆的上段为 50MPa ，下段为 20MPa ；
- (B) 杆的下段为 13.3MPa ；
- (C) 杆的上段为 33.3MPa ；
- (D) 杆的上段为 10MPa ，下段为 20MPa 。



1.3 （3分）

关于梁的弯曲，下列论述正确的是_____。

- (A) 处于平面弯曲的梁，一定是处于对称弯曲；
- (B) 如果存在剪力 V 等于0，弯矩 M 不等于0的截面，该梁必处于纯弯曲；
- (C) 平面弯曲梁的荷载作用面，必须与梁横截面形心主惯性轴之一斜交。
- (D) 平面弯曲梁的荷载作用面，必须与梁横截面形心主惯性轴之一正交。

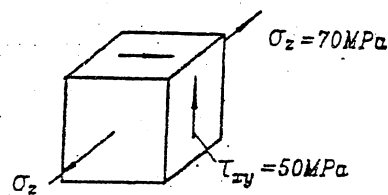
2. 填空题（每题3分，共12分）

2.1 （3分）

等截面直梁发生平面弯曲变形时，荷载作用平面始终通过梁横截面上某一特定点，该点称为截面的_____；当横截面有对称轴，并考察上述点与对称轴的关系时，该点一定_____。

2.2 (3分)

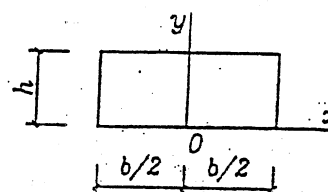
图示应力状态, 其三个主应力取值从大到小依序为_____, 按第三强度理论的相当应力为_____.



题 2.2 图

2.3 (3分)

分析图示截面为矩形的几何性质, 图形的惯性矩 $I_x =$ _____, 惯性矩 $I_y =$ _____, 惯性积 $I_{xy} =$ _____.



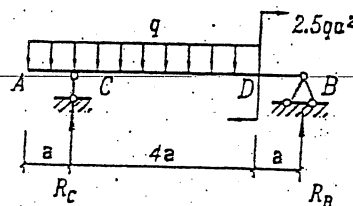
题 2.3 图

2.4 (3分)

平面弯曲梁横截面上正应力的公式为_____, 平面弯曲矩形截面梁横截面上剪应力的公式为_____, 平面弯曲梁的线弹性挠曲线微分方程为_____.

3. (7分)

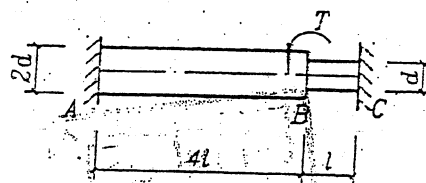
试绘制图示梁的剪力图和弯矩图.



题 3 图

4. (11分)

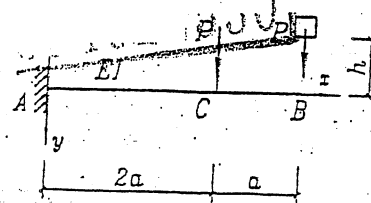
图示阶梯形扭转圆轴两端固定, 材料的剪变模量为 G , 在变截面处受外力偶 T 作用, 轴的两段横截面尺寸如图, (1) 试用卡氏第二定理求出轴的内力; (2) 已知轴材料的抗剪容许应力 $[\tau]$, 试写出轴的最大容许外力偶 T 的表达式.



题 4 图

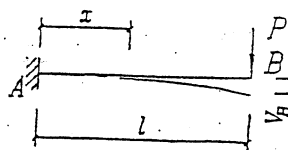
5. (9分)

等截面直梁受荷载作用如图示, 横截面抗弯刚度为 EI , 如果已知杆端处重物的自由下落高度 $h = (36Pa^3/EI)$, 利用本题下面的附注图公式, 试求出该梁梁端B截面的挠度表达式.



题 5 图

第5题附注图:

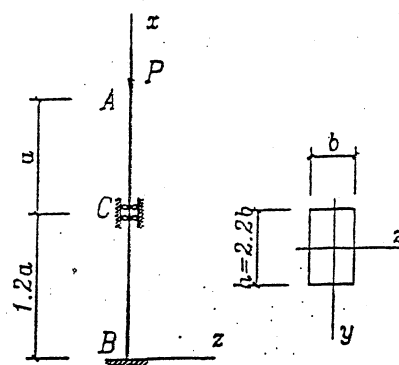


$$v = \frac{Px^2}{6EI}(3l-x) \quad \theta_B = \frac{Pl^2}{2EI} \quad v_B = \frac{Pl^3}{3EI}$$

911

6. (7分)

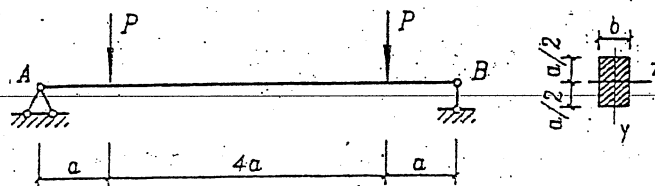
图示理想中心受压杆件，在压力作用下各段始终为细长压杆。A端自由，B端固定，C处约束仅在xz平面存在。杆横截面为 $h=2.2b$ 的矩形，还知道杆材料的屈服应力为 σ_y 。试导出该杆的临界荷载的表达式。



题 6图

7. (10分)

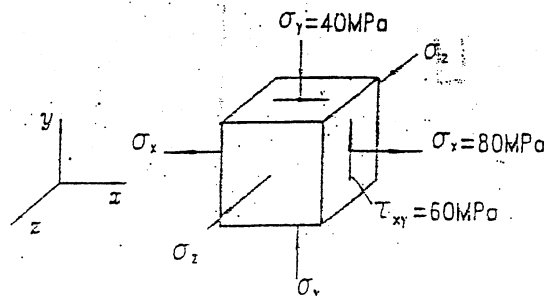
图示等直的矩形截面简支梁，对称地承受两个集中荷载作用，假设材料的抗拉抗压容许应力相同均为 $[\sigma]$ ，而且就横截面的正应力强度来说， $\sigma_{max}=[\sigma]$ ；又设梁材料的抗剪强度为抗拉强度的0.4倍；(1)试分析横截面抗剪强度是否满足要求？(2)试考察梁的上边缘纵向纤维及下边缘纵向纤维的最大剪应力是否超过强度容许值？



题 7图

8. (10分)

某点的应力状态如图所示，当我们按照第三强度理论来研究该点的强度时，(1)如果z方向的正应力取值始终为中间应力，此时该点正好满足第三强度理论的强度要求，试问z方向的正应力的取值范围是多少？(2)如果xy平面的应力情况不变，而材料的容许应力改为 180MPa ，问此时按照第三强度理论，能够满足强度要求条件下，z方向的正应力(不一定属于中间应力)取值范围又为多少？



题 8图

(材料力学部分的试题完)

90/95

重庆大学2007年硕士研究生入学考试试卷

科目代码：451

科目名称：材料力学与结构力学

特别提醒考生：

答题一律做在答题纸上（包括填空题、选择题、改错题等），直接做在试卷上按零分计。

（材料力学部分试题）

1. 单项选择题（各小题的正确答案只有一个，3小题共9分）

1.1 （3分）

关于截面几何性质的论述中，正确的是_____。

- (A) 圆截面对不通过圆心的坐标轴，也有可能存在一对惯性主轴；
- (B) 因为圆截面的轴对称性质，截面对圆心的极惯性矩恒为零；
- (C) 正多边形截面，对任一过形心的轴的惯性矩保持常数；
- (D) 个别截面，其最小惯性矩的轴，不通过该截面的形心。

1.2 （3分）

在材料力学中关于叠加法的下列叙述，正确的是_____。

- (A) 凡是杆件、结构处于小变形，其内力计算总可以采用叠加方法；
- (B) 杆件在多个荷载作用下，应变能不能叠加时，其内力也必然不能叠加；
- (C) 超静定杆件处于小变形，其变形计算总可以采用叠加法；
- (D) 超静定杆件处于小变形，其内力计算不一定能采用叠加法。

1.3 （3分）

下列论述正确的是_____。

- (A) 轴向受拉杆件不存在稳定性问题；
- (B) 压杆杆端约束变化时，确定杆件计算长度的长度系数最大值为2；
- (C) 圆截面杆中心受压的稳定临界力，要比该杆受拉的稳定临界力更大；
- (D) 理想压杆在长细比增大时，杆的稳定承载力将要提高。

2. 填空题（每空1分，每题3分，共12分）

2.1 （3分）

图示压杆在图平面和出平面两端均为固定，横截面为矩形，且 $h=2b$ ，则在进稳定计算时，该杆的计算长度为_____，所采用的回转半径应为_____，杆的长细比为_____。

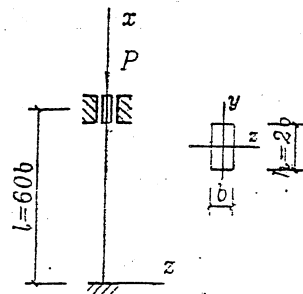


图 2.1

2.1 （3分）
混凝土立方块受压破坏，当上下承压面有润滑剂时，试块将沿
竖向破坏，较好地解释此现象可用第_____强度理论， 破裂有关的主要因素
是_____应变，在破裂面上的正应力为_____。

2.3 (3分)

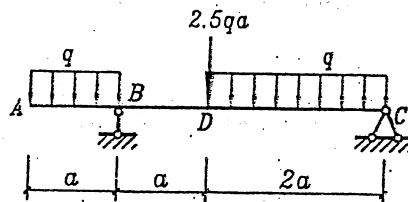
材料在线性弹性范围内，正应力与正应变成_____关系；非受力方向的横向应变与受力方向的纵向应变的比值为_____。强度理论的任务，是解决_____的强度问题。

2.4 (3分)

压杆的截面核心是截面_____附近的一个区域，当压力作用在截面核心曲线的边界上，相应的中性轴必然与截面的_____相切。处于平面弯曲的梁，其横截面上的剪应力向截面的弯心简化，其主矩等于_____。

3. (6分)

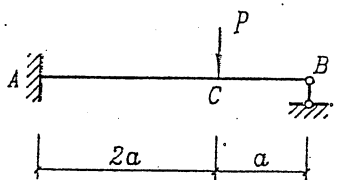
试绘制图示梁的剪力图和弯矩图。



题 3图

4. (9分)

图示等直梁截面的抗弯刚度为EI，利用附表公式，求全部支座反力（不要求绘制内力图）。



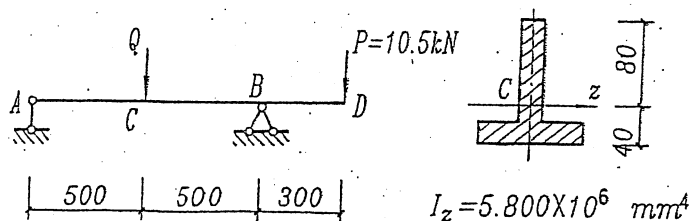
题 4图

题 4的附表公式

	$\theta_B = Pl^2/2EI$ $V_B = Pl^3/3EI$
--	--

5. (9分)

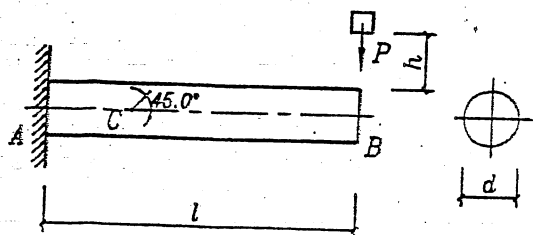
外伸梁受力如左图，截面如右图，荷载P已知，Q待定，材料抗拉 $[\sigma_t] = 45\text{MPa}$ ，抗压 $[\sigma_c] = 170\text{MPa}$ ，试回答：（1）B截面的强度是否符合要求；（2）确定Q的最大允许值。



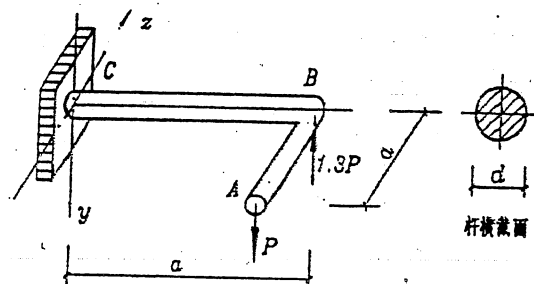
题 5图

6. (10分)

图示圆截面梁，在自由端受重物自由落体冲击，动荷系数 $K_d=6$ ，今测得中性层（图中C点）沿与轴线成 45° 方向线应变为 ε ，且材料的弹性常数 E, ν 已知，试回答：（1）判定上述线应变取值正负；（2）试求重物 P 的表达式；（3）求重物下落高度 h 的表达式。



题 6图



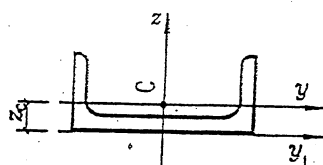
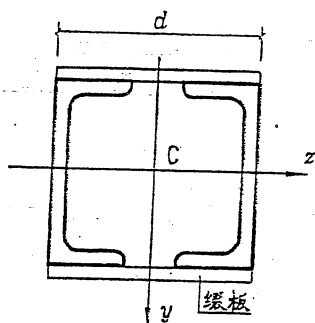
题 7图

7. (10分)

图示水平直角曲杆，承受竖向集中力作用，截面为圆形，直径为 d ，材料弹性模量 E 和剪切模量 $G=0.4E$ 已知，试回答：（1）用卡氏第二定理计算杆端A的竖向位移；（2）采用第三强度理论，找出危险截面的位置，且计算其上危险点的相当应力。

8. (10分)

某组合截面（如图示）受压钢柱长度为6m，在 xz 面内一端固定，一端铰支，在 xy 面内两端铰支。钢的抗压强度设计值为215MPa，单个槽钢16号的截面数据如右图，试回答：（1）求 d 的合理尺寸；（2）若缀板足够多，不计局部失稳，求该柱能够承担的最大中心压力 P 。



$$\begin{aligned} z_c &= 18.0 \text{ mm} \\ A &= 2196 \text{ mm}^2 \\ I_z &= 8.66 \times 10^6 \text{ mm}^4 \\ I_y &= 7.33 \times 10^5 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

（一个槽钢的有关数据）

题 8图

3号钢 轴心受压构件的稳定系数 φ

题 8的附表

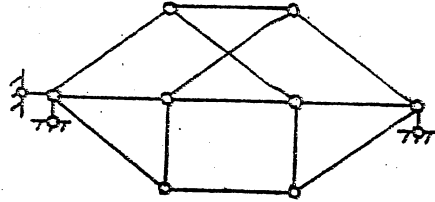
λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
80	0.688	0.681	0.675	0.668	0.661	0.655	0.648	0.641	0.635	0.628
90	0.621	0.614	0.608	0.601	0.594	0.588	0.581	0.575	0.568	0.561
100	0.555	0.549	0.542	0.536	0.529	0.523	0.517	0.511	0.505	0.499

（材料力学部分的试题完）

(以下为结构力学部分试题)

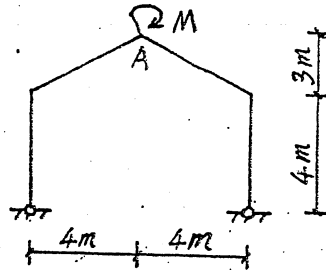
9 题、填空 (每小题 4 分, 共 16 分)

9.1、题 9.1 图所示体系是几何_____体系。



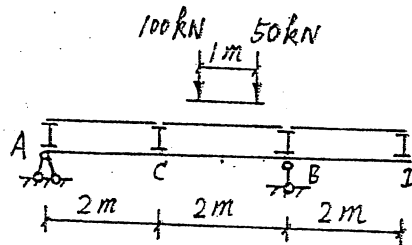
题 9.1 图

9.2、题 9.2 图所示结构, A 点在 M 作用下将向_____侧产生水平位移。EI 为常数。



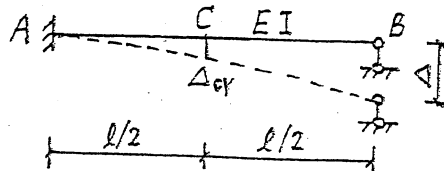
题 9.2 图

9.3、题 9.3 图所示结构, 在图示移动荷载作用下载面 C 左侧的最大剪力 $V_{C\pm\max} =$ _____。



题 9.3 图

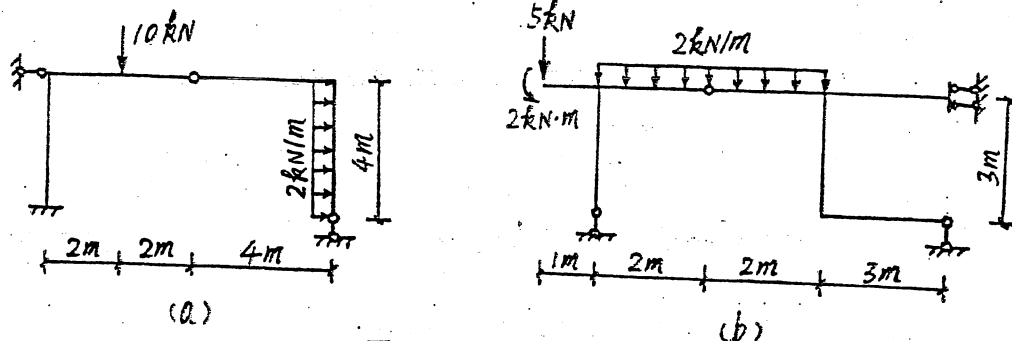
9.4、题 9.4 图所示超静定梁 B 端向下发生支座位移 Δ 时, 跨中 C 点的竖向位移 $\Delta_{cy} =$ _____。



题 9.4 图

10 题、(每小题 5 分, 共 10 分)

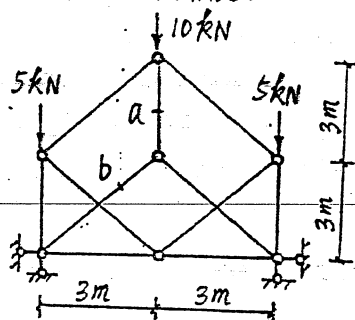
绘题 10 图所示(a)、(b)两结构的弯矩图。



题 10 图

11 题、(6 分)

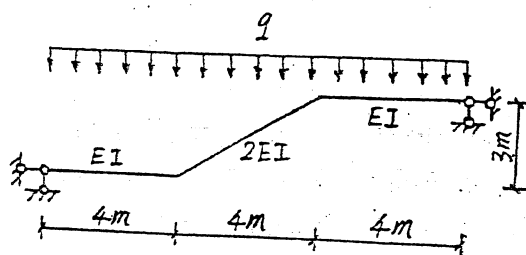
计算题 11 图所示桁架中杆件 a、b 的轴力。



题 11 图

12 题、(10 分)

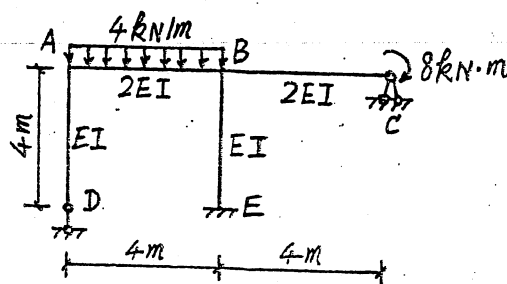
用力法分析计算题 12 图所示结构, 并作 M 图。 EI 为常数。



题 12 图

13 题、(10 分)

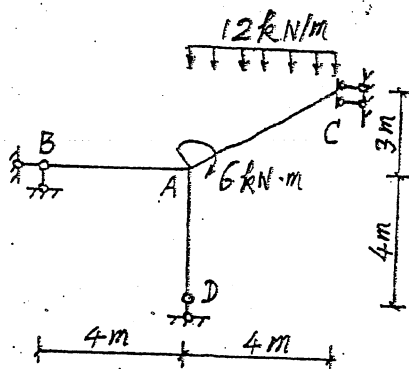
用位移法分析计算题 13 图所示结构, 并作 M 图。 EI 为常数。



题 13 图

14 题、(10 分)

用力矩分配法计算题 14 图所示结构，并作 M 图。各杆 EI 相同，为常数。

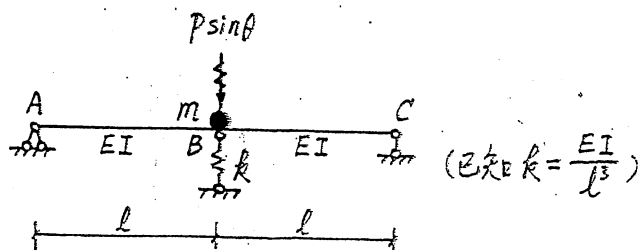


题 14 图

15 题、(13 分)

题 15 图所示体系承受简谐荷载 $P \sin \theta t$ 的作用。已知 $\theta = \frac{1}{2} \omega$ (ω 为体系的自振频率)，质点 m 的重量 $W = mg = \frac{1}{3} P$ 。不计杆件质量，略去阻尼的影响。试求：

- (1) 体系的自振周期 T ；(5 分)
- (2) 平稳振动时质点 m 的振幅 A ；(4 分)
- (3) 体系中的最大弯矩 M_{\max} 及其发生的截面位置。(4 分)



题 15 图

10

42 重庆大学2008年硕士研究生入学考试试题

4.

科目代码: 846

科目名称: 材料力学

特别提醒考生:

答题一律做在答题纸上(包括填空题、选择题、改错题等), 直接做在试题上按零分记。

一、单项选择题(每题只有一个正确答案, 每小题3分, 共15分)。

1. 关于材料的力学性质, 有下列论述:

- (A) 铸铁受拉试件延伸率, 比铸铁压缩试件的压缩率大;
- (B) 低碳钢扭转试件, 不会沿与轴线成 45° 斜截面被拉断;
- (C) 铸铁受扭试件在个别情况下, 将可能沿横截面被剪断;
- (D) 铸铁受扭试件在一般情况下, 将沿横截面被剪断。

正确答案是: _____

2. 关于叠加法有下列叙述:

- (A) 某等截面拉压杆处于小变形, 全杆的总应变等于各段应变之和;
- (B) 等截面拉压杆处于小变形, 应力总可以应用叠加原理计算;
- (C) 超静定杆件材料为线性弹性, 其变形计算不一定能够采用叠加法;
- (D) 超静定杆件材料为线性弹性, 其变形计算总可以采用叠加法。

正确答案是: _____

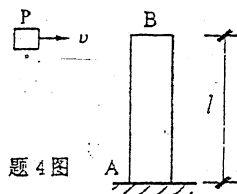
3. 剪应力互等定理是由单元体:

- (A) 静力平衡关系导出的;
- (B) 几何关系导出的;
- (C) 物理关系导出的;
- (D) 强度条件导出的。

正确答案是: _____

4. 等直杆上端B点受横向冲击, 当杆长 l 增加, 其余条件不变, 杆内最大弯曲动(正)应力将:

- (A) 增加;
- (B) 减小;
- (C) 不变;
- (D) 可能增加或减小。

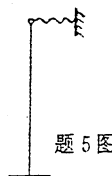


题4图

正确答案是: _____

5. 压杆下端固定, 上端与水平弹簧相连, 如图所示, 则压杆长度系数 μ 的范围有四种答案:

- (A) $\mu < 0.5$;
- (B) $0.5 < \mu < 0.7$;
- (C) $0.7 < \mu < 2$;
- (D) $\mu < 2$ 。



题5图

正确答案是: _____

二、填空题(每小题3分, 共15分)。

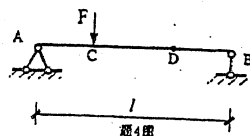
1. 非对称的薄壁截面梁受横向力作用时, 若要求梁只产生平面弯曲而不发生扭转, 则横向力作用的条件是: _____。

102

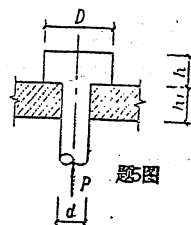
2、变截面杆受轴向外力及自重作用，若各截面上的_____相同，且等于_____时，该杆就是等强度杆。

3、矩形截面梁，当截面的高度增加一倍，宽度减小一半时，从正应力强度条件考虑，该梁的承载力将变为原来梁的_____。

4、如图所示的简支梁，跨度为 l ，已知D点的挠度是 v_D ，将梁的跨度增加到 $2l$ 时（AC、CD及DB均增加到原来的两倍），此时D点的挠度为_____。

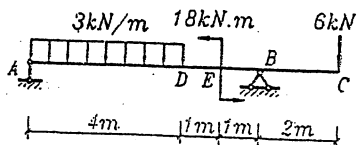


5、图示圆形拉杆直径为 d ，拉杆头的直径为 D 、高度为 h ，挂在厚度为 h_1 的支座上，在此连接中，校核拉杆抗剪切强度所取剪切面积是_____，抗挤压强度所取挤压面积是_____。

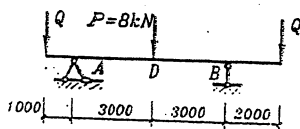


三、（10分）

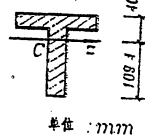
试绘制图示梁的剪力图和弯矩图。



第三题图



第四题图

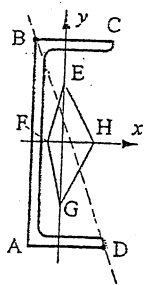


四、（15分）

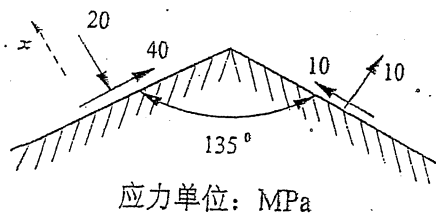
图示梁材料抗拉容许应力 $[\sigma_t]=80\text{MPa}$ ，抗压容许应力 $[\sigma_c]=160\text{MPa}$ ，截面对形心轴的惯性矩 $I_z=7.35\times 10^6\text{mm}^4$ ，试问：（1）当 $Q_{\min}=?$ 时梁的强度才符合要求；（2）求 $Q_{\max}=?$ （3）当 $Q=Q_{\max}$ 时，力 P 可以加至多大？

五、（15分）

图示为一直柱的槽形截面，EFGH为其截面核心，各点坐标分别为E(0, m)，F(-n, 0)，G(0, -m)，H(q, 0)（m、n、q均大于0，且 $n<q$ ）。若柱在一偏心轴向力作用下，中性轴通过截面B、D两点，求轴向力作用点的坐标。



第五题图



应力单位：MPa

第六题图

六、（15分）

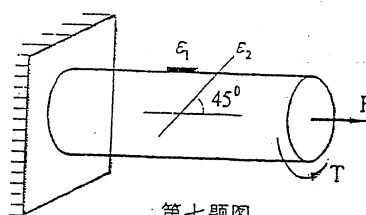
某点两个方向面的应力如图，求其主应力、最大剪应力及主平面方位。

七、（15分）

图示直径 $D=100\text{mm}$ 的圆杆，自由端作用集中力偶 T 和集中力 F ，测得沿轴线方向的应变 $\varepsilon_1=5\times 10^{-4}$ ，沿与轴线成 45° 方向的应变为 $\varepsilon_2=-3\times 10^{-4}$ 。已知杆的弹性模量 $E=200\text{GPa}$ ，泊松比 $\mu=0.3$ ，容许应力 $[\sigma]=180\text{MPa}$ 。

（1）求集中力偶和集中力的大小；

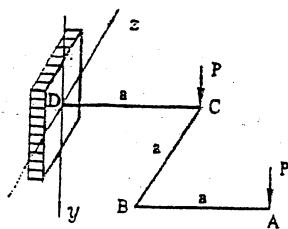
（2）用第四强度理论校核杆的强度。



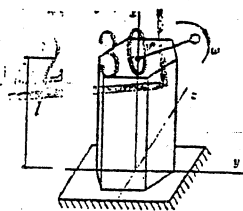
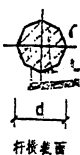
第七题图

八、(15分)

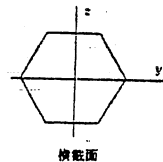
图示圆形截面水平直角折杆，受两个铅垂集中力作用。试求：(1) 用卡氏第二定理求 A 点的铅垂位移 (不计弯曲剪应力的影响，E、G 已知)；(2) 写出 D 截面危险点第三强度理论 σ_{r3} 的表达式。



第八题图



第九题图



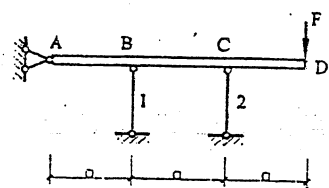
九、(15分)

图示截面为正六边形的立柱，边长为 b ，立柱高为 l ，截面对 y 轴的惯性矩为 I_y 。有一质量为 m 的小球，固定在长度为 ρ 、质量也为 m 的均质杆的外端，小球和杆在立柱上端面绕立柱中心轴匀速旋转。如果已知立柱材料的 $[\sigma]$ ，只考虑惯性力，试求：

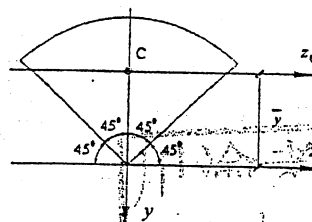
- (1) 杆的轴力方程；
- (2) 杆旋转的最大角速度。

十、(15分)

理想细长圆压杆 1、2 和刚性杆 AD 组成平面结构如图。已知两杆的弹性模量 E ，横截面直径 d 和杆长 l 均相同，且为已知，试问压杆刚要失稳时 F 为多大？



第十题图



第十一题图

十一、(5分)

图示半径为 R 的四分之一圆，形心坐标为 $C(0, -\bar{y})$ ，且对 y 轴的惯性矩为 I_y ，求该图形对平行于 z 轴的形心轴 z_0 的惯性矩 I_{z_0} (用 R 、 \bar{y} 、 I_y 表示)。

53# 重庆大学2009年硕士研究生入学考试试题

41

科目代码: 846

科目名称: 材料力学

特别提醒考生:

答题一律做在答题纸上(包括填空题、选择题、改错题等), 直接做在试题上按零分记。

一、单项选择题(每题只有一个正确答案。每小题3分, 共21分)。

1、建立平面弯曲的正应力公式 $\sigma = \frac{M \cdot y}{I_z}$ 时, “平截面假设”起到的作用有下列四种答案:

- (A) “平截面假设”给出了横截面上内力与应力的关系 $M = \int_A \sigma y dA$;
- (B) “平截面假设”给出了梁弯曲时的变形规律;
- (C) “平截面假设”使物理方程得到简化;
- (D) “平截面假设”是建立胡克定律的基础。

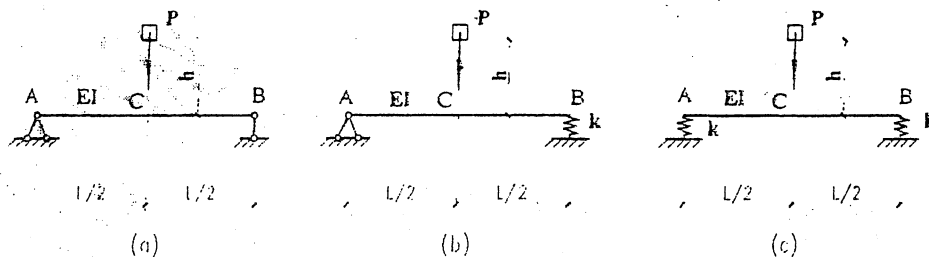
正确答案是: _____

2、非对称的薄壁截面梁受横向外力作用时, 若要求梁只产生平面弯曲而不发生扭转, 则横向外力作用的条件有四个答案:

- (A) 作用面与形心主惯性面重合;
- (B) 作用面与形心主惯性面平行;
- (C) 通过弯曲中心的任意平面;
- (D) 通过弯曲中心, 且平行于主惯性平面。

正确答案是: _____

3、梁AB的杆端约束分别如图示三种情况, 它们所承受的自由落体冲击荷载相同, 关于其动应力的下列结论中:

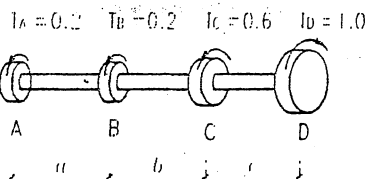


- (A) (a) > (b) > (c);
- (B) (b) > (a) > (c);
- (C) (c) > (b) > (a);
- (D) (a) = (b) > (c)。

正确答案是: _____

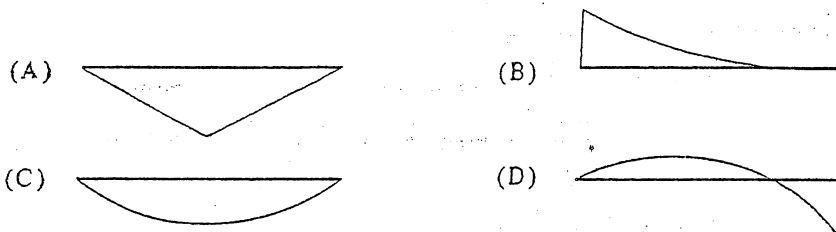
4、图示等截面圆轴装有四个皮带轮, 如何安排合理, 下面四种答案中:

- (A) 将C轮与D轮对调;
- (B) 将B轮与D轮对调;
- (C) 将B轮与C轮对调;
- (D) 将B轮与D轮对调, 然后再将B轮与C轮对调。



正确答案是: _____

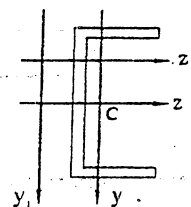
5、已知简支梁的跨度为 L , EI 为常数, 挠曲线方程为 $y = \frac{qx(l^3 - 2lx^2 + x^3)}{24EI}$, 则梁的下列弯矩图图中:



正确答案是: _____

6、图中 y 、 z 轴为形心主惯性轴, y_1 、 z_1 轴为图形形心主轴的平行轴, 下列论述中:

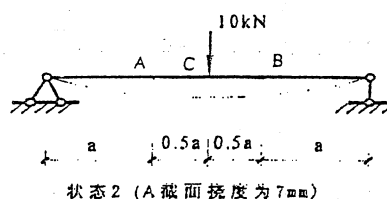
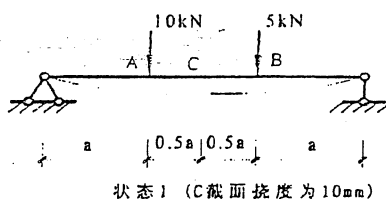
- (A) 截面对距形心愈远的轴惯性矩愈小;
 (B) y_1 和 z_1 轴为一对主惯性轴;
 (C) y_1 和 z 轴为一对主惯性轴;
 (D) 特殊情况下, 惯性积不为零的一对轴也定义为主惯性轴。



正确答案是: _____

7. 同一根简支梁在图示两种状态下的变形分别如图示, 则状态 2 下 B 截面的挠度为 ()。

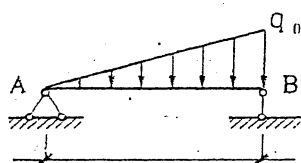
- (A) 7mm; (B) 6mm; (C) 5mm; (D) 2mm.



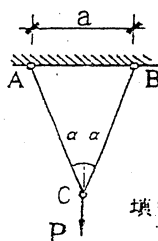
二、填空题 (每小题 3 分, 共 27 分)。

1、已知承受均布荷载 q 的简支梁, 中点挠度 $v = \frac{5ql^4}{384EI}$, 则图示受三角形分布荷载作用梁中点 C 的

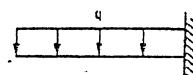
挠度为 $v_c =$ _____。



填空题 1 图



填空题 2 图

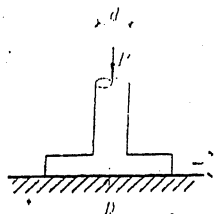


填空题 3 图

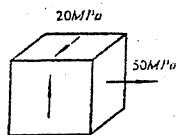
2、在 A 和 B 两点连接细绳 ACB, 绳上悬挂物重 P , 如图所示。点 A 和点 B 的距离保持不变, 绳索的容许拉应力为 $[\sigma]$ 。试问: 当 $\alpha =$ _____ 时, 绳索的用料最省。

3、图示悬臂梁, 受均布荷载 q 作用, 其弹性应变能为 U , 则 $\frac{\partial U}{\partial q}$ 表示 _____。

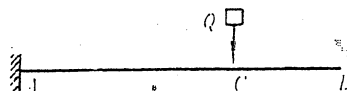
4、图示直径为 d 的圆柱放在直径为 $D=3d$ ，厚度为 t 的圆形基座上，地基对基座的支反力为均匀分布，圆柱受轴向压力 P ，则基座剪切面的剪力 $V=$ _____。



填空题4图



填空题6图



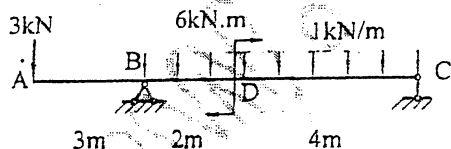
填空题9图

- 5、实际压杆的缺陷一般归纳为_____、_____和_____。
- 6、已知点的应力状态如图所示，则第四强度的相当应力 $\sigma_{r4}=$ _____。
- 7、压杆的截面核心是截面_____附近的一个区域，当压力作用在截面核心曲线的边界上，则相应的中性轴必然与截面_____。处于平面弯曲的梁，其横截面上的剪应力向截面的弯心简化，其主矩等于_____。
- 8、长度为 l ，自由端受集中力作用的悬臂梁，梁的横截面为矩形，其高为宽的 2 倍。若高度在竖向（与集中力同向）称为竖放，仅将梁绕其轴线旋转 90° 称为横放。梁的最佳放置方式是_____；最差放置方式是_____，竖放的承载能力是横放的_____倍，若荷载不变，竖放的最大挠度为横放的最大挠度的_____分之一。

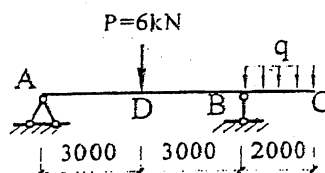
9、图示悬臂梁，荷载 Q 按照静止方式作用于 C 处时， C 截面挠度为 10mm ， B 截面挠度为 15mm ，当荷载 Q 自由落体冲击 C 截面时， B 截面挠度为 60mm ，试回答：冲击时 C 截面的挠度为_____，冲击的动荷系数等于_____，重物的下落高度 $h=$ _____。

三、（10 分）

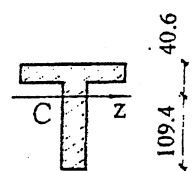
试绘制图示梁的剪力图和弯矩图。



第三题图



第四题图



单位：mm

四、（16 分）

图示梁材料抗拉容许应力 $[\sigma_t]=80\text{MPa}$ ，抗压容许应力 $[\sigma_c]=160\text{MPa}$ ，截面对形心轴的惯性矩 $I_z=7.35 \times 10^6 \text{mm}^4$ ，试问：（1）当 $q_{\min}=?$ 时梁的强度才符合要求；（2）求 $q_{\max}=?$ （3）当 $q=q_{\max}$ 时，力 P 可以加至多大？

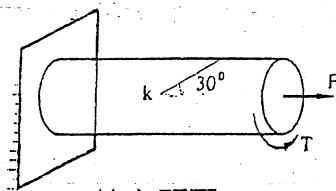
五、（15 分）

梁的挠曲线近似微分方程为 $v'' = -\frac{M(x)}{EI}$ ，试问：该方程的四个适用条件，并说明每个适用条件的根据。

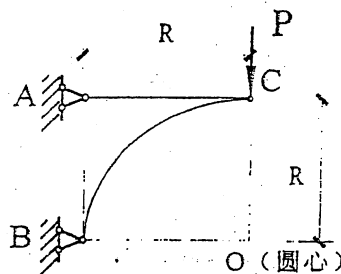
六、(15分)

图示直径 $D = 200\text{mm}$ 的圆杆，自由端作用集中力偶 T 和集中力 $F = 200\pi\text{kN}$ ，在杆表面上的 k 点处的 $\varepsilon_{30^\circ} = -3 \times 10^{-4}$ 。已知杆的弹性模量 $E = 200\text{GPa}$ ，泊松比 $\mu = 0.3$ ，容许应力 $[\sigma] = 170\text{MPa}$ 。

- (1) 求集中力偶的大小；
- (2) 用第三强度理论校核杆的强度。



第六题图



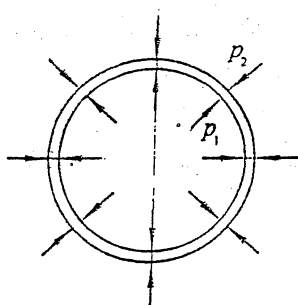
第七题图

七、(15分)

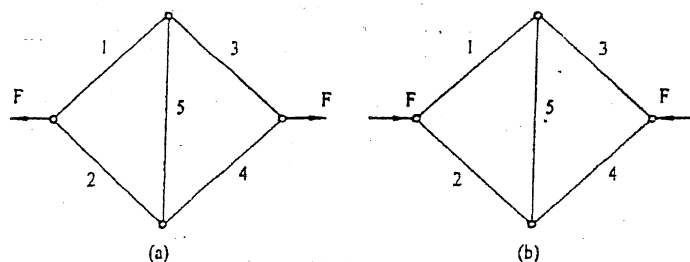
如图所示结构，AC 杆与圆周相切，其抗拉压刚度为 EA ，BC 为曲杆（四分之一圆周），其抗弯刚度为 EI ，在节点 C 处作用一集中力 P ，试用卡氏第二定理计算 C 点的竖向位移（不计曲杆的轴力和剪力的影响）。

八、(15分)

图示一薄壁球形容器，平均半径 $R = 0.5\text{m}$ ，厚度 $t = 10\text{mm}$ ，受内压力 $p_1 = 32\text{MPa}$ ，外压力 $p_2 = 30\text{MPa}$ ，试按第三强度理论计算相当应力。若已知材料的屈服极限为 300MPa ，计算薄壁容器的安全系数 n 值。



第八题图



第九题图

九、(16分)

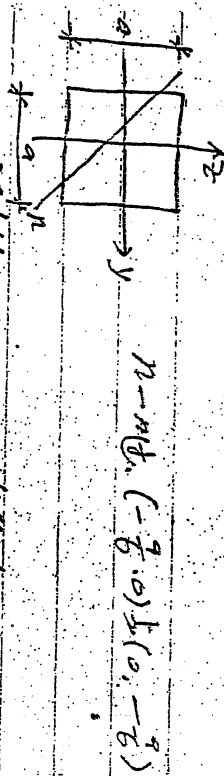
一正方形桁架，各杆的材料相同，弹性模量为 E ，截面都是直径为 d 的圆形，已知杆 1 长 $l = 25d$ 。适用欧拉公式的临界长细比 $\lambda_p = 96$ 。试求图中 (a)、(b) 两种情况下结构失稳时的临界荷载 F_{cr} 之比。

5

5. $Q_{max} = 3.625 kN$ $Q_{min} = 5.366 kN$ $\phi = 1161 kN$
 $b. d_c = \frac{P_{ax}}{E I} (N)$

7. $a = 179 mm$ $b = 100 mm$

8. $\Delta l_{AB} = \frac{7 P L}{E A^2}$



9. $m = \frac{2E b h^3}{3(L^2 + d^2)}$ $\sigma_{max} = \frac{4(L-d)}{(1+2)d} E$ $\tau_{max} = \frac{\sigma_{max}}{2}$

10. $P_c = \frac{273}{200} - 98 (N)$

$R_A = \frac{207}{200} - 98 (N)$

$T_A = \frac{273}{200} - 98 (N)$

$Q_{AB} = \frac{624}{100} - 98 (N)$

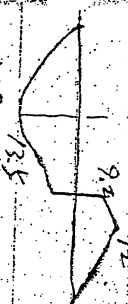
10

2.2. $\sigma_{max} = 10^2, \sigma_{min} = 50^2$

2.3. 7



3. 9



4. $2 = 6.73/3$ $2xy = 0$

5. $\lambda = 100$ $\frac{594}{361}$

6. $\sigma_A = \frac{594}{361}$

7. $u_8 = \frac{96}{2EA}$

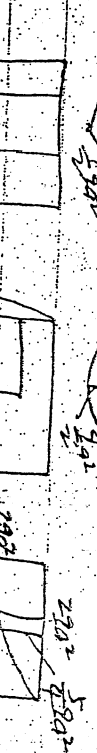
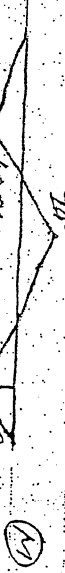
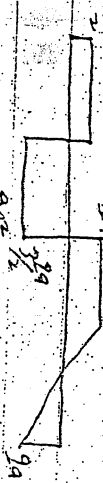
8. $\sigma_{01} = 173.2 MPa$ $\sigma_{02} = 220 MPa$

9. $\epsilon_{m/c} = 0.667$

2002. $250 \times 139/20 = 56.3\%$ $280 \times 49 \times$

1.1.1. 3. $1.2, 1.3, 1.4, 1.5$

2.2.1. $120 MPa$ $2.2. - 12.2$ $2.3. - 25, 25 MPa, 25 MPa$



7/3

1. $I_{xy} = 160.6 \text{ cm}^4$

2. $I_{max} = 2688 \text{ cm}^4$

3. $I_{min} = 160.6 \text{ cm}^4$

4. $I_{max} = 2688 \text{ cm}^4$

5. $I_{min} = 160.6 \text{ cm}^4$

6. $I_{max} = 2688 \text{ cm}^4$

7. $I_{min} = 160.6 \text{ cm}^4$

8. $I_{max} = 2688 \text{ cm}^4$

9. $I_{min} = 160.6 \text{ cm}^4$

10. $I_{max} = 2688 \text{ cm}^4$

11. $I_{min} = 160.6 \text{ cm}^4$

12. $I_{max} = 2688 \text{ cm}^4$

13. $I_{min} = 160.6 \text{ cm}^4$

14. $I_{max} = 2688 \text{ cm}^4$

15. $I_{min} = 160.6 \text{ cm}^4$

16. $I_{max} = 2688 \text{ cm}^4$

17. $I_{min} = 160.6 \text{ cm}^4$

18. $I_{max} = 2688 \text{ cm}^4$

19. $I_{min} = 160.6 \text{ cm}^4$

20. $I_{max} = 2688 \text{ cm}^4$

21. $I_{min} = 160.6 \text{ cm}^4$

22. $I_{max} = 2688 \text{ cm}^4$

23. $I_{min} = 160.6 \text{ cm}^4$

2

2.3. $\frac{1}{2} b h^3$

2.4. $G = \frac{M}{L}$

2.5. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.6. $E I v''''(x) = -M(x)$

2.7. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.8. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.9. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.10. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.11. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.12. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.13. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.14. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.15. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.16. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.17. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.18. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.19. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.20. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.21. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.22. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.23. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.24. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2.25. $\tau = \frac{V S}{b I}$

2

2007

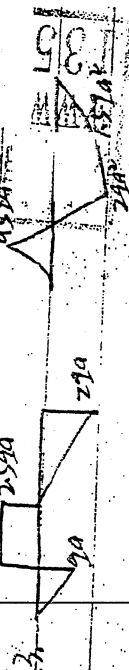
1. 1.1.C 1.2.D 1.3.A

2. 2.1. 3.06 $\frac{V}{2\sqrt{3}}$ 60.5

2.2 = 拉 0

2.3 线性 1. 复杂应力状态

2.4 7.1. 4. 6. 7. 0 2.5. 2.6. 2.7. 2.8. 2.9. 3.0. 3.1. 3.2. 3.3. 3.4. 3.5. 3.6. 3.7. 3.8. 3.9. 4.0. 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 4.5. 4.6. 4.7. 4.8. 4.9. 5.0. 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. 5.5. 5.6. 5.7. 5.8. 5.9. 6.0. 6.1. 6.2. 6.3. 6.4. 6.5. 6.6. 6.7. 6.8. 6.9. 7.0. 7.1. 7.2. 7.3. 7.4. 7.5. 7.6. 7.7. 7.8. 7.9. 8.0. 8.1. 8.2. 8.3. 8.4. 8.5. 8.6. 8.7. 8.8. 8.9. 9.0. 9.1. 9.2. 9.3. 9.4. 9.5. 9.6. 9.7. 9.8. 9.9. 10.0. 10.1. 10.2. 10.3. 10.4. 10.5. 10.6. 10.7. 10.8. 10.9. 11.0. 11.1. 11.2. 11.3. 11.4. 11.5. 11.6. 11.7. 11.8. 11.9. 12.0. 12.1. 12.2. 12.3. 12.4. 12.5. 12.6. 12.7. 12.8. 12.9. 13.0. 13.1. 13.2. 13.3. 13.4. 13.5. 13.6. 13.7. 13.8. 13.9. 14.0. 14.1. 14.2. 14.3. 14.4. 14.5. 14.6. 14.7. 14.8. 14.9. 15.0. 15.1. 15.2. 15.3. 15.4. 15.5. 15.6. 15.7. 15.8. 15.9. 16.0. 16.1. 16.2. 16.3. 16.4. 16.5. 16.6. 16.7. 16.8. 16.9. 17.0. 17.1. 17.2. 17.3. 17.4. 17.5. 17.6. 17.7. 17.8. 17.9. 18.0. 18.1. 18.2. 18.3. 18.4. 18.5. 18.6. 18.7. 18.8. 18.9. 19.0. 19.1. 19.2. 19.3. 19.4. 19.5. 19.6. 19.7. 19.8. 19.9. 20.0. 20.1. 20.2. 20.3. 20.4. 20.5. 20.6. 20.7. 20.8. 20.9. 21.0. 21.1. 21.2. 21.3. 21.4. 21.5. 21.6. 21.7. 21.8. 21.9. 22.0. 22.1. 22.2. 22.3. 22.4. 22.5. 22.6. 22.7. 22.8. 22.9. 23.0. 23.1. 23.2. 23.3. 23.4. 23.5. 23.6. 23.7. 23.8. 23.9. 24.0. 24.1. 24.2. 24.3. 24.4. 24.5. 24.6. 24.7. 24.8. 24.9. 25.0. 25.1. 25.2. 25.3. 25.4. 25.5. 25.6. 25.7. 25.8. 25.9. 26.0. 26.1. 26.2. 26.3. 26.4. 26.5. 26.6. 26.7. 26.8. 26.9. 27.0. 27.1. 27.2. 27.3. 27.4. 27.5. 27.6. 27.7. 27.8. 27.9. 28.0. 28.1. 28.2. 28.3. 28.4. 28.5. 28.6. 28.7. 28.8. 28.9. 29.0. 29.1. 29.2. 29.3. 29.4. 29.5. 29.6. 29.7. 29.8. 29.9. 30.0. 30.1. 30.2. 30.3. 30.4. 30.5. 30.6. 30.7. 30.8. 30.9. 31.0. 31.1. 31.2. 31.3. 31.4. 31.5. 31.6. 31.7. 31.8. 31.9. 32.0. 32.1. 32.2. 32.3. 32.4. 32.5. 32.6. 32.7. 32.8. 32.9. 33.0. 33.1. 33.2. 33.3. 33.4. 33.5. 33.6. 33.7. 33.8. 33.9. 34.0. 34.1. 34.2. 34.3. 34.4. 34.5. 34.6. 34.7. 34.8. 34.9. 35.0. 35.1. 35.2. 35.3. 35.4. 35.5. 35.6. 35.7. 35.8. 35.9. 36.0. 36.1. 36.2. 36.3. 36.4. 36.5. 36.6. 36.7. 36.8. 36.9. 37.0. 37.1. 37.2. 37.3. 37.4. 37.5. 37.6. 37.7. 37.8. 37.9. 38.0. 38.1. 38.2. 38.3. 38.4. 38.5. 38.6. 38.7. 38.8. 38.9. 39.0. 39.1. 39.2. 39.3. 39.4. 39.5. 39.6. 39.7. 39.8. 39.9. 40.0. 40.1. 40.2. 40.3. 40.4. 40.5. 40.6. 40.7. 40.8. 40.9. 41.0. 41.1. 41.2. 41.3. 41.4. 41.5. 41.6. 41.7. 41.8. 41.9. 42.0. 42.1. 42.2. 42.3. 42.4. 42.5. 42.6. 42.7. 42.8. 42.9. 43.0. 43.1. 43.2. 43.3. 43.4. 43.5. 43.6. 43.7. 43.8. 43.9. 44.0. 44.1. 44.2. 44.3. 44.4. 44.5. 44.6. 44.7. 44.8. 44.9. 45.0. 45.1. 45.2. 45.3. 45.4. 45.5. 45.6. 45.7. 45.8. 45.9. 46.0. 46.1. 46.2. 46.3. 46.4. 46.5. 46.6. 46.7. 46.8. 46.9. 47.0. 47.1. 47.2. 47.3. 47.4. 47.5. 47.6. 47.7. 47.8. 47.9. 48.0. 48.1. 48.2. 48.3. 48.4. 48.5. 48.6. 48.7. 48.8. 48.9. 49.0. 49.1. 49.2. 49.3. 49.4. 49.5. 49.6. 49.7. 49.8. 49.9. 50.0. 50.1. 50.2. 50.3. 50.4. 50.5. 50.6. 50.7. 50.8. 50.9. 51.0. 51.1. 51.2. 51.3. 51.4. 51.5. 51.6. 51.7. 51.8. 51.9. 52.0. 52.1. 52.2. 52.3. 52.4. 52.5. 52.6. 52.7. 52.8. 52.9. 53.0. 53.1. 53.2. 53.3. 53.4. 53.5. 53.6. 53.7. 53.8. 53.9. 54.0. 54.1. 54.2. 54.3. 54.4. 54.5. 54.6. 54.7. 54.8. 54.9. 55.0. 55.1. 55.2. 55.3. 55.4. 55.5. 55.6. 55.7. 55.8. 55.9. 56.0. 56.1. 56.2. 56.3. 56.4. 56.5. 56.6. 56.7. 56.8. 56.9. 57.0. 57.1. 57.2. 57.3. 57.4. 57.5. 57.6. 57.7. 57.8. 57.9. 58.0. 58.1. 58.2. 58.3. 58.4. 58.5. 58.6. 58.7. 58.8. 58.9. 59.0. 59.1. 59.2. 59.3. 59.4. 59.5. 59.6. 59.7. 59.8. 59.9. 60.0. 60.1. 60.2. 60.3. 60.4. 60.5. 60.6. 60.7. 60.8. 60.9. 61.0. 61.1. 61.2. 61.3. 61.4. 61.5. 61.6. 61.7. 61.8. 61.9. 62.0. 62.1. 62.2. 62.3. 62.4. 62.5. 62.6. 62.7. 62.8. 62.9. 63.0. 63.1. 63.2. 63.3. 63.4. 63.5. 63.6. 63.7. 63.8. 63.9. 64.0. 64.1. 64.2. 64.3. 64.4. 64.5. 64.6. 64.7. 64.8. 64.9. 65.0. 65.1. 65.2. 65.3. 65.4. 65.5. 65.6. 65.7. 65.8. 65.9. 66.0. 66.1. 66.2. 66.3. 66.4. 66.5. 66.6. 66.7. 66.8. 66.9. 67.0. 67.1. 67.2. 67.3. 67.4. 67.5. 67.6. 67.7. 67.8. 67.9. 68.0. 68.1. 68.2. 68.3. 68.4. 68.5. 68.6. 68.7. 68.8. 68.9. 69.0. 69.1. 69.2. 69.3. 69.4. 69.5. 69.6. 69.7. 69.8. 69.9. 70.0. 70.1. 70.2. 70.3. 70.4. 70.5. 70.6. 70.7. 70.8. 70.9. 71.0. 71.1. 71.2. 71.3. 71.4. 71.5. 71.6. 71.7. 71.8. 71.9. 72.0. 72.1. 72.2. 72.3. 72.4. 72.5. 72.6. 72.7. 72.8. 72.9. 73.0. 73.1. 73.2. 73.3. 73.4. 73.5. 73.6. 73.7. 73.8. 73.9. 74.0. 74.1. 74.2. 74.3. 74.4. 74.5. 74.6. 74.7. 74.8. 74.9. 75.0. 75.1. 75.2. 75.3. 75.4. 75.5. 75.6. 75.7. 75.8. 75.9. 76.0. 76.1. 76.2. 76.3. 76.4. 76.5. 76.6. 76.7. 76.8. 76.9. 77.0. 77.1. 77.2. 77.3. 77.4. 77.5. 77.6. 77.7. 77.8. 77.9. 78.0. 78.1. 78.2. 78.3. 78.4. 78.5. 78.6. 78.7. 78.8. 78.9. 79.0. 79.1. 79.2. 79.3. 79.4. 79.5. 79.6. 79.7. 79.8. 79.9. 80.0. 80.1. 80.2. 80.3. 80.4. 80.5. 80.6. 80.7. 80.8. 80.9. 81.0. 81.1. 81.2. 81.3. 81.4. 81.5. 81.6. 81.7. 81.8. 81.9. 82.0. 82.1. 82.2. 82.3. 82.4. 82.5. 82.6. 82.7. 82.8. 82.9. 83.0. 83.1. 83.2. 83.3. 83.4. 83.5. 83.6. 83.7. 83.8. 83.9. 84.0. 84.1. 84.2. 84.3. 84.4. 84.5. 84.6. 84.7. 84.8. 84.9. 85.0. 85.1. 85.2. 85.3. 85.4. 85.5. 85.6. 85.7. 85.8. 85.9. 86.0. 86.1. 86.2. 86.3. 86.4. 86.5. 86.6. 86.7. 86.8. 86.9. 87.0. 87.1. 87.2. 87.3. 87.4. 87.5. 87.6. 87.7. 87.8. 87.9. 88.0. 88.1. 88.2. 88.3. 88.4. 88.5. 88.6. 88.7. 88.8. 88.9. 89.0. 89.1. 89.2. 89.3. 89.4. 89.5. 89.6. 89.7. 89.8. 89.9. 90.0. 90.1. 90.2. 90.3. 90.4. 90.5. 90.6. 90.7. 90.8. 90.9. 91.0. 91.1. 91.2. 91.3. 91.4. 91.5. 91.6. 91.7. 91.8. 91.9. 92.0. 92.1. 92.2. 92.3. 92.4. 92.5. 92.6. 92.7. 92.8. 92.9. 93.0. 93.1. 93.2. 93.3. 93.4. 93.5. 93.6. 93.7. 93.8. 93.9. 94.0. 94.1. 94.2. 94.3. 94.4. 94.5. 94.6. 94.7. 94.8. 94.9. 95.0. 95.1. 95.2. 95.3. 95.4. 95.5. 95.6. 95.7. 95.8. 95.9. 96.0. 96.1. 96.2. 96.3. 96.4. 96.5. 96.6. 96.7. 96.8. 96.9. 97.0. 97.1. 97.2. 97.3. 97.4. 97.5. 97.6. 97.7. 97.8. 97.9. 98.0. 98.1. 98.2. 98.3. 98.4. 98.5. 98.6. 98.7. 98.8. 98.9. 99.0. 99.1. 99.2. 99.3. 99.4. 99.5. 99.6. 99.7. 99.8. 99.9. 100.0.



4. $P_0 = \frac{13}{23} P(f)$

$M_0 = \frac{8}{3} P_0 l$

5. $\sigma_{0.02} = 42.45 < [\sigma_0]$

安全

$\sigma_{max} = 32.4$

6. $P = \frac{2E\delta^2}{32(1+\nu)} \varepsilon$ $h = -\frac{8E\delta^2}{d^2(1+\nu)}$

7. $M = \frac{89}{60} P_0 z$ $\sigma_3 = \sqrt{1.09} \frac{P_0}{d}$

8. $d = 116 \text{ mm}$ $[P] = 551.5 \text{ kN}$

2006

1. 1.1.C 1.2.A 1.3.D

2. 2.1. 3.06 $\frac{V}{2\sqrt{3}}$ 60.5

2.2. $\sigma_1 = 70 \text{ MPa}$ $\sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ $\sigma_3 = -50 \text{ MPa}$ $\sigma_{23} = 120 \text{ MPa}$