

重庆大学

08笔记

材料力学

绪论

1. 三大要素: 强度、刚度、稳定性
2. 变形固体

3. 基本假设: 连续性、均匀性、各向同性

工作假设: 线性弹性, 小变形, $\sin \alpha = 0$

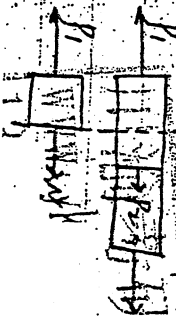
4. 基本变形形式

拉伸、压缩、截面距离的变化
剪切、上下移动
扭转、绕轴转动
弯曲、横截面方向的变化



二. 轴向拉伸

1. 轴力 N : 轴力图 (至少, 横截面, 剪力, 截面法)
截面法: ① 切, ② 代, ③ 平衡, ④ 取向看变形

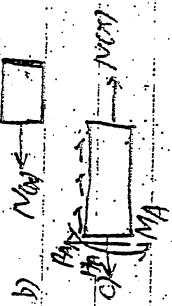
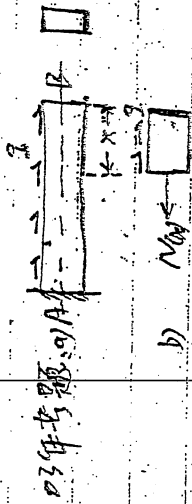


直接法: $N = P$

不可回身、切、取、画、平

正负号约定: 拉力正, 压力负

计算时: 定性, 宜按正号



2. 应力

横截面上正应力 σ

斜截面上 $\sigma_\alpha, \tau_\alpha$

定义：在一点处的某一个微面积上，分布的内力的集度。

点：数学上，无穷小，单元体。

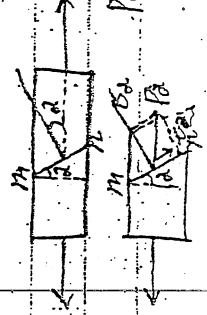
形状上：无限小，单元体形状。

单位：N/mm² = MPa。



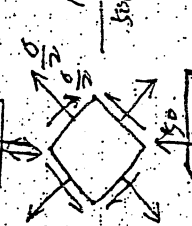
3. 应力集中：在一点处，分布的内力的集度。

4. 斜截面上 $\sigma_\alpha, \tau_\alpha$



$$\sigma_\alpha = \frac{P}{A_\alpha} = \frac{P}{\frac{A}{\cos \alpha}} = \sigma \cos \alpha$$

$$\begin{cases} \sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha = \frac{\sigma}{2} (1 + \cos 2\alpha) \\ \tau_\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha \end{cases}$$

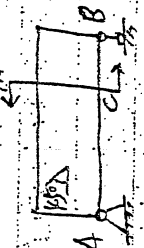


$$\begin{aligned} \sigma_{max} &= \sigma_{\alpha=0} = \sigma \\ \tau_{max} &= \tau_{\alpha=45^\circ} = \frac{\sigma}{2} \\ \sigma_{45^\circ} &= \frac{\sigma}{2} \end{aligned}$$

04-2.2

02-1.1

06-7



04-2.2

求 σ_{max}

2) σ_{max}

3) $\tau_{max} = \frac{\sigma}{2}$

边缘的剪应力

5. 拉杆杆的变形

1) 位移、位移变形、线变形、角变形

2) 均匀变形 $\epsilon = \text{const}$ $\sigma = \frac{N}{A}$

3) 不均匀变形 $\epsilon = \epsilon(x)$ $\sigma(x) = \frac{N(x)}{A}$ $\epsilon dx = \Delta l$

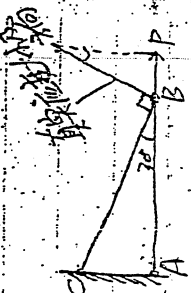
$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

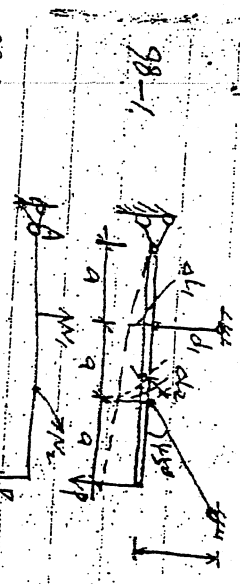
$$\sigma = \frac{N}{A}$$

4) 适用条件 $\sigma \leq \sigma_p$

5) 纵向线应变 $\epsilon' = \nu \epsilon$

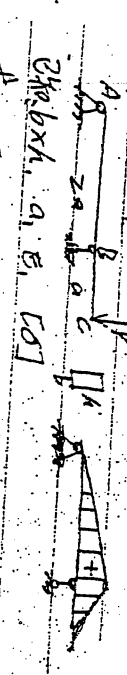
解：01-1.1 03-7 04-2.1 05-1.2





已知: $[\sigma]$ 校强度

98-3. 05-b.



已知: $[\sigma]$ 校强度

解: $\sigma = \frac{M}{I} = \frac{M}{W_z}$

$M_{max} = |M| = Pa$

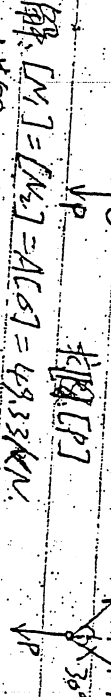
应力: $\sigma_x = \frac{\Delta \sigma}{\Delta x}$ 单位长度应力

拉应力的分布计算

$\sigma_{max} = (\frac{1}{n})_{max} [\sigma] \rightarrow$ 作用应力

应用校核 2) 设计 3) 反算 承载力

已知: $d_1 = d_2 = d$ $[\sigma] = 157 MPa$



解: $[M] = [N_2] = A[\sigma] = 49.33 kN$

已知: $[P] = [M_1] \times \cos 45^\circ + [N_2] \cos 30^\circ$

$$N_1 \cos 60^\circ - N_2 \cos 45^\circ = 0$$

$$P - N_2 \cos 45^\circ - N_2 \sin 30^\circ = 0$$

$$M_1 = 27.32P \quad N_2 = 25.17P$$

$$[P] = \frac{49.33}{0.552}$$

材料力学性质 (材料力学)

实例“对象”: 低碳钢, 铸铁, 混凝土

校强度指标: σ_y

屈服: $\sigma_{max} = \sigma_y$, σ_y 破坏前是 σ_y 方向

$$[\sigma] = \frac{\sigma}{n} = \frac{\sigma_{max}}{n} = 2[\sigma]$$

抗拉强度 < 抗拉强度

$\sigma > \sigma_y$, 生裂纹, 变形, 断裂

弹性常数: E, ν, G

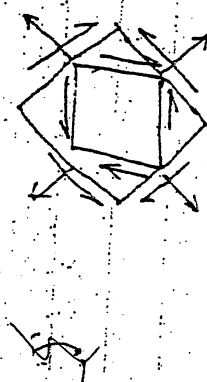
$$\delta = \frac{\Delta L}{L} \times 100\%, \quad \nu = \frac{\mu}{E} \times 100\%$$

抗拉强度, 抗压强度等

塑性材料: 脆, 塑性材料界限 $\delta < 5\%$, 塑性材料应力的温度敏感性

抗拉 < 抗剪 < 抗压

$$\tau = \frac{T}{W_z}$$



1. 拉压超静定问题 99-4, 01-4



超静定次数 $n = 11 - 12$
已知: $E = 200 \text{ GPa}$
 $d_1 = d_2 = 20 \text{ mm}$
 $l_1 = l_2$

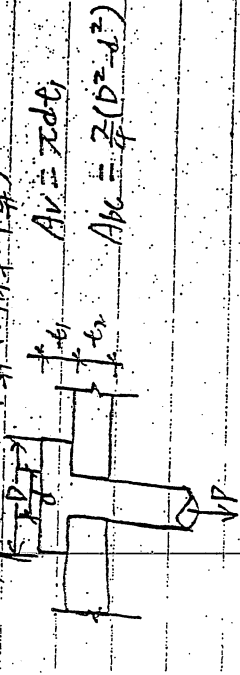
一般求: 一、二次超静定。

又知: 杆的总应变能 $V_2 = 20 \text{ N}\cdot\text{m}$

求: $P = ?$ $2l_1 l_2 / l_1 = d_1 l_2$

99-12

3. 焊接件的实用计算 (简单计算)



$AV = \pi d t$

$ABc = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$

总结:

1. N. ④、截面法 (不可考)

2. 应力 $\sigma = \frac{N}{A}$ 横截面强度

3. 应力集中

4. σ_a, σ_b (极点) $\leftarrow \rightarrow$ 应力状态

03-5, 04-8, 06-8, 03-2, 04-2, 2

5. 拉伸压缩 (应变) ϵ 定义: 一点处微元体在拉伸时的伸长量与

7

问: 2. 6. $\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$

定义: 一点处任意两互垂之微线段求角的变化量。

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} \quad \Delta l(x) = \frac{N(x)l}{EA}$$

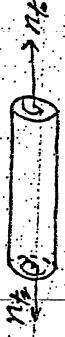
$\Delta l = \int \epsilon dx$ (极点) 超静定

基本内容: 1. 综合, 大综合, 木综合

75%-80% 10-15%

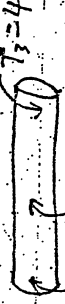
三. 扭转 (内力图 10')

1. 扭矩 (扭矩)



外力偶 功率 $P = 9.55 \frac{P}{n}$

传动轴



02



2. 扭转剪应力、强度条件

1) 薄壁圆管, $\tau \leq 10$

$$\tau = \frac{M_t}{2\pi R t}$$

2) 剪应力互等



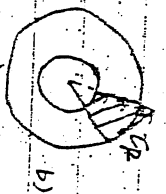
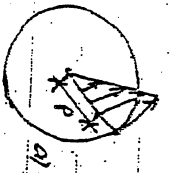
05-2, 4

一点处, 任意两个互垂面 (相交线)

3) 胡克定律: 当一点处于纯剪时

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \quad \text{应变符号} \quad G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

4

$$T_p = T = \frac{M_{sl} D}{T_p}$$


$$V_E = \sqrt{\frac{V_D^3}{V_D - \frac{2D^3}{7L} (1 - \phi^2)}} \quad \text{Mk}$$

若圖 1 為定以物、抽出 $d = \frac{p}{2}$ 的定以物。

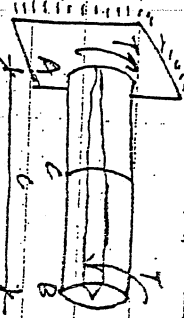
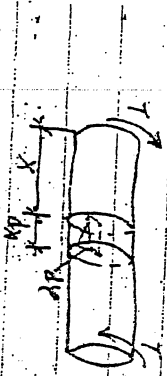
$$\text{Wert. } \frac{R^2}{R^2} \quad \text{Mei} \frac{R^3}{R} = \frac{R^2}{R}$$

$$M_{\text{eff}} = \frac{2.1 \times 10^4}{76} \times \frac{10}{2}$$

5) 强度 (横截面)

$$T_{mg} = \frac{M_e}{M_h} \leq [r] = \frac{T_{gpc}}{\eta} \quad T_{ax} \leq T_S$$

3. 科技革命、国际分工及超国家问题


$$03 \div 1.3$$


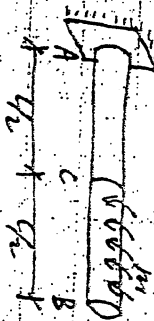
$$\theta = \frac{dy}{dx} \quad \text{单位切线角}$$

G2p 截面积刚度

$$\Delta = \frac{146(12000) \times 10^6}{(240000)^2} \times \frac{180^\circ}{2} \times 10^3 = 190 \text{ mm}$$

$$p = \int \rho \, dv = \int \frac{M_b}{G \cdot T} \, dv$$

$$p = \frac{A_{xEL}}{GIP}$$

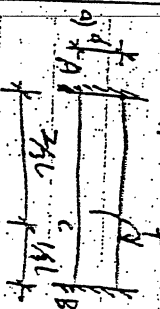


Key: 3m/2
864

用板正定理求 $\rho_{AB} = ?$

$$V_{\text{eff}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \left(\frac{M^2 \mathbf{r}}{2G\rho} \right) \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{0}} = \frac{1}{G\rho} [U_{e,m}(\mathbf{r})]_{\mathbf{r}=\mathbf{0}} \cdot \frac{\partial U_e}{\partial \mathbf{r}} \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{0}}$$

超靜定



張：T. d. l. l. [2]
求：扭矩圖

25-4

$$[T] = 1$$



② 所有 3 个

$$P_{AB} = P_{AC} + P_{CB} = 0$$

$$\phi_{AB} = \phi_{AB} \cdot \mu_{AB} + \phi_{AB} \cdot T = 0$$

Me1 - Me6

$$M_{t2} = M_B$$

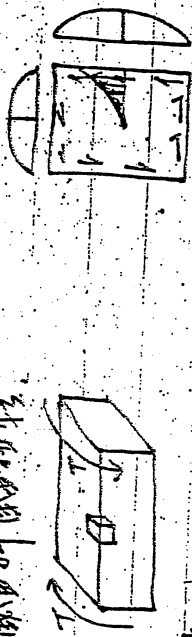
$$P_{ac} = \frac{(m_1 - T) \cdot \lambda_L}{G \cdot T_p} \quad P_{q1} = \frac{T \cdot \lambda_L}{G \cdot T_p}$$

$$M_B = \frac{2}{5}T \quad M_{E1} = \frac{7}{13}$$

$$Me = Me[Et]$$

✓

4. 非圆截面杆的自由扭转



5. 薄壁杆

6. 扭轴内切点的应力状态及破坏实验

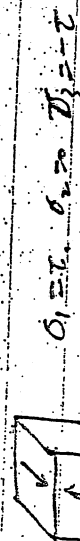
1) 横截面单元体



2) $\sigma_x = \tau_{xy} = \tau_{yx} = \sigma_{45^\circ} = \sigma_1$

$\sigma_y = \tau_{yx} = \tau_{xy} = \tau_{45^\circ} = \sigma_3$

3) 应力状态

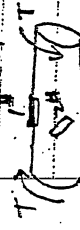


4) 破坏实验



低合金钢: 抗剪 < 抗拉 < 抗压

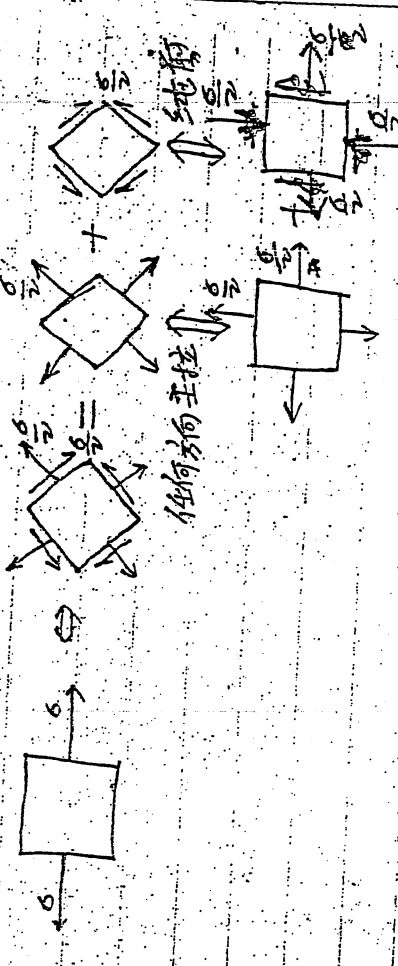
铸铁: 抗拉 < 抗剪 < 抗压



$\sigma_{1,3} = 0$

$\sigma_2 = \frac{1}{2}(\sigma_{45^\circ} + \sigma_{135^\circ})$

$= \frac{1}{2}(\tau + \tau)$



四. 平面图形几何性质

概述: 1. 形心, 轴的惯性矩, 一对轴的惯性积, 2. 一定轴极惯性矩

目的: 1) 形心

2) 形心轴 (初等曲线) 稳定临界状态

3) I_x, I_y

4) $I_{min} = \{I_x, I_y\}$

5) $I_x = I_y = I_{xy} = \sqrt{\frac{I_x I_y}{2}}$

1. 惯性矩 (一次矩) 有量纲

形心 $I_y = \int_A y^2 dA$

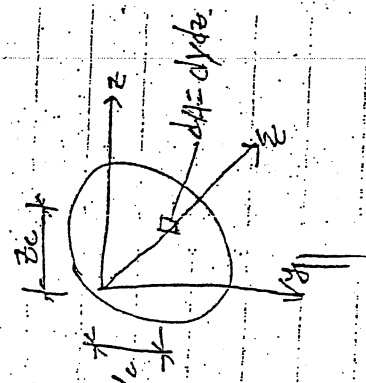
$I_x = \int_A x^2 dA$

首先求 I_x, I_y 为初等曲线

定 $I_x = \frac{I_y}{A}$ $I_y = \frac{I_x}{A}$

$I_y = A I_x$ $I_x = A I_y$

对称形心轴 $I_x = I_y = 0$



若已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

1. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

2. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

3. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

$$S_{x_1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 = 0 + d_{11} \left(\frac{1}{n} + \frac{d}{n} \right)$$

$$S_{x_2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{2i}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{2i}^2$$

2. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

$$S_{x_1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{1i}^2$$

$$S_{x_2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{2i}^2$$

$$S_{x_3} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{3i}^2$$

$$S_{x_4} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{4i}^2$$

$$S_{x_5} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{5i}^2$$

$$S_{x_6} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{6i}^2$$

$$S_{x_7} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{7i}^2$$

$$S_{x_8} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{8i}^2$$

$$S_{x_9} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{9i}^2$$

$$S_{x_{10}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{10i}^2$$

$$S_{x_{11}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{11i}^2$$

$$S_{x_{12}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{12i}^2$$

$$S_{x_{13}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{13i}^2$$

$$S_{x_{14}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{14i}^2$$

$$S_{x_{15}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{15i}^2$$

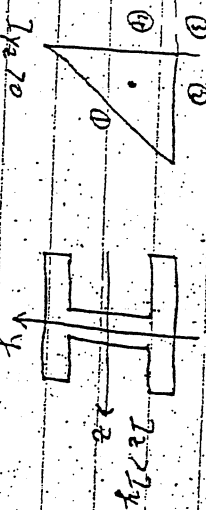
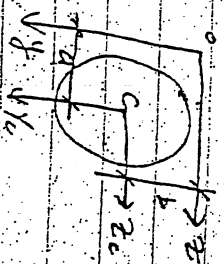
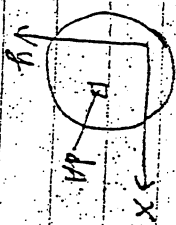
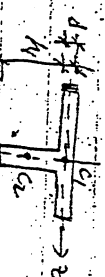
$$S_{x_{16}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{16i}^2$$

$$S_{x_{17}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{17i}^2$$

$$S_{x_{18}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{18i}^2$$

$$S_{x_{19}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{19i}^2$$

$$S_{x_{20}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{20i}^2$$



4. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

若已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

1. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

2. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

3. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

4. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

5. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

6. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

7. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

8. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

9. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

10. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

11. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

12. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

13. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

14. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

15. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

16. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

17. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

18. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

19. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

20. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

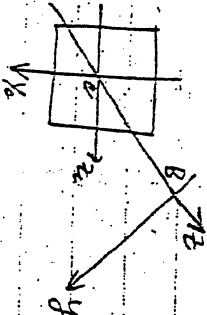
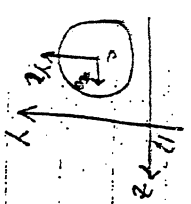
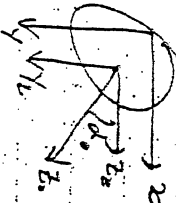
21. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

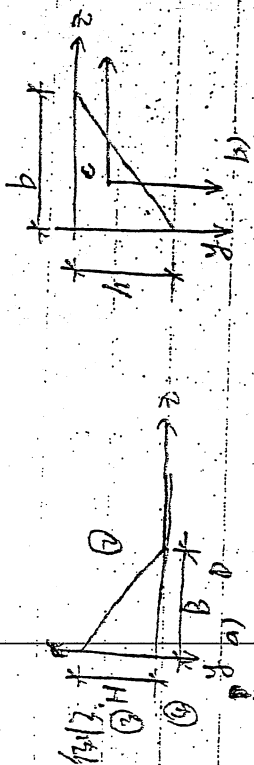
22. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

23. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

24. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$

25. 已知 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$ 求 $S_{x_1}, S_{x_2}, S_{x_3}$



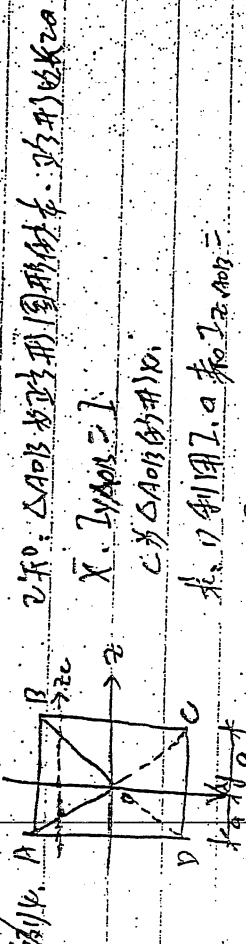


已知: 图 1. $I_{x0} = -\frac{bh^3}{12}$ 图中 C 为形心

b) $I_{x0} = ? + \frac{bh^3}{12}$

又 $I_{x0} = I_{xc} - Aab = -\frac{bh^3}{12}$

3) $I_{x0} = ?$



例 10. 已知: $\triangle AOB$ 为正方形内图形, 求 I_{x0} 和 I_{y0}

解: $I_{x0} = I_{x0} + I_{y0}$

$I_{x0} = I_{x0} + I_{y0}$

求 I_{x0} 利用 I_{x0} 和 I_{y0}

2) $I_{x0} = I_{y0}$

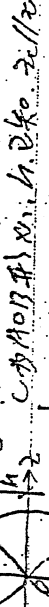
解: $I_{x0} = I_{x0} + I_{y0}$

$I_{x0} = I_{x0} + I_{y0} = \frac{1}{12} [I_{x0} + I_{y0}] = \frac{1}{12} [I_{x0} + I_{y0}]$

$I_{x0} = I_{x0} + I_{y0} = I_{x0} + I_{y0}$

正多边形中, 所有轴的所有轴的性质相等。

例 11. 已知: 图 1 为正方形, 求其对称轴



求: 1) $I_{x0} = I_{y0} = \frac{1}{12}$

2) $I_{x0} = I_{y0} = \frac{1}{12}$

5. 回转半径

$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$ $i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}}$

实例中: $i_y = \sqrt{i_{y0}^2 + i_{z0}^2}$

稳定度微变中, 产生微小位移

6. 有章以何性质的应用

1) 求分布荷载对某点之矩

2) 由 S 计算图形

3) S 的面积

4) S 的面积

5) S 的面积

6) S 的面积

7) S 的面积

8) S 的面积

9) S 的面积

10) S 的面积

11) S 的面积

12) S 的面积

13) S 的面积

14) S 的面积

15) S 的面积

16) $I_p = I_x + I_y$ 一定

17) $I_p = I_x + I_y$ 一定

18) $I_p = I_x + I_y$ 一定

19) $I_p = I_x + I_y$ 一定

20) $I_p = I_x + I_y$ 一定

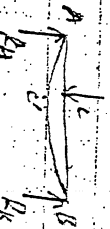
5

五、

基本型：截面积轴端部

1. 福寿康

新刊本

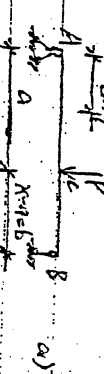


条件：1. 荷载面比宽以线？

与形心主惯性轴之一平行(非重合)

2. 凡各情形截而此形以割此等之等

2. 内部一致



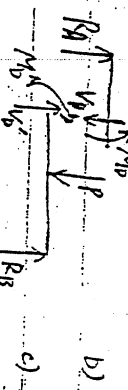
敬啟者：

3103

12/1/20

$$\frac{1}{R_B} \frac{d}{dt}$$

M- 下柱內柱為米



直截法。V₁: 同向的取 $\frac{1}{2}$ 截向取多 代数和。

$$M_0 : M_0 = R_{11} \cdot d$$

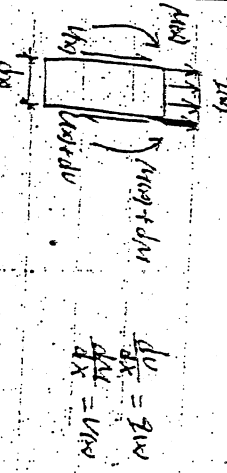
3.19の3線 内口量角器の中心

$$V = V(x) \quad M = M(x)$$
$$p_{\alpha\beta} \cdot (M_{\alpha} \equiv R_{\alpha} X \quad X \in \{a, c\})$$
$$q_M(x) = P_M((-x) - P(a-x))$$

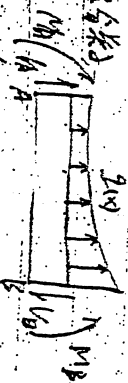
沙木、在東西部分 AL, CL 兩側

19. 1. 1941

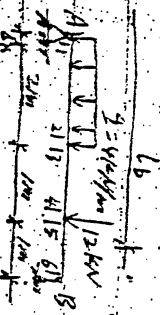
5



我分米


$$\int_{A_1}^{A_2} v_B dv = \int_{A_1}^{A_2} \rho g dx \quad \text{for } A_1 \neq A_2$$

05-3, AB



解: $U_{AB} = 12V$, $R_A = 9k\Omega$, $R_B = 11k\Omega$

$$M_{Hf} = g_{Hf} = 1/9$$
$$M_{11} + 9.4x = M_{10} \quad \text{and} \quad M_{12} = M_{10}$$
$$V_L = V_{L5} = 9 + (-5) = 4 \text{ m/s}$$

15-16-17-18-19-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-31-32-33-34-35-36-37-38-39-40-41-42-43-44-45-46-47-48-49-50-51-52-53-54-55-56-57-58-59-60-61-62-63-64-65-66-67-68-69-70-71-72-73-74-75-76-77-78-79-80-81-82-83-84-85-86-87-88-89-90-91-92-93-94-95-96-97-98-99-100-101-102-103-104-105-106-107-108-109-110-111-112-113-114-115-116-117-118-119-120-121-122-123-124-125-126-127-128-129-130-131-132-133-134-135-136-137-138-139-140-141-142-143-144-145-146-147-148-149-150-151-152-153-154-155-156-157-158-159-160-161-162-163-164-165-166-167-168-169-170-171-172-173-174-175-176-177-178-179-180-181-182-183-184-185-186-187-188-189-190-191-192-193-194-195-196-197-198-199-200-201-202-203-204-205-206-207-208-209-210-211-212-213-214-215-216-217-218-219-220-221-222-223-224-225-226-227-228-229-230-231-232-233-234-235-236-237-238-239-240-241-242-243-244-245-246-247-248-249-250-251-252-253-254-255-256-257-258-259-260-261-262-263-264-265-266-267-268-269-270-271-272-273-274-275-276-277-278-279-280-281-282-283-284-285-286-287-288-289-290-291-292-293-294-295-296-297-298-299-300-301-302-303-304-305-306-307-308-309-310-311-312-313-314-315-316-317-318-319-320-321-322-323-324-325-326-327-328-329-330-331-332-333-334-335-336-337-338-339-340-341-342-343-344-345-346-347-348-349-350-351-352-353-354-355-356-357-358-359-360-361-362-363-364-365-366-367-368-369-370-371-372-373-374-375-376-377-378-379-380-381-382-383-384-385-386-387-388-389-390-391-392-393-394-395-396-397-398-399-400-401-402-403-404-405-406-407-408-409-410-411-412-413-414-415-416-417-418-419-420-421-422-423-424-425-426-427-428-429-430-431-432-433-434-435-436-437-438-439-440-441-442-443-444-445-446-447-448-449-450-451-452-453-454-455-456-457-458-459-460-461-462-463-464-465-466-467-468-469-470-471-472-473-474-475-476-477-478-479-480-481-482-483-484-485-486-487-488-489-490-491-492-493-494-495-496-497-498-499-500-501-502-503-504-505-506-507-508-509-510-511-512-513-514-515-516-517-518-519-520-521-522-523-524-525-526-527-528-529-530-531-532-533-534-535-536-537-538-539-540-541-542-543-544-545-546-547-548-549-550-551-552-553-554-555-556-557-558-559-560-561-562-563-564-565-566-567-568-569-570-571-572-573-574-575-576-577-578-579-580-581-582-583-584-585-586-587-588-589-590-591-592-593-594-595-596-597-598-599-600-601-602-603-604-605-606-607-608-609-610-611-612-613-614-615-616-617-618-619-620-621-622-623-624-625-626-627-628-629-630-631-632-633-634-635-636-637-638-639-640-641-642-643-644-645-646-647-648-649-650-651-652-653-654-655-656-657-658-659-660-661-662-663-664-665-666-667-668-669-670-671-672-673-674-675-676-677-678-679-680-681-682-683-684-685-686-687-688-689-690-691-692-693-694-695-696-697-698-699-700-701-702-703-704-705-706-707-708-709-710-711-712-713-714-715-716-717-718-719-720-721-722-723-724-725-726-727-728-729-730-731-732-733-734-735-736-737-738-739-740-741-742-743-744-745-746-747-748-749-750-751-752-753-754-755-756-757-758-759-760-761-762-763-764-765-766-767-768-769-770-771-772-773-774-775-776-777-778-779-780-781-782-783-784-785-786-787-788-789-790-791-792-793-794-795-796-797-798-799-800-801-802-803-804-805-806-807-808-809-810-811-812-813-814-815-816-817-818-819-820-821-822-823-824-825-826-827-828-829-830-831-832-833-834-835-836-837-838-839-840-841-842-843-844-845-846-847-848-849-850-851-852-853-854-855-856-857-858-859-860-861-862-863-864-865-866-867-868-869-870-871-872-873-874-875-876-877-878-879-880-881-882-883-884-885-886-887-888-889-890-891-892-893-894-895-896-897-898-899-900-901-902-903-904-905-906-907-908-909-910-911-912-913-914-915-916-917-918-919-920-921-922-923-924-925-926-927-928-929-930-931-932-933-934-935-936-937-938-939-940-941-942-943-944-945-946-947-948-949-950-951-952-953-954-955-956-957-958-959-960-961-962-963-964-965-966-967-968-969-970-971-972-973-974-975-976-977-978-979-980-981-982-983-984-985-986-987-988-989-990-991-992-993-994-995-996-997-998-999-1000-1001-1002-1003-1004-1005-1006-1007-1008-1009-1010-1011-1012-1013-1014-1015-1016-1017-1018-1019-1020-1021-1022-1023-1024-1025-1026-1027-1028-1029-1030-1031-1032-1033-1034-1035-1036-1037-1038-1039-1040-1041-1042-1043-1044-1045-1046-1047

(2) 在轴上

西元休戚
曲終一二

陳、作國要地。P44-44列。

⑤ 合 夥


③ 利状态有 程上 业二四、

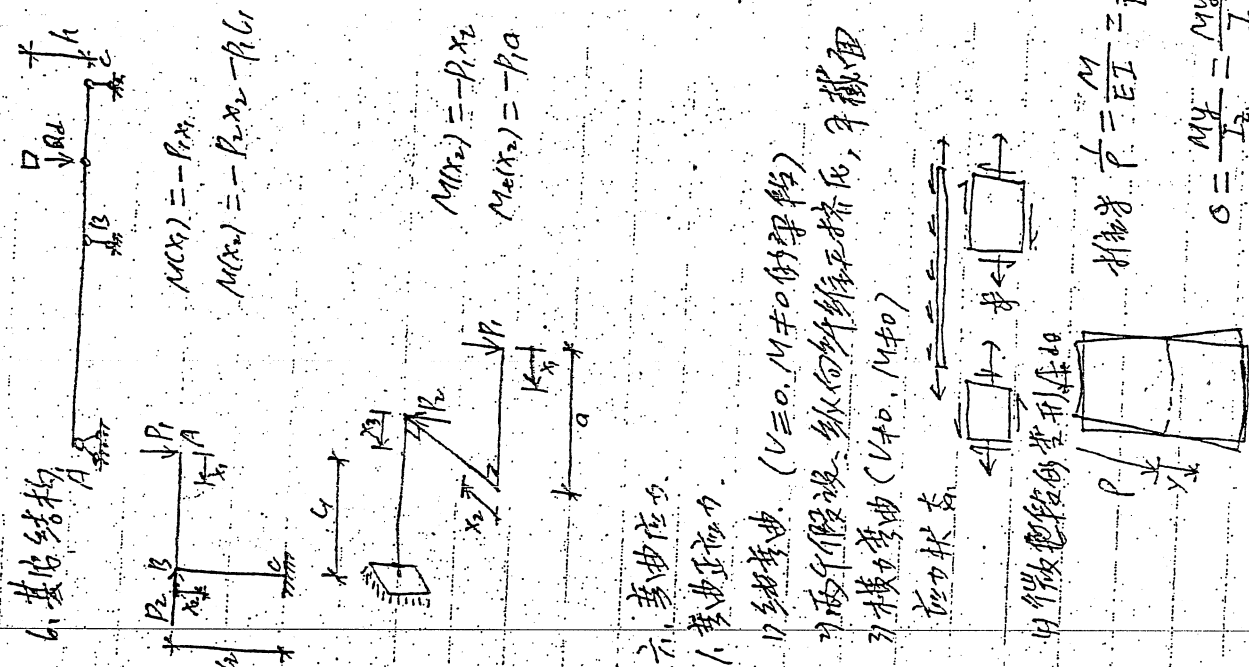
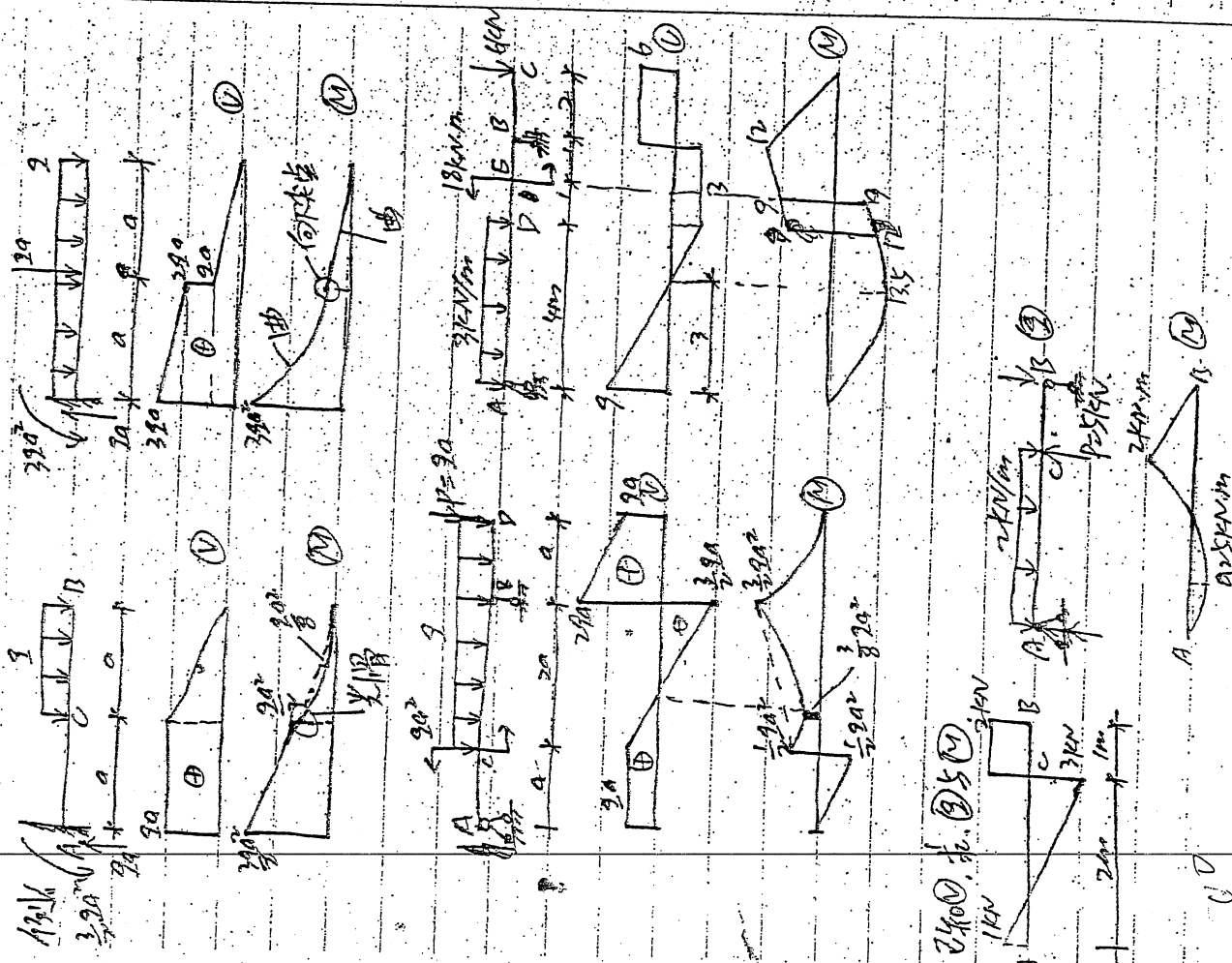
④ ⑤ 第六次、第七次

① 2000 年 1 月

⑭ 一般情况，每块板一块

11/1/00





常用公式列表:

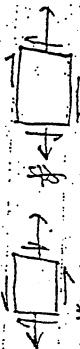
- ① $\epsilon = \frac{\sigma}{E}$
- ② $\sigma = E \epsilon$
- ③ $\sigma = \frac{M}{I} y$
- ④ $\phi = \frac{M}{EI}$

1. 梁的变形 (V=0, M≠0 的梁段)

2. 梁的变形 (V≠0, M=0 的梁段)

3. 梁的变形 (V≠0, M≠0 的梁段)

4. 梁的变形



5. 梁的变形

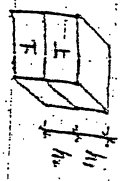


$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} = \frac{\sigma}{E} = \frac{\epsilon}{y} = \frac{\phi}{\Delta x}$$

$$\sigma = \frac{My}{I_z} = \frac{M}{I_z} y \quad \epsilon_{max} = \frac{M}{I_z} \frac{y_{max}}{I_z} = \frac{M}{I_z^2} y_{max}$$

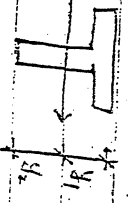
分析

1. 分析



$$\rho = \frac{M_z}{E I_z} = \frac{M_z}{E I_z}$$

$$M_z + M_y = M$$



$$W_{z1} = \frac{1}{4} b h^2$$

$$W_{z2} = \frac{1}{4} b h^2$$

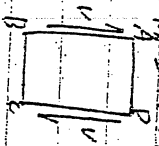
2. 剪力流

不计剪力流影响

由切应力平衡

$$\tau = \frac{V S_z}{b I_z}$$

(横截面应力及强度, 解法参考 8.15)



$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{V}{A} = \frac{3}{2} \frac{V}{b h}$$

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}$$

1. 分析



$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}$$

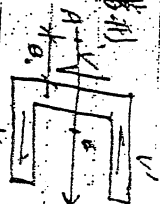
$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}$$

1. 分析

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}$$

2. 分析

分析



1. 横板上, 解法参考 8.15
2. 横板下, 解法参考 8.15
3. 剪力流, 解法参考 8.15

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}$$

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}$$

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}$$

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}$$

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}$$

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}$$

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}$$

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}$$

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}$$

1. 分析

2. 分析

3. 分析

4. 分析

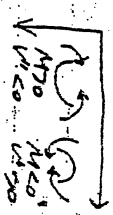
5. 分析

6. 分析

7. 分析

8. 分析

9. 分析



量积分求 V_0

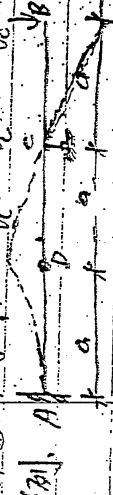
$$V' = \theta(x) = \int \frac{M}{EI} dx + C$$

$$V = \int \int \frac{M}{EI} dx + C_1 x + C_2$$

常数

2. 边界条件

3. 连续条件 $V_A = V_B$ $\theta_A = \theta_B$



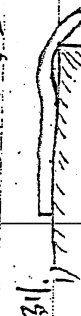
① 分段 被AD为 V_1 , DC为 V_2 , CB为 V_3

② 边界条件 $V_A = 0$, $V_B = 0$, $V_C = 0$ (若 $V_C = 0$)

③ 连续条件 $V_D = V_C$, $V_C = V_B$, $V_B = V_A$

4. 挠曲线大致形状

以AD为无约束

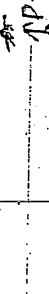


细曲线

2. (求解长度)

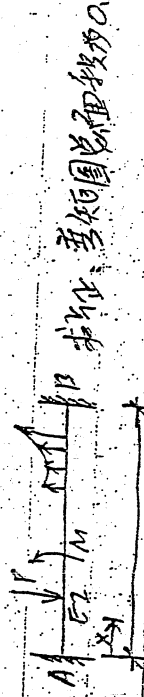
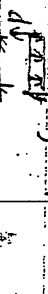
$$\theta_B = 0, V_B = 0, V_C = 0$$

$$b = \frac{1}{2}a$$



$$M_A = 0, M_B = 0, M_C = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{2}{3}c, V_B = \frac{2qlc}{3}$$



$$\text{设 } \frac{d\theta}{dx} = V'' = -\frac{M}{EI}$$

$$\int \theta_B d\theta = -\int_0^L \frac{M}{EI} dx, \theta_A = \theta_B = 0$$

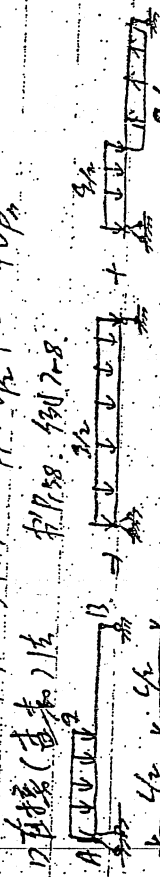
3. 量积分求挠曲线

前提: 曲线弹性

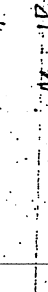
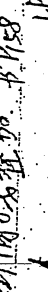
① 小变形

$$V = V(P_1, P_2, \dots, P_n) = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

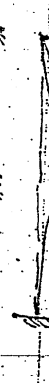
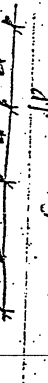
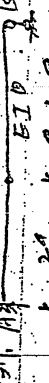
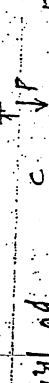
直接(查表)法 书P58 例7-8

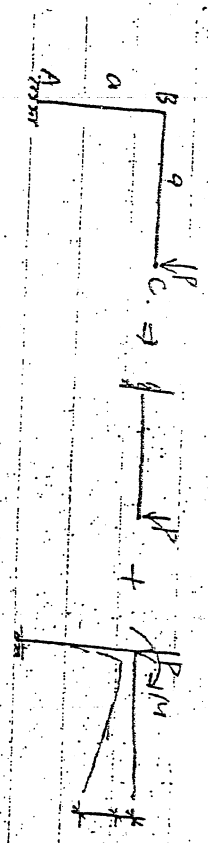


2. 间接法 书P58 例7-9



$$V = 0.0$$





4. 梁的刚度条件

$|v_{max}| \leq [v]$ $|\theta_{max}| \leq [\theta]$

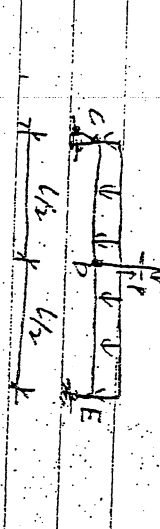
5. 梁的稳定性

a) $n = 1$

b) 多节约束 其形似弹性



$\delta_B + \delta_D = 0$



梁的弯曲应力及应变状态 (梁的应力、应变、位移)

- ① 弯曲应力
- ② 弯曲应变
- ③ 梁的稳定性及应用

1. 应力状态理论

一点 应力状态理论

一点的应力状态

单元体

斜截面上的应力

其他术语：主面、主方向、主应力

基本规律：一点处任意三个互相垂直的应力分量可代表其他所有面上的应力分布

应力状态：一点处所有截面上应力分量的全体 (集合)

主应力：主应力的三个方向 (主应力)

主应力的三个方向 (主应力)

主应力的三个方向 (主应力)

主应力的三个方向 (主应力)

应力状态 (按主应力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 分类)

基本要求： $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$

1) $\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$
 $\sigma_1 > 0$ 单向拉伸
 $\sigma_2 < 0$ 单向压缩

轴向拉伸、压缩

压缩、拉伸

扭转 (不讨论)

2) 一个为0, 另2个不为0 $(\sigma_1, 0, \sigma_3)$ $(0, \sigma_2, \sigma_3)$ $(\sigma_1, \sigma_2, 0)$
 平面应力

3) 三个均不为0

三向应力、空间。

2) 3) 属复杂应力状态, 1) 为简单应力状态。

1) 特殊的情况, $\sigma_1 \rightarrow \sigma_2 \rightarrow \sigma_3$

2) 当 $\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 = \sigma_3 \neq 0$, 当 $\sigma_1 = -\sigma_2$



3) 应力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 中已知其一

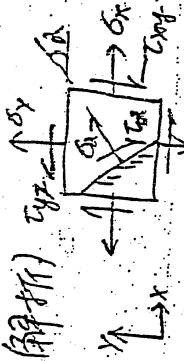
视为平面应力问题, 单向应力状态加二向应力状态
 也是一个无平面, 非另外两个平面

2)

2) 平面应力分析 (只要求分解)

1) 符号的规定

已知的根



当 $\sigma_x = 0$

斜截面单元体

若一定是横截面单元体

若见, 则按实际情况分析 (只要 σ_0 不立即成立)

3) σ_{max} σ_{min}

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

当时 $\sigma_y = 0, \sigma_x = \sigma_1, \sigma_{min} = \sigma_2 \rightarrow \sigma_2 = 0$

由 $\sigma_{max}, 0, \sigma_{min}$ 排序

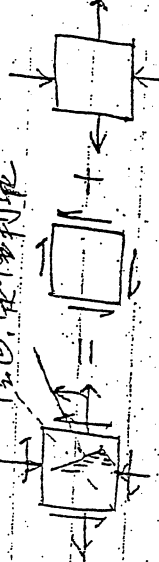
4) 主向 $\tan 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$

定 $2\alpha_0$ 象限

1) $\alpha_0: -2\tau_{xy}$ 与 $\sin 2\alpha_0$ 对应

$\sigma_x - \sigma_y$ 与 $\cos 2\alpha_0$ 对应

法④ 定根判定



3) 3) $\sigma_1 - \sigma_2, \sigma_3 - \sigma_1, \sigma_3 - \sigma_2$ 03-8 01-2.2
 4) 图解法

5. 广义胡克定律及应用

1) 三向

① 已知主单元体，也只有主应力

② 一般单元体

2) 二向——平面应力情况

① 主单元体 $\sigma_3 = 0$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu\sigma_1)$$

$$\varepsilon_3 = -\frac{\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

② 一般 $\sigma_3 = 0$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}[\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)]$$

$$\text{例题 } 0.1-9. \quad 0.4-8 \quad 0.2-9. \quad \sigma_1 = \frac{400}{\pi d^2} = \frac{2400}{\pi d^2}$$

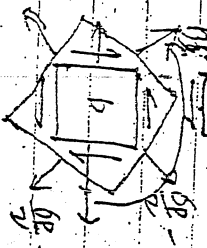


解: $\sigma_1 = 45$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

解:

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}[\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)]$$



$$\begin{aligned} \varepsilon_3 &= \frac{1}{E}[\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \\ &= \frac{1}{E}[\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \\ &= \frac{1}{E}[\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{aligned}$$

6. 单元体为单元体下的应力

7. 强度理论

1) 概念——复杂应力状态的强度问题

而材料——已有或进的实验，强度由实验确定，(包络线在面)

2) 强度理论的建立

以单向应力状态，建立，综合强度为主要特征

① 两种形式的破坏——脆性——断裂

② 用 (X) 与 (Y) 的比值 (材料性能的反应性值)

3) 四个强度理论

① 最大拉应力 $(\sigma_1)_{\max} = (\sigma_1)_{\max}$

在 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ 中只考虑 σ_1

由拉应力的 σ_{\max} 与 σ_{\min} 与 σ_3 的比值 (材料性能的反应性值)

② 最大拉应变

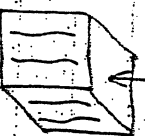
结论：三个主应力方向与三个主应力的方向一致

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

讨论：① 第一、二强度理论用于脆性材料

② 第一强度理论用于脆性材料

例：第一强度理论 $\sigma_1 = 70, \sigma_2 = 70, \sigma_3 = 70$ ，则第二强度理论



若 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 70$

2)

3) 主应力

平面应力: $\sigma_{max} - \sigma_{min} = \tau_{max}$ (只有 $\sigma_{max}, \sigma_{min}$ 同时正确)
 平面应力: $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$

4) 形状改变比能

$$\frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} \leq [\sigma]$$

1) 材料屈服: $\sigma_{12} \leq [\sigma]$ 脆性破坏

$$\sigma_{12} = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \quad \sigma_{23} > 0$$

$$\sigma_{13} = \sigma_1 - \sigma_3 \quad \text{塑性破坏}$$

$$\sigma_{14} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}$$

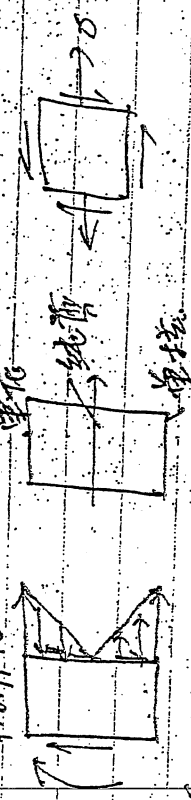
讨论: 3) 各向等拉 用 1)

各向等拉 物不适用

4) 梁的 σ_{12}, σ_{14}

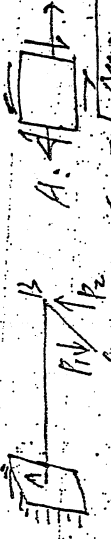
需要分析特别三向 降低应力 $\sigma_{1max}, \sigma_{min}$

角材料



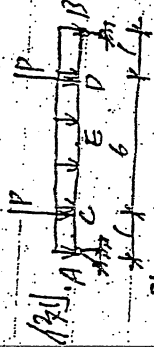
$$\sigma_{12} = \sigma_{max} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\sigma_{14} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$



$$\sigma_{13} = \sqrt{\left(\frac{P}{2bh}\right)^2 + \left(\frac{P}{2bh}\right)^2} = \frac{P}{bh} \sqrt{1 + \mu^2}$$

交界处于腹板上



1) 横截面应力之计算及强度

$$\left(\begin{array}{l} \text{拉}(\tau) \\ \text{扭} \end{array} \right) \quad \sigma = \frac{M}{I} \quad \tau = \frac{M}{I} \left(\frac{y}{r} \right)$$



总面 - $\mu - \tau$ 面

$\sqrt{}$ 总面 σ_{12}, σ_{14} 危险

2) 主应力强度

总面 σ_{12}, σ_{14}

总面 $\sigma_{12}, \sigma_{14}, \sigma_{14}, \sigma_{14}$

$$\sigma_{13} = \sqrt{\sigma_{12}^2 + \sigma_{14}^2}$$

1) 5) 2) 总面全应力校核

第十一章 组合变形

05年与6年长轴后 - 10'

04-7 -> 6'

03-7 -> 10' 01-5 -> 11'

1. 基本概念

1. 由两种不同的材料组成的基本变形组合



2. 回顾基本变形

① 材料弯曲: 1. 材料经过弯曲后, 纤维

2. 纤维长度由之: 纤维长度

② 变形组合 (材料组合) $M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$

Max 应力, 应力边界处

$$\sigma_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

③ 应力与弯曲

④ 偏心力与应力

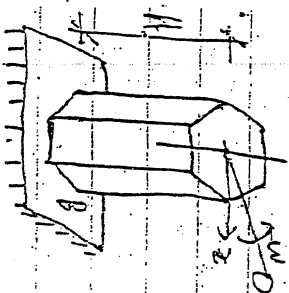
2. 材料弯曲

① 材料弯曲, 材料以主应力

② 应力与应力边界

③ 应力与应力边界, 应力边界, 应力边界

④ 应力与应力边界, 应力边界, 应力边界



① 应力: 应力边界, 应力边界, 应力边界
② 应力: 应力边界, 应力边界, 应力边界
③ 应力: 应力边界, 应力边界, 应力边界

① 应力: 应力边界, 应力边界, 应力边界

② 应力: 应力边界, 应力边界, 应力边界

$$\sigma_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

③ 应力: 应力边界, 应力边界, 应力边界

$$\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$P = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$M = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

④ 应力: 应力边界, 应力边界, 应力边界

$$\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

⑤ 应力: 应力边界, 应力边界, 应力边界

$$\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

以材料为例

$$\sigma_{yz} = \sqrt{\left(\frac{M_y}{W_y}\right)^2 + \left(\frac{M_z}{W_z}\right)^2} = \frac{M_{yz}}{W} \leq [\sigma]$$

$$M_{yz} = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}$$

$$\sigma_{yz} = \frac{M_{yz}}{W} = \frac{1}{W} \sqrt{M_y^2 + M_z^2} \leq [\sigma]$$

1. 材料强度，要求使动轴不弯曲

2. 强度要求合理

3. 危险应力状态 (已知横截面单元体) 与梁弯曲一般规律相似

4. 危险轴，当 $V \neq 0$ 时，是图中未指明，因略弯曲的 σ (它一般很小)

5. 横截面圆体，与 M_y 、 M_z 与 W_y 互不独立

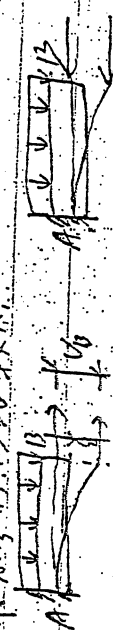
6. 1-1, 2-2 的横截面 折杆!

4. 拉压与弯曲

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M_y}{W_y} \pm \frac{M_z}{W_z}$$

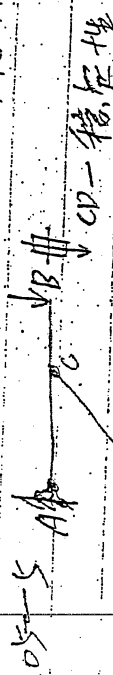
$$\sigma_{max} = \frac{N}{A} \pm \frac{M_y}{W_y}$$

1. 适用条件，小变形，但拉压较大



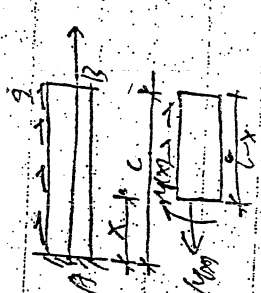
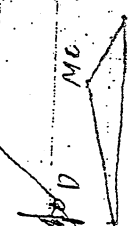
有利

不利



CD - 稳定性

AC - 拉弯



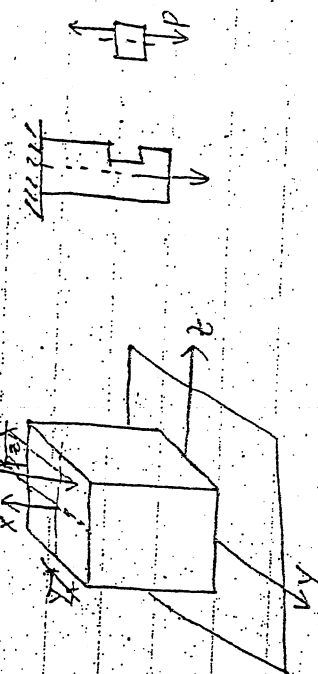
$$\Delta BH = \Delta BV =$$

$$M(x) = 2(1-x)$$

$$M = 2(1-x) \frac{1}{2}$$

积分法，卡氏定理

5. 偏心受压 (受拉)



$$M_y = P \cdot e_y, M_z = P \cdot e_z$$

$$\sigma = -\frac{P}{A} - \frac{P}{A} e_y z - \frac{P}{A} e_z y$$

$$\sigma = -\frac{P}{A} \left(1 + \frac{e_y z}{r_y^2} + \frac{e_z y}{r_z^2}\right)$$

1. 拉压与弯曲，以拉压为主

$$\sigma = 0 \quad 1 + \frac{e_y z}{r_y^2} + \frac{e_z y}{r_z^2} = 0$$

2. 中性轴位置，按 y, z 轴

$$y_p \cdot z_p = -r_y^2$$

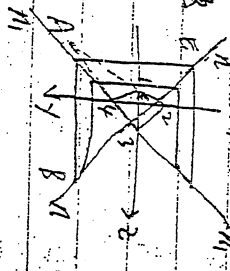
$$z_p \cdot y_p = -r_z^2$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z}$$

6. 截面核心

1) 确定形心位置的一个区域，当力的作用点位于区域的外面时，则中性轴正负截面积相等。

2) 任意给出大数形状



1) 材料位于形心，给中性轴位置，因为材料中性轴力，所以过形心，并起作用

$\bar{x}_1 \bar{x}_2 < \bar{x}_c$ 大数形状

第十章 压杆稳定 (X, 考)

05-3+10' (21, 5)	02-13' (17)
06-6' (10)	01-12+3' (23, 9)
07-10' (18)	00-12' (10)
04-3+10' (12, 5)	
03-6' (5)	

重要 1) 理想压杆 (欧拉压杆)

$P_{cr}, \delta_{cr}, \lambda, \mu$

2) 工程压杆的稳定计算

1. 确定临界力

1) 刚球三种平衡状态

压杆 1) 平衡状态

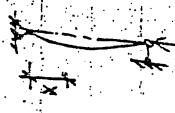
2) 及确定临界力可恢复

- a) 平衡状态
- b) 平衡状态
- c) 平衡状态

压杆稳定性——保持原有直线平衡状态的能力

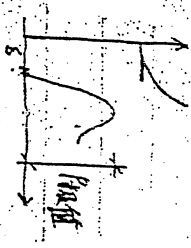
$P-P_c$ ——稳定——不稳定的临界值

P_{cr} ——压杆临界状态下的值



3) 平衡曲线 (P-δ 曲线)

分支点 理论



4) 临界失稳——工程压杆

2. 理想压杆的临界力 P_{cr}

$l_0 = \mu l$ μ ——长度系数

I ——截面对形心轴的惯性矩

l_1, l_2 ——(两端约束)

05-2.1 整体与局部失稳

3. 临界力 P_{cr}

$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{l_0^2}$ $\lambda = \frac{l_0}{i}$ $\delta_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{P_{cr}}$

压杆的临界力与长度

2) 临界力 λ_1, λ_2

27

3) $\sigma_{or} < \sigma_p$ (or) σ_p

4) $\sigma_{or} < \sigma_p$

$$\sigma_{or} = \frac{E}{\lambda^2} \leq \sigma_p$$

$$\lambda = \frac{L}{r} \text{ 时 } \lambda_p = \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}$$

λ_p — 细长杆界限

若 $\lambda > \lambda_p$ 时 σ_{or} 适用

$\lambda < \lambda_p$ 时 不能计算

例 13-6 03-5

4. 压杆稳定性校核

1) 工程压杆的稳定性

2) 规范公式 $\frac{N}{A} \leq f$

f — 抗压强度设计值

φ — 表, 附录 a, b, c

$$\varphi = \varphi(A, I, l_0)$$

A, I, l_0 — 均用理想压杆

讨论: 1) 1 — 按理想压杆

2) f, φ 给定

$$\text{求解 } \varphi = \frac{\sigma_{or}}{\sigma_y} \text{ 与抗压强度 } \sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma] \text{ 有区别}$$

4) A — 毛面积

05-5 题

动荷载 第十五章

009, 06-5, 05-7, 06-2, 4, 03-2, 3, 02-1, 3, 01-8

1. 概念

1) 区分静荷与动荷

静应力, 静变形

动应力, 动 —

2) 三类动荷载

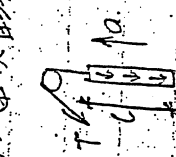
① 等加速直线运动, 等速运动

② 冲击 < 自由落体

水平

③ 周期荷载

2. 等加速直线运动



例 1. 已知 l, γ, A, a

求: $\sigma_d = ?$ $(\sigma_d)_d = ?$

解: 1) 静内力, $N_d = k \Delta l_s$

$$q_s = \frac{A \Delta l_s}{A} = A \gamma$$

$$k_d = 1 + \frac{q}{q_s}$$

$$N_d = q_s x = A \gamma x$$

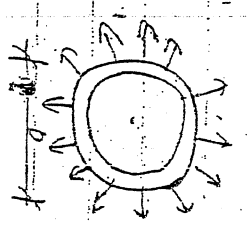
$$\text{1) 动内力: } \sigma_d = \frac{N_d}{A} = k_d \sigma_s$$

$$(\sigma_d)_d = k_d (\sigma_d)_s$$

$$(\sigma_d)_s = \int_0^L \frac{A \gamma}{EA} dx$$

3. 等角速度转动

$$\text{例: } a_n = x \omega^2 \quad p = m a_n$$



$$I_d = \frac{A D^2 \omega^2}{2g}$$

$$N_d = I_d \cdot \frac{p}{A_d}$$

$$Q_d = \frac{p}{A}$$

5.3) 等角速度 ω 旋转水平杆

第 3.2.4. 3.3/15-3.

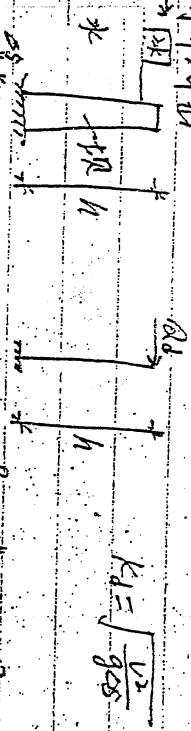
流体自由落体冲击

1. 1.8: $K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{Q_d}}$

Q_d —— 重力静荷时的静位置。

00-9. 01-8. 04-2.1 07-6. 08-5. 08-7.

5.5. 水平冲击



$$K_d = \sqrt{\frac{v^2}{g Q_d}}$$

$$Q_d = \frac{Q_d}{Q_d}$$

$$\frac{v^2}{2g} = Q_d = Q_{d,0}$$

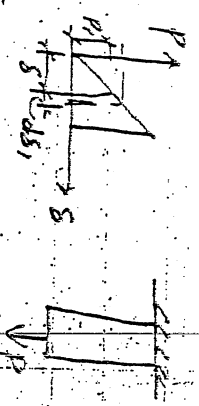
$$\Delta Q_d = Q_d - Q_{d,0} (h - l)$$

第十四章 杆件的应力应变及其应用

重要应力应变的计算

1. 杆件的应力应变

W 常数 20 —— 14.8 定理
其力 20 —— 其形体



$$W = \int dW = \int p ds$$

力能定理 —— 一个保持系统

$$U = W = \int p ds$$

p —— 力

1) 力能: 力能定理 $U = W$

2) U 是力能分布

取 U —— 密度, $u = \frac{dU}{ds}$

3) U, u 是力能唯一确定的

4) 力能定理 $U = W$ 是力能守恒定律
5) 力能定理 $U = W$ 是力能守恒定律

$$U = W = \int p ds$$

力能定理 $U = W$ 是力能守恒定律

$$U = W = \int p ds$$

$$U = W = \int p ds$$

力能定理 $U = W$ 是力能守恒定律

2. U 的计算

力能定理

42

1) 拉(压)

$$dU_{拉压} = \frac{N \Delta l}{EA} \quad u = \frac{1}{2} \Delta l$$

$$dU = \int \frac{N \Delta l}{EA} \quad u = \int \frac{N \Delta l}{EA}$$

2) 扭 $U = \int \frac{M \Delta \phi}{GJ} \quad u = \frac{1}{2} \Delta \phi$

3) 弯 $U = U_0 + U_1$
 $= \int \frac{M^2 dx}{2EI} + \int \frac{K U_1^2 dx}{2GA} = U_0 + U_1$

4) 组合变形

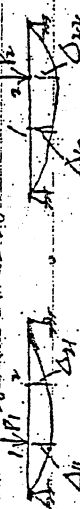
$$U = U_{拉压} + U_{扭} + U_{弯}$$

$$= \int \frac{N^2 dx}{2EA} + \int \frac{M^2 dx}{2GJ} + \int \frac{M^2 dx}{2EI}$$

① 当内力为常数 如 $U_N = \frac{N^2 L}{2EA}$

② 若杆段分则为常数 $U = \sum \frac{N_i^2 L_i}{2EA_i}$

3) 功的互等及位移互等



$$\Rightarrow P_1 \delta_2 = P_2 \delta_1$$

$$\text{若 } P_1 = P_2 \quad \delta_1 = \delta_2$$

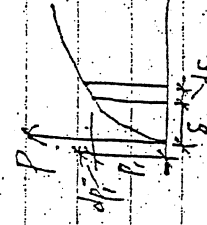
$$P_1 = P_2 \quad \delta_1 = \delta_2$$

4) 虚功原理与卡氏定理

$$U^* = U^*(\delta_1, \delta_2)$$

$$dU^* = \delta_1 \delta_1 + \delta_2 \delta_2$$

卡氏物理意义: 有明确几何意义



43

2) 卡氏第一定理 $P_c = \frac{\partial U}{\partial \delta_c} \quad U = W = Sp \delta$

3) 卡氏第二定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

4) 卡氏第三定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

5) 卡氏第四定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

6) 卡氏第五定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

7) 卡氏第六定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

8) 卡氏第七定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

9) 卡氏第八定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

10) 卡氏第九定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

11) 卡氏第十定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

12) 卡氏第十一定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

13) 卡氏第十二定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

14) 卡氏第十三定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

15) 卡氏第十四定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

16) 卡氏第十五定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

17) 卡氏第十六定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

18) 卡氏第十七定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

19) 卡氏第十八定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

20) 卡氏第十九定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

21) 卡氏第二十定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

22) 卡氏第二十一定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

23) 卡氏第二十二定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

24) 卡氏第二十三定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

25) 卡氏第二十四定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

26) 卡氏第二十五定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

27) 卡氏第二十六定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

28) 卡氏第二十七定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

29) 卡氏第二十八定理 $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$

4x

b. 先利用2个方程求任意数

$$1st: U = u = \frac{1}{2} P_B \quad S = \frac{2U}{P}$$

2nd: 1适用于仅有一截荷.

2次方程的不看

例 1st $\frac{1}{2} P_B$ $U = \frac{1}{2} P_B$

$$U = \int \frac{M^2}{2EI} dx = \frac{1}{2EI} \int_0^L (1-Px)^2 dx$$

横截面应力计算
基本内容

49

23

