振动和波部分习题整理

一、教材：选择填空题 1～5；计算题：13，14，18

二、附加题

（一）、选择题

1、一沿 x 轴作简谐振动的弹簧振子，振幅为 A，周期为 T，振动方程用余弦函数表示，

如果该振子的初相为 $\frac{4}{3}\pi$，则 t=0 时，质点的位置在： **D**

（A）过 $x=\frac{1}{2}A$ 处，向负方向运动； (B) 过 $x=\frac{1}{2}A$ 处，向正方向运动；

(C) 过 $x=-\frac{1}{2}A$ 处，向负方向运动； (D) 过 $x=-\frac{1}{2}A$ 处，向正方向运动。

2、一物体作简谐振动，振动方程为：$x=A\cos(\omega t+\pi/4)$
在 $t=T/4$(T 为周期)时刻，物体的加速度为： **B**
(A) $-\sqrt{2}A\omega^2/2$. (B) $\sqrt{2}A\omega^2/2$. (C) $-\sqrt{3}A\omega^2/2$. (D) $\sqrt{3}A\omega^2/2$.

（二）、计算题

1、一物体沿 x 轴做简谐运动，振幅 A = 0.12m，周期 T = 2s．当 t = 0 时，物体的位移 x_0= 0.06m，且向 x 轴正向运动．求：
（1）此简谐运动的运动方程；
（2）$t = T/4$ 时物体的位置、速度和加速度；

解：（1） $x=0.12\cos\left(\pi t-\frac{\pi}{3}\right)$m

（2） $v=-0.12\pi\sin\left(\pi t-\frac{\pi}{3}\right)$m/s $a=-0.12\pi^2\cos\left(\pi t-\frac{\pi}{3}\right)$m/s^2

$t = T/4$ 时 $x=0.12\cos\frac{\pi}{6}=0.06\sqrt{3}\approx 0.10$m

$v=-0.12\pi\sin\frac{\pi}{6}=-0.06\pi\approx -0.19$ m/s

$a=-0.12\pi^2\cos\frac{\pi}{6}=-0.06\pi^2\sqrt{3}\approx -1.02$ m/s^2

2、一物体沿 x 轴做简谐运动，振幅 A = 10.0cm，周期 T = 2.0s．当 t = 0 时，物体的位移 x_0= -5cm，且向 x 轴负方向运动．求：
（1）简谐运动方程；
（2）t = 0.5s 时，物体的位移；
（3）何时物体第一次运动到x = 5cm处？
（4）再经过多少时间物体第二次运动到x = 5cm处？

解：（1） $x = 0.1\cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$m

（2）$t = 0.5$s 时， $x = 0.1\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}\right) = 0.1\cos\frac{7\pi}{6} \approx -0.087$m

（3）利用旋转矢量法，第一次运动到 $x = 5$cm 处，相位是 $\frac{5\pi}{3} = \pi t_1 + \frac{2\pi}{3}$

所以 $t_1 = 1$s

（3）利用旋转矢量法，第二次运动到 $x = 5$cm 处，相位是 $\frac{7\pi}{3} = \pi t_2 + \frac{2\pi}{3}$

所以 $t_2 = \frac{5}{3}$s $\qquad \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3} = 0.67s$

3、若简谐振动方程为 $\mathbf{x = 0.1\cos[20\pi t + \pi/4]m}$，求：

（1）振幅、频率、角频率、周期和初相；

（2）t=2s时的位移、速度和加速度.

解：(1) 可用比较法求解.

据 $x = A\cos[\omega t + \varphi] = 0.1\cos[20\pi t + \pi/4]$

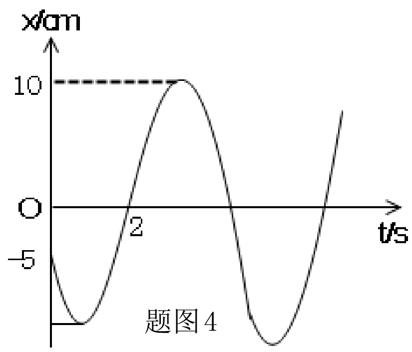
得：振幅 $A = 0.1m$，角频率 $\omega = 20\pi rad/s$，频率 $\nu = \omega/2\pi = 10s^{-1}$，

周期 $T = 1/\nu = 0.1s$， $\varphi = \pi/4rad$

（2） $t = 2s$ 时，振动相位为： $\varphi = 20\pi t + \pi/4 = (40\pi + \pi/4)rad$

据 $x = A\cos\varphi$， $\nu = -A\omega\sin\varphi$， $a = -A\omega^2\cos\varphi = -\omega^2 x$ 得

$x = 0.0707m, \nu = -4.44m/s, a = -279m/s^2$



题图4

4、一简谐振动的振动曲线如图所示，求振动方程.

解：设所求方程为 $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

当 t=0 时： $x_1 = -5cm, v_1 < 0$ 由 A 旋转矢量图可得： $\varphi_{t=0} = 2\pi/3rad$

当 t=2s 时：从 x-t 图中可以看出： $x_2 = 0, v_2 > 0$

据旋转矢量图可以看出， $\varphi_{t=2} = -\pi + 2\pi = 3\pi/2rad$

所以，2 秒内相位的改变量 $\Delta\varphi = \varphi_{t=2} - \varphi_{t=0} = 3\pi/2 - 2\pi/3 = 5\pi/6rad$

据 $\Delta\varphi=\omega\Delta t$ 可求出： $\omega=\Delta\varphi/\Delta t=5\pi/12rad/s$

于是：所求振动方程为： $x=0.1\cos(\frac{5}{12}\pi t+\frac{2}{3}\pi)(SI)$

5、一物体沿x轴作简谐振动，振幅为0.06m，周期为2.0s，当t=0时位移为0.03m，且向轴正方向运动，求：
（1）t=0.5s时，物体的位移、速度和加速度；
（2）物体从 **x = -0.03m** 处向x轴负方向运动开始，到达平衡位置，至少需要多少时间？

解：设该物体的振动方程为 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$

依题意知： $\omega=2\pi/T=\pi rad/s, A=0.06m$

据 $\varphi=\pm\cos^{-1}\frac{x_0}{A}$ 得 $\varphi=\pm\pi/3(rad)$

由于 $v_0>0$, 应取 $\varphi=-\pi/3(rad)$

可得： $x=0.06\cos(\pi t-\pi/3)$

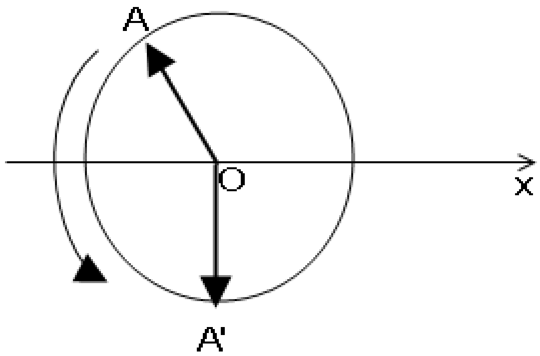
（1） $t=0.5s$ 时，振动相位为： $\varphi=\pi t-\pi/3=\pi/6rad$

据 $x=A\cos\varphi,\quad v=-A\omega\sin\varphi,\quad a=-A\omega^2\cos\varphi=-\omega^2 x$

得 $x=0.052m,\quad v=-0.094m/s,\quad a=-0.512m/s^2$

（2）由 A 旋转矢量图可知，物体从 $x=-0.03m$m 处向 x 轴负方向运动，到达平衡位置时，A 矢量转过的角度为 $\Delta\varphi=5\pi/6$，该过程所需时间为：

$\Delta t=\Delta\varphi/\omega=0.833s$



题图 5

第10章 波动 作 业

一、教材：选择填空题 1～5；计算题：12，13，14， 21，30

二、附加题

（一）、选择题

1、一平面简谐波的波动方程为 $y = 0.1\cos(3\pi t - \pi x + \pi)$ (SI). $t = 0$ 时的波形曲线如图所示，则：

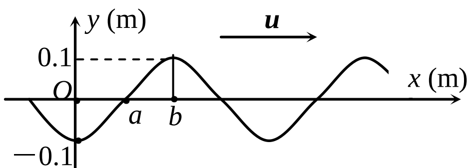
C

(A) O 点的振幅为-0.1m .

(B) 波长为 3m .

(C) a、b两点间相位差为$\pi/2$.

(D) 波速为 9m/s .



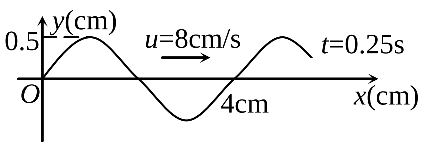
2、某平面简谐波在 $t = 0.25$s 时波形如图所示,则该波的波函数为: **A**

(A) $y = 0.5\cos[4\pi(t - x/8) - \pi/2]$ (cm) .

(B) $y = 0.5\cos[4\pi(t + x/8) + \pi/2]$ (cm) .

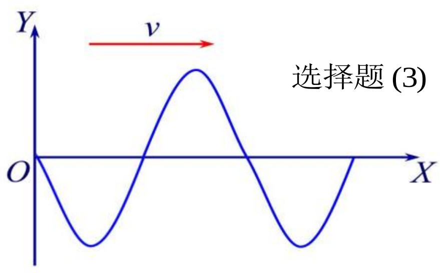
(C) $y = 0.5\cos[4\pi(t + x/8) - \pi/2]$ (cm) .

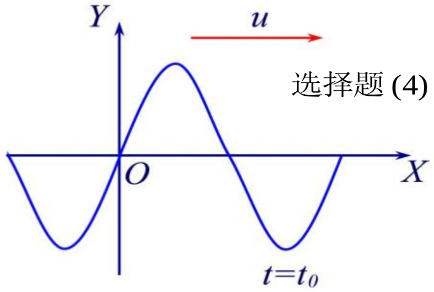
(D) $y = 0.5\cos[4\pi(t - x/8) + \pi/2]$ (cm) .



3、一平面简谐波在 $t = 0$ 时刻的波形曲线如图所示，则 O 点的振动初位相为： **D**

$(A)\ 0;$　　$(B)\ \frac{1}{2}\pi;$　　$(C)\ \pi;$　　$(D)\ \frac{3}{2}\pi$





4、一平面简谐波，其振幅为 A，频率为 $\boldsymbol{v}$，波沿 x 轴正方向传播，设 $t=t_0$ 时刻波形如图所示，则 x=0 处质点振动方程为：**B**

$(A)\ y=A\cos[2\pi v(t+t_0)+\frac{\pi}{2}]$ ；$(B)\ y=A\cos[2\pi v(t-t_0)+\frac{\pi}{2}];$

$(C)\ y=A\cos[2\pi v(t-t_0)-\frac{\pi}{2}]$ ；$(D)\ y=A\cos[2\pi v(t-t_0)+\pi];$

5、关于产生驻波的条件,以下说法正确的是：　**D**

(A) 任何两列波叠加都会产生驻波；

(B) 任何两列相干波叠加都能产生驻波；

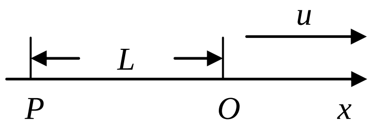
(C) 两列振幅相同的相干波叠加能产生驻波；

(D) 两列振幅相同，在同一直线上沿相反方向传播的相干波叠加才能产生驻波.

(二) 计算题

1、如图所示，一平面简谐波沿 Ox 轴传播，

波动方程为 $\boldsymbol{y=A\cos[2\pi(vt-\frac{x}{\lambda})+\varphi]}$，



求：1）P 处质点的振动方程；

2）该质点的速度表达式与加速度表达式。

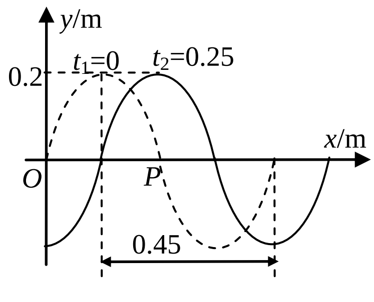
解：1）P 处质点的振动方程　$y=A\cos\left(2\pi vt+2\pi\frac{L}{\lambda}+\varphi\right)$

2）速度　$v=-2\pi Av\sin\left(2\pi vt+2\pi\frac{L}{\lambda}+\varphi\right)$

加速度　$a=-4\pi^2Av^2\cos\left(2\pi vt+2\pi\frac{L}{\lambda}+\varphi\right)$

2、一列简谐波沿 x 轴正向传播，

在 $t_1=0$s，$t_2=0.25$s 时刻的波形如图所示.



求：（1）P 点的振动表达式；

（2）波动方程；

解：1）$A=0.2m$　　$T=1s$　　$\omega=2\pi$

$t=0$时， $\cos\varphi=0$ 向上运动 $\varphi=-\dfrac{\pi}{2}$

P点的振动表达式 $y=0.2\cos\left(2\pi t-\dfrac{\pi}{2}\right)$ m

2） $\lambda=0.45\times\dfrac{4}{3}=0.6m$ $u=0.6m/s$

$t=0$，$x=0$时 $\cos\varphi=0$ 向下运动 $\varphi=\dfrac{\pi}{2}$

波动方程 $y=0.2\cos\left(2\pi\left(t-\dfrac{x}{0.6}\right)+\dfrac{\pi}{2}\right)$

3、 一平面简谐波在媒质中以速度为 u = 0.2m s^{-1} 沿

x 轴正向传播，已知波线上 A 点（x_A = 0.05m）的振动方程为 $y_A=0.03\cos(4\pi t-\dfrac{\pi}{2})$ (m).

求：（1）简谐波的波动方程；（2）x = -0.05m 处质点 P 处的振动方程.

解：（1） $y=0.03\cos\left(4\pi\left(t-\dfrac{x}{0.2}+\dfrac{0.05}{0.2}\right)-\dfrac{\pi}{2}\right)=0.03\cos\left(4\pi(t-5x)+\dfrac{\pi}{2}\right)$ m

（2）x = -0.05m $y=0.03\cos\left(4\pi t+\dfrac{3\pi}{2}\right)$ m

4、一平面简谐波沿x轴正向传播，波的振幅 $A=10cm$，波的角频率 $\omega=7\pi rad/s$，当 $t=1.0s$ 时， $x=10cm$ 处的a质点正通过其平衡位置向y轴负方向运动，而 $x=20cm$ 处的b质点正通过 $y=5.0cm$ 点向y轴正方向运动.设该波波长 $\lambda>10cm$，求该平面波的波方程.

解：设平面简谐波的波长为λ，坐标原点处质点振动初相为φ，则该列平面简谐波的表达式可写成 $y=0.1\cos(7\pi t-2\pi x/\lambda+\varphi)(SI)$

$t=1.0s$ 时 $x=10cm$ 处 $y=0.1\cos[7\pi-2\pi(0.1/\lambda)+\varphi]=0$

因此时 a 质点向 y 轴负方向运动，故

$$7\pi-2\pi(0.1/\lambda)+\varphi=\frac{1}{2}\pi \qquad (1)$$

而此时， b 质点正通过 $y=0.05m$ 处，有

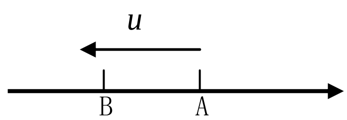
$y=0.1\cos[7\pi-2\pi(0.2/\lambda)+\varphi]=0.05$，且质点$b$ 向 y 轴正方向运动，故

$$7\pi-2\pi(0.2/\lambda)+\varphi=-\frac{1}{3}\pi \qquad (2)$$

由(1)、(2)两式联立得　　$\lambda = 0.24m$　，　$\varphi = -17\pi/3$

所以，该平面简谐波的表达式为：$y = 0.1\cos[7\pi t - \frac{\pi x}{0.12} - \frac{17}{3}\pi](SI)$

5、如图，一平面波在介质中以波速$u = 20m/s$沿x轴负方向传播，已知A点的振动方程为$y = 3\times10^{-2}\cos 4\pi t(SI)$.



题图 5

(1)以A点为坐标原点写出波方程；
(2)以距A点5m处的B点为坐标原点，写出波方程.

解：(1)坐标为 x 处质点的振动相位为

$$\omega t + \varphi = 4\pi[t + (x/u)] = 4\pi[t + (x/20)]$$

波的表达式为　$y = 3\times10^{-2}\cos 4\pi[t + (x/20)](SI)$

(2)以 B 点为坐标原点，则坐标为 x 点的振动相位为

$$\omega t + \varphi' = 4\pi[t + \frac{x-5}{20}](SI)$$

波的表达式为　$y = 3\times10^{-2}\cos[4\pi(t + \frac{x}{20}) - \pi](SI)$

6、火车以$u = 30m/s$的速度行驶，汽笛的频率为$\nu_0 = 650Hz$.在铁路近旁的公路上坐在汽车里的人在下列情况听到火车鸣笛的声音频率分别是多少？
(1)汽车静止；
(2)汽车以$v = 45km/h$的速度与火车同向行驶.（设空气中声速为$V = 340m/s$）

解：(1)火车迎面而来　$\nu = \frac{V}{V-u}\nu_0 = 713Hz$

火车背离而去　$\nu = \frac{V}{V+u}\nu_0 = 597Hz$

(2)汽车在前　$\nu = \frac{V-v}{V-u}\nu_0 = 687Hz$

火车在前　$\nu = \frac{V+v}{V+u}\nu_0 = 619Hz$