



# 扩散习题

1. 一个封闭钢管，外径为1.16cm，内径为0.86cm，长度为10cm。管内为渗碳气氛，管外为脱碳气氛。在1000℃保温100h后（达到平稳态扩散），共有3.60g 碳逸出钢管。钢管的碳浓度分布如下所示：

r/cm	w(C)/%	r/cm	w(C)/%
0.553	0.28	0.491	1.09
0.540	0.46	0.479	1.20
0.527	0.65	0.466	1.32
0.516	0.82	0.449	1.42

计算各个浓度下的扩散系数，画出浓度-扩散系数曲线。

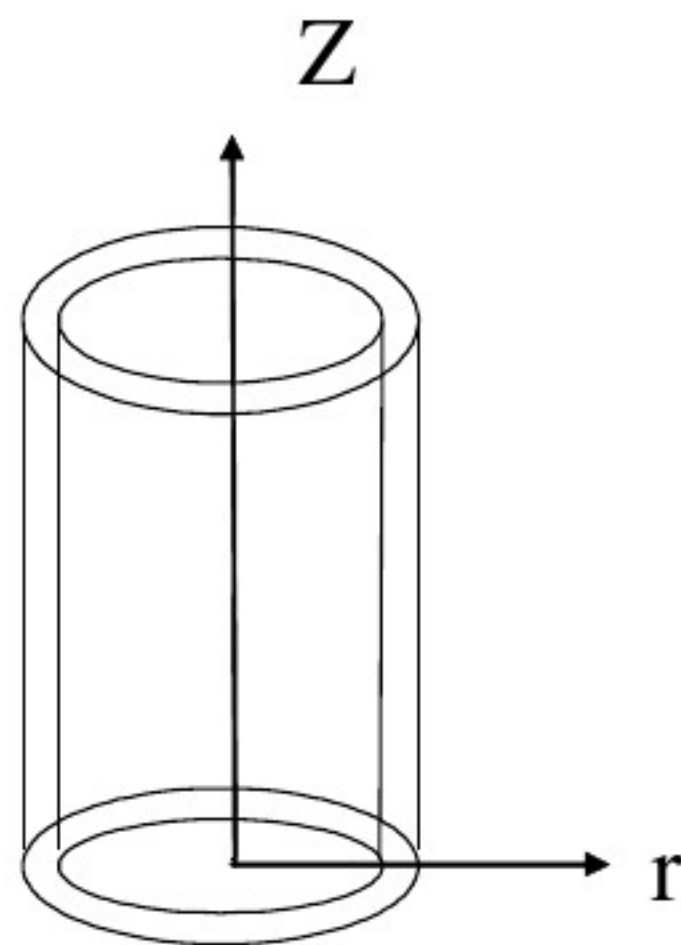
## 稳态扩散的实例

## 空心的薄壁圆筒渗碳

条件：

- 圆筒内外碳浓度保持恒定  
(管内为渗碳气氛，管外为脱碳气氛。)
- 经过一定的时间后，系统达到稳定态  
1000℃保温100h 后（达到平稳态扩散）
- 此时圆筒内各点的碳浓度恒定  
表中所列

则有：

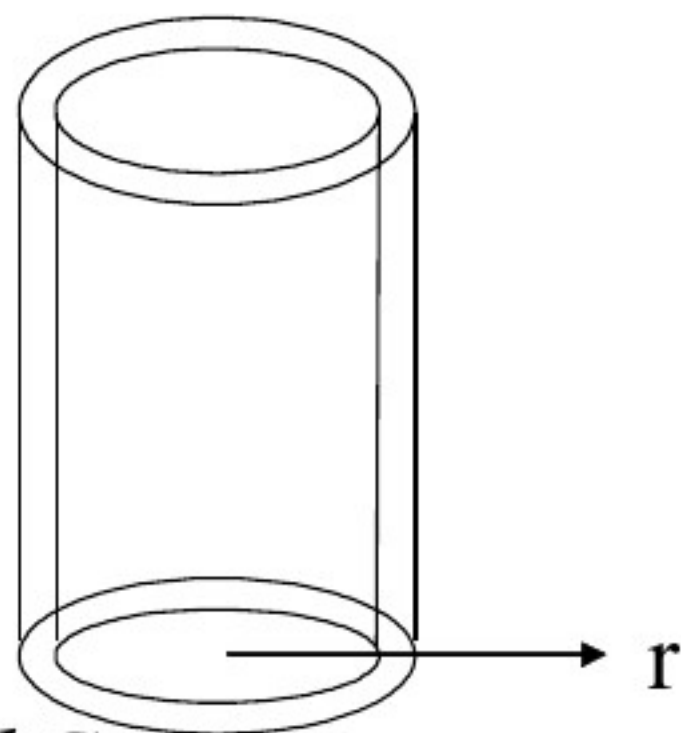


## 3、稳态扩散的实例

$$J = \frac{q}{A \cdot t} = \frac{q}{2\pi r l t} = -D \frac{dC}{dr}$$

其中： $q$ 为通过圆筒侧面的碳量

$r$ 为圆筒半径， $l$ 为圆筒高度



由此可得： $q = -D(2\pi l t r) \frac{dC}{dr} = -D(2\pi l t) \frac{dC}{d \ln r}$

$$\frac{dC}{d \ln r} = -\frac{q}{D 2\pi l t}$$

对于稳态扩散， $q/t$ 是常数， $C$ 与 $r$ 可测， $l$ 为已知值，  
故作 $C$ 与 $\ln r$ 的关系曲线，求斜率则得 $D$ 。



r/cm	w(C)/%	r/cm	w(C)/%
0.553	0.28	0.491	1.09
0.540	0.46	0.479	1.20
0.527	0.65	0.466	1.32
0.516	0.82	0.449	1.42

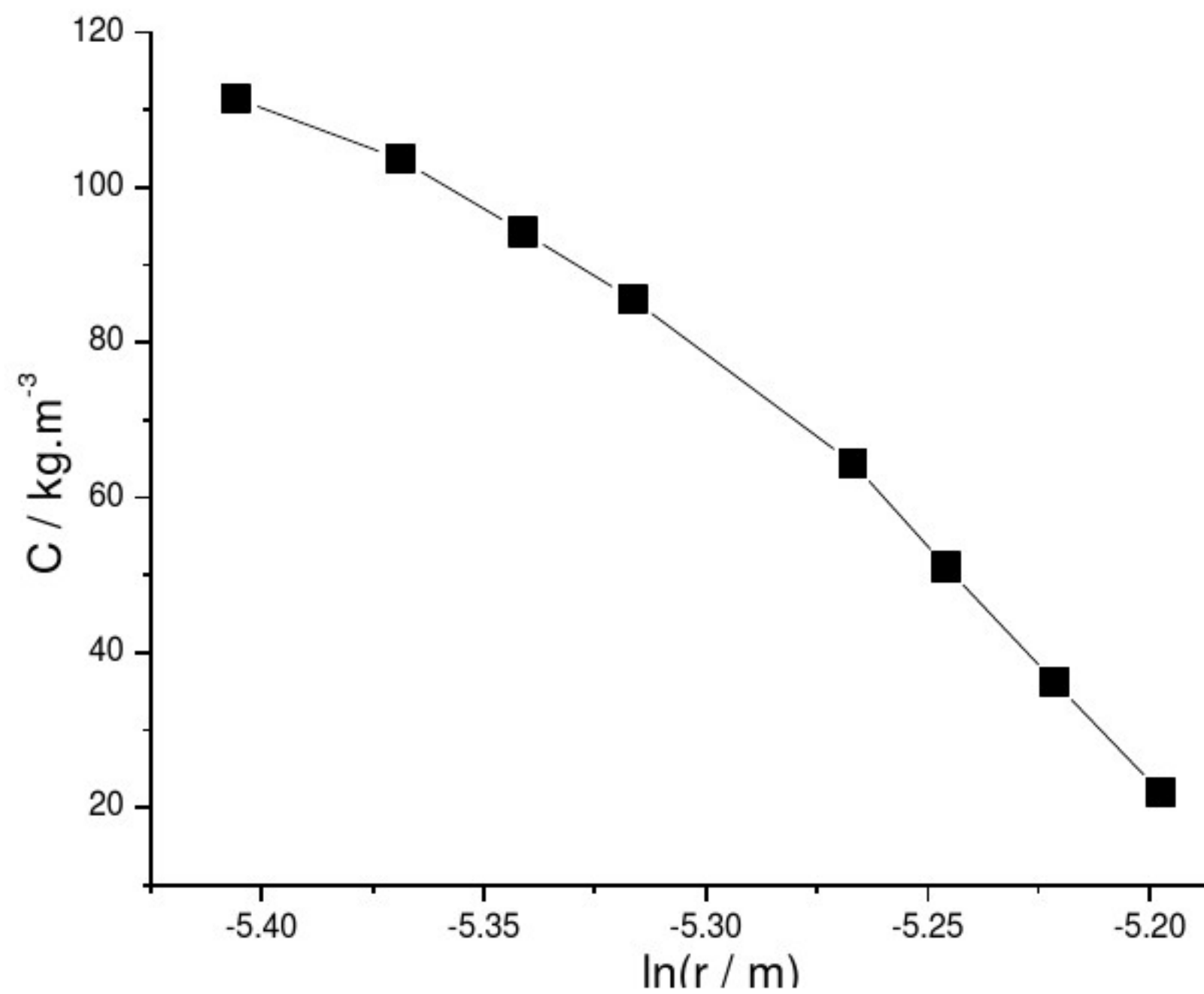
$$\frac{dC}{d \ln r} = -\frac{q}{D2\pi r l t}$$

C:kg/m<sup>3</sup>; r:m q:kg/m<sup>2</sup>.s D:m<sup>2</sup>/s l:m t:s

故C需转化为质量浓度，取钢的密度ρ=7.85g/cm<sup>3</sup>=7.85X10<sup>3</sup>kg/m<sup>3</sup>,得到

r / ×10 <sup>-3</sup> m	w(C)/ kg/m <sup>3</sup>	r / ×10 <sup>-3</sup> m	w(C)/ kg/m <sup>3</sup>
5.53	21.98	4.91	85.565
5.40	36.11	4.79	94.2
5.27	51.025	4.66	103.62
5.16	64.37	4.49	111.47

## 作(C)~(lnr)曲线



求各点的斜率k,根据

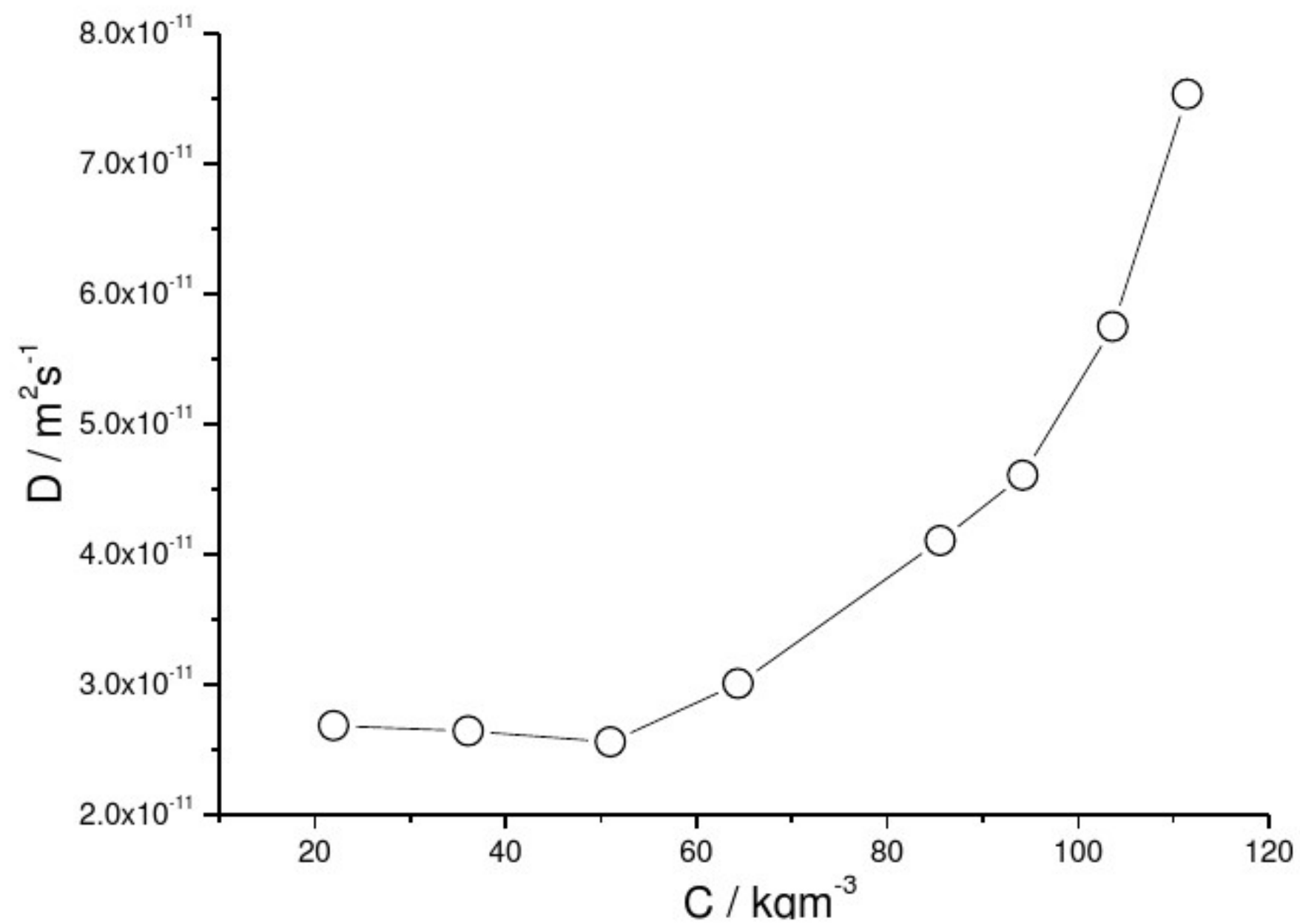
$$\frac{dC}{d \ln r} = -\frac{q}{D2\pi rlt}$$

可以求得

$$D = -\frac{q}{2\pi rltk}$$

$r / \times 10^{-3}\text{m}$	$D / \times 10^{-11}\text{m}^2/\text{s}$	$r / \times 10^{-3}\text{m}$	$D / \times 10^{-11}\text{m}^2/\text{s}$
5.53	2.68	4.91	4.10
5.40	2.64	4.79	4.60
5.27	2.56	4.66	5.75
5.16	3.00	4.49	7.53

## 作(C)~(D)曲线





2. 氢在金属中扩散较快，因此用金属容器贮存氢气会存在渗漏。假设钢瓶内氢压力为 $p_0$ ，钢瓶放置于真空中，其壁厚为 $h$ ，并且已知氢在该金属中的扩散系数为 $D$ ，而氢在钢中的溶解度服从，其中 $k$ 为常数， $p$ 为钢瓶与氢气接触处的氢压力。

1) 列出稳定状态下金属容器中的高压氢通过器壁的扩散方程；

2) 提出减少氢扩散逸失的措施。

达到稳定状态后，可以认为钢瓶内部的氢浓度分布不随时间发生变化，采用扩散第一定律。

$$(1) \quad J = -D \frac{\partial C}{\partial x}$$

而钢瓶内壁： $C = k\sqrt{p_0}$ ，钢瓶外壁  $C' = 0$ ，

$$\text{因此：} J = -D \frac{\partial C}{\partial x} = -Dk \frac{\sqrt{p_0}}{h}$$

(2) 依据上式，减少氢扩散逸失即需要减小J，因此可以采取的措施有：

- a) 选择合适的容器材料，以减小D和k；
- b) 降低容器内氢气压力 $p_0$ ；
- c) 增加容器壁厚h。

3. 一块厚钢板,  $w(\text{C})=0.1\%$ , 在  $930^\circ\text{C}$  渗碳, 表面碳浓度保持  $w(\text{C})=1\%$ , 设扩散系数为常数,  
 $D=0.738\exp[-158.98(\text{kJ/mol})/RT]$  ( $\text{cm}^2\cdot\text{s}^{-1}$ )。

问:

1. 距表面  $0.05\text{cm}$  处碳浓度  $w(\text{C})$  升至  $0.45\%$  所需要的时间。
2. 若在距表面  $0.1\text{cm}$  处获得同样的浓度 ( $0.45\%$ ) 所需时间又是多少?
3. 导出在扩散系数为常数时, 在同一温度下渗入距离和时间关系的一般表达式。



1. 利用fick第二定律误差函数解,

$$C = C_s - (C_s - C_0) \operatorname{erf} \left[ \frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right]$$

$C_s=1\%$ ,  $C_0=0.1\%$ ,  $C_x=0.45\%$ ,  $x=0.05$  带入后  
可以得到

$$\operatorname{erf} \left[ \frac{0.05}{2\sqrt{Dt}} \right] = 0.6111$$

查表求得  $t=5.2\text{h}$

同样可以求得 (2)

(3) 课堂上已讲过  $x \propto \sqrt{Dt}$

4.870℃渗碳与927℃渗碳相比，优点是热处理产品晶粒细小，淬火变形小，

问：

1. 870℃渗碳需要多少时间才能获得与927℃渗碳10小时相同的渗层厚度？（已知 $D_0$ 、 $Q$ ，忽略不同温度下碳在奥氏体铁中的溶解度差别）；
2. 若渗层厚度测至碳含量0.3%处，试问870℃渗碳10小时后所达到的渗层厚度为927℃渗碳同样时间所得厚度的百分之几？



$$D = D_0 \exp(-Q/RT)$$

$$\frac{D_{T1}}{D_{T2}} = \frac{D_0 \exp(\frac{-Q}{R \cdot T1})}{D_0 \exp(\frac{-Q}{R \cdot T2})} = \exp(\frac{Q}{R} \cdot \frac{T1 - T2}{T1 \cdot T2})$$

由上题,  $x \propto \sqrt{Dt}$

获得相同渗碳层深度, 则

$$\frac{t_{T1}}{t_{T2}} = \frac{D_{T2}}{D_{T1}}$$

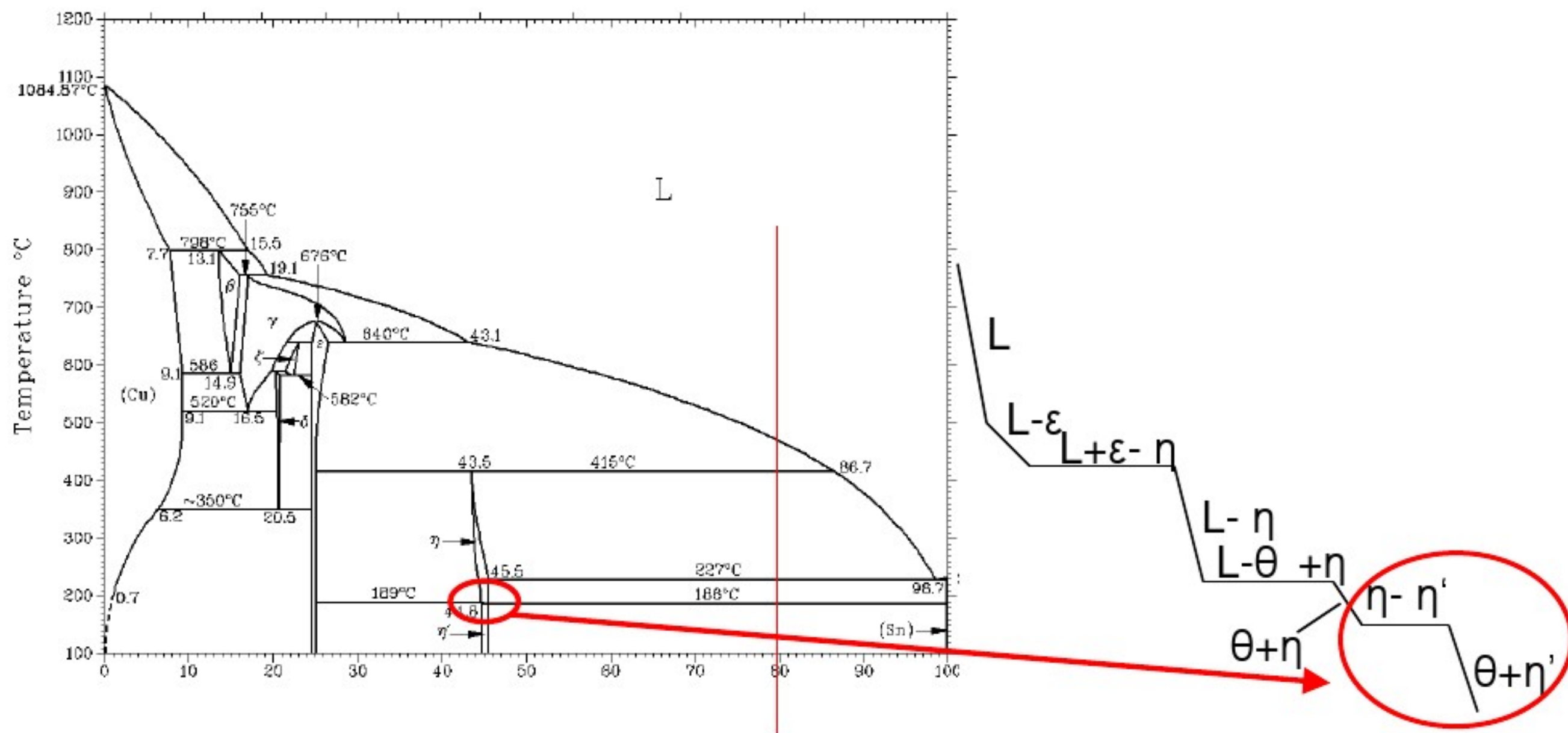
相同的渗碳时间,

$$\frac{x_{T1}}{x_{T2}} = \frac{\sqrt{D_{T1}}}{\sqrt{D_{T2}}} \quad \text{带入 } D_0 \text{ 和 } Q \text{ 即可}$$



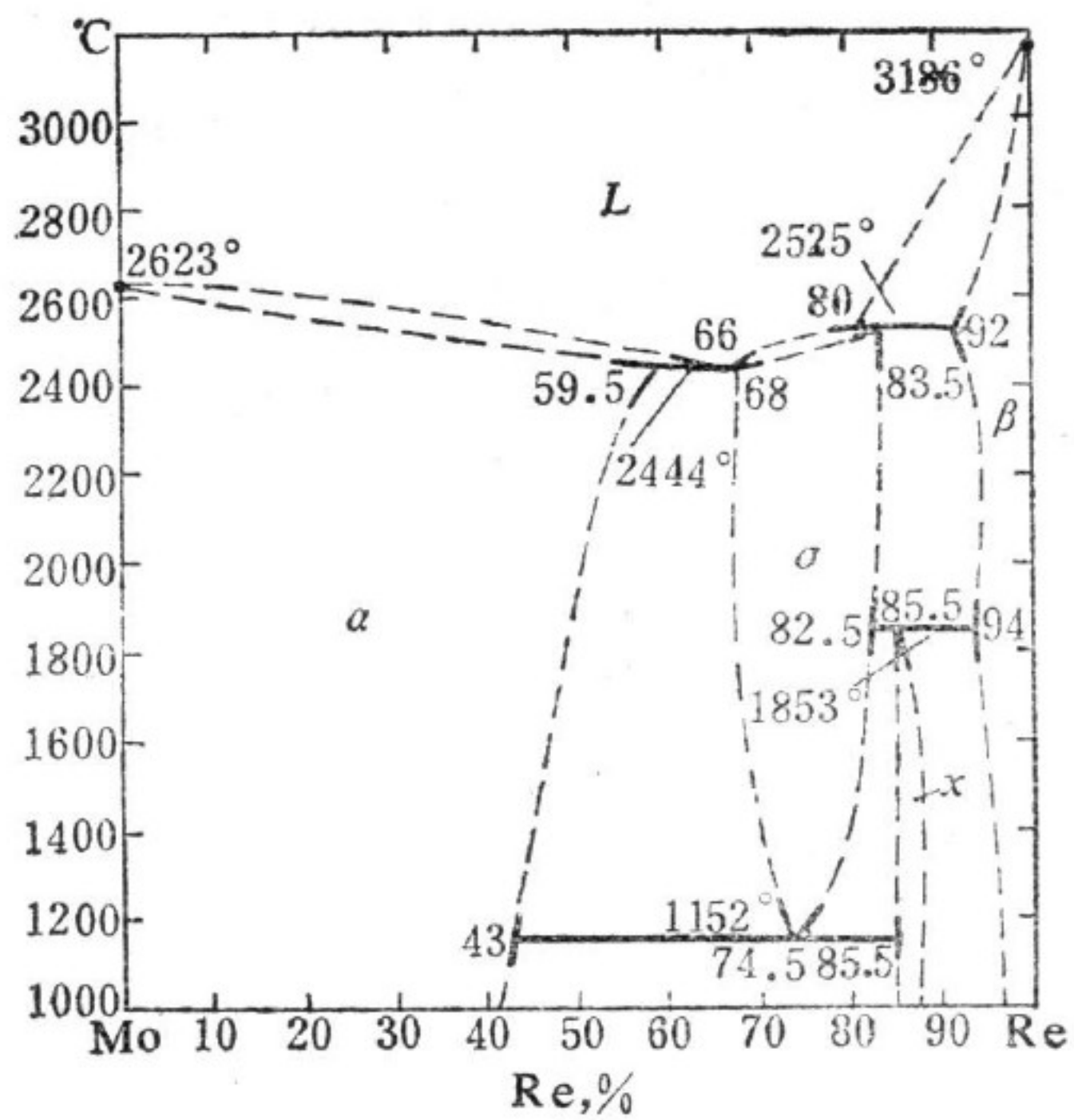
# 二元相图习题

- 1) Cu-Sn二元相图中的恒温转变? 11个 见P238
- 2) 20%Cu (不是20%Sn) 平衡冷却热分析曲线



## 2. 根据有关数据画二元相图

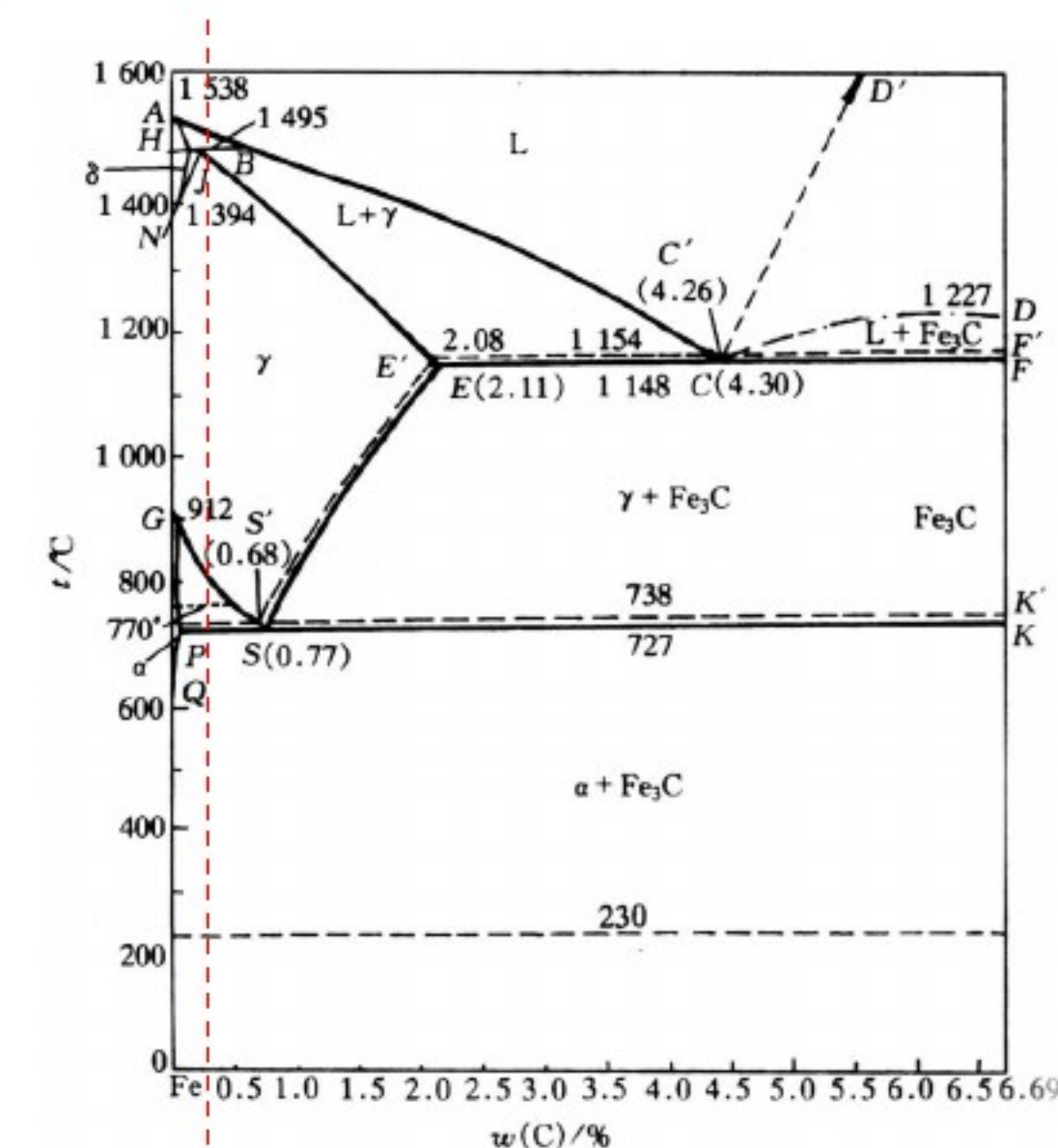
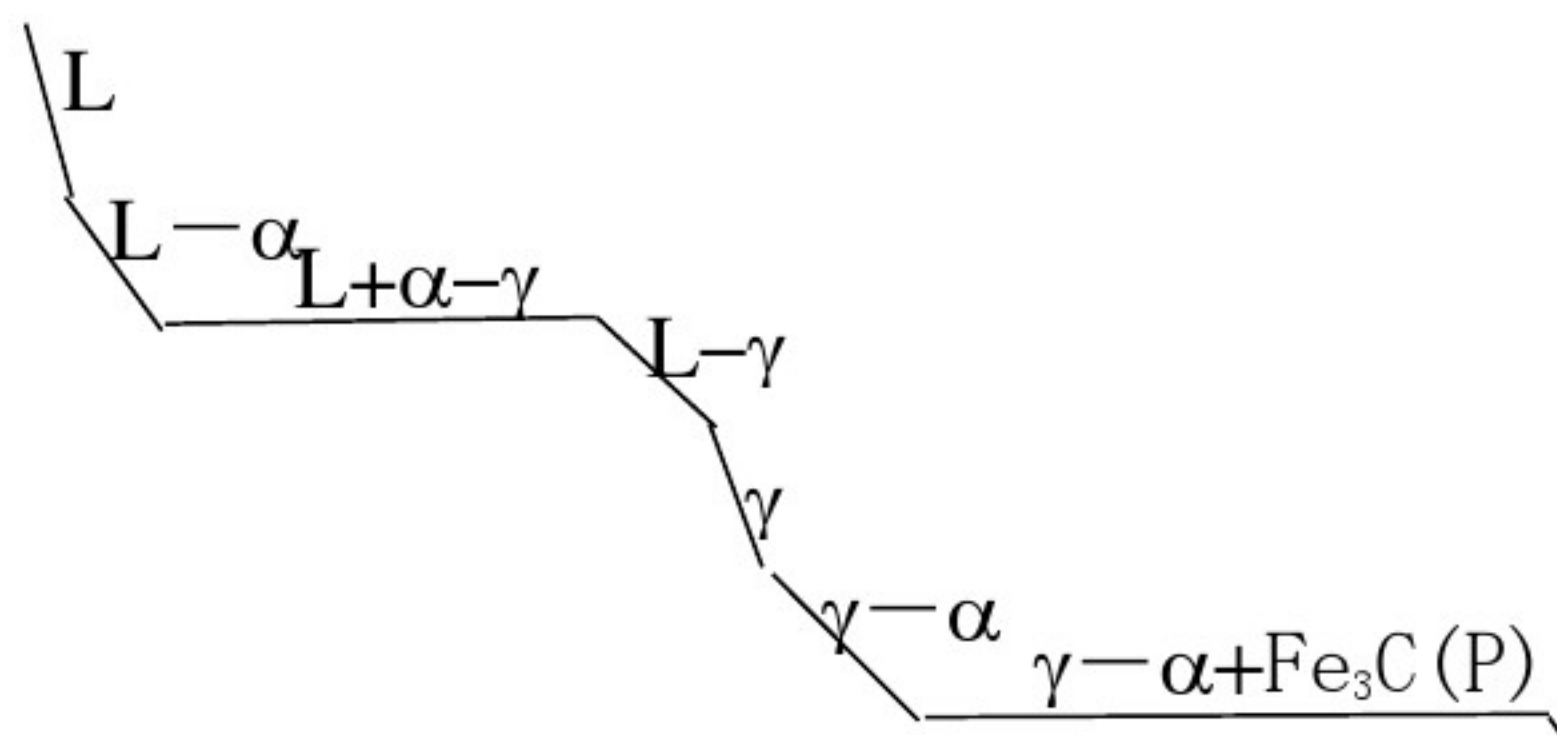
- 画出坐标 ( $C\%$ --- $T$ )
- 汇出三相平衡反应, 并给出反应类型
- 连接相应点



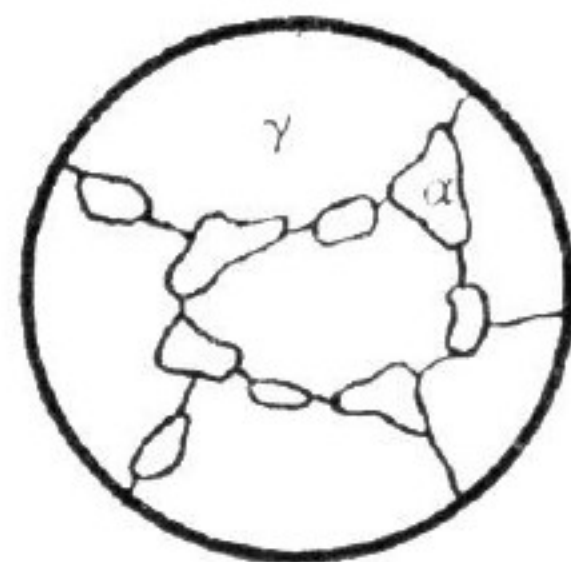


**3.**分析含碳量0.2%和1.5%的铁碳合金按亚稳系统从液态平衡冷却到室温的转变过程。用冷却曲线说明各阶段的组织，并画出各合金在730℃和720℃显微组织的示意图。

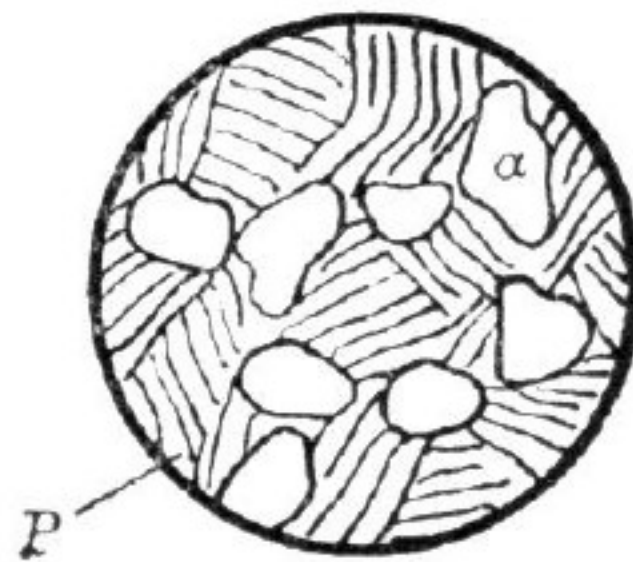
0.2%C



$\alpha + P + Fe_3C_{III}$

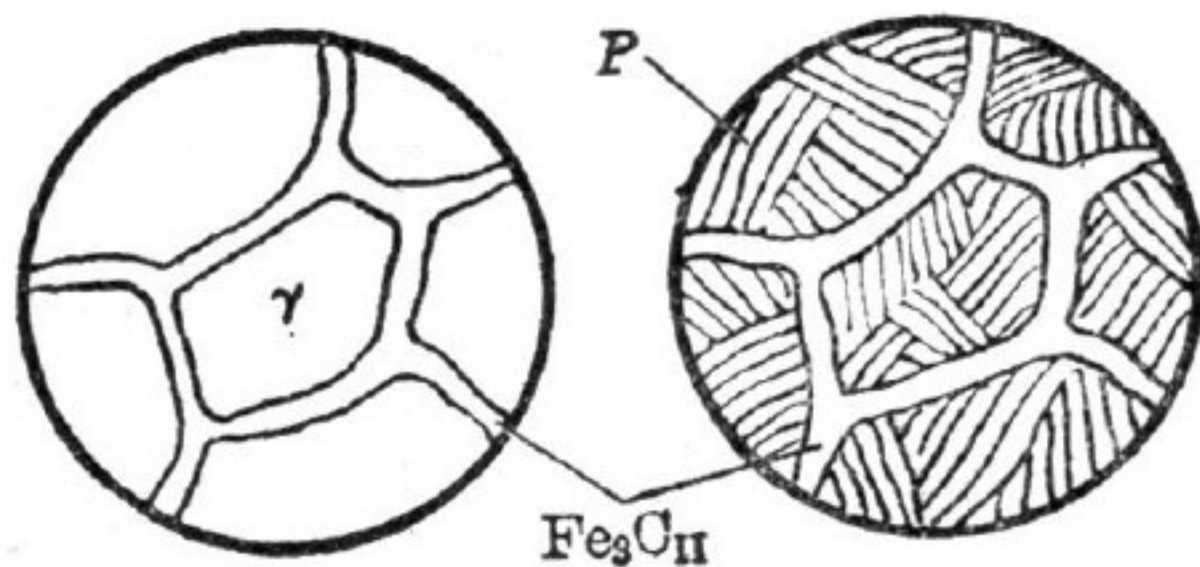
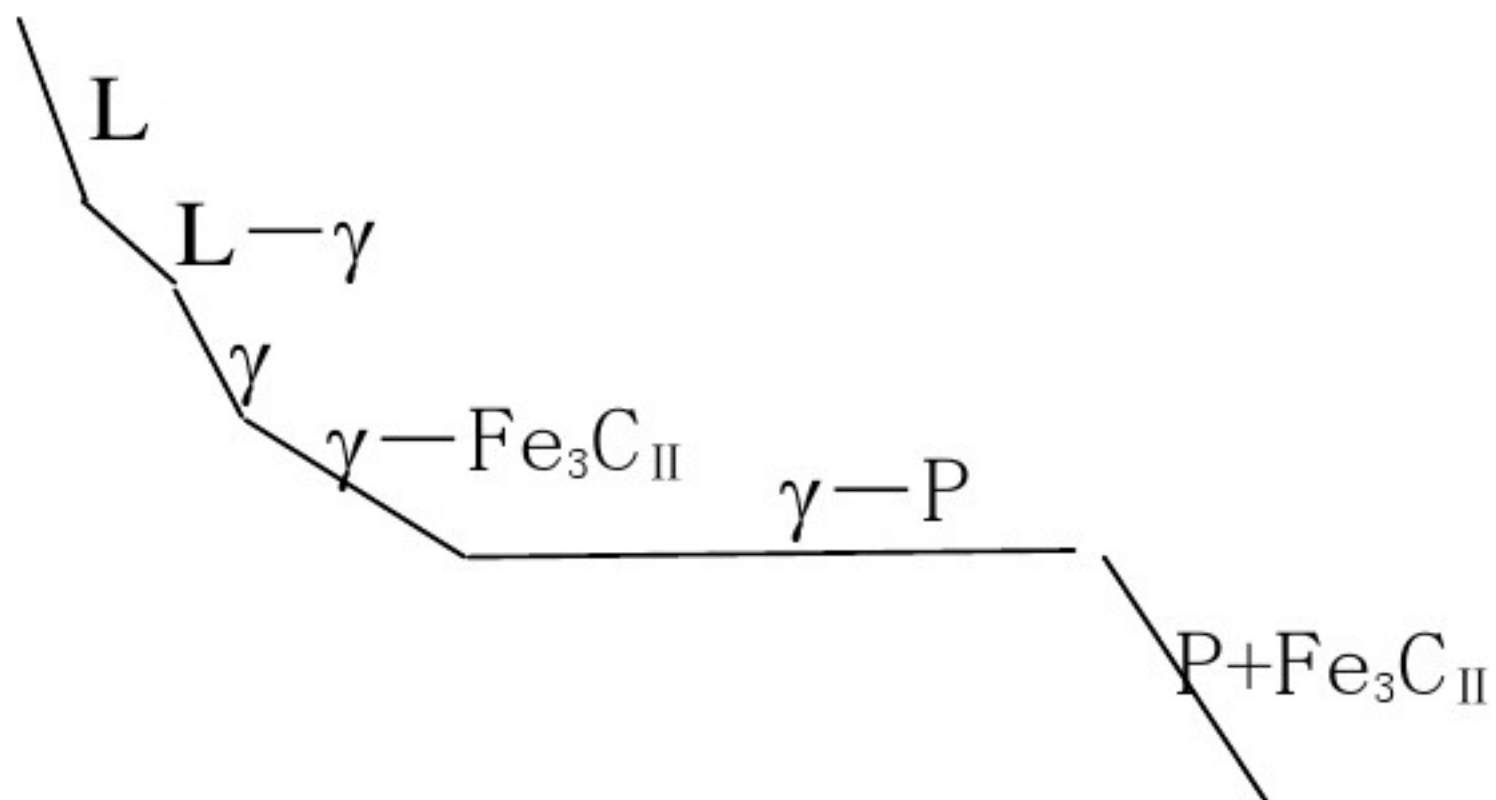


730°C



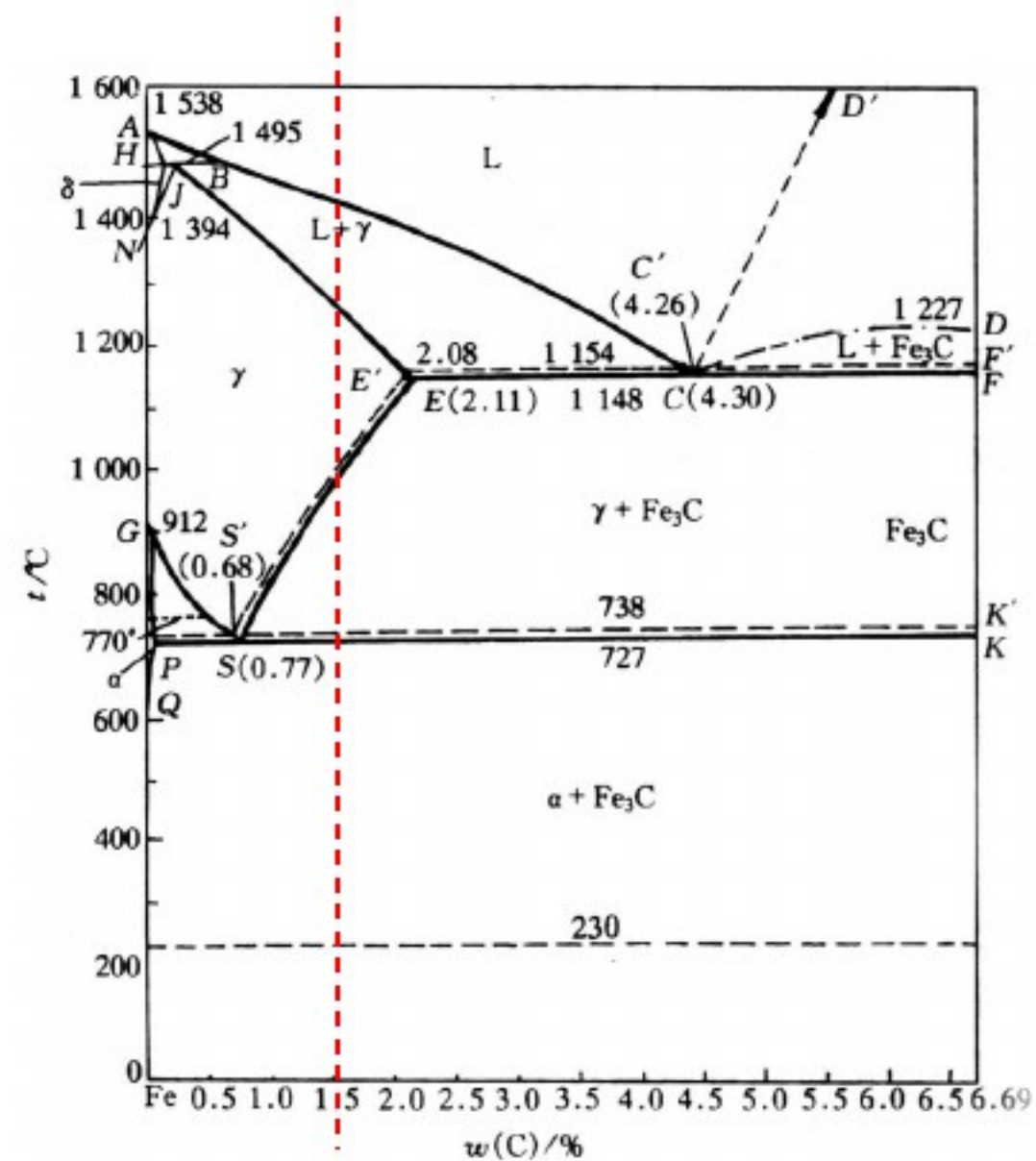
720°C


1.5%C



730°C

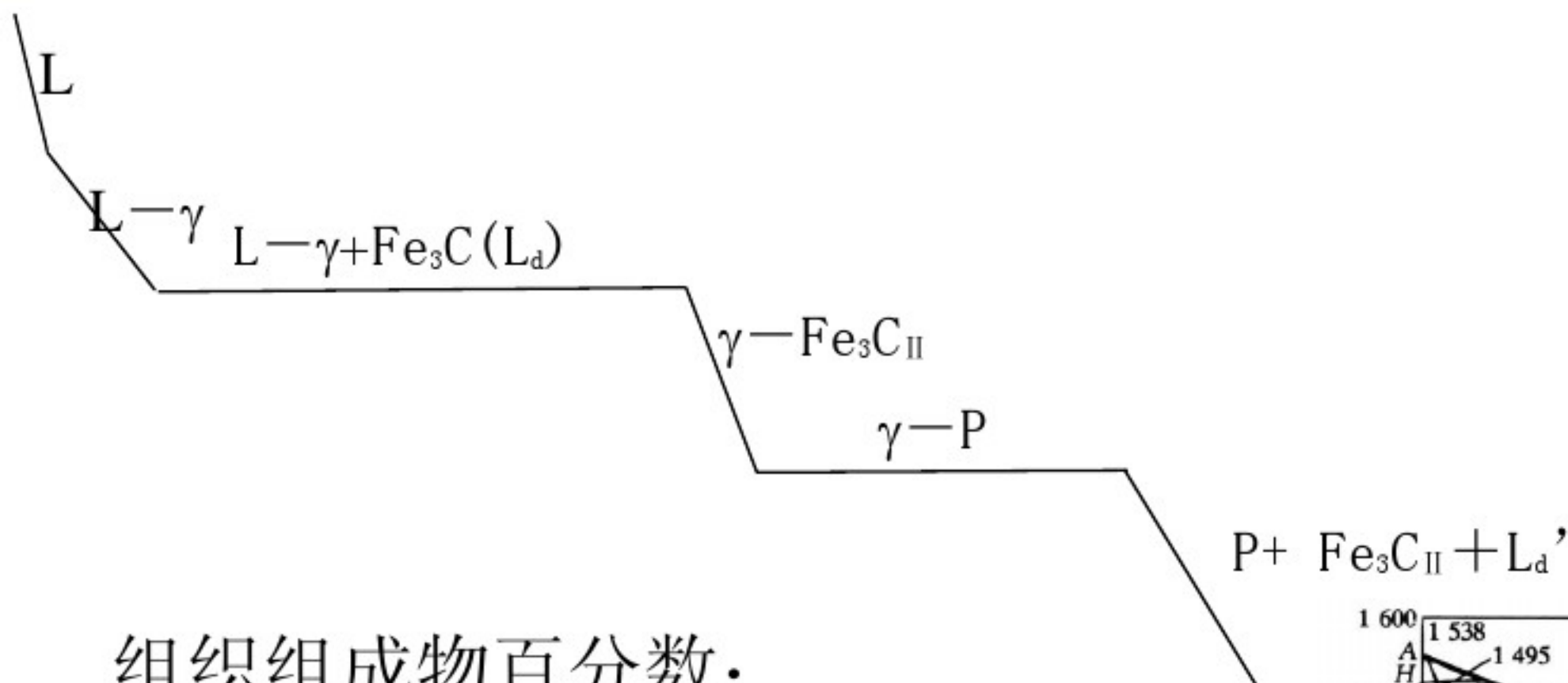
720°C





4. 分析含碳2.5%的铁碳合金按亚稳系统从液态平衡冷却到室温的转变过程，并计算各组织组成物在室温下的重量分数及各组成相的重量分数。



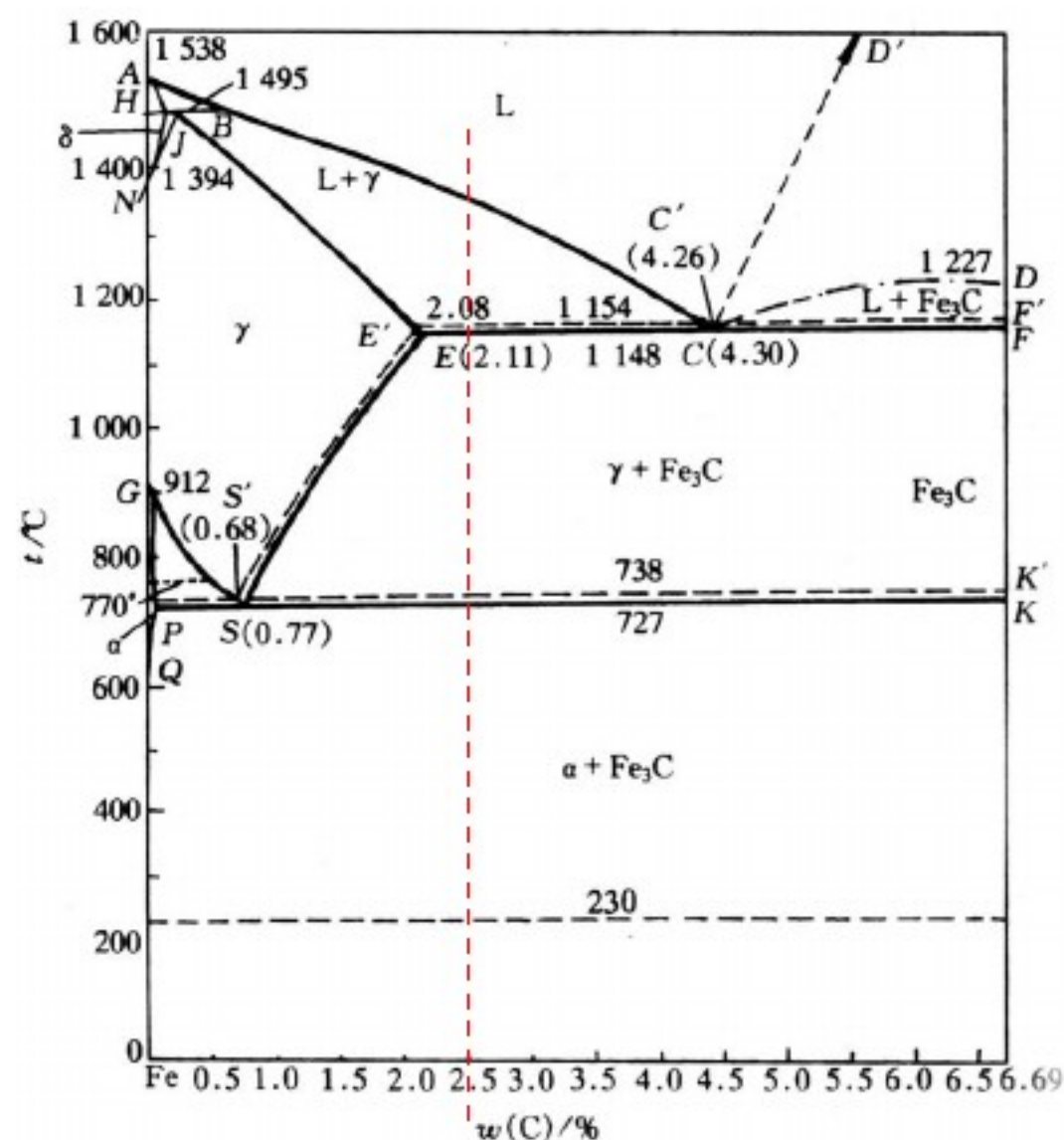


组织组成物百分数:

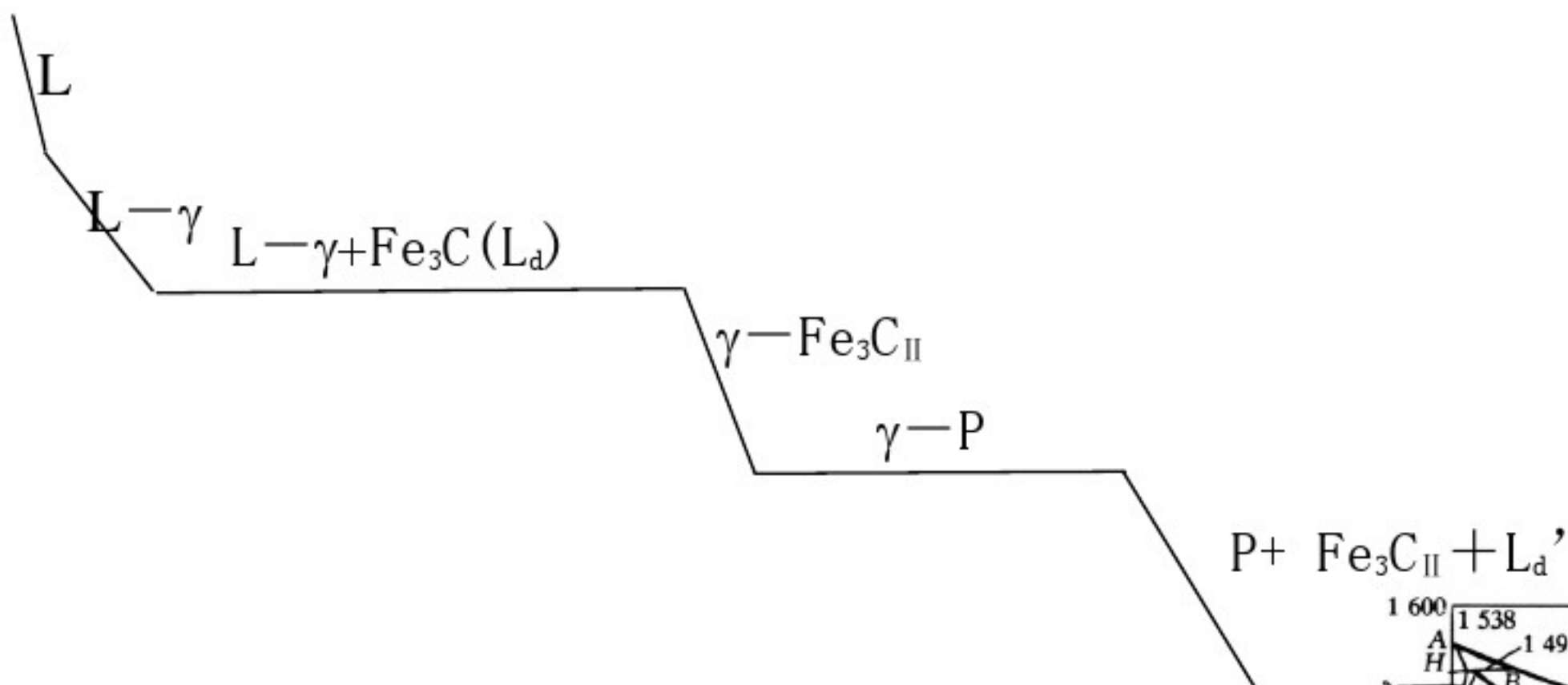
$$L_d' \% = \frac{2.5 - 2.11}{4.30 - 2.11} \times 100\% = 17.8\%$$

$$Fe_3C_{II} \% = \frac{4.3 - 2.5}{4.3 - 2.11} \times \frac{2.11 - 0.77}{6.69 - 0.77} \times 100\% = 18.6\%$$

$$P \% = \frac{4.3 - 2.5}{4.3 - 2.11} \times \frac{6.69 - 2.11}{6.69 - 0.77} \times 100\% = 63.6\%$$







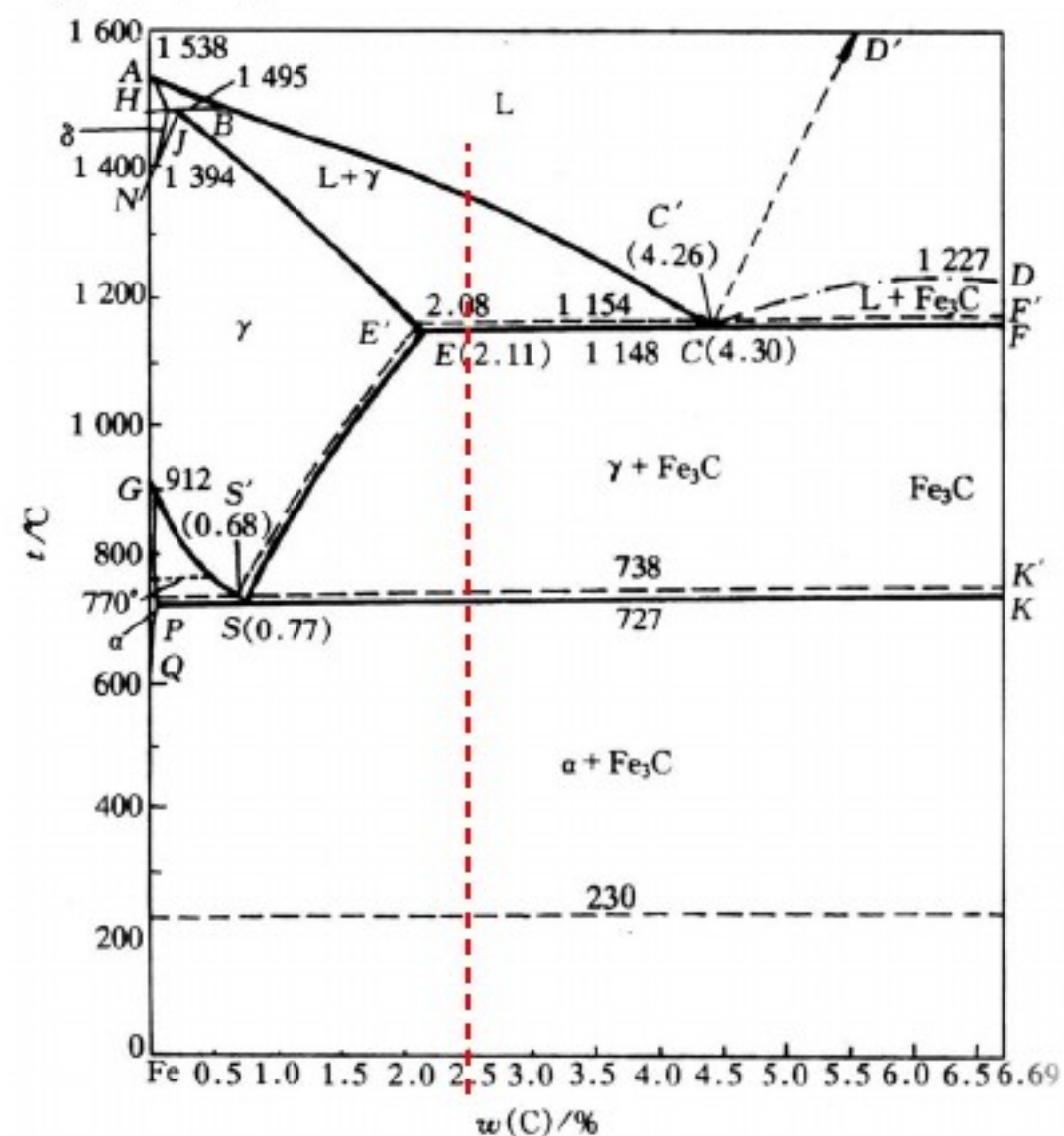
组成相百分数:


$$\alpha\% = \frac{6.69 - 2.5}{6.69} = 62.6\%$$

$$Fe_3C = \frac{2.5}{6.69} = 37.4\%$$

有抄袭现象:

$$\text{eg: } 82.2\% - 18.6\% = 13.6\%$$





5. 分别计算铁碳合金中二次渗碳体与二次石墨的最大可能含量。

双重相图:

Fe - Fe<sub>3</sub>C 亚稳系 C%=6.69%

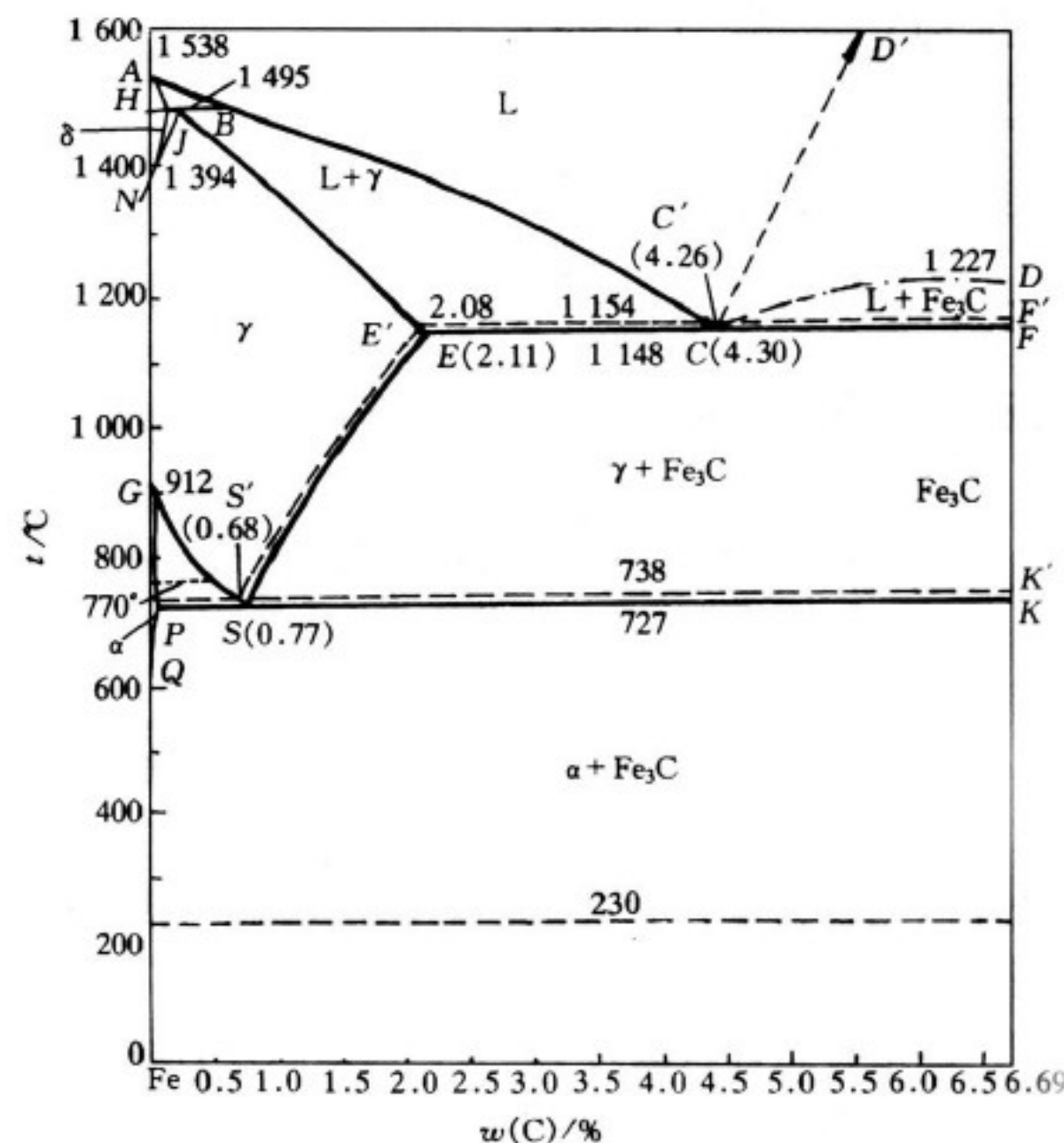
Fe - C 稳定系 C%=100%


$$Fe_3C_{II} \% = \frac{2.11 - 0.77}{6.69 - 0.77} \times 100\% = 22.6\%$$

$$C_{II} \% = \frac{2.08 - 0.68}{100 - 0.68} \times 100\% = 1.41\%$$

$$C_{II} \% = 22.6\% \times 6.69\% = 1.51\%$$

$$C_{II} \% = \frac{2.08 - 0.5}{6.69 - 0.5} = 25.52\%$$





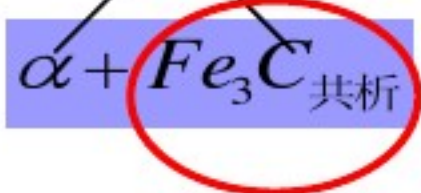
6. 计算变态莱氏体中共晶渗碳体、二次渗碳体和共析渗碳体的含量。

$$Fe_3C_{\text{共晶}} \% = \frac{4.3 - 2.11}{6.69 - 2.11} \times 100\% = 47.8\%$$

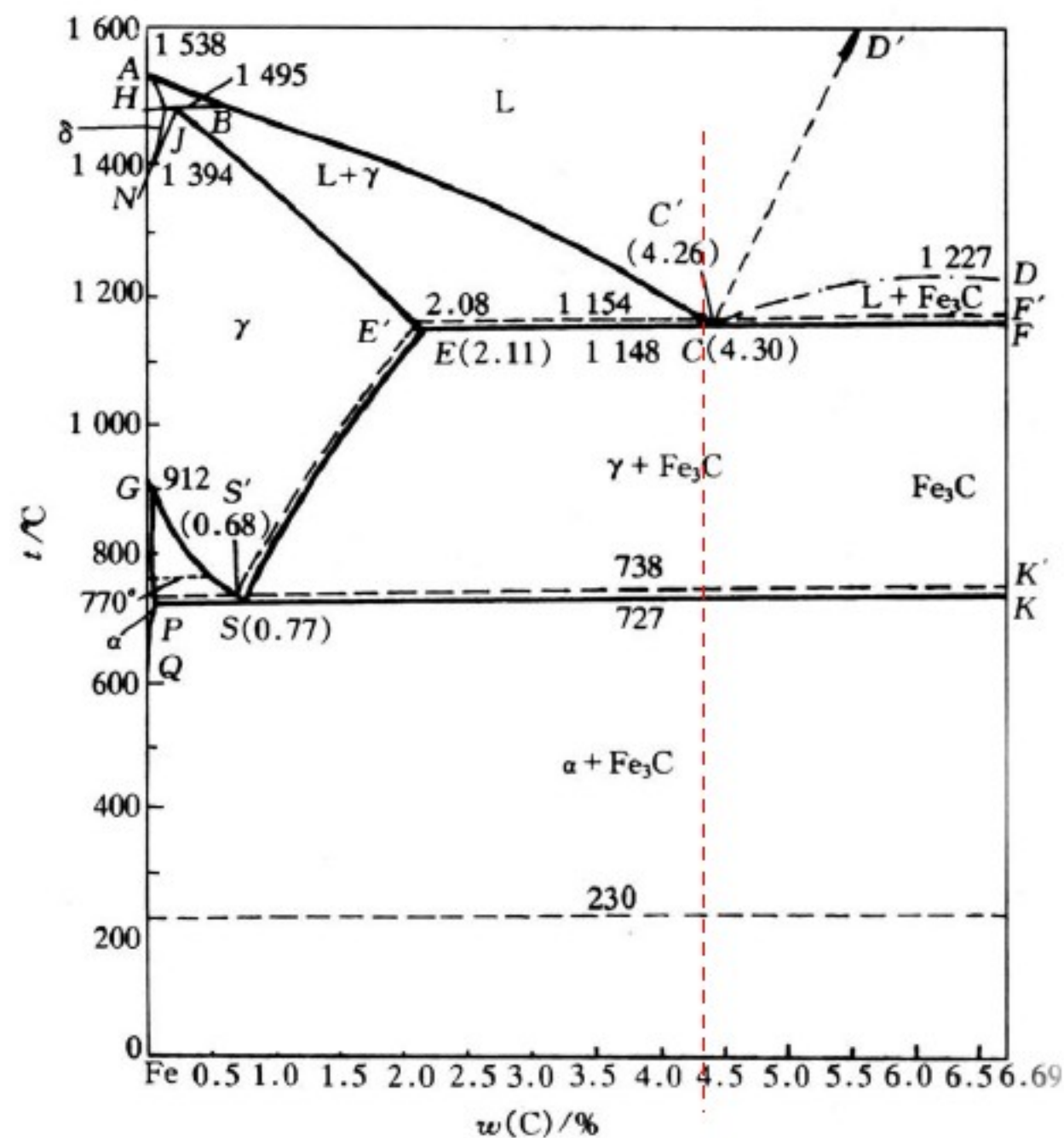
$$Fe_3C_{II} \% = (\gamma_{\text{共晶}} \%) \times \frac{2.11 - 0.77}{6.69 - 0.77} = 11.8\%$$

$$Fe_3C_{\text{共析}} \% = 1 - Fe_3C_{\text{共晶}} \% - Fe_3C_{II} \% \quad ?$$

$$(Ld') = (P + Fe_3C_{II} + Fe_3C_{\text{共晶}})$$



$$Fe_3C_{\text{共析}} \% = P\% \times \frac{0.77}{6.69}$$





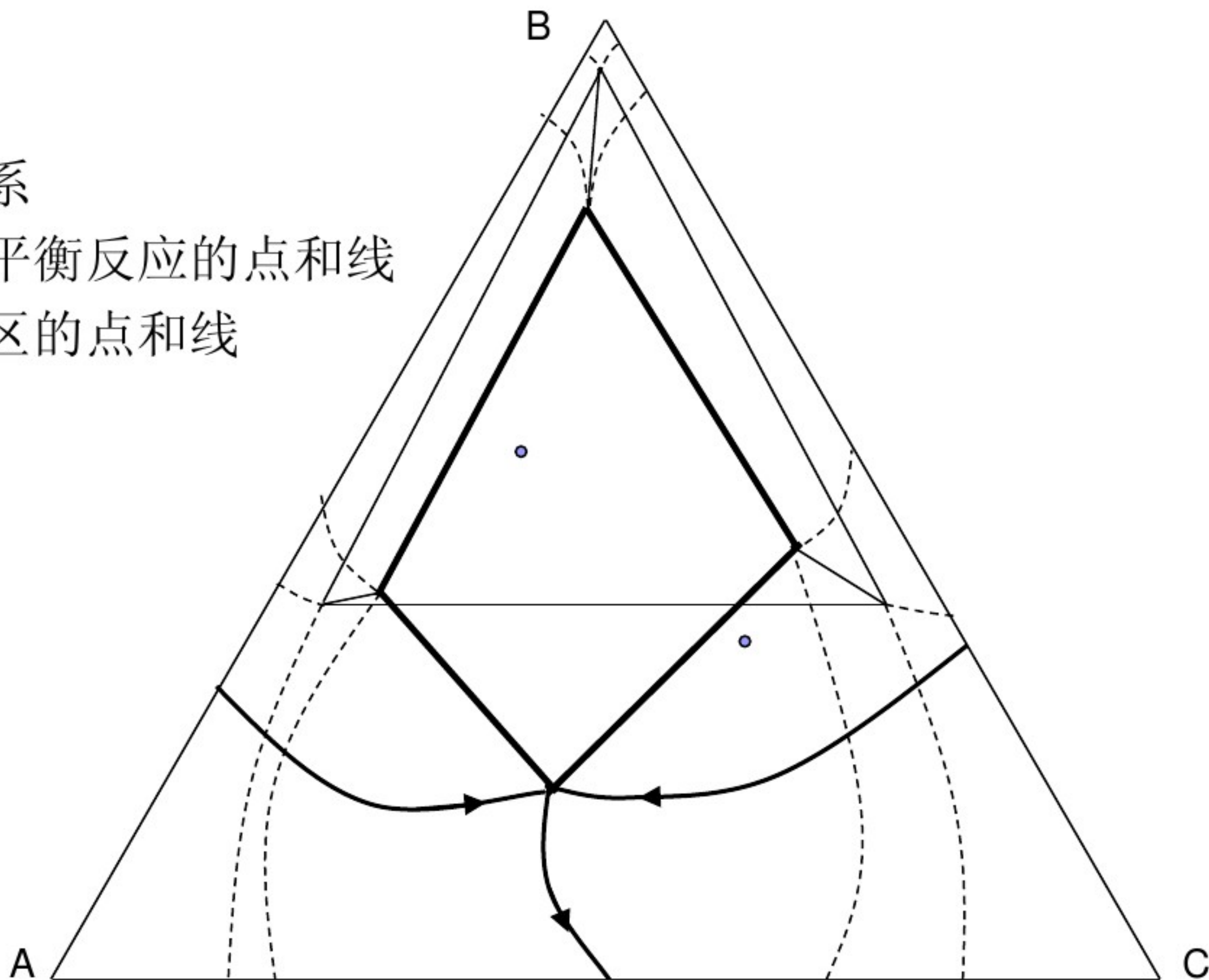


# 三元相图习题

## 1. 根据有关数据,

1. 画出系统的综合投影图;
2. 说明每个恒温反应的类型;
3. 描述成分为A-30%、B-55%、C-15%的合金凝固过程, 并计算这合金在 $945^{\circ}\text{C}$ 各相的相对百分比;
4. 描述成分为A-20%、B-35%、C-45%的合金凝固过程.

- 建立坐标系
- 描绘四相平衡反应的点和线
- 汇出三相区的点和线



## ■ 恒温反应的类型:

□ 四相:  $L+\beta\rightarrow\alpha+\gamma$

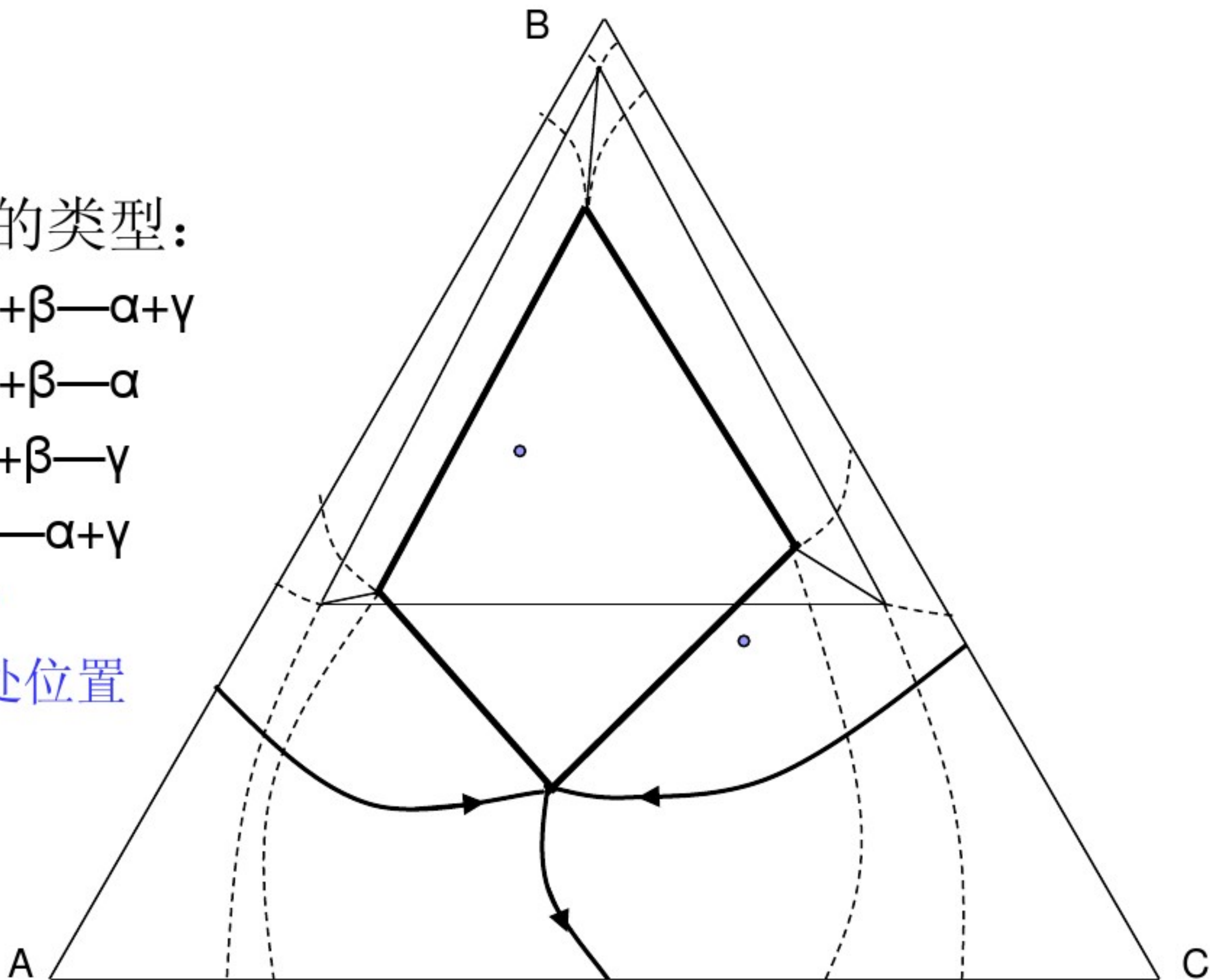
□ 三相:  $L+\beta\rightarrow\alpha$

$L+\beta\rightarrow\gamma$

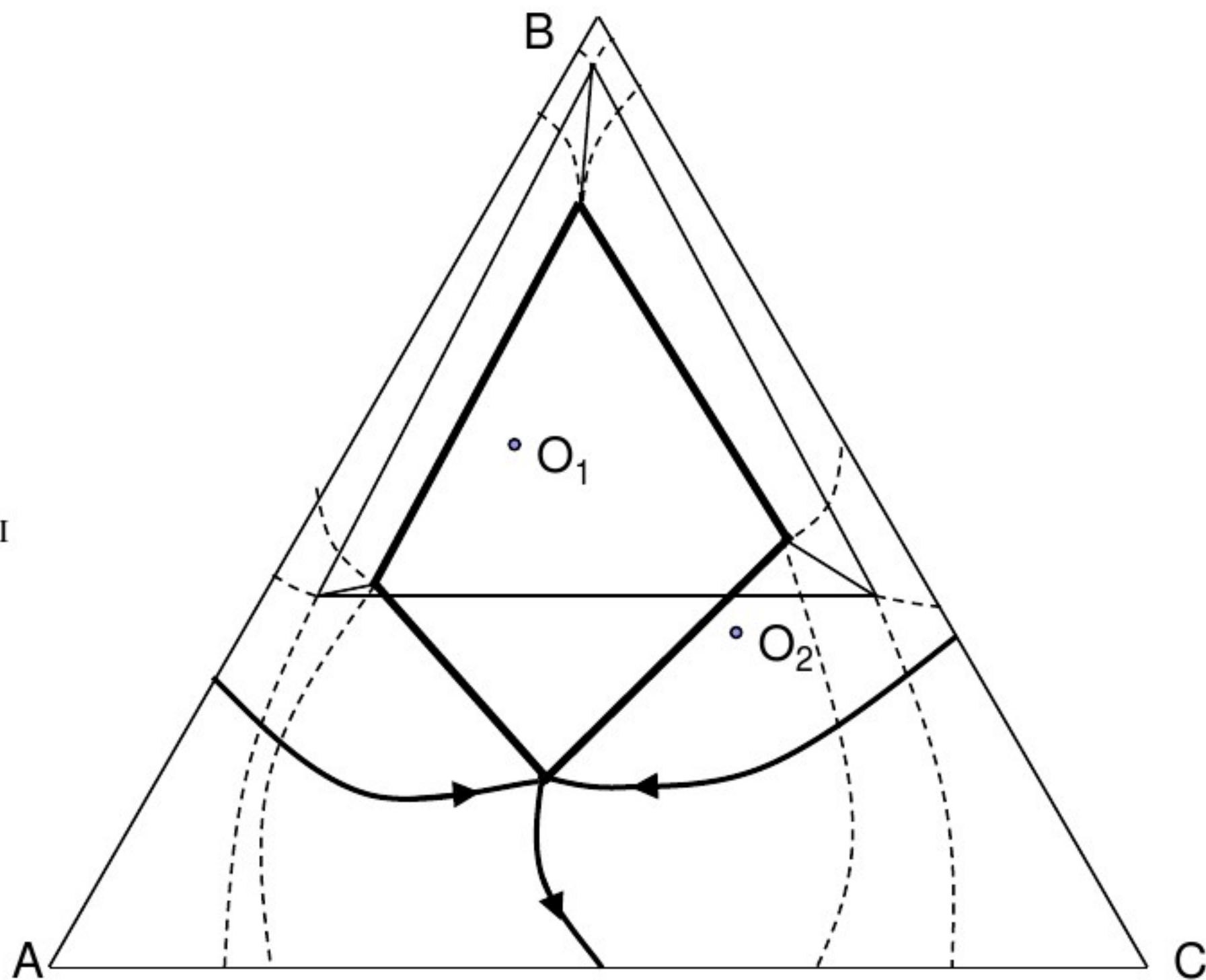
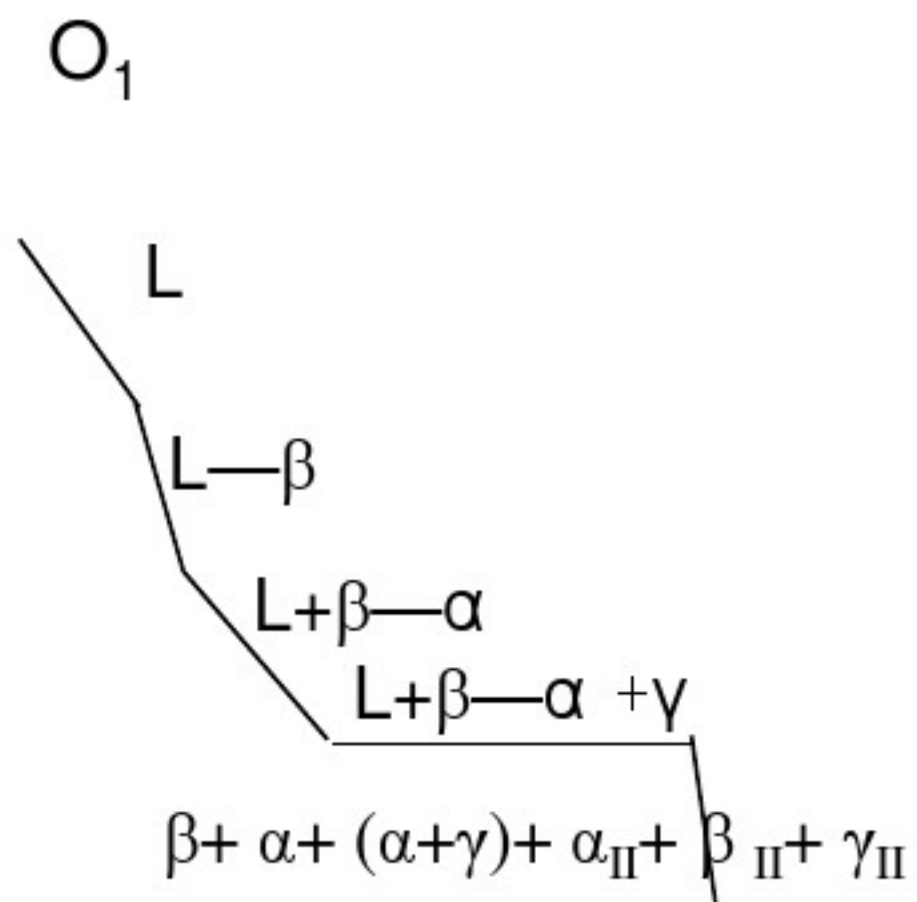
$L\rightarrow\alpha+\gamma$

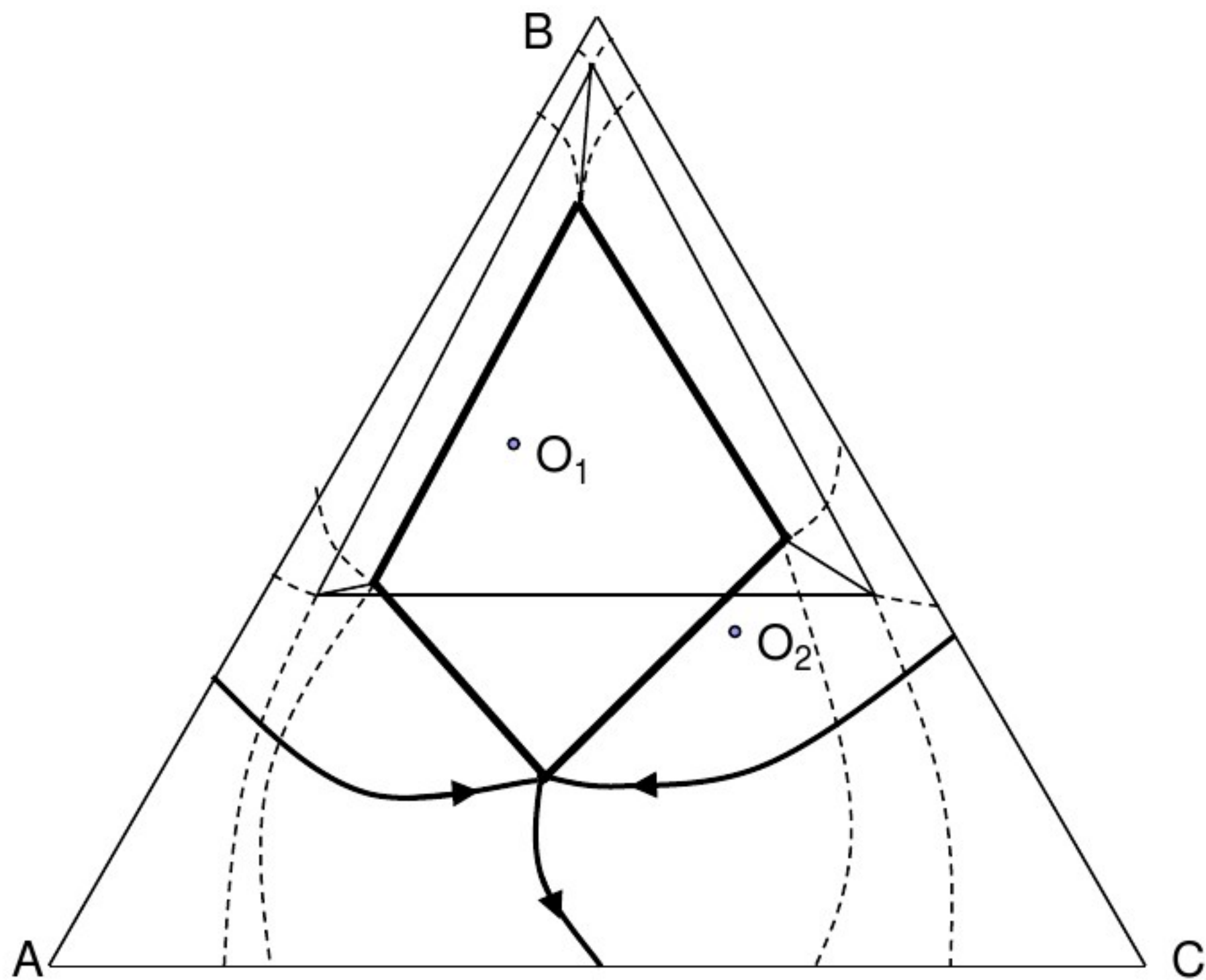
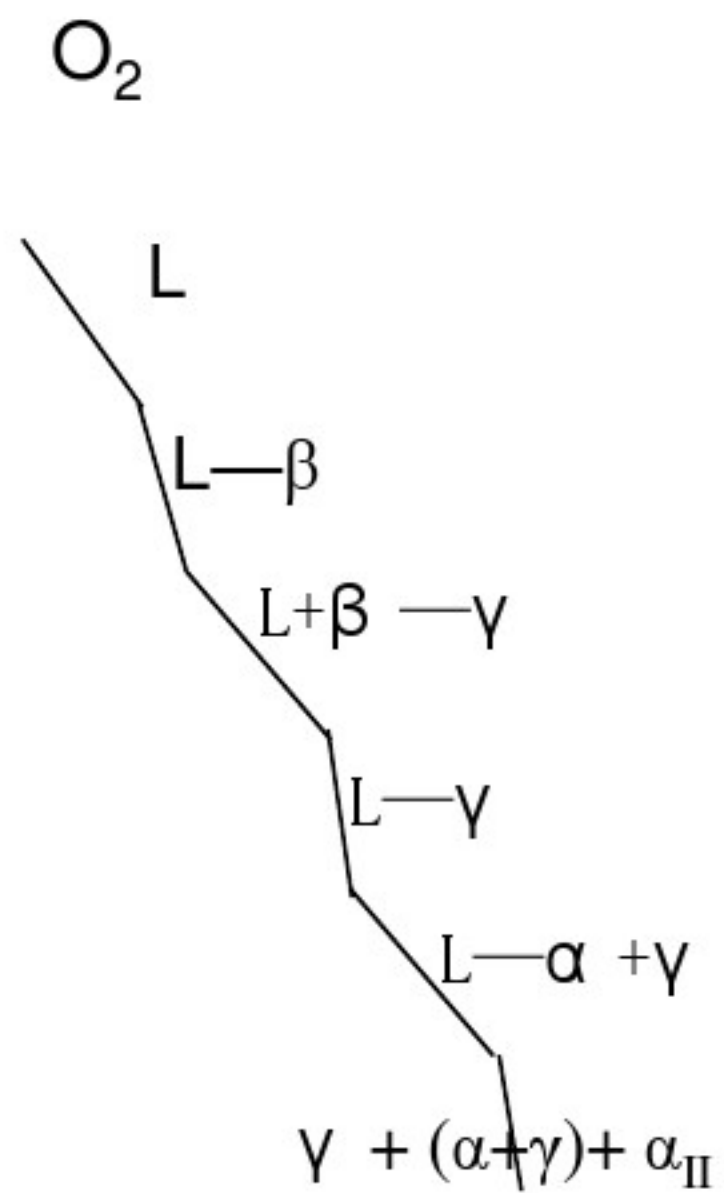
怎么判断?

液相线所处位置







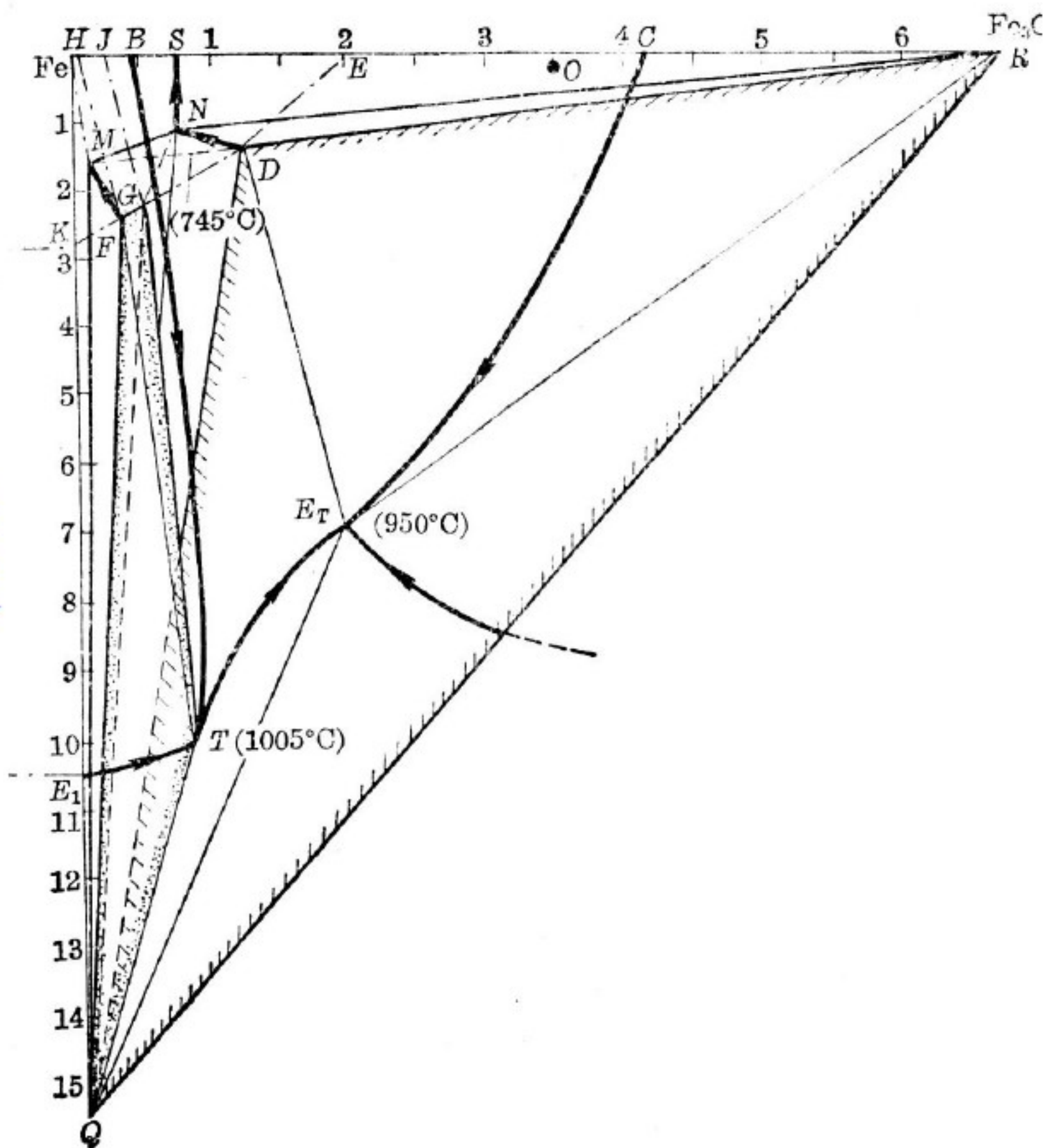


## 2. 根据Fe-Fe<sub>3</sub>C-Fe<sub>3</sub>P三元合金相图的投影图（教材图5-122）

1. 单独画出该三元系液相面的投影图，并列式说明这个三元系中可能出现哪些有液相参与的三相平衡反应；
2. 指出该三元系中由液相直接结晶出的单一固体；
3. 列式说明Fe-Fe<sub>3</sub>C-Fe<sub>3</sub>P三元系中的合金在下列温度范围内发生哪些无液相参与的三相平衡转变：  
1) 1005~745℃； 2) 950~745℃； 3) 745~725℃
4. 请说明发生相图所示的包共晶转变后，哪个成分范围内的合金仍有液相？并说明这些合金继续冷却时还会发生哪些转变。



1. 三元系**液相面**的投影图
2. 由液相直接结晶出的单一固体
3. 液相线划分的区域
4. 课上讲过，注意题目的本意应该是两四相平衡反应之间的三相平衡转变
5.  $L \rightarrow \gamma + \text{Fe}_3\text{P}$







# 凝固习题

## ■ 1.边长为a的临界半径和形核功

$$\Delta G = V\Delta G_V + A\sigma = a^3\Delta G_V + 6a^2\sigma$$

$$\frac{d(\Delta G)}{da} = 0$$

$$\Rightarrow a^* = -\frac{4\sigma}{\Delta G_V}$$

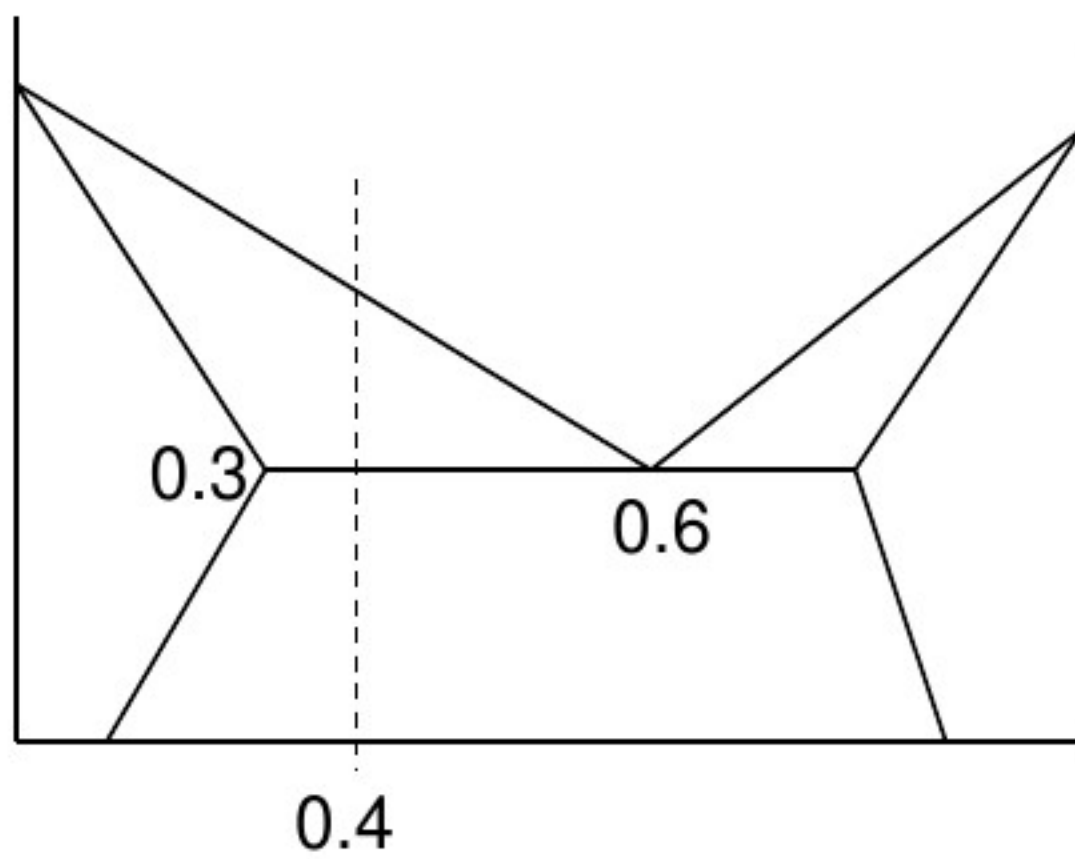
$$\Delta G^* = -\frac{64\sigma^3}{\Delta G_V^2} + \frac{96\sigma^3}{\Delta G_V^2} = \frac{32\sigma^3}{\Delta G_V^2}$$

2.承上题, 证明  $\Delta G^* = -\frac{1}{2}V\Delta G_V$

$$-\frac{1}{2}V\Delta G_V = -\frac{1}{2} \cdot \frac{-64\sigma^3}{\Delta G_V^3} \cdot \Delta G_V = \frac{32\sigma^3}{\Delta G_V^2}$$

$$\text{即} \Delta G^* = -\frac{1}{2}V\Delta G_V$$

3.





1.  $k_0=k_e=0.3/0.6=0.5$

2. 共晶凝固之前显然是固溶体凝固，液相完全混合时，有

$$C_S = k_0 C_0 \left(1 - \frac{Z}{L}\right)^{k_0-1}$$

代入数据可算得 $Z/L=0.56$ ，所以共晶体位 $1-Z/L=0.44$

应用杠杆定理？

