

目 录

第一章 晶体结构	
习题.....	1
解答.....	71
第二章 晶体缺陷	
I 点缺陷	
习题.....	7
解答.....	84
II 位错	
习题.....	9
解答.....	88
III 界面	
习题.....	16
解答	111
第三章 纯金属材料的凝固	
习题.....	20
解答	123
第四章 二元合金及其凝固	
习题.....	24
解答	132
第五章 三元合金及其凝固	
习题.....	33
解答	149
第六章 固体中的扩散	
习题.....	45
解答	161
第七章 金属和合金的塑性变形	
习题.....	50
解答	175
第八章 回复和再结晶	
习题.....	57
解答	189
第九章 固体中的相变	
习题.....	61
解答	195

第十章 综合题

习题.....	68
解答	209
主要参考书	216
附录	
国际单位制常用单位	217
国际单位制中倍数和约数的词头名称	217
单位换算转换因子	218
常用常数	218

习 题 部 分

第一章 晶体结构

一、选择题

1. 图 1-1(a)、(b)分别为两种金属内部原子排列的二维平面图,它们_____。

- A. 属于同一种空间点阵,但具有不同的晶体结构
- B. 属于不同的空间点阵,且具有不同的晶体结构
- C. 属于同一种空间点阵,且具有相同的晶体结构

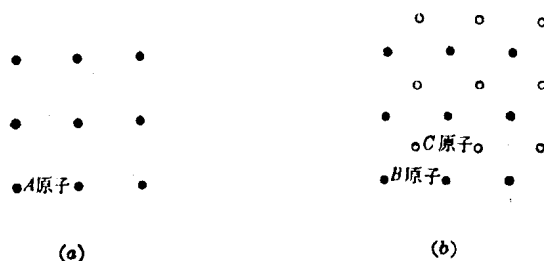


图 1-1

2. 金属的三种常见晶体结构中,_____结构不能称作为一种空间点阵。

- A. 密排六方
- B. 面心立方
- C. 体心立方

3. 一块单相多晶体包含_____。

- A. 不同化学成分的几部分晶体
- B. 相同化学成分,不同结构的几部分晶体
- C. 相同化学成分,相同结构,不同位向的几部分晶体

4. 图 1-2 为体心立方点阵某晶面的原子排列示意图 (a 为点阵常数),据此可知此晶面的晶面指数是_____。

- A. (111)
- B. (101)
- C. (112)

5. 图 1-3 为用吴氏网测定极射赤平投影图上各极点间夹角的示意图,图中 R 、 S 、 K 、 T 各极点分别代表不同的晶面,其中_____。

- A. R 和 T , S 和 K 之间的夹角相等
- B. R 和 S , S 和 K , T 和 K 之间的夹角相等

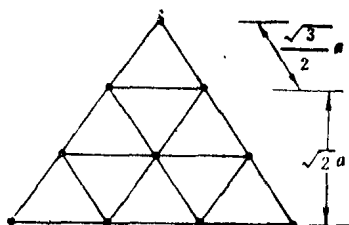


图 1-2

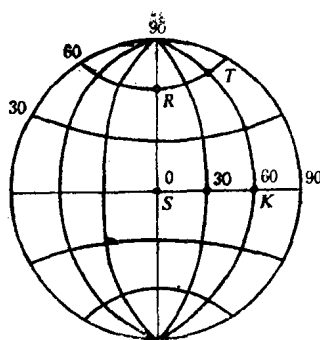


图 1-3

C. R 和 S , S 和 K , T 和 K , R 和 T 之间夹角全都相等

6. 在立方系中点阵常数通常是指_____。

- A. 最近的原子间距
- B. 晶胞棱边的长度

7. 每一个面心立方晶胞中有八面体间隙 m 个, 四面体间隙 n 个, 其中_____。

- A. $m=4, n=8$
- B. $m=13, n=8$
- C. $m=1, n=4$

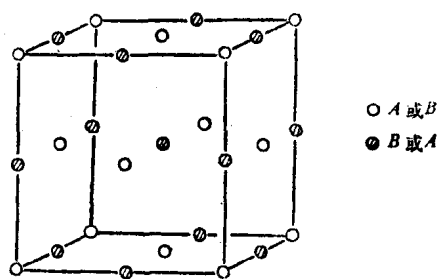


图 1-4

8. 在图 1-4 所示的由 A 、 B 两种原子组成的晶体结构中, 原子的配位数为_____。

- A. 4
- B. 6
- C. 8
- D. 12

9. 晶体结构中原子的配位数降低时, 原子半径_____。

- A. 收缩
- B. 膨胀
- C. 不发生变化

10. 晶面间距公式 $d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$ 适用于_____的一切晶面 (h, k, l 为密勒指数):

- A. 立方晶系所包含的三种点阵
- B. 立方和四方晶系所包含的各种点阵
- C. 简单立方点阵

11. 原子排列最密的一族晶面其面间距_____。

- A. 最小
- B. 最大

12. 已知 $\text{Fe}-\text{Cr}$ 相图(示意图)如图 1-5, 根据此图可以推测 Cr 的晶体结构为_____。

- A. 体心立方
- B. 面心立方

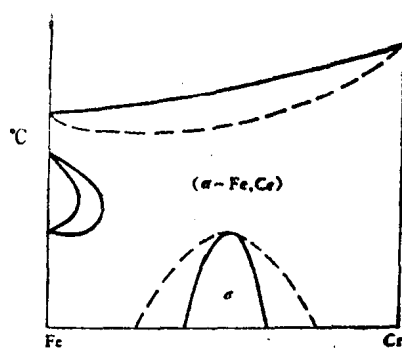


图 1-5

C. 密排六方

13. 在面心立方结构的固溶体合金中,原子的有序化最易在下列成分处出现: $A(at\%)$: $B(at\%)$ 为_____。

A. 1:1

B. 1:2

C. 1:3

14. 氮、氧在金属中一般占据间隙位置,这是因为_____。

A. 金属中间隙半径大于氮、氧原子半径

B. 氮、氧都是气体

C. 氮、氧原子半径较小,能挤入金属中的间隙位置

15. 判断下述说法的正确性:致密度高的密排结构金属作为溶剂形成间隙固溶体时,其溶解度总比致密度低的金属小。

A. 正确

B. 错误

16. 合金相中的间隙化合物一般是指_____。

A. 非金属原子半径 r_x 与过渡族金属原子半径 r_M 之比 $r_x/r_M < 0.59$ 时形成的具有复杂晶体结构的化合物

B. 可作为溶质溶入其它金属的化合物

二、解答题

1-1 将元素周期表内所有元素按金属性强弱分成: (1)金属; (2)非金属; (3)弱金属性元素。

1-2 为什么正交晶系中可有简单正交、底心正交、面心正交、体心正交四种空间点阵,而正方晶系中只有简单正方和体心正方两种点阵类型?

1-3 画出面心立方点阵和体心立方点阵的初基晶胞,求出其基矢及基矢间的夹角。

1-4 画出立方晶系以下晶面及晶向: (130) 、 $(12\bar{1})$ 、 (110) 、 $(\bar{3}02)$ 、 $[112]$ 、 $[\bar{2}11]$ 、 $[110]$ 、 $[0\bar{1}1]$ 、 $[312]$ 。

1-5 简单立方晶胞如图 1-6 所示, R 为底面中心。

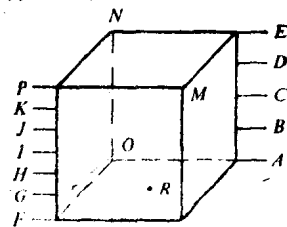


图 1-6

(1) 给出下列晶向指数:

(a) G 到 D

(b) O 到 L

(c) F 到 M

(d) N 到 R

(e) R 到 C

(f) C 到 N

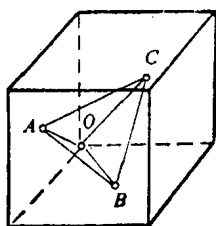


图 1-7

(g) F 到 C

(2) 给出下列晶面指数:

(a) FAN

(b) KFA

(c) HAN

(d) NRC

(e) $NIIC$

1-6 试标出图 1-7 所示 $f.c.c$ 晶胞中四面体 $ABCO$ 的各个面的晶面指数及各棱边的晶向指数(A, B, C 为三个相邻晶面的面心原子)。

1-7 画出六方晶系的下列晶面和晶向: $(11\bar{2}0)$ 、 (0001) 、 $(10\bar{1}2)$ 、 $(2\bar{1}\bar{1}0)$ 、 $[11\bar{2}0]$ 、 $[0001]$ 、 $[\bar{1}2\bar{1}3]$ 、 $[\bar{1}2\bar{1}1]$ 。

1-8 图 1-8 示出一密排六方晶胞, 试求:

(1) 从底心原子 O 到 $\frac{c}{2}$ 高度原子 A 的方向指数;

(2) 从底心原子 O 到六方体对角原子 B 的方向指数;

(3) 由 $O'MN$ 三个原子构成的晶面的晶面指数。

1-9 铝的原子半径为 0.1431 nm , 原子量为 26.97 , 试计算铝的密度。

1-10 钼具有体心立方结构, 其密度 $\rho = 10.2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 原子量为 95.94 , 试求钼的原子半径。

1-11 (1) $\alpha\text{-Fe}$ 的晶格常数为 0.286 nm , 试计算和比较 $[100]$ 、 $[110]$ 、 $[111]$ 方向上的原子密度;

(2) 对晶格常数为 0.362 nm 的铜晶体, 重复上面的问题。

1-12 (1) 计算 $f.c.c$ 金属 (110) 、 (111) 面上的原子面密度(用 a 表示), 说明哪一个晶面上原子排列较密;

(2) 计算和比较理想 $h.c.p$ ($c/a = 1.633$) 金属 $(10\bar{1}1)$ 面和 (0001) 面上的原子面密度(用 a 表示);

(3) 比较 $f.c.c$ 的 (111) 和 $h.c.p$ 的 (0001) 面上的原子面密度, 解释结果。是否所有的 $f.c.c$ 和 $h.c.p$ 结构都可得上述结果?

1-13 用 X 射线粉末相机测得钨晶体的衍射线条如图 1-9, 试确定其点阵常数。(CuK α , $\lambda = 0.1541 \text{ nm}$)

1-14 在 X 射线照相机内用 Mo 特征射线 (波长为 0.0709 nm) 测得银试样 ($f.c.c$,

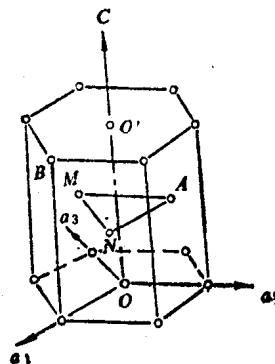


图 1-8

$d_{111} = 0.144 \text{ nm}$) 从室温加热到 800°C 时对 (111) 面的 Bragg 角 θ 减小 0.11° , 已知加热时晶体结构不发生变化, 试计算加热所引起的点阵常数 a 的变化。

1-15 $\gamma\text{-Fe}$ 在略高于 910°C 时点阵常数 $a = 0.3633 \text{ nm}$, $\alpha\text{-Fe}$ 在略低于 910°C 时 $a = 0.2892 \text{ nm}$, 求:

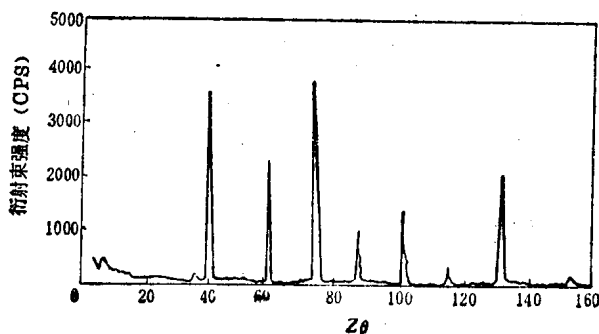


图 1-9

- (1) 上述温度时 $\gamma\text{-Fe}$ 和 $\alpha\text{-Fe}$ 的原子半径 R ;
- (2) $\gamma\text{-Fe} \rightarrow \alpha\text{-Fe}$ 转变时的体积变化率;
- (3) 设 $\gamma\text{-Fe} \rightarrow \alpha\text{-Fe}$ 转变时原子半径不发生变化, 求此转变时的体积变化率, 与 (2) 的结果相比较并加以说明。

1-16 钛冷却到 880°C 发生 b.c.c \rightarrow h.c.p 相变时体积收缩了 3.3%, 已知 h.c.p 结构的钛点阵常数 a 为 0.2956 nm , c 为 0.4683 nm , 求: (1) b.c.c 结构的钛的点阵常数;

(2) b.c.c \rightarrow h.c.p 转变时原子半径有何变化?

1-17 已知金刚石晶胞中最邻近的原子间距为 0.1544 nm , 试求出金刚石的点阵常数 a , 配位数 P 和致密度 K 。

1-18 (1) 计算 f.c.c 结构的 (111) 面的面间距 (用点阵常数表示);

(2) 从几何关系上验证所得结果;

(3) 欲确定一成分为 18% Cr, 18% Ni 的不锈钢晶体在室温下的可能结构是 f.c.c 还是 b.c.c, 由 X 射线测得此晶体的 (111) 面间距为 0.21 nm , 已知 b.c.c 铁的 $a = 0.286 \text{ nm}$, f.c.c 铁的 $a = 0.363 \text{ nm}$, 试问此晶体属何种结构?

1-19 写出镍晶体中面间距为 0.1246 nm 的晶面族指数。镍的点阵常数为 0.3524 nm 。

1-20 锌为 h.c.p 结构, 试计算 (001) 和 (103) 面的晶面间距。 ($\text{Zn}; a = 0.2665 \text{ nm}, c = 0.4947 \text{ nm}$)

1-21 试证正交晶系各晶面族的面间距为

$$d_{hkl} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{h}{a}\right)^2 + \left(\frac{k}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{c}\right)^2}}$$

1-22 平面 A 在极射赤平投影图中为通过 NS 极和点 $O^\circ N, 70^\circ W$ 的大圆, 平面 B 的极点在 $30^\circ N, 50^\circ W$ 处,

- (1) 如何求出 A, B 两个平面间的夹角;
- (2) 求出 A 绕 B 顺时针转过 40° 的位置。

1-23 (1) 说明在 f.c.c 的 (001) 标准极射赤面投影图的外圆上、赤道线上和 0° 经线上的极点的指数各有何特点;

(2) 试在上述极图上标出 $(\bar{1}10)$ 、 (011) 、 (112) 极点。

1-24 已知 $\alpha\text{-Fe}$ 与 V_4C_3 (f.c.c) 之间的晶体位向关系为: $[001]_{\text{V}_4\text{C}_3} // [001]_{\alpha\text{-Fe}}$; $(100)_{\alpha\text{-Fe}} // (110)_{\text{V}_4\text{C}_3}$; 且 $d_{100}^{\alpha\text{-Fe}} = d_{110}^{\text{V}_4\text{C}_3}$,

(1) 试用晶胞图表示上述位向关系;

(2) 用 (001) 标准投影图表示上述位向关系。

1-25 (1) 试证: 若 (hkl) 属于晶带轴 $[uvw]$, 则必有 $hu + kv + lw = 0$ 。

(2) 求立方晶系 $(\bar{1}\bar{1}1)$ 和 (110) 面所在晶带的晶带轴, 并在一个立方晶胞中绘出。

1-26 有一圆柱形铝单晶, 经 X 射线测定其 (111) 、 $(01\bar{1})$ 晶面的位向如图 1-10 所示, 今欲沿 $(\bar{2}11)$ 晶面切出一薄片晶体, 请在图中说明切取的位置。

1-27 (1) 算出 f.c.c 和 b.c.c 晶体中四面体间隙及八面体间隙的大小, 用原子半径 R 表示, 并注明间隙中心的坐标;

(2) 写出溶解在 γ 铁中的碳原子所处的位置, 若此类位置全部被碳原子占据, 那么试问在这种情况下, γ 铁能溶解多少重量百分数的碳? 而实际上碳在铁中的最大溶解度是多少? 两者在数值上有差异的原因是什么?

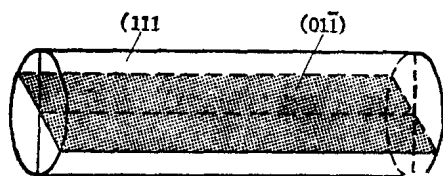


图 1-10

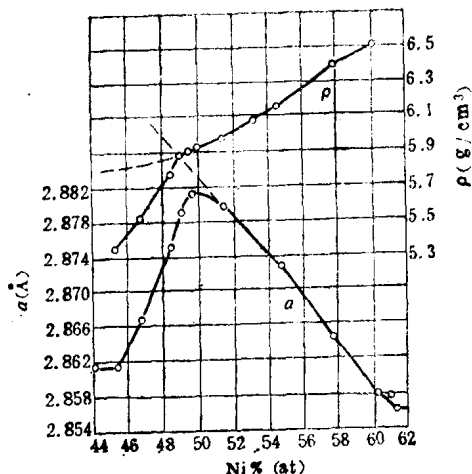


图 1-11

1-28 NiAl 化合物为基的固溶体的点阵常数 a 和密度 ρ 随 Ni 含量的变化如图 1-11 中实线所示, 试对曲线作定性解释。

1-29 (1) 根据下表所给之值确定哪一种金属可作为溶质与 Ti 形成溶解度较大 (例如 10%) 的固溶体:

Ti	h.c.p.	$a = 0.295 \text{ nm}$
Be	h.c.p.	0.228 nm
Al	f.c.c.	0.404 nm
V	b.c.c.	0.304 nm
Cr	b.c.c.	0.288 nm

(2) 计算固溶体中此溶质含量为10% (原子百分数) 时, 相应的重量百分数为多少。

1-30 Cu-Zn 及 Cu-Sn 组成固溶体最多可含多少百分数的 Zn 或 Sn? 若 Cu 晶体中面溶入 10% Zn (原子百分数), 最多还能固溶多少原子百分数的 Sn?

1-31 含 12.3% (wt) Mn, 1.34% (wt) C 的奥氏体钢, 点阵常数为 0.3624 nm, 密度为 7.83 g/cm³, C, Fe, Mn 的原子量分别为 12, 55.84, 54.92, 试判断此固溶体的类型。

第二章 晶体缺陷

I 点缺陷

一、选择题

1. 晶体中存在着许多点缺陷, 例如_____。

- A. 被激发的电子
- B. 空位
- C. 沉淀相粒子

2. 一个不含空位的完整晶体在热力学上是_____。

- A. 稳定的
- B. 不稳定的

3. 图 2-1 为晶体中形成点缺陷时的能量分析 (E_D 为点缺陷形成能, n 为点缺陷数, ΔS 和 ΔG 分别为点缺陷形成时引起的熵变和自由能变化, T 为绝对温度), 由图可以看出_____。

- A. 形成点缺陷时引起的熵的变化使晶体能量增加
- B. 形成点缺陷时引起的焓的变化使晶体能量增加
- C. 晶体总是倾向于降低点缺陷的浓度
- D. 当点缺陷浓度达平衡值 (n_e) 时, 晶体自由能最低

4. 在给定的温度 T , 点缺陷的平衡浓度可由公式_____给出 (式中 A 为常数, E_D 为点缺陷形成能, k 为波尔兹曼常数)。

- A. $C_e = AT^{E_D}$
- B. $C_e = A[\ln T - \ln E_D]$
- C. $C_e = A \exp[-E_D/kT]$
- D. $C_e = kT \ln E_D$

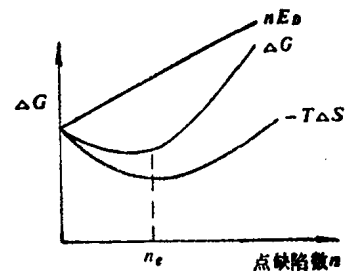


图 2-1

5. 一个 Schottky 缺陷形成能的数量级是_____。

- A. 10⁻⁸eV
- B. 10⁻³eV
- C. 1eV
- D. 10⁸eV

6. 金属中通常存在着溶质原子或杂质原子, 它们的存在_____。

- A. 总是使晶格常数增大

- B. 总是使晶格常数减小
C. 可能使晶格常数增大,也可能使其减小
7. 晶体中产生一个空位或间隙原子时,_____。
A. 晶体体积 V 增加了一个原子体积,点阵常数 a 不变
B. V 和 a 都有变化,其中一个空位引起的体积膨胀小于一个原子体积
C. 间隙原子引起的体积膨胀比空位引起的体积膨胀小
8. 金属中点缺陷的存在使电阻_____。
A. 增大
B. 减小
C. 不受影响
9. 空位在_____过程中起重要作用。
A. 形变孪晶的形成
B. 自扩散
C. 交滑移
10. 金属的自扩散的激活能应等于_____。
A. 空位的形成能与迁移激活能的总和
B. 空位的形成能
C. 空位的迁移能

二、解答题

2-1 纯金属晶体中主要的点缺陷类型是什么?试述它们产生的可能途径。

2-2 由 600°C 降低至 300°C 时,锗晶体中的空位平衡浓度降低了六个数量级,试计算锗晶体中的空位形成能。(波尔兹曼常数 $k = 8.617 \times 10^{-5} \text{eV/K}$)

2-3 铝的空位形成能(E_v)和填隙原子形成能(E_i)分别为 0.76eV 和 3.0eV ,求在室温(20°C)及 500°C 时铝中空位平衡浓度与填隙原子平衡浓度的比值,并讨论所得结果(假定空位形成时振动熵的变化与填隙原子形成时振动熵的变化相等)。

2-4 银的空位形成能为 1.1eV ,试计算 600°C 和 300°C 时 1cm^3 银晶体中所包含的平衡空位数(银的密度为 10.5g/cm^3 ,原子量为 107.9)。

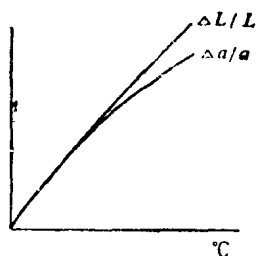


图 2-2

2-5 图 2-2 为某晶体的长度(L)和晶格常数(a)随温度的变化曲线,

(1) 说明为何高温时 $\Delta L/L > \Delta a/a$ 。

(2) 证明在较高温度时晶体中的平衡空位浓度与晶体长度及晶格常数的关系可表示为: $C_v = 3 \left(\frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta a}{a} \right)$

(3) 试述一种实验测定较高温度下晶体中平衡空位浓度的方法。

2-6 钨在 20°C 时每 10^{23} 个晶胞中有一空位,从 20°C 升温到 1020°C ,点阵常数膨胀了 $4 \times 10^{-4} \%$,而密度下降了 0.012% ,求钨的空位形成能及形成熵。

2-7 设晶体中有 N 个原子, N' 个间隙位置, n 个原子脱离原位置移到点阵间隙处形成

Frankel 缺陷,试推导等温等压下 F 缺陷的平衡浓度表达式。

2-8 在溶有少量置换型溶质原子的金属晶体中,若溶质原子可以与空位结合,其结合能为 E_b , 试证:

(1) 在溶质原子最近邻点阵位置的空位浓度为晶体中其它区域的 $\exp\left[-\frac{E_b}{kT}\right]$ 倍;

(2) 整个晶体中空位热平衡浓度为

$$C_v^0 = A \exp\left(-\frac{E_v}{kT}\right) \left[1 - ZC_s + ZC_s \exp\left(-\frac{E_b}{kT}\right)\right]$$

其中 C_v^0 是空位热平衡浓度(原子百分数), E_v 是纯金属(溶剂)的空位形成能, C_s 为溶质原子的浓度(原子百分数), Z 为点阵配位数。

II 位 错

一、选择题

1. 判断下述说法的正确性:一个位错环不可能处处都是螺位错,也不可能处处都是刃位错。

A. 正确

B. 错误

2. 一个右螺位错,若把位错线的正向定义为原来的反向,此位错_____。

A. 仍为右螺位错

B. 变成左螺位错

3. 晶体中柏氏矢量不是任意的,而是点阵的平移矢量,这是因为_____。

A. 我们把晶体作为连续弹性介质处理

B. 晶体实际上是不连续的

4. 假设有一块不含位错的完整晶体(晶体 1)与另一块含有位错,且位错线终止于其外表面的晶体(晶体 2)粘合在一起,如果这两块晶体粘合后的位向是等同的,则_____。

A. 晶体 2 中的位错线将终止在两块晶体的粘合处

B. 位错线将消失

C. 位错线将终止于粘合后的晶体的外表面上

5. 两根具有反向柏氏矢量的刃位错在被一个原子面相隔的两个平行滑移面上相向运动以后,在相遇处_____。

A. 相互抵消

B. 形成一排空位

C. 形成一排间隙原子

6. 在一块晶体中有一根刃位错线 P 和一根相同长度的螺位错线 Q , 比较两者的能量,有_____。

A. $E_P > E_Q$

B. $E_P < E_Q$

C. $E_P = E_Q$

7. 有两根右螺位错线, 各自的能量都为 E_1 , 当它们无限靠近时, 总能量为____。
- A. $2E_1$
B. 0
C. $4E_1$
8. 位错受力(运动)方向处处垂直于位错线, 在运动过程中是可变的, 晶体作相对滑动的方向____。
- A. 亦随位错线运动方向而改变
B. 始终是柏氏矢量方向
C. 始终是外力方向
9. 计算位错受力的表达式 $f = \tau b$ 中, τ 是指____。
- A. 外力在滑移面的滑移方向上的分切应力
B. 外加切应力
C. 外力在位错线运动方向上的分切应力
10. 一块晶体中含有一个位错环, 如图 2-3 所示, 若位错环向晶体一角运动(运动过程中环的半径保持不变)直至全部移出晶体, 晶体外形将____。
- A. 无任何变化
B. 沿滑移面在柏氏矢量方向产生一个台阶
11. f.c.c 晶体中 Frank 不全位错最通常的运动方式是____。
- A. 沿 $\{111\}$ 面滑移
B. 沿垂直于 $\{111\}$ 的棱柱面滑移
C. 沿 $\{111\}$ 面攀移

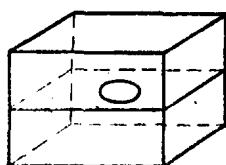


图 2-3

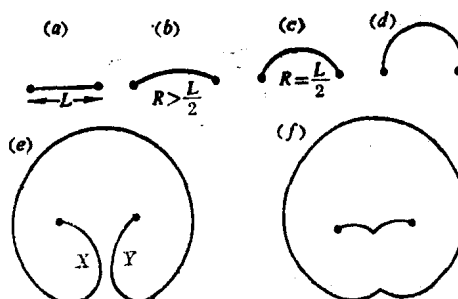


图 2-4

12. Frank-Read 位错源开动过程如图 2-4 中 a, b, c, d, e, f 所示, 位错源开动过程中所需的最大切应力____。
- A. 对应于 b, 且正比于 L
B. 对应于 c, 且正比于 L^{-1}
C. 对应于 d, 且正比于 L^{-1}
D. 对应于 e
13. 假设有一晶体的自由表面交截 Frank-Read 源, 自由表面恰好交截掉源的一半, 这个源仍然能产生位错, 则开动这个源所需的应力____。

- A. 与原来相同
- B. 是原来的一半
- C. 是原来的两倍

14. 从 F-R 模型考虑, 金属沉淀强化后的屈服强度 τ 与沉淀相粒子平均间距 l 的关系为_____。

- A. $\tau \propto l$
- B. $\tau \propto \frac{1}{l}$
- C. $\tau \propto \frac{1}{l^2}$

15. 位错线上的割阶一般通过_____形成。

- A. 位错的交割
- B. 交滑移
- C. 孪生

16. 下表给出一些金属的层错能(ergs/cm²)

Ag	Al	Au	Cu	Pt	Ni
17	200	55	73	95	400

由表中可以看出, 位错扩展宽度最大的金属为_____。

- A. Ni
- B. Al
- C. Ag

17. 扩展位错之间常夹有一片层错区, 扩展位错是晶体中的_____。

- A. 面缺陷
- B. 线缺陷

18. 当晶体中既有位错(用 D 表示), 又有溶质原子(用 C 表示)存在时, 晶体的总弹性能_____。

- A. $U_{\text{总}} = U_D + U_C$
- B. $U_{\text{总}} > U_D + U_C$
- C. $U_{\text{总}} < U_D + U_C$
- D. $U_{\text{总}}$ 既可能大于 $U_D + U_C$, 也可能小于 $U_D + U_C$

二、解答题

2-9 简单立方晶体中有刃型位错线如图 2-5(a)、(b)所示, 试用立体图表示半原子面的位置。

2-10 在晶体中平行某原子面插入一方形原子层, 会形成一位错环(间隙位错环); 同样, 在某原子面中抽出一方形原子层, 亦可形成一位错环(空位位错环)。定出这两位错的 ξ (位错线单位矢量) 和 b (柏氏矢量), 如何用 ξ 和 b 来说明一个位错环是间隙的还是空位的?

2-11 证明位错密度 ρ 和弯曲晶体曲率半径 R 的关系为: $\rho = 1/Rb$ 。

2-12 计算产生 1 cm 长的直刃位错所需要的能量, 并指出占一半能量的区域半径 (设

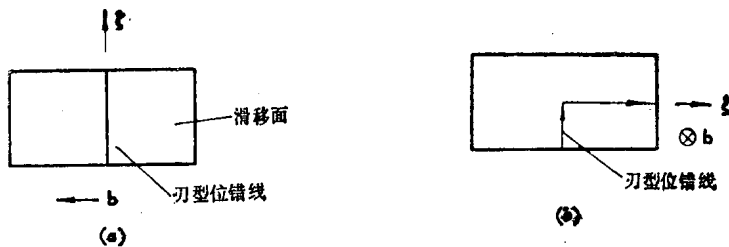


图 2-5

$r_0 = 1 \text{ nm}$, $R = 1 \text{ cm}$, $\mu = 50 \text{ GPa}$, $b = 0.25 \text{ nm}$, $\nu = \frac{1}{3}$ 。

2-13 试导出有限长晶体中螺位错的应力场表达式。

2-14 铜晶体中有一直刃位错, 试作由此位错所产生的最力分切应力与距离关系图, 并计算当距离为 $1 \mu\text{m}$ 时的最大分切应力。(铜晶体的 $\mu = 50 \text{ GPa}$, $b = 0.256 \text{ nm}$)

2-15 两根刃位错线的柏氏矢量大小相等且互相垂直 (图 2-6), 计算位错 1 从其滑移面上 $x = \infty$ 处移至 $x = a$ 处所需的能量。

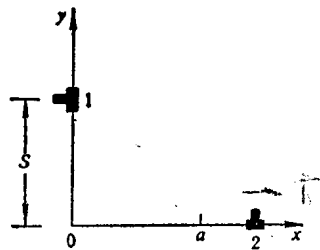


图 2-6

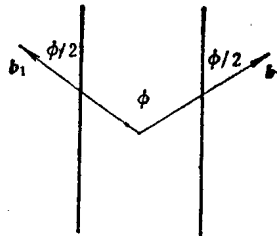


图 2-7

2-16 根据广义虎克定律及位错应变公式求直刃位错周围的位移。

2-17 在同一滑移面上有两根互相平行的位错线, 其柏氏矢量大小相等且相交成 ϕ 角, 假设两柏氏矢量相对位错线呈对称配置 (图 2-7), 试从能量角度考虑 ϕ 在什么值时这两根位错线相吸或者相斥。

2-18 试推导任意两根平行位错线之间的作用力表达式。

2-19 计算位于相距为 d 的两个平行滑移面上并呈下述配置的两根直线位错间的作用力:

- (1) 二螺位错互相垂直;
- (2) 二刃位错互相垂直;
- (3) 一刃位错和一螺位错平行。

2-20 一螺位错和一垂直刃位错, 它们的相对位置如图 2-8 所示, 求作用在单位长度螺位错及刃位错上的力。两者并不是大小相同方向相反的, 这是不是违反了牛顿定律? 该如何解释? 定性讨论两位错相互作用后会发生什么样的变化。

2-21 证明刃位错在各平行滑移面上的切应力可用柱坐标表示为:

$$\tau_{xy} = \frac{\mu b}{8\pi(1-\nu)} \cdot \frac{1}{h} \sin 4\theta, \text{ 其中 } h \text{ 是两个滑移面间的垂直距离。}$$

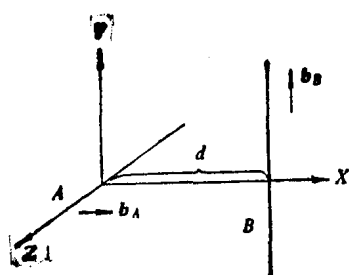


图 2-8

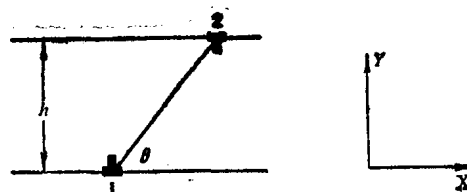


图 2-9

2-22 在相距为 h 的两滑移面上有两个平行的异号刃位错,如图2-9所示,问:

- (1) 要使两位错在各自滑移面上作相向运动,需施加多大切应力?方向如何?
- (2) 要使两位错在各自滑移面上作反向运动,需施加多大切应力?方向如何?
- (3) 设上述两位错为同号刃位错,重复讨论上述问题。

2-23 在三个平行的滑移面上有三根平行的刃型位错线 A, B, C (图 2-10), 其柏氏矢量大小相等, A, B 均被钉扎而不能动,

- (1) 假定没有其它外力,仅在 A, B 应力场作用下,位错 C 向哪个方向运动?
- (2) 指出位错 C 向上述方向运动后最终在何处停下。

2-24 如图 2-11 所示,离晶体表面 l 处有一螺位错 1, 相对应地在晶体外有一符号相反的镜像螺位错 2, 如果在离表面 $l/2$ 处加一同号螺位错 3, 试计算加到螺位错 3 上的力, 并指出该力将使位错 3 向表面运动还是向晶体内部运动; 如果位错 3 与位错 1 的符号相反, 则结果有何不同?(所有位错的柏氏矢量都是 b)

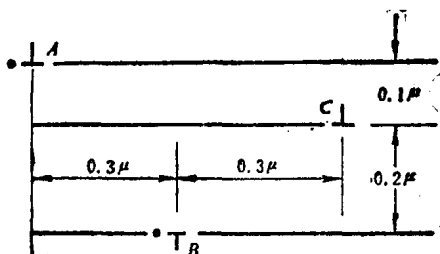


图 2-10

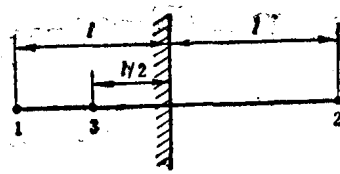


图 2-11

2-25 如图 2-12 所示, 设有一右旋螺位错 A 平行于一无限大薄膜, 如果镜像位错 B 满足表面 1 的边界所有应力分量为零的条件, 但不满足表面 2 的边界条件, 即在表面 2 上留有残留应力, 而镜像位错 C 满足表面 2 的边界条件, 但不满足表面 1 的边界条件, 即在表面 1 上留有残留应力, 试问再加多少镜像位错及如何加上才能满足表面 1 及表面 2 的边界条件, 并证明所有镜像位错叠加在位错 A 处的应力分量 σ_{xx} 的表达式为

$$\sigma_{xx} = -\frac{\mu b}{4\pi d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n - (l/d)} = \frac{\mu b}{4\pi d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n + (l/d)}$$

2-26 在一半径为 R 的圆柱体中, 离中心轴线为 λ 处有一平行于轴线的右螺位错, 若在轴线及位错构成的平面上, 距中心轴线为 R^2/λ 处放一平行的柏氏矢量相同但反号的镜像位错, 证明它们的应力场确实满足在圆柱自由表面上的边界条件。

2-27 设铁晶体中杂质原子的平均浓度 C_0 为 10^{-4} , 在杂质原子是置换原子(设其半径

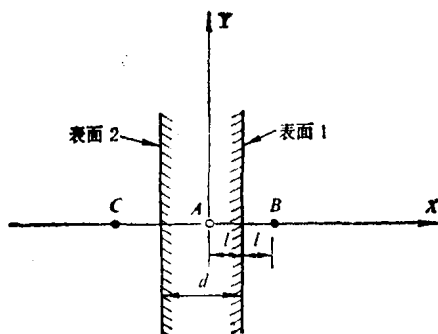


图 2-12

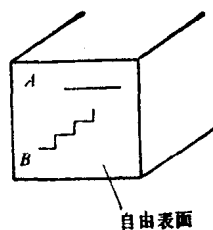


图 2-13

小于铁原子半径)和间隙原子的情况下,分别计算需要多高的温度才能使杂质云凝聚在刃位错线上,并说明杂质云的分布位置。置换原子与刃位错的交互作用能 $|U_{DC}| = 0.1\text{eV}$, 间隙原子与刃位错的交互作用能 $|U_{DC}| = 0.5\text{eV}$ 。

2-28 图 2-13 给出了 A、B 两根位错线的滑移面和自由表面的交线,判断这两根位错线可能是什么类型的,这些交线中哪一些必定会出现表面台阶。

2-29 假设 f.c.c 中可动滑移系为 $(11\bar{1})[\bar{1}\bar{1}0]$,

- (1) 绘出能够造成滑移的柏氏矢量;
- (2) 如果滑移是通过单位纯刃位错发生的,绘出位错线的方向;
- (3) 如果滑移是由单位纯螺位错发生的,绘出位错线的方向;
- (4) 假设作用在 $(11\bar{1})$ 的 $[\bar{1}\bar{1}0]$ 方向上的切应力为 700kPa ,如果这个力作用在:(a)单位刃位错上;(b)单位螺位错上,求单位位错线上的受力大小和方向。

2-30 在晶体密排面之间插入一片原子,形成一个位错环,

- (1) 画出位错环作保守运动时的轨迹,指出如何使此位错既不脱离滑移面,又具有刃、螺两种位错分量;
- (2) 用图表示如何使螺型分量移动脱离滑移柱面,但又不改变位错环在垂直于 b 的平面上的投影面积;
- (3) 指出如何使具有刃、螺两种分量的位错环通过纯滑移而分解成两个分开的封闭的纯刃位错环。

2-31 铜单晶 ($a = 0.36\text{ nm}$) 试样以恒应变速率进行拉伸变形,设拉伸 3 sec 后,试样的真应变为 6% ;若位错运动的平均速度为 $4 \times 10^{-3}\text{ cm/sec}$,求晶体中的平均位错密度。

2-32 假设有一块铝晶体为纯的理想晶体,其切变模量 $\mu = 26\text{ GPa}$,求使位错移动所需的临界切应力。

2-33 (1) 图示并比较刃位错在滑移面上用 $P-N$ 点阵模型和连续弹性介质模型表达的 σ_{xx} ,以铜为例,计算离位错中心多远处两者之比为 0.2 。

(2) 说明远离刃位错中心处的应力 σ_{xx} 是结构不敏感的。

2-34 方形晶体中有两根刃位错线如图 2-14 所示,

- (1) 当周围晶体中:(a)空位多于平衡值;(b)空位少于平衡值;(c)间隙原子多于平衡值;(d)间隙原子少于平衡值时,位错分别易于向什么方向攀移?
- (2) 加上怎样的外力,才能使这两根位错线通过纯攀移而相互靠拢?

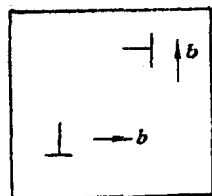


图 2-14

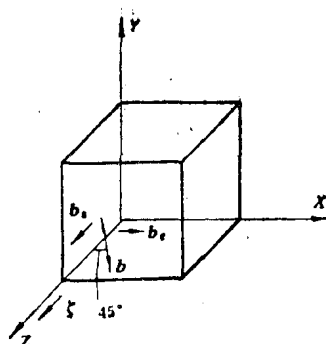


图 2-15

2-35 晶体从高温淬火到低温,过饱和浓度的空位会在密排面上沉积成空位片,崩塌而成位错环。

(1) 试给出求位错环半径的表达式;

(2) 若再稍提高温度保温,位错环会发生什么变化?对此作出解释。

(3) 600°C 时,铝中的空位浓度为 9.4×10^{-4} , 设淬火到室温后形成的空位盘直径为 5 nm , 计算位错环和位错的密度($r_{\text{Al}} = 0.143 \text{ nm}$)。

2-36 在 XYZ 坐标系中,一混合位错线躺在 Z 轴上, b 和 ξ 间夹角为 45° (图 2-15)。

(1) 若外加应力值 $\sigma_{xx} = -\sigma_{zz}$; 或 (2) $\sigma_{xx} = \sigma_{zz}$ 时, 此位错线在攀移方向分别受力多大?刃型分量及螺型分量的贡献各为多大? ($\sigma_{xx} = 7 \text{ MPa}$, $b = 0.25 \text{ nm}$)

2-37 简单立方晶体中(100)面上有一位错, $b = [01\bar{0}]$, $\xi \parallel [001]$, 问:

(1) 若在(001)面上有一个 $b = [010]$, $\xi \parallel [100]$ 的位错与之相割,会发生什么结果?

(2) 若在(001)面有一个 $b = [100]$, $\xi \parallel [100]$ 的位错与之相割,则会发生什么结果?

(3) 交割反应的结果对进一步运动有何影响?

2-38 面心立方中,在 $(\bar{1}11)$ 面上有一位错, $b = \frac{1}{2}[101]$, $\xi \parallel [1\bar{1}2]$; 在 $(1\bar{1}1)$ 面上有一位错, $b = \frac{1}{2}[011]$, $\xi \parallel [110]$, 问二者相割后是产生扭折还是割阶?

2-39 在没有热激活帮助下, 求割阶平均距离为 L 的直刃位错在滑移面上运动所要求的应力(忽略晶格阻力)。

2-40 铜单晶中相互缠结的三维位错网络结点之间平均距离为 D ,

(1) 计算位错增殖所需的应力 τ ;

(2) 如果此应力决定了材料的剪切强度,为达到 $\mu/100$ 的强度值, D 应为何值?(已知 $\mu = 50 \text{ GPa}$, $a = 0.36 \text{ nm}$ 。)

(3) 计算当剪切强度为 42 MPa 时的位错密度 ρ 。

2-41 试描述位错增殖的双交滑移机制。如果进行双交滑移的那段螺型位错长度为 100 nm , 而位错的柏氏矢量为 0.2 nm , 试求实现位错增殖所必需的切应力。(已知 $\mu = 40 \text{ GPa}$)。

2-42 在铁晶体中一滑移面上,有三根同号且柏氏矢量相等的直刃型位错线 A, B, C ,

受到分切应力 τ_s 的作用塞积在一障碍物前(图 2-16), 试计算出该三根位错线的间距及障碍物受到的力。(已知 $\mu = 80\text{GPa}$, $\tau_s = 200\text{MPa}$, $b = 0.248\text{nm}$ 。)



图 2-16

2-43 根据位错反应必须满足的条件, 试判断下列位错反应在面心立方晶体中能否进行, 并确定无外力作用时的反应方向:

$$(1) \frac{a}{2}[10\bar{1}] \rightleftharpoons \frac{a}{6}[2\bar{1}\bar{1}] + \frac{a}{6}[11\bar{2}]$$

$$(2) \frac{a}{3}[112] + \frac{a}{2}[111] \rightleftharpoons \frac{a}{6}[11\bar{1}]$$

$$(3) \frac{a}{6}[112] + \frac{a}{6}[110] \rightleftharpoons \frac{a}{3}[111]$$

2-44 在汤普森四面体中, 计算 $b = AB + CB$ 及 $b = AB + BC$ 的位错能量, 并指出哪一个反应易于进行, 上述反应是否释放能量。

2-45 在面心立方晶体中有一全位错 b_1 分解为 b_2 和 b_3 两个不全位错(图 2-17), b_1 , b_2 和 b_3 为柏氏矢量,

(1) 求证不全位错之间的平衡间距 d_e 的表达式为

$$d_e = \frac{\mu}{2\pi r} \left[(b_2 \cdot \xi_2)(b_3 \cdot \xi_3) + \frac{(b_2 \times \xi_2) \cdot (b_3 \times \xi_3)}{(1-\nu)} \right]$$

式中 ξ 为位错线单位矢量。

(2) 若全位错的柏氏矢量与其位错线交角为 β , 两偏位错的柏氏矢量与其各自位错线交角分别为 $\beta \pm 30^\circ$, 求证

$$d_e = \frac{\mu b_2 b_3}{8\pi r} \frac{2-\nu}{1-\nu} \left(1 - \frac{2\nu \cos \beta}{2-\nu} \right)$$

(3) 取 $\nu = \frac{1}{3}$, 求全刃位错及全螺位错分解为不全位错后其平衡间距之比值。

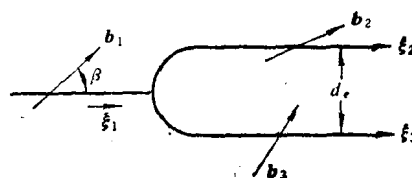


图 2-17

2-46 面心立方晶体中有 $\frac{1}{2}[01\bar{1}]$ 位错沿 $[\bar{2}11]$

方向排列, 它分解为 Shockly 偏位错,

(1) 写出位错反应式;

(2) 若两个偏位错间距为 100nm , $a = 0.35\text{nm}$, $\mu = 45\text{GPa}$, 求晶体的层错能。

2-47 举例说明面心立方晶体中如何通过滑移造成内禀层错和外禀层错, 试比较这种层错能的高低。

2-48 对铜晶体, 简述一种测定层错能的实验方法。

III 界 面

一、选择题

1. 金属的表面自由能, 随其结合键能的增加而增加, 所以_____。

A. 高熔点金属的表面自由能比低熔点金属的要高些

- B. 表面自由能与温度无关
C. 表面自由能是各向同性的
2. 界面能最低的相界面是_____。
A. 共格界面
B. 孪晶界
C. 小角度晶界
3. 在单相组织中存在着大小不等的晶粒, 由界面曲率驱动界面移动的规律可知_____。
A. 小晶粒将移向大晶粒一方, 直到晶粒大小相等
B. 大小晶粒藉吞并相邻晶粒同时长大
C. 界面将移向小晶粒一方, 最后小晶粒将消失
4. 1、2 两晶粒如图 2-18 所示, 晶粒 2 中的化学位较高, 可以认为, 晶界迁动方向是_____。
A. 从晶粒 1 向晶粒 2
B. 从晶粒 2 向晶粒 1
C. 若由化学位差提供的驱动力大于晶界曲率提供的驱动力, 则由 1 至 2, 反之, 则由 2 向 1
5. 晶粒长大的基本原因是_____。
A. 晶粒细小
B. 界面能
C. 长期加热
6. 晶界的运动速度主要受控于_____。
A. 界面能的高低
B. 晶粒大小
C. 金属中的杂质含量
7. 由扩散考虑, 与大角度晶界迁移率相比, 小角度晶界的迁移率_____。
A. 较低
B. 接近
C. 较高
8. 判断下述说法的正确性: 晶粒长大过程就是晶界迁移过程, 也就是晶界的平直化过程, 所以只要晶界平直了, 晶粒就不长大了。
A. 正确
B. 错误
9. 如果倾斜晶界中的位错的平均柏氏矢量不与晶界面垂直, 则_____。
A. 晶界能量较低
B. 晶界会有长程应力
C. 晶界位错构成一种亚稳定组态
10. 扭转晶界的扭转角与位错间距 d 的关系为_____。
A. $\theta = \frac{b}{2d}$

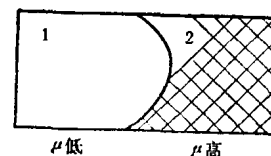


图 2-18

$$B. \theta = \frac{\sigma}{D}$$

$$C. \theta = \frac{2b}{D}$$

11. 为消除硫化物在钢中的热脆,其两面角_____。

A. 要大

B. 要小

12. 根据重合点阵倒易密度 Σ 的概念,假若在外延点阵的七个阵点中有一个是重合阵点,此重合点阵的 Σ 等于_____。

A. $\frac{1}{7}$

B. $\frac{1}{49}$

C. 7

二、解答题

2-49 计算并比较面心立方晶体中(111)、(100)、(110)面的比表面能,设每对原子键能为 U_0 , 点阵常数为 a_0 。

2-50 证明一维点阵的 α - β 相界面错配可由一列刃型位错完全调节,位错列的间距为

$$D = \frac{a_\beta}{\delta}$$

式中 a_β 为 β 相的点阵常数, δ 为错配度。

2-51 试证组成不对称倾侧晶界的两组位错各自之间的距离分别为

$$D_\perp = \frac{b_\perp}{\theta \sin \phi}$$

$$D_\parallel = \frac{b_\parallel}{\theta \cos \phi}$$

(设倾斜轴为[001], θ 为倾斜角度, ϕ 为晶界平面和晶界两倾晶体的平均 [100] 方向之间的交角。)

2-52 简单立方双晶,其界面是以[001]为轴的倾侧晶界,测得界面上平行排列位错平均间距为 4×10^{-6} mm, \perp 位错占 $3/4$, \parallel 位错占 $1/4$,求此晶界的五个自由度。

2-53 一根直径很细的铜丝中,有一个大角度晶界贯穿其截面并和丝轴成 25° ,问经加热退火后将发生什么变化?若上述界面两侧晶粒的 [111] 都垂直于界面,两晶粒位向是以 [111] 轴相对转动了 60° ,则退火后有何变化?

2-54 一个体积为 10^{-12} m³ 的第二相颗粒 B 存在于金属 A 中,如果 $\gamma_{A-A} = \gamma_{A-B} = 2$ J/m²,计算 B 颗粒位于晶界上和位于晶粒内部时的能量差,并说明它将择优位于晶界上还是位于晶粒内部。

2-55 一列无限长刃型位错组成小角度对称倾侧晶界,试求单位面积的晶界能。

2-56 已知小角度晶界单位面积的晶界能可表达为 $E = E_0 \theta (A - \ln \theta)$,

(1) 说明如何用作图法求得 E_0 和 A ;

(2) 证明 $\frac{E}{E_{\max}} = \frac{\theta}{\theta_{\max}} \left(1 - \ln \frac{\theta}{\theta_{\max}} \right)$

2-57 A、B 两晶粒如图 2-19 所示, 试从界面能与扩散驱动力的观点分析晶界在加热时热蚀沟槽的形成。

2-58 假定晶界转矩为零, 证明一个四线轴交点会分解为两个三线轴交点, 并指明何时会出现图 2-20 中 I 的情况, 何时会出现 II 的情况。

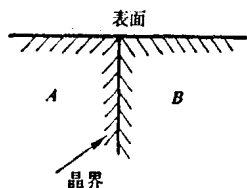


图 2-19

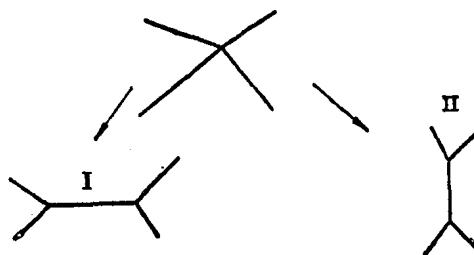


图 2-20

2-59 (1) 试推导晶界溶质原子平衡浓度表达式;

(2) 按照以上表达式讨论哪一类型的溶质原子将在晶界上偏聚。

2-60 Bi 在 Cu 的界面内吸附饱和后 ($C = 0.99$), 可使 Cu 完全变脆, 如果 Bi 在 Cu 晶界中的含量是饱和时的 $1/3$, 可认为这时 Cu 不具脆性。设 Cu 晶界厚度为三个原子, 晶界中可接受溶质原子的位置占 $1/3$, 问:

(1) 含 Bi 的平均浓度为多大时, Cu 完全变脆 (设晶粒直径为 0.01 mm , 平均每原子体积为 0.25 nm^3 , Bi 在 Cu 中引起畸变能为 $6.6 \times 10^4 \text{ J/mol}$);

(2) 加热到多高温淬火才能暂时消除其脆性。

2-61 证明若考虑合金元素和杂质间的交互作用, 则非理想多元系界面溶质原子的偏聚浓度为:

$$N_i^{\phi} = \frac{N_i^B e^{\Delta G_i^{\phi}/RT}}{\sum_{i=1}^{n-1} N_i^B e^{\Delta G_i^{\phi}/RT} + 1 - \sum_{i=1}^{n-1} N_i^B}$$

式中: N_i 为原子浓度; B 表示大块材料; ϕ 表示界面; i 表示溶质原子。

2-62 试证明 $T > 0.5 T_m$ 时, 大角度晶界的迁移速度

$$v = \frac{A_2 n_1 v_1 V_m \Delta G}{N_a RT} \exp\left(-\frac{\Delta G^{\phi}}{RT}\right)$$

式中: ΔG^{ϕ} 为原子的热激活能量; ΔG 为两晶粒间的能量差; V_m 为摩尔体积; v_1 为原子振动频率; n_1 和 A_2 分别为晶界单位面积内处于跃迁有利位置的原子数及这些原子粘附于另外一个晶粒的几率。

2-63 二维晶体内含第二相粒子, 粒子的平衡形貌是边长为 l_1 和 l_2 的矩形, 矩形二边的界面能分别为 γ_1 和 γ_2 , 若矩形的面积不变, 证明矩形粒子的平衡形状为

$$\gamma_1 l_1 = \gamma_2 l_2$$

2-64 若第二相颗粒分布在基体相的角隅上时, 此二相的几何关系如图 2-21 所示, 试证明决定第二相形貌的参数 α 角、 γ 角及 θ 角符合下列关系:

$$(1) \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2 \sin(\frac{\theta}{2})}$$

$$(2) \cos(180^\circ - y) = \frac{1}{\sqrt{3} \operatorname{tg}(\frac{\theta}{2})}$$

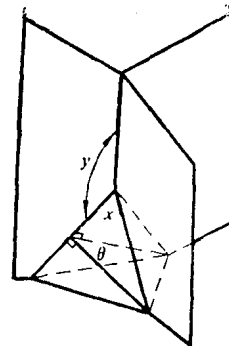
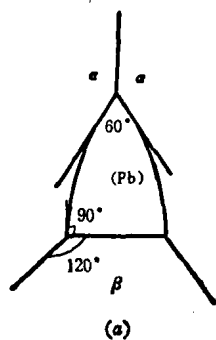


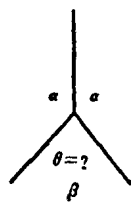
图 2-21

2-65 若已知铅黄铜中有 α 、 β 、(Pb)三相，平衡态下(Pb)相与 α 、 β 的交角如图 2-22(a)所示，问：

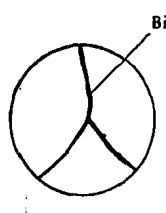
- (1) 在 α 、 β 的两相黄铜中， β 相的两面角 θ 为多大(图 b)。
- (2) 如果 β 相在 α 相的晶隅时平衡形貌特征如何。



(a)



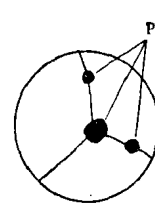
(b)



(a) 含Bi的铜



(b) 含Pb的钢



(c) 含Pb的黄铜

图 2-22

图 2-23

2-66 铅、铋均不溶于铜中，含铋的铜不能热轧(发生碎裂)，含铅的铜较难热轧(有晶间开裂倾向)，而含铅的黄铜则可以热轧，不会开裂。分别观察其显微组织(图2-23(a)(b)(c))，说明此组织的形成原因并解释以上现象。

第三章 纯金属材料的凝固

一、选择题

1. 金属材料在发生相变时具有相变潜热和体积突变的过程称为____。
 - A. 零级相变
 - B. 一级相变
 - C. 二级相变
2. 液体金属中只有形成等于或大于临界半径的晶核才能成为结晶的核心。当形成半径为 r_c 的临界核心，体系的自由能变化____。
 - A. 大于零
 - B. 等于零
 - C. 小于零
3. 在纯金属液体中形成临界晶核时，固、液相间的体积自由能差尚不能抵消新增的晶核表面能，其不足部分还必须依靠其他能量，即液体中的____。
 - A. 能量起伏

- B. 结构起伏
C. 浓度起伏
4. 纯金属凝固时发生均匀形核的最大过冷度约为_____。
- A. $\frac{1}{2}T_m$
B. $\frac{1}{5}T_m$
C. $\frac{2}{3}T_m$
5. 金属液体在凝固时产生临界晶核半径的大小主要取决于_____。
- A. 表面能
B. 凝固释放热
C. 过冷度
6. 形成临界晶核时体积自由能的减小只能补偿新增表面能的_____。
- A. $\frac{1}{3}$
B. $\frac{2}{3}$
C. $\frac{3}{4}$
7. 纯金属凝固时,非均匀形核比均匀形核所需的过冷度要小得多,这是因为_____。
- A. 非均匀形核的临界晶核半径较小
B. 在未熔杂质上不需要再形核
C. 非均匀形核的临界形核功较小
8. 晶体在生长过程中的宏观形貌呈具有小面的晶形,可认为是下列_____因素的影响。
- A. $\Delta S/R > 2$, 正温度梯度
B. $\Delta S/R < 2$, 正温度梯度
C. $\Delta S/R < 2$, 负温度梯度
9. 在平衡状态下,晶体长大的形状常受控于不同晶体学面表面能 σ 的大小,即_____。
- A. σ 较小的晶面,其法线长大的速率较大
B. σ 较大的晶面在长大中扩展
C. 结晶体的表面是 σ 最小的晶体学面
10. 对面心立方晶体,暴露在晶体外表面最可能的晶体学面是_____。
- A. (110)
B. (111)
C. (100)
11. 晶体以螺型位错机制生长时,其长大速率与过冷度呈_____。
- A. 指数关系
B. 线性关系
C. 平方关系

12. 纯金属材料凝固后的晶粒大小主要决定于_____。

- A. 温度梯度的正、负
- B. 过冷度的大小
- C. 晶体的长大方式

二、解答题

3-1 试根据热力学原理证明:

- (a) 在恒压下, 材料从低温相到高温相的转变必定伴随正的热效应(体系吸热);
- (b) 在恒温下, 材料从低压相到高压相的转变必定伴随密度的增加。

3-2 α -Fe 在 910°C 和低于 910°C 时为稳定的体心立方结构, 点阵常数 $a_\alpha = 0.290\text{nm}$; γ -Fe 在 910°C 和高于 910°C 时为稳定的面心立方结构, 点阵常数 $a_\gamma = 0.3646\text{nm}$, 问在高压下, $\alpha \rightarrow \gamma$ 的转变温度是高于还是低于 910°C? (已知 $\alpha \rightarrow \gamma$ 时体系吸热)

3-3 已知锡在 505 K (熔点) 时的熔化热为 7070 J/mol, 热容 $C_p(l) = 34.68 - 9.2 \times 10^{-3} T \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, $C_p(s) = 18.49 + 26.35 \times 10^{-3} T \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, 试求:

- (a) 锡在 495 K 凝固时的凝固热;
- (b) 锡在绝热器内过冷至 495 K 时能自动凝固的分数。

3-4 铜在 20°C 和熔点之间的热容可用下式表示

$$C_p = 22.6 + 6.27 \times 10^{-3} T \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

铜的熔化热为 13290 J/mol, 平衡凝固温度为 1356 K, 试求在绝热条件下要有多大过冷度, 1 mol 铜才能完全凝固而温度不回升到熔点。解释在实际条件下能否达到这样大的过冷度。

3-5 已知 γ -Fe、 δ -Fe 及液体铁的热容分别为 $C_{p(\gamma)} = 7.73 + 19.57 \times 10^{-3} T \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, $C_{p(\delta)} = 44.1 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, $C_{p(l)} = 42 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$; γ -Fe 在 1400°C 转变成 δ -Fe 的 $\Delta H_{(\gamma \rightarrow \delta)} = 882 \text{ J/mol}$, δ -Fe 在 1536°C 转变成液体的 $\Delta H_{(\delta \rightarrow l)} = 13860 \text{ J/mol}$, 试求相变自由能 $\Delta G^{\gamma \rightarrow \delta}(T)$ 、 $\Delta G^{\delta \rightarrow l}(T)$ 的表达式及由 γ -Fe 直接转变成液体的理论熔点。

3-6 在纯金属结晶时形成核胚将引起体系自由能产生增量 ΔG_n , 试求体系达到平衡时 $\left(\frac{\partial G}{\partial n} = 0\right)$ 出现这类核胚的几率。

3-7 (a) 铜的熔点 $T_m = 1356\text{K}$, 熔化热 $\Delta H_m = 1628 \text{ J/cm}^3$, 界面能 $\sigma = 177 \text{ erg/cm}^2$, 点阵常数 $a_0 = 0.3615 \text{ nm}$, 试求铜在最大过冷度 $\Delta T = 230^\circ\text{C}$ 时均匀形核的临界核心半径和每个临界核心的原子数目。

(b) 当为非均匀形核时, 设形成核心的球冠高度 $h = 0.2r$, $r = r^*$ 均匀, 求此时核心所具有的原子数目。

3-8 设想液体在凝固时形成的临界核心是边长为 a 的立方体形状,

(a) 已知液固界面能 $\sigma_{l/s}$ 和固液相之间单位体积自由能差 ΔG_B , 导出均匀形核时临界晶核边长 a^* 和临界形核功 ΔG^* 。

(b) 如果为非均匀形核, 立方体核胚的一面与杂质表面接触, 设液体与杂质的界面能为 $\sigma_{l/M}$, 晶核与杂质的界面能为 $\sigma_{s/M}$, 导出临界晶核边长 a^* 和临界形核功 ΔG^* 非均匀。

3-9 试证明在同样过冷度下均匀形核时, 球形晶核较立方晶核更易形成。

3-10 假设晶核为任意形状,证明其临界形核功仍为 $\frac{1}{3}A\sigma$, 式中 A 是临界晶核的表面积, σ 是液-固界面能。

3-11 已知铜的熔点为 1356 K, 熔化热为 13290 J/mol, $C_{P(l)} = 22.6 + 6.27 \times 10^{-3}T$ J/mol·K, $C_{P(s)} = 31.23$ J/mol·K, 试求 ΔG 与 ΔT 之间的关系; 测得铜的液-固表面能 $\sigma = 1.77 \times 10^{-5}$ J/cm², 摩尔体积 $V_s = 7.09$ cm³/mol, 试计算 $\Delta T = 230^\circ\text{C}$ 时的 r^* 值。

3-12 (a) 已知液态纯镍在 1.013×10^5 Pa (1 大气压), 过冷度为 319°C 时发生均匀形核。设临界晶核半径为 1 nm, 纯镍的熔点为 1726 K, 熔化热 $\Delta H_m = 18075$ J/mol, 摩尔体积 $V_s = 6.6$ cm³/mol, 计算纯镍的液-固界面能和临界形核功。

(b) 若要在 1726 K 发生均匀形核, 需将大气压增加到多少? 已知凝固时体积变化 $\Delta V = -0.26$ cm³/mol ($1\text{J} = 9.87 \times 10^5$ cm³-Pa)。

3-13 (a) 证明当 $T = \frac{1}{3}T_m$ 时, 纯金属液体中自由能超过 ΔG^* 的核胚数达到极大值 (T_m 为熔点, ΔG^* 为临界形核功)。

(b) 证明纯金属发生最大均匀形核率的温度高于 $T_m/3$ 。

3-14 纯金属的均匀形核率可以下式表示

$$\dot{N} = A \exp\left(-\frac{\Delta G^*}{kT}\right) \exp\left(-\frac{Q}{kT}\right) \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-3}$$

式中 $A \approx 10^{35}$, $\exp(-Q/kT) \approx 10^{-2}$, ΔG^* 为临界形核功。

(a) 假设 ΔT 分别为 20°C 和 200°C , 界面能 $\sigma = 2 \times 10^{-5}$ J/cm², 熔化热 $\Delta H_m = 12600$ J/mol, 熔点 $T_m = 1000$ K, 摩尔体积 $V_s = 6$ cm³/mol, 计算均匀形核率 \dot{N} 。

(b) 若为非均匀形核, 晶核与杂质的接触角 $\theta = 60^\circ$, 则 \dot{N} 如何变化? ΔT 为多少时, $\dot{N} = 1 \text{cm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$?

(c) 导出 r^* 与 ΔT 的关系式, 计算 $r^* = 1$ nm 时的 $\Delta T/T_m$ 。

3-15 根据下列给出的数据, 设形核率达到 $N = 2 \times 10^5 \text{cm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$ 时的过冷度作为最大过冷度, 试求金属的最大过冷度 ΔT 和熔点 T_m 之间的关系, 并作 ΔT 与 T_m 的关系图。

金 属	$T_m(\text{K})$	$\Delta H_m(\text{kJ/mol})$	$\sigma(\text{J/cm}^2)$	$V_s(\text{cm}^3/\text{mol})$
Al	933	10.75	1.21×10^{-3}	9.99
Ag	1295	11.29	1.26×10^{-3}	10.28
Cu	1356	13.26	1.77×10^{-3}	7.09
Ni	1728	18.07	2.55×10^{-3}	6.6

3-16 根据下列条件建立单元系相图: (a) 组元 A 在固态有两种结构形式 A_1 和 A_2 , 且密度 $A_2 > A_1 > \text{液体}$; (b) A_1 转变到 A_2 的温度随压力增加而降低; (c) A_1 相在低温是稳定相; (d) 固体在其本身的蒸气压 1333 Pa (10 mmHg) 下的熔点是 8.2°C ; (e) 在 1.013×10^5 Pa (1 大气压) 下沸点是 90°C ; (f) A_1, A_2 和液体在 1.013×10^6 Pa (10 大气压) 下及 40°C 时三相共存 (假设升温相变 $\Delta H > 0$, 降温相变, $\Delta H < 0$)。

3-17 图 3-1 为碳的相图, 试根据该图回答下列问题:

(a) 碳在室温及 101.325 kPa 下以什么状态稳定存在?

(b) 某些精密仪器的轴承能否用金刚石制造? 试分析其热力学上的可能性。

(c) 在某一较高的压力下, 2000 K 时石墨和金刚石哪一个具有较高密度? 已知

$$\Delta H^\circ(\text{金刚石}, 298 \text{ K}) = 1.897 \text{ kJ/mol}$$

$$\bar{C}_p(\text{金刚石}) = 6.068 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

$$\Delta H^\circ(\text{石墨}, 298 \text{ K}) = 0$$

$$C_p(\text{石墨}) = 8.644 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

(d) 估计在 2000 K 下把石墨变成金刚石所需最低压力。

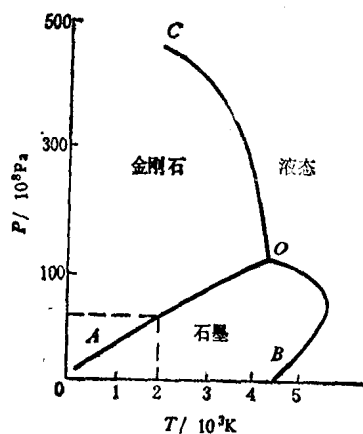


图 3-1

第四章 二元合金及其凝固

一、选择题

- 在一定压强及温度下, 二元合金中存在二相平衡的条件是____。
 - α 相和 β 相有相同的自由能
 - α 相和 β 相有相同的晶体结构
 - 两组元在 α 相中的化学位等于其在 β 相中的化学位
- 合金在凝固时产生成分过冷的重要因素之一是____。
 - 高的溶质浓度
 - 慢的凝固速率
 - 陡的温度梯度
- 采用定向凝固技术生产燃气轮机叶片, 所用材料为镍合金, 则柱状晶的生长方向为____。
 - $\langle 111 \rangle$
 - $\langle 110 \rangle$
 - $\langle 100 \rangle$
- 共晶合金凝固时, 通过原子的扩散, 形成交替分布的两相层片状组织, ____。
 - 凝固过冷度愈大, 结晶速率愈快, 共晶间距愈宽
 - 在一定过冷度下, 结晶速率愈快, 共晶间距愈细
 - 因共晶合金为恒温凝固, 过冷度大小对共晶间距几乎没有影响

5. 为要获得细层片状共晶组织, 必须____。
 - A. 增大结晶前沿的过冷度
 - B. 降低凝固速度
 - C. 增大两相间的界面能
6. 原合金成分不是共晶成分, 经快速冷却而形成的全部共晶组织称为____。
 - A. 离异共晶
 - B. 伪共晶
 - C. 退化共晶
7. 有时靠近共晶成分的合金经快速冷却并不能得到伪共晶组织, 这是因为, 当两组元熔点相差悬殊时, 伪共晶区____。
 - A. 不能确定
 - B. 偏向低熔点组元一侧
 - C. 偏向高熔点组元一侧
8. 反应式 $\beta \longrightarrow L + \alpha$ 是表示____。
 - A. 偏晶转变
 - B. 包晶转变
 - C. 析液转变(或熔晶转变)
9. 根据二元相图相区接触规则, ____。
 - A. 两个单相区之间必定有一个三相区隔开
 - B. 两个两相区必须以单相区或三相水平线隔开
 - C. 三相水平线和四个两相区相邻
10. 对分配系数 $K = 0.1$ 的杂质, 经 3 次区熔后, 料棒前端的杂质浓度将减低至原来的____。
 - A. $\frac{1}{1000}$
 - B. $\frac{1}{300}$
 - C. $\frac{1}{3}$
11. 铸件在凝固时, 若不出现成分过冷, 则铸件组织将是____。
 - A. 全部等轴晶
 - B. 全部柱状晶
 - C. 柱状晶十中心等轴晶
12. 铸件以“糊状”方式凝固时, 由于流动性较低, 容易产生____。
 - A. 分散缩孔
 - B. 缩管
 - C. 单向收缩缩孔
13. Cu-Sn 合金铸件表面出现“冒汗”现象, 这表明铸件产生严重的____。
 - A. 正偏析

B. 比重偏析

C. 反偏析

14. 钢中珠光体是_____。

A. 铁素体和渗碳体的混合物

B. 铁素体和奥氏体的混合物

C. 奥氏体和渗碳体的混合物

二、解答题

4-1 画出图 4-1 中三个相图在给定温度下的自由能-浓度曲线。

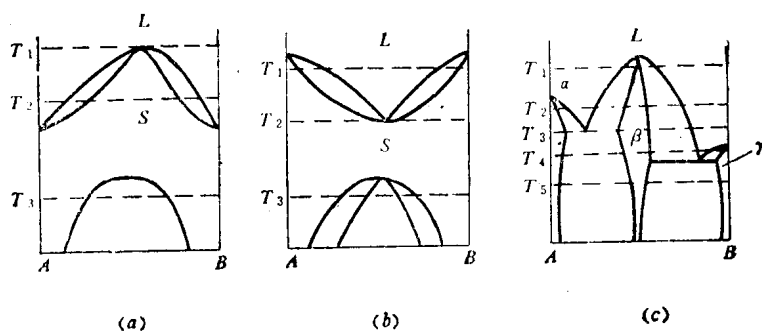


图 4-1

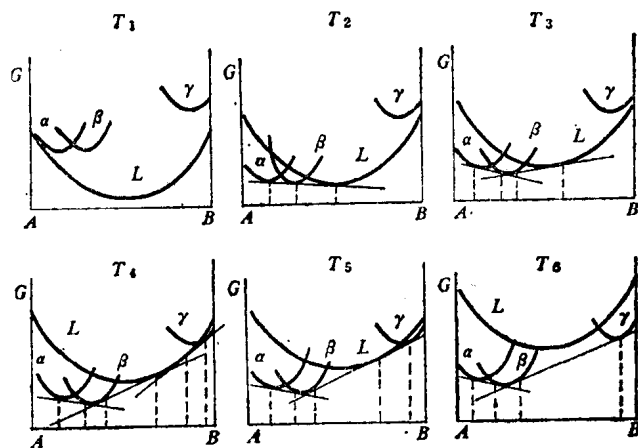


图 4-2

4-2 根据图 4-2 所给的一组自由能-浓度曲线作出二元相图。

4-3 试证明,发生二级相变(如合金中的某些有序-无序转变)时,在任一平衡温度和任一平衡浓度下,两平衡相的成分相同(即在相图上两平衡相只被单相区所隔)。

4-4 Mg_2Si 和 Mg_2Sn 属稳定化合物,其熔点分别为 $1087^\circ C$ 和 $771.5^\circ C$; Mg_2Pb 属不稳定化合物,其分解温度为 $538.2^\circ C$ 。已知在 $Mg-Si$ 、 $Mg-Sn$ 和 $Mg-Pb$ 二元相图中均存在镁基固溶体和 Mg_2x (x 表示 Si, Sn, Pb 等)两相平衡区,问在同一温度下 Si, Sn, Pb 三元素中,哪一种在固态镁中的固溶度为最大,哪一种为最小,并绘示意图解释之。

4-5 (a) 设金属 A 和金属 B 在液相和固相都能完全互溶,且为理想溶液,并设 T_A, T_B 和 $\Delta H_A, \Delta H_B$ 分别为 A, B 金属的熔点及熔化热,试导出在相图中表示固相线和液相线的

一般方程。

(b) 应用 Basic 语言, 编制出上述方程的计算程序。

4-6 (a) 金属 A 和金属 B 在液态能互溶而在固态完全不能互溶, 它们的熔点为 800 K 和 945 K, 熔化热为 2.5 kJmol^{-1} 和 4.0 kJmol^{-1} 。假设形成理想溶液, 试绘出计算所得相图并求出共晶点和成分。

(b) 应用 Basic 语言, 编写出上述过程的计算程序。

4-7 证明固溶体的晶内偏析在热力学上是不稳定的。

4-8 已知硅在 $\alpha\text{-Al}$ 中的固溶度在 550°C 是 1.25at.%, 在 450°C 是 0.46at.%, 试求在 200°C 时硅在 $\alpha\text{-Al}$ 中的固溶度。

4-9 固溶体合金的相图如图 4-3 所示, 试根据相图确定:

(a) 成分为 40% B 的合金首先凝固出来的固体成分;

(b) 若首先凝固出来的固体成分含 60% B, 合金的成分为多少;

(c) 成分为 70% B 的合金最后凝固的液体成分;

(d) 若合金成分为 50% B, 凝固到某温度时液相含有 40% B, 固体含有 80% B, 此时液体和固体各占多少分数?

4-10 证明: 固溶体合金凝固时, 因成分过冷而产生 $T(^{\circ}\text{C})$ 的最大过冷度

$$\Delta T_{\max} = \frac{mC_0(1-K)}{K} - \frac{GD}{R} \left[1 + \ln \frac{mC_0(1-K)R}{GK} \right]$$

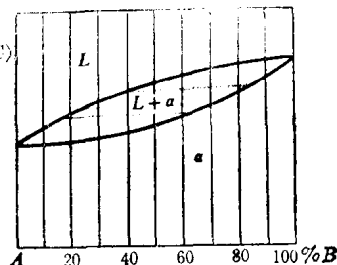


图 4-3

最大过冷度离液固界面的距离

$$x = \frac{D}{R} \ln \left[\frac{mC_0(1-K)R}{GDK} \right]$$

式中: m ——液相线斜率; C_0 ——合金成分; K ——分配系数; G ——温度梯度; D ——扩散系数; R ——凝固速率。注: 液体溶质分布曲线可表为:

$$C_L = C_0 \left[1 + \frac{1-K}{K} \exp \left(-\frac{Rx}{D} \right) \right]$$

4-11 证明固溶体合金在稳态凝固时, 其结晶的固体成分等于合金的原始成分(假设溶质扩散层的浓度变化为直线)。

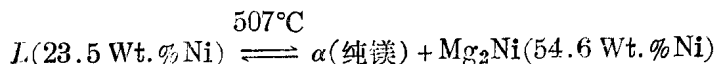
4-12 试证明: 在二元相图中纯溶剂熔点附近,

(a) 液相线斜率与溶质的性质(熔点、熔化热等)无关(设溶质在固体中的溶解度比在液体中小得多)。

(b) 液相线斜率随溶质在液体和固体中溶解度之比的变化呈线性变化。假设溶质在液体和固体中的溶解度相差不大, 且在纯溶剂熔点附近的液相线和固相线均为直线。

4-13 证明: 在固溶体合金平衡凝固时, 若 $K < 1$, 则固体中的高熔点组元与低熔点组元之比大于在液体中的两者之比。

4-14 Mg—Ni 系的一个共晶反应为



设 C_1 为亚共晶合金, C_2 为过共晶合金, 这两种合金中的先共晶相的重量分数相等, 但 C_1 合金中的 α 总量为 C_2 合金中 α 总量的 2.5 倍, 试计算 C_1 和 C_2 的成分。

4-15 测得层片状共晶的间距为: (a) $\lambda = 0.2 \mu\text{m}$; 和 (b) $\lambda = 1.0 \mu\text{m}$ 。若界面能 $\sigma_{\alpha\beta} = 400 \times 10^{-3} \text{Jm}^{-2}$, 相变潜热 $\Delta H = 800 \times 10^6 \text{Jm}^{-3}$, 共晶温度 $T_E = 1000 \text{K}$, 摩尔体积 $V_m = 1$, 试计算共晶凝固时的过冷度。(假设相变驱动力的 $\frac{1}{3}$ 用于建立新相界面。)

4-16 共晶组织是呈棒状还是呈层片状主要由共晶的总界面能决定。如图 4-4 所示, 当两相间距 λ 一定时, 设棒状的半径等于片的厚度, 试计算决定形成层片状或棒状共晶时 β 相的临界体积分数。

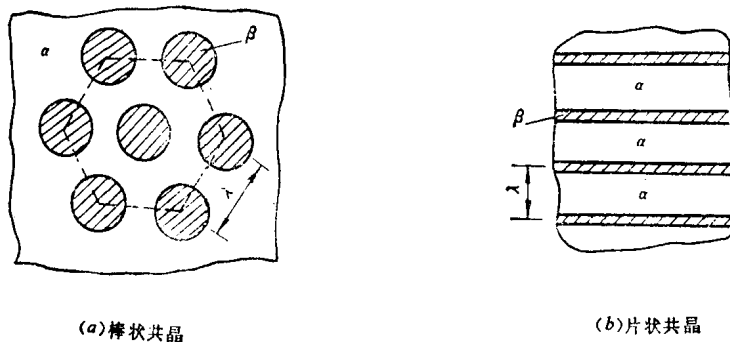


图 4-4

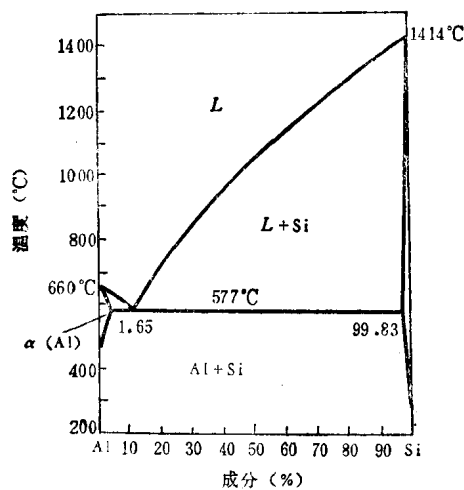


图 4-5

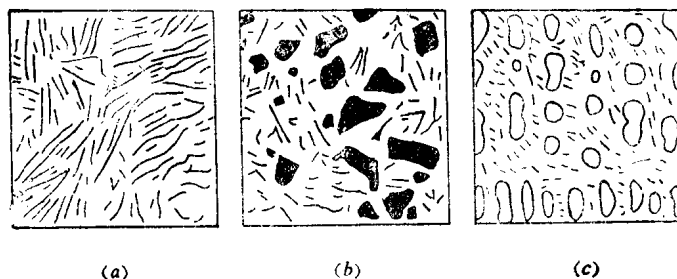


图 4-6

4-17 图 4-5 为 Al—Si 共晶相图，试分析图 4-6 的三个金相图中(a、b、c)的组织系什么成分(亚共晶、过共晶或共晶)并说明理由。指出细化此合金铸态组织的可能途径。

4-18 图 4-7 是不符合相律的错误二元相图，请改正错的地方，并说明原因。

4-19 图 4-8 为复杂二元系相图，

(a) 标出图中各相区存在的平衡相；

(b) 列出图中存在的全部恒温反应并注明反应名称；

(c) 指出图中存在哪些类型的固态相变。

4-20 如果溶剂和溶质的原子半径相差超过 $\pm 15\%$ ，那么这两种金属通常不易于形成固溶体。已知铜(原子半径为 0.1278 nm) 在 1084°C 熔化，铋(原子半径为 0.1535 nm 在 271°C 熔化。Cu—Bi 系在液相完全互溶，在 270°C 发生三相反应，请尽量详细地画出预计的相图。

4-21 组元 A 和 B 在液态完全互溶，但在固态互不溶解，且形成一个与 A、B 不同晶体结构的中间化合物，由热分析测得下列数据：

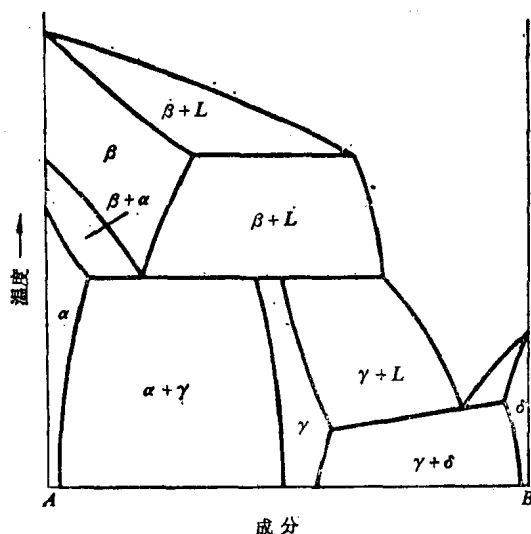


图 4-7

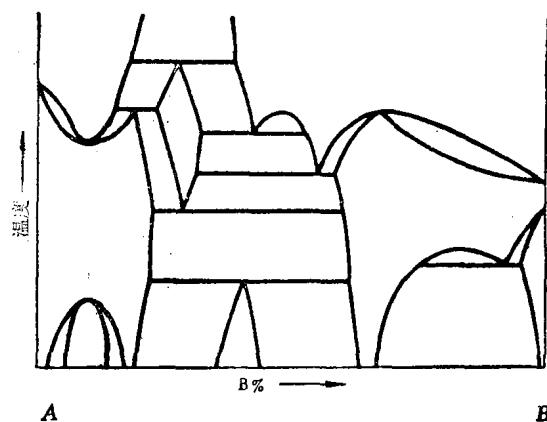


图 4-8

含 B 量(wt.%)	液相线温度(°C)	固相线温度(°C)
0	—	1000
20	900	750
40	775	750
43	—	750
50	930	750
63	—	1040
80	850	640
90	—	640
100	—	800

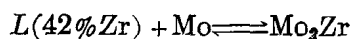
(a) 组成一平衡相图，并注明各区域的相、各点的成分及温度，并写出中间化合物的分子式(原子量 $A = 28$, $B = 24$)。

(b) 100 kg 的含 20 wt.% B 的合金在 800°C 平衡冷却到室温，最多能分离出多少纯 A。

4-22 金属A和B的熔点分别为700°C和500°C,在液态能完全互溶而在固态只能部分互溶,最大溶解度为5%B和25%A(重量),在零度时溶解度则为2%B和5%A(重量)。两金属形成熔点为750°C的 A_2B 化合物,A和B的原子量分别为30和50。在450°C和320°C分别发生液体成分为22%B和60%B(重量)的共晶转变。试根据相律绘成平衡相图并标注符号。

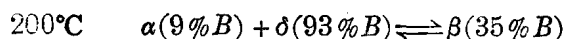
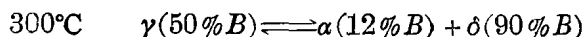
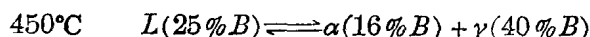
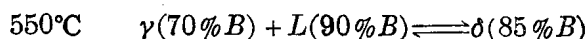
4-23 根据下列条件画出一个二元系相图:A和B的熔点分别是1000°C和700°C;含25%B成分的合金正好在500°C完全凝固,它的平衡组织由73.3%的先共晶 α 和26.7%的共晶($\alpha+\beta$)组成。而含50%B成分的合金在500°C的组织由40%的先共晶 α 和60%的共晶($\alpha+\beta$)组成,并且此合金的 α 总量为50%。

4-24 由实验获得下列数据:从0°C到862°C,Zr以 α 相存在;在862°C,Zr(α)相转变为 β 相,纯Zr的熔点为1860°C。Mo从0°C到2620°C均以 α 相存在。在1880°C发生包晶反应生成中间化合物 Mo_2Zr ,反应式为



Mo在 β -Zr中的最大溶解度是22%,在 α -Zr中几乎不溶解。Zr在Mo中的最大溶解度是15%,在0°C时降为零。在1580°C及69%Zr处发生 β 相和 Mo_2Zr 的共晶转变。 β 相在780°C和92.5%Zr处发生共析分解。试组成Mo-Zr相图。

4-25 在A和B的合金系中,A的熔点是700°C,B的熔点是500°C,0°C时B在A中和A在B中的溶解度均为零。在各温度下有下列反应:



0°C时 β 相的成分范围是从32%B到40%B。 γ 相的成分为60%B时熔点为800°C。根据以上条件组成一相图。

4-26 图4-9为Fe-Ta相图

(a) 已知铁的原子量为55.847,钽的原子量为180.9479,写出构成 ε 相和 μ 相的化合物分子式。

(b) 图中含98%Ta的合金平衡凝固和非平衡凝固后的显微组织有何不同?若此合金的铸件晶粒过于粗大,能否通过热处理细化其晶粒?理由何在?

(c) 图中哪些成分的合金在凝固过程中不会产生成分过冷?哪些成分的合金铸件具有很大形成疏松的倾向?

4-27 假设Al-Si相图中富硅区域的液相线和固相线均近似为直线,试计算富硅区域的分配系数 K (Al-Si相图见习题4-17)。

4-28 Al-Cu合金相图如图4-10所示,设分配系数 K 和液相线斜率均为常数,试求:

(a) 含1%Cu固溶体进行缓慢的正常凝固,当凝固分数为50%时所凝固出的固体成分;

(b) 经过一次区域熔化后在 $x=5$ 处的固体成分,取 $l=0.5$;

(c) 测得铸件的凝固速率 $R=3 \times 10^{-4}\text{cm/s}$,温度梯度 $G=30^\circ\text{C/cm}$,扩散系数 $D=3 \times 10^{-5}\text{cm}^2/\text{s}$ 时,合金凝固时能保持平面界面的最大含铜量。

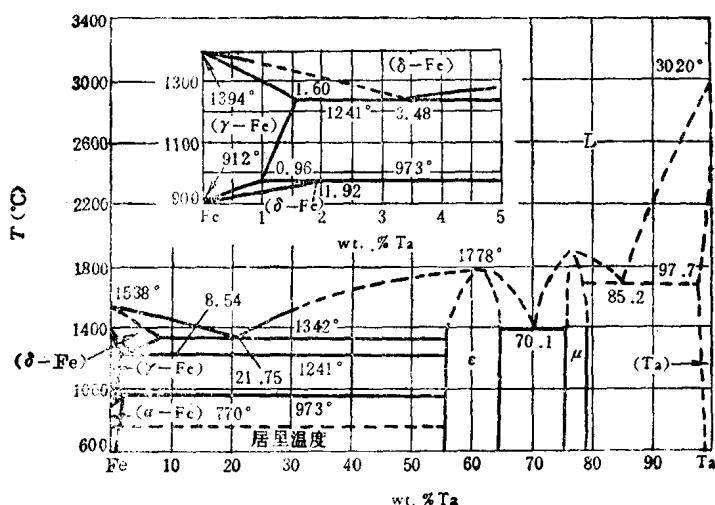


图 4-9

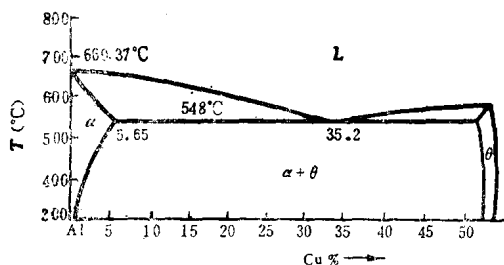


图 4-10

4-29 利用 4-28 题中的数据, 设合金成分为 Al-0.5 wt.% Cu, 液体无对流, 计算:

- 开始凝固时的界面温度;
- 保持液-固界面为平面界面的温度梯度;
- 在同一条件下含铜量增至 2 wt.% Cu 时 (a)、(b) 题的变化。

4-30 Al-10wt% Cu 合金铸件以平面界面正常凝固, 求:

- 图示铸件成分和距离 (纵向) 的关系, 设液体有剧烈的对流;
- 同 (a), 但设液体中无对流;
- 上述两个铸件中共晶分数各为多少? (所需数据见 4-28 题)

4-31 成分为 C_0 的 A 组元中含有杂质 B, 设想利用区域熔化方法提纯 A。假定溶质的分配系数为 K , 熔化区域长度保持为 l , 证明经一次区熔后棒中的杂质分布由下式决定:

$$C_s = C_0 \left[1 - (1 - K) \exp\left(-\frac{Kx}{l}\right) \right]$$

式中 C_s 为离先熔化一端距离 x 处的成分。

4-32 青铜 (Cu-Sn) 和黄铜 (Cu-Zn) 相图如图 4-11 所示:

- 叙述 Cu-10% Sn 合金的不平衡冷却过程并指出室温时的金相组织;
- 比较 Cu-10% Sn 合金铸件和 Cu-30% Zn 合金铸件的铸造性能及铸造组织; 说明 Cu-10% Sn 合金铸件中有许多分散砂眼的原因;
- 分别含 2% Sn、11% Sn 和 15% Sn 的青铜合金, 哪一种可进行压力加工, 哪种可利

用铸造法来制造机件？

4-33 图 4-12 是三个成分相同、但铸造温度和铸模材料不同的铸件的横截面，试解释为何产生不同的组织。

4-34 铁碳相图如图 4-13 所示。设有 100 g 含 1% C 的奥氏体从 1200°C 缓慢冷到室温，试求：

- Fe_3C 开始形成的温度；
- Fe_3C 完全形成的温度；
- 最后转变的奥氏体成分；
- 在 726°C 时两相的重量分数；
- 在室温时珠光体和二次渗碳体的重量分数。

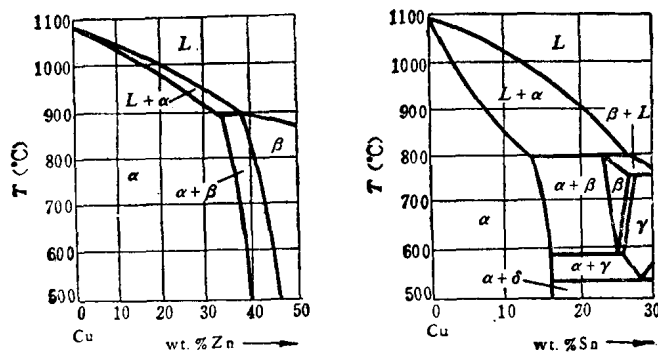


图 4-11

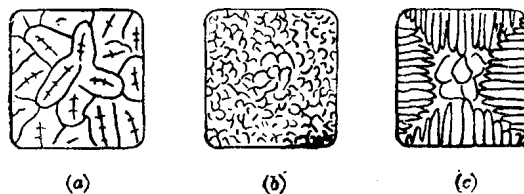


图 4-12

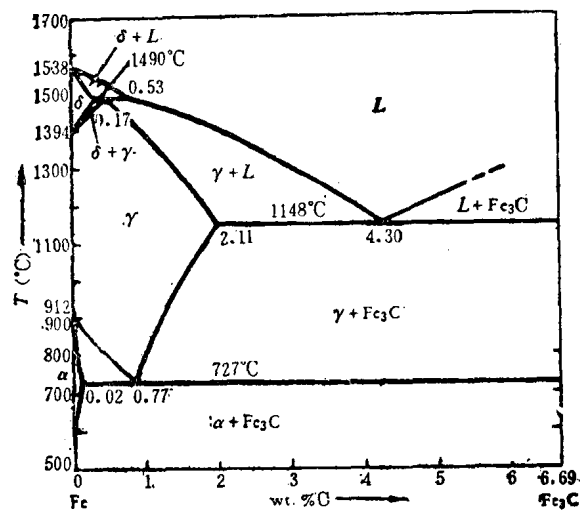


图 4-13

4-35 一块碳钢在平衡冷却的条件下显微组织中含有 50% 珠光体和 50% 铁素体,问:

(a) 此合金中碳浓度为多少?

(b) 若合金加热到 730°C, 在平衡条件下将获得什么显微组织?

(c) 若加热到 850°C, 又将得到什么显微组织?

4-36 试计算含 0.4% C 的亚共析钢在室温平衡组织中 铁素体和渗碳体的相对重量, 以及先共析铁素体和珠光体的相对重量。

4-37 描述含 5% C 的铁碳合金平衡冷却至室温的过程, 并计算其室温组织中一次渗碳体、共晶渗碳体、二次渗碳体、共析渗碳体、三次渗碳体的重量分数。

4-38 已知和渗碳体相平衡的 α -Fe 固溶度方程为:

$$C = 2.55 \exp(-11.3 \times 10^3 / RT) (\text{wt. \%})$$

设想碳在奥氏体的溶解度方程也呈类似类型, 试根据铁碳相图列出该方程。

第五章 三元合金及其凝固

一、选择题

1. 凡成分位于____上的合金, 它们含该线对顶角所代表的组元的量相等。
 - A. 平行于三角形某一条边的直线
 - B. 垂直于三角形某一条边的直线
 - C. 与三角形某一条边相交成 45° 的直线
2. 凡成分位于____上的合金, 它们含由另两个顶角所代表的两组元的量相等。
 - A. 通过三角形顶角的任一条直线
 - B. 通过三角形顶角的中垂线
 - C. 通过三角形顶角与对边成 45° 的直线
3. 在三元系中, 若成分为 O 的合金分解为两个合金或形成两个相 D 和 E 时, 则 DOE 必定位于____。
 - A. 一折线上
 - B. 三相区三角形端点上
 - C. 一直线上
4. 三元系中三相区的等温截面都是一个共轭三角形, 其顶角触及____。
 - A. 单相区
 - B. 二相区
 - C. 三相区
5. 三元相图中, 三相空间的任一个等温截面都是____。
 - A. 直边三角形
 - B. 凹曲边三角形
 - C. 凸曲边三角形

6. 根据三元相图的垂直截面图,_____。

- A. 可以分析相成分的变化规律
- B. 可以分析合金的凝固过程
- C. 可以用杠杆定律计算各相的相对量

7. 根据 T_1 和 T_2 两个等温截面图(图 5-1), 可以判断三角形区域内是_____。

- A. 偏晶型三相平衡
- B. 共晶型三相平衡
- C. 包晶型三相平衡

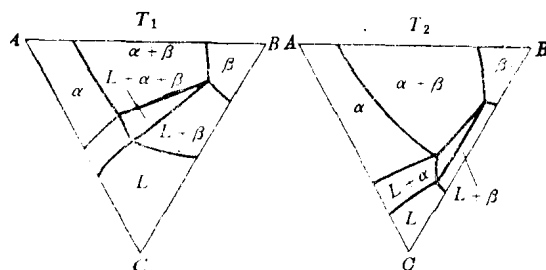


图 5-1

8. 由柯氏定律可知,三元固溶体合金凝固时,固溶体内含高熔点组元和低熔点组元的浓度之比_____。

- A. 等于在液相内这二者之比
- B. 小于在液相内这二者之比
- C. 大于在液相内这二者之比

9. 图 5-2 表示三元相图等温截面图上单相区和两相区间的相界线延长线的走向,其中_____。

- A. 图 III 准确
- B. 图 IV 准确
- C. 图 I、II 准确

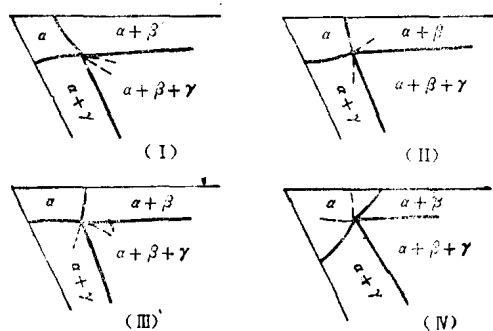
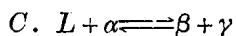
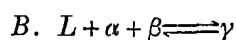


图 5-2

10. 三元包晶反应式为_____。

- A. $L \rightleftharpoons \alpha + \beta + \gamma$



11. 成分临近三元包共晶点的合金, 当四相反应结束后, ____。

- A. 参加反应的固相消失
- B. 液相消失
- C. 参加反应的固相和液相均消失

12. 从图 5-3 所示的三元系垂直截面图可判断, 四相平衡类型为____。

- A. 三元包晶
- B. 三元共晶
- C. 三元包共晶

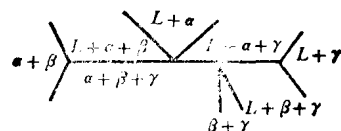


图 5-3

二、解答题

5-1 如图 5-4 所示, 30 kg 成分为 O 的合金与 10 kg 成分为 Z 的合金熔化在一起后形成新合金 X, 试求 X 合金中 A、B、C 组元的含量各为多少。

5-2 某三元合金 K 在温度为 t_1 时分解为 B 组元和液相, 两个相的相对量 $\frac{W_B}{W_L} = 2$ 。已知合金 K 中 A 组元和 C 组元的重量比为 3, 液相含 B 量为 40%, 试求合金 K 的成分。

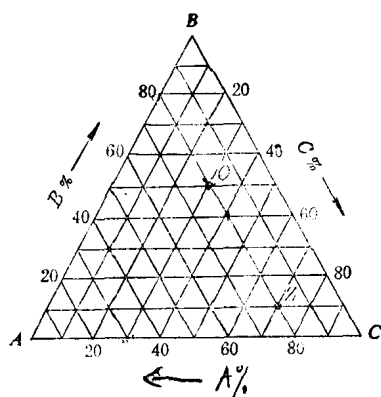


图 5-4

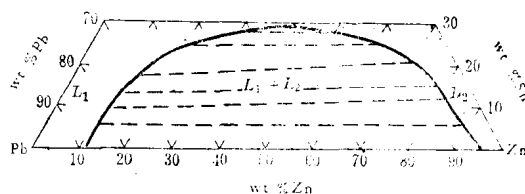


图 5-5

5-3 参考图 5-5 的 Pb-Zn-Sn 三元系在 520°C 的部分等温截面, 问: 当一组含 55wt. % Pb 的 Pb-Sn-Zn 合金其锡浓度在 0~25Wt. % 范围内变化时, 有多少分数的富铅液体随着变化?

5-4 Cu-Sn-Zn 三元系相图在 600°C 时的部分等温截面如图 5-6 所示:

(a) 请在此图中标出合金成分点 P 点 (Cu-32% Zn-5% Sn), Q 点 (Cu-40% Zn-6% Sn) 和 T 点 (Cu-33% Zn-1% Sn), 并指出这些合金在 600°C 时由哪些平衡相组成。

(b) 若将 5 kg P 合金、5 kg Q 合金和 10 kg T 合金熔合在一起, 则新合金的成分为何?

5-5 三组元 A、B 和 C 的熔点分别是 1000°C、900°C 和 750°C, 三组元在液相和固相都完全互溶, 并从三个二元系相图上获得下列数据

(a) 在投影图上作出 950°C 和 850°C 的液相线投影;

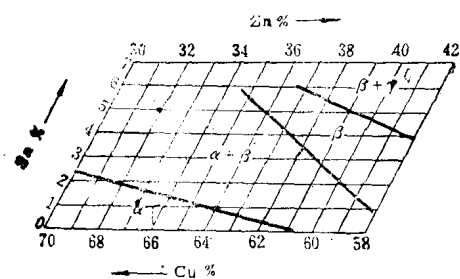


图 5-6

成分 (wt.%)			温度(℃)	
A	B	C	液相线	固相线
50	50	—	975	950
50	—	50	920	850
—	50	50	840	800

(b) 在投影图上作出 950℃ 和 850℃ 的固相线投影;

(c) 画出从 A 组元角连接到 BC 中点的垂直截面图。

5-6 成分为 40% A、30% B 和 30% C 的三元系合金在共晶温度形成三相平衡, 三相成分如下:

液相: 50% A 40% B 10% C

α 相 85% A 10% B 5% C

β 相 10% A 20% B 70% C

(a) 计算液相、 α 相和 β 相各占多少分数;

(b) 试估计在同一温度, α 和 β 相的成分同上, 但各占 50% 时合金的成分。

5-7 三元系 ABC 在液态完全互溶, 在固态有两个固溶体 α 和 β , 在三个温度平衡共存的液体、 α 和 β 的成分如下:

温度(℃)	成分		
	液 体	α	β
550℃	69% A 19% B 12% C	57% A 41% B 2% C	20% A 78% B 2% C
520℃	66% A 18% B 16% C	56% A 40% B 4% C	19% A 78% B 3% C
500℃	63% A 17% B 20% C	55% A 39% B 6% C	18% A 78% B 4% C

(a) 试计算 520℃ 时, 含 44% A、50% B 和 6% C 合金中液体、 α 和 β 的重量分数;

(b) 试判断含 44% A、50% B 和 6% C 合金在平衡冷却凝固中所发生的三相反应为何种类型;

(c) 图示此三元系的投影图;

(d) 描述含 60% A、30% B 和 10% C 合金的平衡冷凝过程及室温组织。

5-8 三组元 ABC 在液态完全互溶, 在固态具有 α 和 β 固溶体。A、B 和 C 的熔点分别为 1100℃、900℃ 和 800℃, 二元系 BC 在固态完全互溶, 而 AB 和 BC 系各含有一个相变如下:

	温度(℃)	相变时各相的成分		
		α	β	L
AB系	850	95% A, 5% B	10% A, 90% B	50% A, 50% B
AC系	750	97% A, 3% C	12% A, 88% C	60% A, 40% C

(a) 草绘该三元系的液相线和固相线投影图;

(b) 描述含 30% A、55% B 和 15% C 合金的平衡冷凝过程及平衡室温组织。

5-9 A、B 和 C 金属的熔点分别是 1000°C、950°C 和 850°C，三金属在液体完全互溶，但在固态几乎互不溶解。在此三元系的冷却过程中可获得下列数据：

合金序号	合金成分 (wt.%A)(wt.%B)(wt.%C)			凝固温度(°C)
1	60	40	—	750
2	51	—	49	800
3	—	44	56	700
4	80	10	10	950(初晶 A); 600
5	30	50	20	850(初晶 B); 600

(a) 利用上述数据画出三元系 ABC 的液相线投影图；

(b) 描述合金 1、4、5 的平衡冷却过程和室温组织；

(c) 计算含 80% A、10% B 和 10% C 合金中初晶 A 的百分数。

5-10 三元共晶平衡时的固相成分为： $\alpha = 60\% A + 20\% B + 20\% C$ ， $\beta = 20\% A + 70\% B + 10\% C$ 和 $\gamma = 10\% A + 30\% B + 60\% C$ 。确定下列成分中哪一个是这个三元共晶系液相的成分：(I) 50% A + 20% B + 30% C；(II) 40% A + 40% B + 20% C；(III) 10% A + 70% B + 20% C；(IV) 10% A + 40% B + 50% C。该三元共晶中 α 、 β 、 γ 的分数各为多少？

5-11 三合金 A、B、C 在液态完全互溶，但在固态部分互溶。该三元合金在低于三元共晶点以下某一温度 T 的等温截面中的三相区域，可由三条连接下列成分点的直线组成的三角形表示：

60% A	25% B	15% C
10% A	80% B	10% C
20% A	15% B	65% C

在温度 T，各二元系中固溶体的溶解度极限如下：

α 固溶体：60% A、40% B 和 80% A、20% C

β 固溶体：85% B、15% A 和 80% B、20% C

γ 固溶体：75% C、25% A 和 75% C、25% B

假设所有相界线是直线，

(a) 试画出三元平衡相图在温度 T 的等温截面，标出所存在的相；

(b) 计算在 T 温度下列合金中所存在相的成分和量。

(I) 30% A、10% B、60% C (II) 30% A、30% B、40% C

5-12 已知 ABC 三元系富 A 部分液相线投影图如图 5-7 所示：

(a) 写出在 E_T 点相交的三条单变线所存在的反应；

(b) 图中 I 成分和 II 成分合金平衡冷凝后分别是由哪些相和组织所组成？

(c) 图中什么成分的合金平衡冷凝后是由等量（重量百分数）的 α 初晶和 $(\alpha + A_m B_n + A_p C_q)$ 三元共晶所组成？什么成分的合金平衡冷凝后是由等量的 $(\alpha + A_m B_n)$ 二元共晶和 $(\alpha + A_m B_n + A_p C_q)$ 三元共晶所组成？

5-13 根据图 5-8 所示的三元系投影图，示意地画出 c-d 及 A-b 的垂直截面图。

5-14 图 5-9 示出具有三元共晶转变的三元系投影图(a)和具有共晶-包晶转变的三元系投影图(b)，

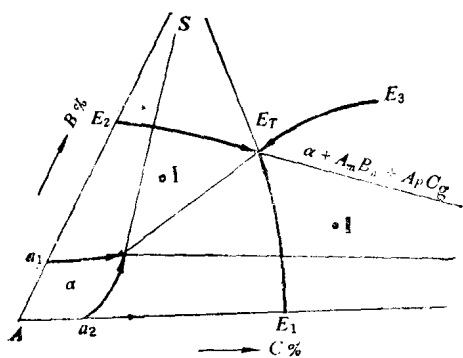


图 5-7

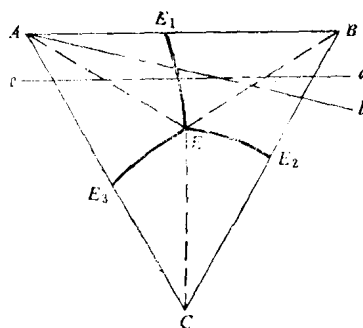


图 5-8

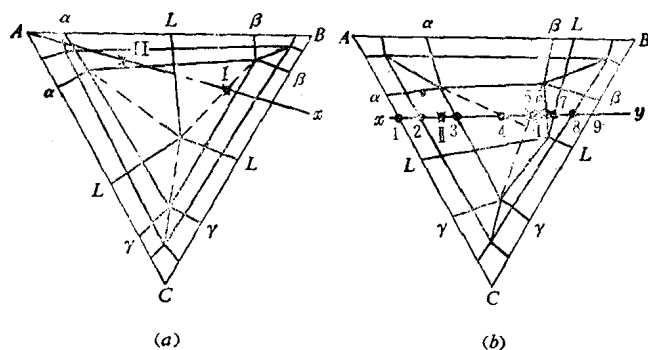


图 5-9

(a) 示意画出其中的 $A-x$, $x-y$ 垂直截面图;

(b) 说明其中 I 和 II 成分的平衡凝固过程。

5-15 A、B、C 三元系在液态完全互溶而在固态部分溶解。三元系的三个固溶体分别为 α 、 β 和 γ 。A、B 和 C 的熔点分别为 900°C 、 1200°C 和 1000°C 。体系在下列温度和成分发生三相和四相转变:

温 度 ($^{\circ}\text{C}$)	成 分 (Wt. %)		
	A	B	C
1100	—	35	65
1000	70	30	—
950	45	20	35
800	50	—	50

固溶度数据如下:

固 溶 体	固溶度极限 (Wt. %)	
	545°C	室 温
α	50A, 50B, 10C	84A, 16B, 6C
β	12A, 89B, 8C	3A, 95B, 2C
γ	10A, 45B, 45C	5A, 18B, 77C

- (a) 根据以上数据画出该三元相图的投影图;
 (b) 列出体系中的各个恒温反应式;
 (c) 描述含 30% A、55% B 和 15% C 的合金的平衡凝固过程并计算 945°C 时各相的相对量;

(d) 描述含 20% A、35% B 和 45% C 的合金的平衡凝固过程及室温时的相组成和组织。

5-16 某三元系的展开图及投影图如图 5-10 所示;

- (a) 列出此系统内存在的全部恒温转变并注明转变名称;
 (b) 此系统内存在哪些类型的固态相变;
 (c) 绘出图中 $V-W$ 垂直截面的示意图;
 (d) 说明图中 $V-W$ 截面上 9、10 两点之间的合金和 2、3 两点间的合金平衡凝固时的组织变化和室温时的平衡组织。

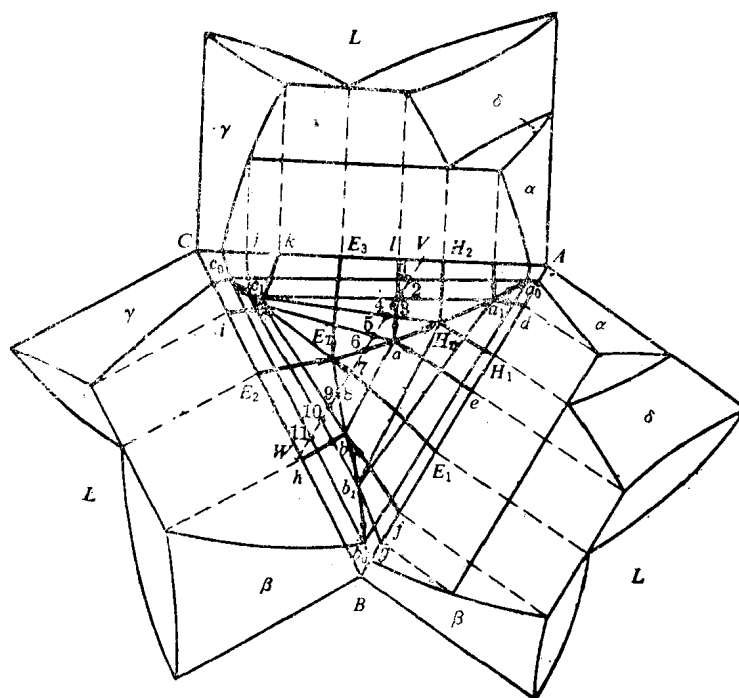


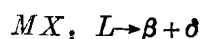
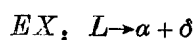
图 5-10

5-17 图 5-11 是三元系 Ag-Cu-Cu₃P 的液相投影图, 此体系包含了一组铜焊合金(成分范围为 0~15 wt. % Ag、40~60 wt. % Cu、35~55 wt. % Cu₃P)。

(a) 根据相图确定含 50 wt. % Cu₃P 和 5 wt. % Ag 合金: (I) 液相线温度; (II) 开始析出 Cu₃P 时剩余液体的重量分数; (III) 当该合金液体含有 10 wt. % Ag 并位于 $L \rightarrow Cu + Cu_3P$ 共晶沟线上时各相的分数(设为平衡凝固, 固相无溶解度); (IV) 室温时初晶、二元共晶和三元共晶各占多少分数?

(b) 试分别图示 800°C 和高于三元共晶温度但低于二元共晶温度的水平截面。

5-18 图 5-12 是 Pb-Sb-Sn 三元系的投影图, 其中实线为液相线投影, 虚线为部分固态等温截面, β 为中间相。液相投影线上的反应如下:



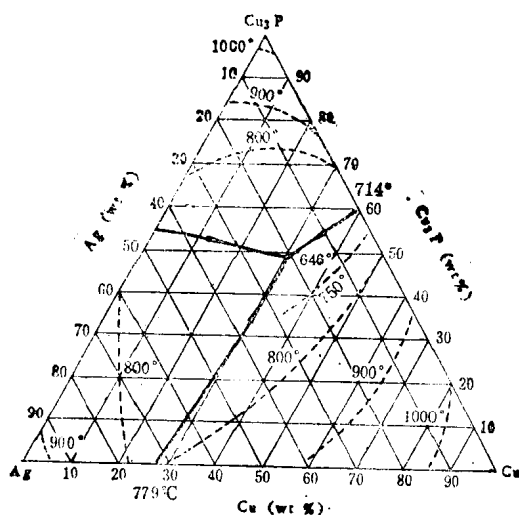


图 5-11

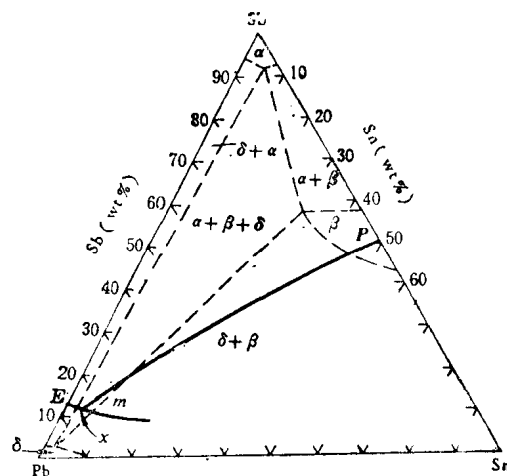


图 5-12

PX : $L + \alpha \rightarrow \beta$

X : $L \rightarrow \alpha + \beta + \delta$

试根据以上数据描述: (a) Pb-30% Sb-10% Sn 和 (b) Pb-15% Sb-10% Sn 的平衡凝固过程及室温组织。

5-19 图 5-13 为 Al-Cu-Mg 三元系的部分液相面投影图(a)和固相面投影图(b), 该三元系有下列反应:

ac 线: $L \rightarrow Al + \theta$

f : $L + S \rightleftharpoons Al + T$

bc 线: $L \rightarrow \theta + S$

fh 线: $L \rightarrow Al + T$

cdf 线: $L \rightarrow Al + S$

gh 线: $L \rightarrow \beta + T$

ef 线: $L + S \rightarrow T$

ih 线: $L \rightarrow Al + \beta$

c : $L \rightarrow Al + \theta + S$

h : $L \rightleftharpoons Al + \beta + T$

(a) 描述下述铝基合金的平衡凝固过程: (I) 3% Cu, 15% Mg; (II) 6% Cu, 12% Mg; (III) 4.5% Cu, 2.5% Mg。

(b) Al-4.5% Cu-2.5% Mg 合金试样和二元 Al-4.5% Cu 合金试样在 500°C 固溶处理几个小时后淬水, 然后在 200°C 保温 24 小时。取 200°C 时铜在铝中的溶解度为 0.1 wt. %, 镁在铝中的溶解度为 3 wt. %, 参考上述相图, 试比较这两种合金热处理后的组织差异。

5-20 参考 5-19 题相图, 试解答:

(a) 硬铝 1y2 (Al-2.6~3.2% Cu-2.0~2.4% Mg)、1y11 (Al-3.8~4.8% Cu-0.4~0.8% Mg) 和 1y12 (Al-3.8~4.9% Cu-1.2~1.8% Mg) 的强化相有什么不同?

(b) 1y2, 1y11 及 1y12 三合金在淬火状态下的组织有何不同?

5-21 Al-Cu-Fe 三元系富铝部分的液相面和固相面投影图如图 5-14 所示。铜, 铝和铁三组元在化合物 $FeAl_3$ 、 Cu_2FeAl_7 、 $CuAl_2$ 中的固溶度均非常小, 可忽略不计。

(a) 写出在 P 点和 E_T 点存在的四相平衡反应, 判断在 P 点和 E_T 点相交的各单变线是属于共晶线还是包晶线, 并说明理由。

(b) 图中 Al-25% Cu-5% Fe 合金平衡冷凝后的显微组织是什么?

(c) (Al) + $CuAl_2$ + Cu_2FeAl_7 三相共晶中, 什么相的重量分数最大? 什么相的重量分数

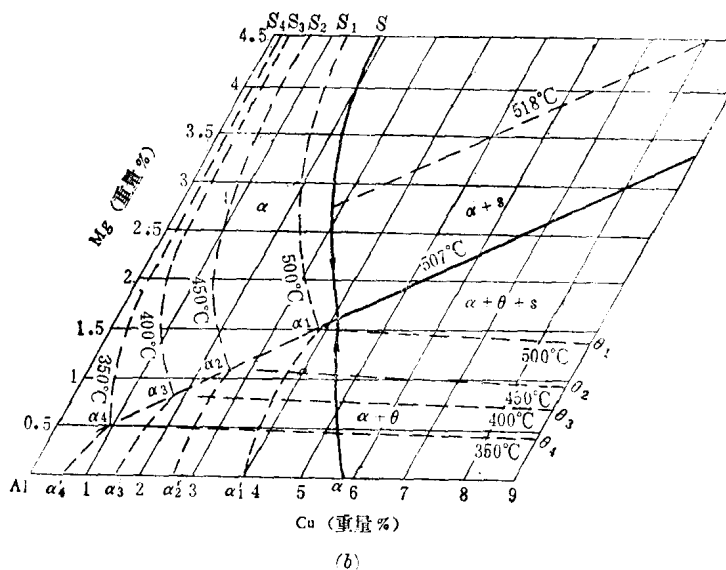
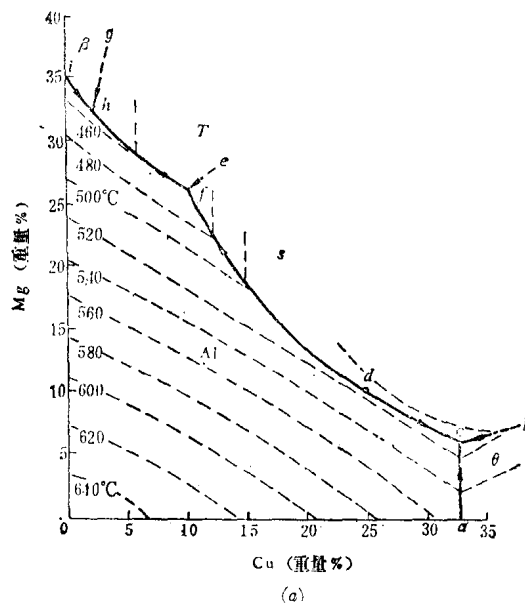


图 5-13

最小?

(d) 当杂质铁的含量不大于 0.5% 时, Al-10%Cu 合金中的杂质铁是以什么化合物的形态存在?它们是通过哪些可能的反应结晶出来?

5-22 Au-Pb-Sn 三元系中的 Pb、Sn 和化合物 AuSn_2 组成的区域是合适的 Pb-Sn 焊料, 在电子电信工业中用于金极板表面的焊接。图 5-15 为 Au-Pb-Sn 三元系的液相面投影图, 其中 Pb-Sn 系含有一个共晶反应(e_1 , 183°C), AuSn 为稳定化合物(熔点 419°C)。在二元系 AuSn 和 Sn 之间有下列反应: $L + \text{AuSn} \rightleftharpoons \text{AuSn}_2$ (P_1 , 309°C); $L + \text{AuSn}_2 \rightleftharpoons \text{AuSn}_4$ (P_2 , 252°C); $L \rightleftharpoons \text{AuSn}_4 + \text{Sn}$ (e_2 , 217°C)。AuSn-Pb 是含有共晶 $L \rightleftharpoons \text{AuSn} + \text{Pb}$ (e_3 , 292°C) 的伪二元系, E 点温度为 177°C。

(a) 描述在平衡条件下含 20Wt.% Au、40Wt.% Pb 合金的冷凝过程。

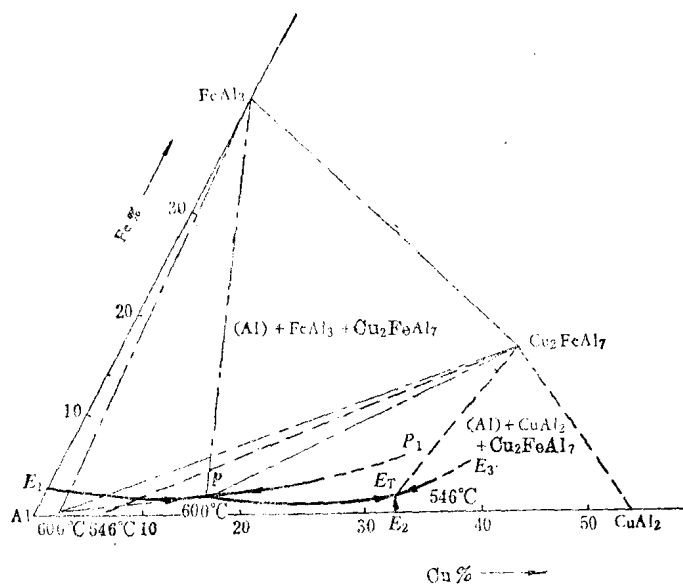


图 5-14

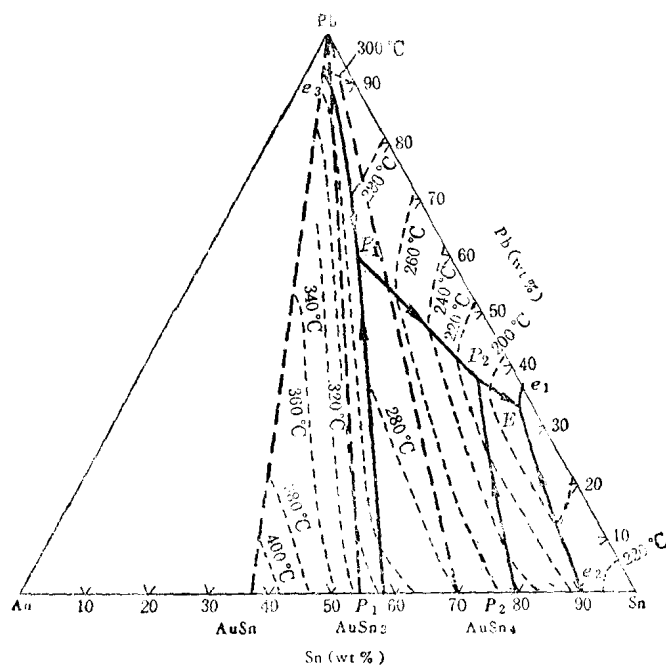


图 5-15

(b) 在 280°C 全能溶解于 40% Pb-60% Sn 焊料中的百分数为多少?

(c) 比较在 220°C 时 40% Pb-60% Sn 焊料和在 240°C 时 50% Pb-50% Sn 焊料在金极板面各能溶解多少金, 凝固时析出初晶各有什么不同。

5-23 图 5-16 为 Fe-Cr-Ni 三元系在 650°C 的等温截面:

(a) Fe-20% Cr-12% Ni 不锈钢加热到此温度时存在什么相组织?

(b) 如果镍浓度增加到 20%、铬浓度降低到 15%, 存在什么相组织?

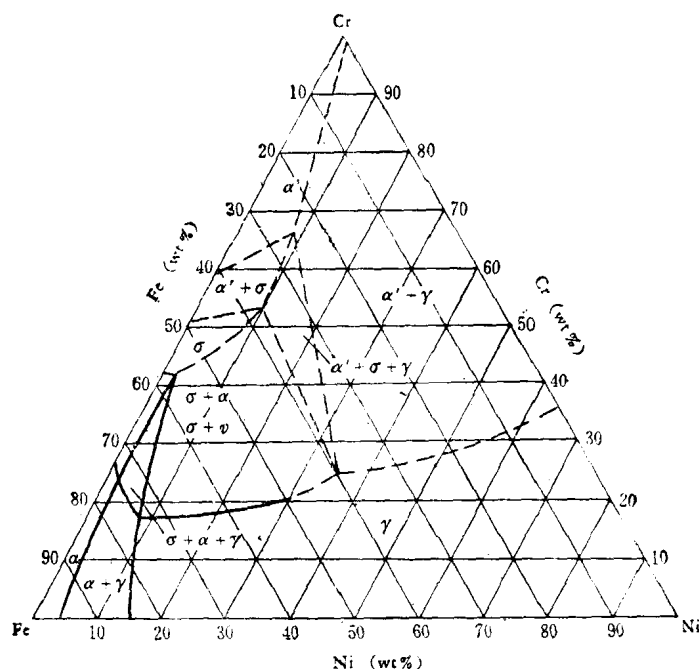


图 5-16

(c) 假设有一组含 5wt.%Ni、20~70wt.%Cr 的合金在 650°C 退火到平衡状态, 试估计合金中 σ 相的分数如何随铬浓度变化。

5-24 Al-Cu-Si 三元系富铝部分的液相面、固相面和固溶度面的投影图分别如图 5-17 (a)、(b)、(c) 所示; 问:

(a) 含 4%Cu、6%Si 的 Al-Cu-Si 三元合金的凝固开始温度和终了温度各为多少? 此合金平衡冷凝到室温时将由什么相和组织组成?

(b) 含 4.5%Cu、1%Si 的 Al-Cu-Si 三元合金其平衡冷凝和非平衡冷凝后的显微组织有何主要区别? 何故?

(c) 以上两合金能否通过热处理细化其铸件晶粒?

5-25 根据 Fe-Cr-C 三元系在低碳部分的液相面投影图 (图 5-18), 列出图中所有的四相反应式。

5-26 Fe-Cr-C 系三元合金, 如铬不锈钢 2Cr13、高碳高铬型模具钢 Cr12 等, 在工业上应用极为广泛, 图 5-19 是 Fe-Cr-C 三元系含 13%Cr 的垂直截面, 问:

(a) 从截面上能判断哪些三相区的三相反应?

(b) 有哪几个四相区, 从截面能判断哪些四相区的反应类型?

(c) 列出 2Cr13 不锈钢, (13%Cr, 0.2%C) 和 Cr12 模具钢 (13%Cr, 2%C) 的平衡冷却过程与室温组织以及不平衡冷却的组织。

5-27 图 5-20 为 Fe-O-S 三元系富铁部分的液相面投影图。二元 Fe-O 系含有偏晶反应: $L_1(\sim 0.16\text{wt.}\%O) \rightleftharpoons \delta\text{-Fe} + L_2(\sim 22.6\text{wt.}\%O)$ (1528°C), 这一反应伸展进三元系, ABC 表示溶解度间隙, C 是发生偏晶反应的最低温度点 ($\sim 1340^\circ\text{C}$)。三个共晶反应为: $L_2 \rightleftharpoons \gamma\text{-Fe} + \text{FeO}$ (1371°C); $L \rightleftharpoons \gamma\text{-Fe} + \text{FeS}$ (983°C) 和 $L \rightleftharpoons \text{FeO} + \text{FeS}$ 。三元共晶反应为

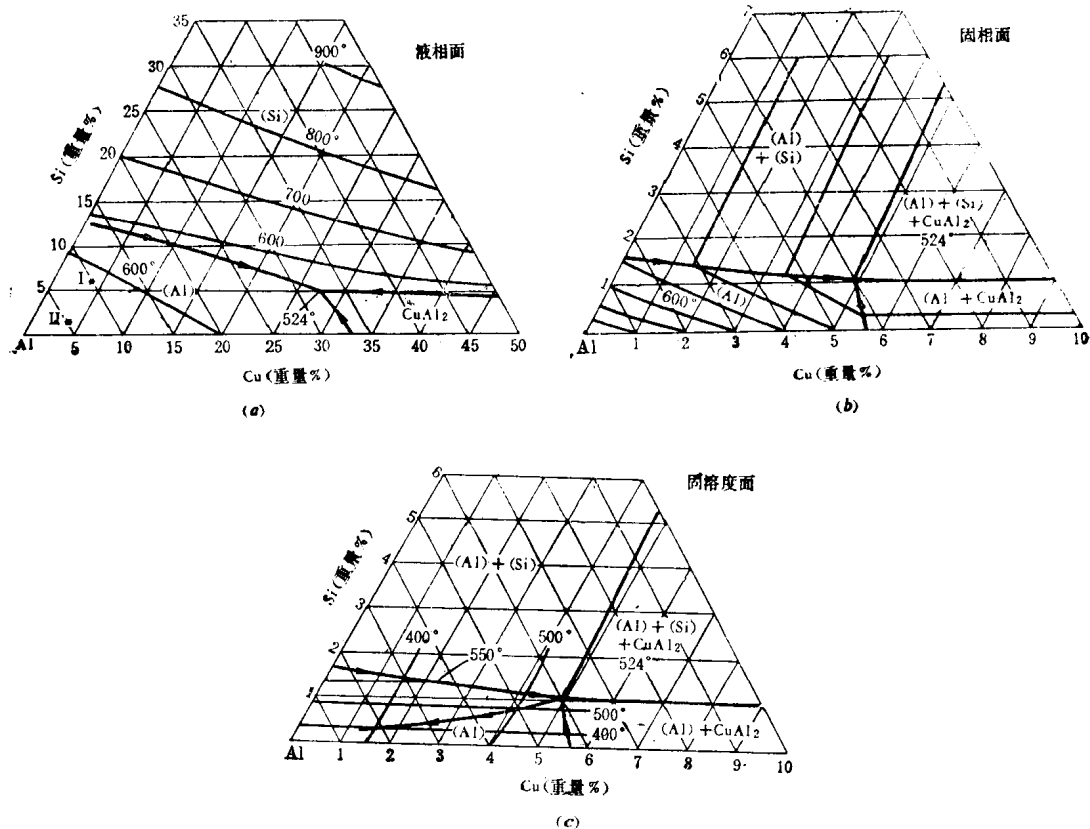


图 5-17

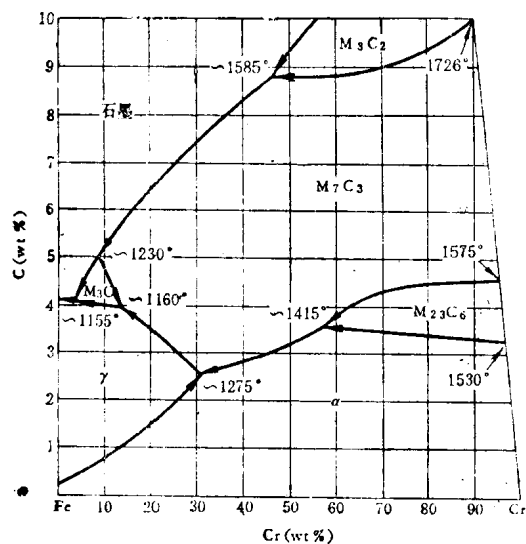


图 5-18

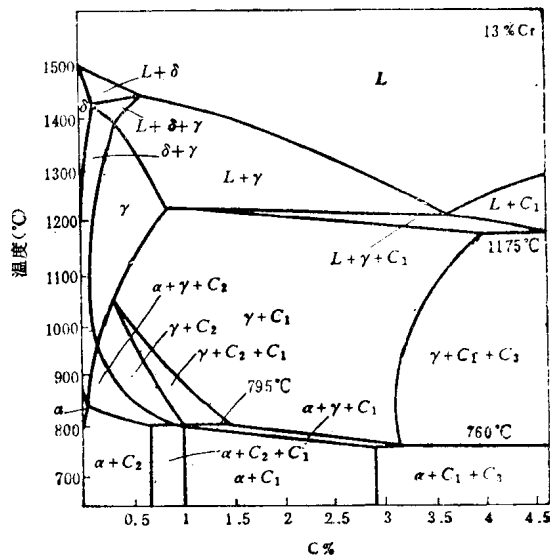


图 5-19

$L \rightleftharpoons \alpha\text{-Fe} + \text{FeO} + \text{FeS} (920^\circ\text{C})$.

(a) 描述X合金(0.1wt.%O, 0.2wt.%S)的平衡冷凝和非平衡冷凝过程。

(b) 对于具有偏晶反应的合金, 假定凝固时发生液体的分离, 说明合金的成分如何影响杂质的量和成分。

- C. 与 Q 无关
7. 影响扩散系数的变化有多种因素, 其中_____。
- A. 溶质原子的熔点愈高, 其在固溶体中的扩散系数愈小;
B. 溶质原子在元素周期表中离溶剂原子愈近, 扩散系数愈大;
C. γ 铁的自扩散系数大于 α 铁的自扩散系数。
8. 决定原子扩散过程的基本因素是_____。
- A. 组元的浓度梯度
B. 组元的化学势梯度
C. 温度
9. 原子的扩散具有结构敏感的性质, 因此在多晶体金属和合金中有_____。
- A. $Q_{\text{体积}} \geq 2Q_{\text{晶界}} \geq 2Q_{\text{表面}}$
B. $2Q_{\text{表面}} \geq Q_{\text{体积}} \geq 2Q_{\text{晶界}}$
C. $2Q_{\text{晶界}} \geq 2Q_{\text{表面}} \geq Q_{\text{体积}}$
10. 冷变形使金属中产生大量的空位、位错等晶体缺陷, 这些缺陷的存在, _____。
- A. 阻碍原子的移动, 减慢扩散过程
B. 对扩散过程无影响
C. 加速了原子的扩散过程

二、解答题

6-1 一根长为 0.01 m 的含磷硅棒, 其中磷在硅棒中的浓度分布从一端的 1×10^{20} 原子/ m^3 均匀增加到另一端的 101×10^{20} 原子/ m^3 , 试求棒中磷的浓度分布和间隔 $1 \mu\text{m}$ 的浓度差。

6-2 钢在进行渗碳处理时, 表面很快达到较高浓度, 然后逐步向中间扩散。设在 1000°C 时, 测得工件离表面 1 mm 和 2 mm 之间的碳浓度从 5at.% 降到 4at.%, 试计算碳原子在该区域的流量 ($\gamma\text{-Fe}$ 在 1000°C 时密度为 $7.63\text{g}/\text{cm}^3$, 扩散系数 $D_0^{\gamma} = (2.0 \times 10^{-5}\text{m}^2/\text{s}) \times \exp[(-142000\text{J}/\text{mol})/RT]$), 以原子/ $\text{m}^2 \cdot \text{s}$ 为单位。

6-3 设有一盛氢的钢容器, 容器里面的压力为 $10 \times 10^5\text{Pa}$ 而容器外面为真空。在 $10 \times 10^5\text{Pa}$ 下, 氢在容器内壁的溶解度为 $10^{-2}\text{g}/\text{cm}^3$, 氢在钢中的扩散系数为 $10^{-5}\text{cm}^2/\text{s}$, 试计算通过 1 mm 厚容器壁的氢扩散通量。

6-4 一片厚 0.01 cm 的薄铁片插在一管子中间, 管子的一端通有 5×10^{20} 氢原子/ cm^3 的气体, 另一端通有 3×10^{19} 氢原子/ cm^3 的气体, 试求:

(a) 氢在薄铁片中的浓度梯度;

(b) 管子被加热到 910°C 时氢原子通过薄铁片的流量, 此时铁是体心立方结构, $D_{\text{H}}^{\alpha} = 2.2 \times 10^{-3} \exp(-12200/RT) \text{cm}^2/\text{s}$ 。

(c) 管子被加热到 913°C 时氢原子通过薄铁片的流量, 此时铁是面心立方结构, $D_{\text{H}}^{\gamma} = 1.1 \times 10^{-2} \exp(-41800/RT) \text{cm}^2/\text{s}$ 。

6-5 为研究稳态条件下间隙原子在面心立方金属中的扩散情况, 在金属薄膜的一面安放间隙原子达到饱和的溶液, 另一面为间隙原子为零的溶液。在厚 0.25 mm 的 1000mm^2 面积上测得下列数据:

温度(K)	薄膜中间隙原子的溶解度(kg/m ³)	间隙原子通过薄膜的速率(g/s)
1223	14.4	0.0025
1136	19.6	0.0014

计算在这两个温度下的扩散系数和间隙原子在面心立方金属中扩散的激活能。

6-6 在一纯铁管内流增碳气氛,管外流脱碳气氛,管子外径为 1.11 cm,内径为 0.86 cm,长 10 cm。100 小时后,共有 3.60 g 碳流过管子,测得管子不同半径处的含碳量如下表,试计算并作不同含碳量时对应扩散系数的函数图。

$r(\text{cm})$	wt. %	$r(\text{cm})$	wt. %	$r(\text{cm})$	wt. %
0.533	0.28	0.516	0.82	0.466	1.32
0.540	0.46	0.491	1.09	0.449	1.42
0.527	0.65	0.479	1.20		

6-7 铜氧化成氧化亚铜,在 500°C 以上其氧化过程呈抛物线形状。这一过程的激活能为 158 kJ/mol,相应于氧化亚铜中铜离子的激活能。假定铜在 600°C 的空气中停留 5 秒钟形成 10^{-3}cm 的氧化亚铜,求在 550°C 的空气中停留 10 秒钟形成多少厚的氧化层?(假设氧化过程亦符合稳态扩散条件)

6-8 一块含 0.5% C 的碳钢在 750°C 脱碳,因此形成了一个厚度为 0.1 mm 的纯铁素体表面层,为了通过自内部向表面扩散,使表面碳含量增加到 0.1%,将材料置于保护性气氛中,需在 1000°C 热处理多长时间?($D = 3.6 \times 10^{-7}\text{cm}^2/\text{s}$)

6-9 一块 0.1% C 钢在 930°C 渗碳,渗到 0.05 cm 的地方碳的浓度达到 0.45%。在 $t > 0$ 的全部时间,渗碳气氛保持表面成分为 1%,假设 $D_0^{\text{C}} = 2.0 \times 10^{-5}\exp(-140000/RT)$ (m^2/s),

(a) 计算渗碳时间;

(b) 若将渗层加深一倍,则需多长时间?

(c) 若规定 0.3% C 作为渗碳层厚度的量度,则在 930°C 渗碳 10 小时的渗层厚度为 870°C 渗碳 10 小时的多少倍?

6-10 含 0.85% C 的普碳钢加热到 900°C 在空气中保温 1 小时后外层碳浓度降到零。假如要求零件外层的碳浓度为 0.8%,表面应车去多少深度? ($D_0^{\text{C}} = 1.1 \times 10^{-7}\text{cm}^2/\text{s}$)

6-11 钢在较低温度渗碳有一定的优越性,淬火变形小又可得到较细的晶粒,并能延长炉子的寿命。某人设想将渗碳温度从 1000°C 降到 900°C,而将渗碳时间相应延长 10%,即能获得同样结果。试分析这种设想是否正确。(已知碳在奥氏体中的扩散激活能为 140 kJ/mol)

6-12 有一涡轮叶片,采用定向凝固法制造,如图 6-1 所示。在平衡图上,此叶片合金成分为 C_0 ,虚点线表示凝固期间固体的成分变化(固体内扩散很慢),问:

(a) 叶片在 T_1 温度做试验时发生剧烈破坏,其可能原因是什么?

(b) 对此有一工程师建议,在用于 T_1 之前,先将此叶片在 T_2 退火,这一建议正确吗?为什么?

(c) 若在 T_2 时扩散系数为 $10^{-9}\text{cm}^2/\text{s}$,而叶片长 10 cm,则此叶片必须在 T_2 退火多长时间才能解决问题?

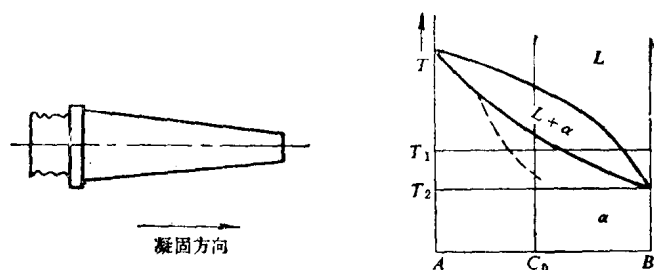


图 6-1

6-13 黄铜是一种 Cu-Zn 合金, 可由于蒸发而失去锌(锌的沸点高达 900°C)。设经 900°C 10 分钟处理后, 在深度为 1 mm 处合金的性能将发生某种程度的变化。如果只能容许在 0.5 mm 处的性能发生这一程度的变化, 那么这种合金在 800°C 能停留多长时间? (已知锌在铜中的扩散激活能 $Q = 20000 R$ 。)

6-14(a) 运用扩散方程可以估计使凝固中产生的偏析均匀化所需的时间, 最简单的计算是求得浓度差减少至一半所需的时间。试证明, 此时间近似等于 $t = \frac{x^2}{D}$, 式中 x 为原子移动距离。假定偏析溶质浓度最高处为 C_s , 最低处为零。

(b) 计算奥氏体中镍和碳均匀化的时间比。(已知 $\lg D_{\text{Ni}}^{\gamma} = -6.5$, $\lg D_{\text{C}}^{\gamma} = -11.5$ 。)

6-15 一种含 0.30% C 钢经热轧后, 产生含有富集磷的平行带状, 带间的距离是 $50\mu\text{m}$, 如果缓慢冷却, 就有产生带状的铁素体-珠光体组织的倾向。为防止出现带状组织, 必须加快热轧后的冷却速度。假定铁素体在无磷区域形核约需 20°C 过冷度, $D_{\text{C}}^{\alpha} = 2.0 \times 10^{-5} \times \exp(-140000/RT)$, m^2/s , 试估计约需多大冷却速度才能防止出现带状组织(0.30% C 钢的 A 温度约为 790°C)。

6-16 一块铁碳合金放在脱碳气氛中保持一段时间后, 其表面碳浓度降到零, 试图示此时

- 零件表面到心部的碳浓度分布曲线;
- 流量 J 与离表面距离 x 的分布曲线;
- $\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$ 与离表面距离 x 的分布曲线。

6-17 在 1000°C 进行纯铁的渗铬处理, 表面铬浓度始终保持在 50% Cr。已知 Fe-Cr 系在 1000°C 有一同素异构转变区域, 铬在 γ 相中的最大含量为 12%, 在 α 相中的最小含量为 13%。铬在 α 相中的扩散系数大于在 γ 相中的扩散系数。试尽可能正确地画出经一定时间扩散后, 铬在铁中的分布曲线。

6-18 纯铁在 950°C 渗碳, 表面碳浓度达到 0.9%, 缓慢冷却后, 重新加热到 800°C 继续渗碳, 试列出:

- 刚达到 800°C 时工件表面到心部的组织分布区域;
- 在 800°C 长时间渗碳后(碳气氛为 1.5% C)的组织分布区域, 并解释组织形成的原因;
- 在 800°C 长时间渗碳后缓慢冷却至室温的组织分布区域。

6-19 将纯金和纯银焊接起来组成扩散偶, 在 1000°C 放置 10 小时, 试图示此时在焊接

面两端的成分分布。(已知 $D_{Au} = 0.26 \exp(-191100/RT)$, $D_{Ag} = 0.072 \exp(-168840/RT)$ 。

6-20 设纯铬和纯铁组成扩散偶, 扩散 1 小时后, Matano 平面移动了 $1.52 \times 10^{-3} \text{cm}$ 。已知摩尔分数 $C_{Cr} = 0.478$ 时, $\frac{\partial C}{\partial x} = 126/\text{cm}$, 互扩散系数 $\bar{D} = 1.43 \times 10^{-9} \text{cm}^2/\text{s}$, 试求 Matano 面的移动速度和铬、铁的本征扩散系数 D_{Cr} 、 D_{Fe} 。(实验测得 Matano 面移动距离的平方与扩散时间之比为常数。)

6-21 假定 6-20 题中每个组元的摩尔体积是 $12.6 \text{cm}^3/\text{mol}$,

(a) 求通过 Matano 平面的每一组元的流量(原子 $/\text{s} \cdot \text{cm}^2$);

(b) 求经过这些横截面的纯的空位流量;

(c) 假如在 1 小时内通过这个横截面的所有空位聚集成一球形空穴, 则此空穴的半径有多大?(设每个原子体积为 $1.6 \times 10^{-23} \text{cm}^3$)

6-22 测得在 Zn-Cu 扩散偶的 Matano 面处的锌浓度为 20%, 离 Matano 面 $2.5 \times 10^{-3} \text{cm}$ 处锌的浓度为 13.56%, 计算互扩散系数 \bar{D} (扩散时间为 1 小时)。

6-23 已知空位形成能 $Q_v = 8.4 \times 10^4 \text{J}$, 空位移动能 $Q_m = 1.2 \times 10^5 \text{J/mol}$, 原子振动频率 $\nu = 10^{13}/\text{s}$, 试求在 25°C 和 1073°C 时在面心立方结构中原子跳进空位的速率。假设此过程符合 Arrhenius 关系。

6-24 某金属刚低于熔点的扩散系数为 $10^{-7} \text{cm}^2/\text{s}$, 假如 $D_0 = 1 \text{cm}^2/\text{s}$, 试确定在该金属熔点一半温度时的扩散系数(均取绝对温度)。

6-25 当原子从一个位置移动到另一个位置时, 它必须具有激活能。假设在 800°C 时, 某固体材料中每 10^{10} 原子中有一个可以移动, 而在 900°C 时每 10^9 原子中有一个可以移动, 且已知热激活过程符合 Arrhenius 定律, 则:

(a) 该材料的原子激活能为多少?

(b) 达到多少温度时每 10^8 原子中有一个可以移动?

6-26 碳在 $\alpha\text{-Ti}$ 中的一些扩散数据如下:

温度($^\circ\text{C}$)	736	782	835
$D(\text{m}^2/\text{s})$	2×10^{-13}	4.75×10^{-13}	1.3×10^{-12}

试求:

(a) 激活能 Q 和常数 A ;

(b) 在 500°C 时碳在 $\alpha\text{-Ti}$ 中的扩散系数。

6-27 两块化学成分相同、显微组织不同的银试样 A 和 B , 分别与放射线 Ag^* 源接触, 在 500°C 等温 20 小时, 冷至室温后测量 Ag^* 在两试样中的浓度分布, 发现在距放射源同一距离处, Ag^* 在 B 试样中的浓度大于在 A 试样中的浓度, 试问:

(a) A 试样和 B 试样的显微组织有什么不同? 为什么?

(b) 上述两试样若在 900°C 等温 20 小时后测量 Ag^* 的浓度分布, 则所得结果又有什么不同? 为什么?

6-28 对于体积扩散和晶界扩散, 假定 $Q_{\text{晶界}} \approx \frac{1}{2} Q_{\text{体积}}$, 试画出其 $\ln D$ 相对温度倒数 $\frac{1}{T}$ 的曲线, 并指出在哪个温度范围内, 晶界扩散超过体积扩散。

6-29 设位错密度 $\rho = 10^8 \text{cm}^{-2}$, 平均管道直径 $a = 1 \text{nm}$, 体扩散激活能 $D_v = 193 \text{kJ/mol}$, 沿位错管道扩散激活能 $D_a = 96.6 \text{kJ/mol}$, 若常数 A 相同, 则在某一温度体扩散和位错管道扩散的效果相等?

6-30 原子在晶内、晶界和表面有不同的扩散系数。设钨和含 1at.% 钽的钨钽合金形成一扩散偶, 在 2000°C 加热数分钟, 产生 0.01cm 厚的扩散区域, 假如原子分别从: (I) 晶内扩散; (II) 晶界扩散, (III) 表面扩散, 试求钽原子的流量。钨为体心立方结构, 点阵常数为 0.3165nm , $D_{\text{晶内}} = 1.10 \exp(-504000/RT)$; $D_{\text{晶界}} = 0.74 \exp(-378000/RT)$; $D_{\text{表面}} = 0.47 \exp(-279000/RT)$ 。

6-31 设 M 个溶质原子最初以非常小的体积集中在一个无限大的介质中, 试证明:

(a) 当溶质原子沿着一条线扩散后, 单位长度上的溶质原子数为

$$C = \left\{ \frac{M}{2(\pi Dt)^{1/2}} \right\} \exp(-x^2/4Dt);$$

(b) 当溶质原子沿一个无限大的平面扩散后, 在扩散源周围 r 距离内每单位面积的溶质原子数目为 $C'(r, t) = \left\{ \frac{M}{4\pi Dt} \right\} \exp(-r^2/4Dt)$;

(c) 当为三维扩散时, 则溶质原子的分布为 $C(r, t) = \left\{ \frac{M}{(8\pi Dt)^{3/2}} \right\} \exp(-r^2/4Dt)$ 。

6-32 纯铁在 950°C 渗碳 3 小时, 最表层浓度达 1% C, 试作渗层表面至内部的碳浓度分布曲线。(950°C 时, 碳在 $\gamma\text{-Fe}$ 中的扩散系数 $D = 10^{-5} \text{mm}^2/\text{s}$ 。)

第七章 金属和合金的塑性变形

一、选择题

1. 以试样的初始尺寸为计算应力和应变的依据所测得的曲线为工程应力-应变曲线, 而以瞬时的实际尺寸为计算应力和应变的依据所测得的曲线为真应力-应变曲线, 对同一材料, ____。

A. 拉伸所得的真应力-应变曲线在工程应力-应变曲线的上方; 压缩时所得的真应力-应变曲线在工程应力-应变曲线的下方

B. 拉伸和压缩所得的真应力-应变曲线都在工程应力-应变曲线的上方

C. 拉伸和压缩时所得的真应力-应变曲线都在工程应力-应变曲线的下方

2. 已知铝的层错能为 300mJ/m^2 , 不锈钢的层错能为 10mJ/m^2 , 比较二者的应力-应变曲线可以发现, ____。

A. 铝的 $\sigma-\epsilon$ 曲线上第二阶段较长

B. 不锈钢的 $\sigma-\epsilon$ 曲线上第二阶段较长

C. 二者的 $\sigma-\epsilon$ 曲线上第二阶段长短相差不明显

3. 单晶体的临界分切应力 τ_c 与 ____ 有关。

A. 外力相对于滑移系的取向

B. 拉伸时的屈服应力

C. 金属的类型和纯度

4. 单晶体作拉伸时, 若拉伸轴与滑移面法线的夹角为 ϕ , 则拉伸轴与滑移方向的夹角 λ ____。
- 可由 $\lambda = 90^\circ - \phi$ 求得
 - 不能确定, 可以是任意值
 - 不能确定, 但不大于 90°
5. 对面心立方晶体进行拉伸时, 拉伸轴沿 ____ 晶体学方向时, 可有两个等效滑移系参与滑移。
- [011]
 - [123]
 - [012]
6. Be 为 h.c.p 结构, 其 $c/a = 1.568$, 它的滑移面是 ____。
- {0001}
 - {10 $\bar{1}$ 0}
 - {11 $\bar{2}$ 2}
7. 高温时, 体心立方的滑移面有 ____。
- {110}
 - {110}、{111}、{100}
 - {110}、{112}、{123}
8. 拉伸单晶时, 滑移面转向 ____ 时最易滑移。
- 与外力轴交成 45°
 - 与外力轴平行
 - 与外力轴垂直
9. 密排六方晶体, 如果可在 {0001} <11 $\bar{2}$ 0> 和 {10 $\bar{1}$ 0} <11 $\bar{2}$ 0> 同时滑移, 则独立滑移系有 ____。
- 2 个
 - 4 个
 - 6 个
10. 在金相试样表面上几组交叉滑移线的产生是由于 ____。
- 交滑移
 - 多系滑移
 - 单滑移
11. 三种材料的静拉伸曲线如图 7-1 所示, 由图中看出 ____。
- 材料 III 塑性韧性都最好
 - 材料 III 塑性最好, 材料 II 韧性最好
 - 材料 III 塑性最好, 材料 I 韧性最好
12. 已知密排六方结构 Zn, $c/a = 1.856$, 则图 7-2 中 I、II、III 三种受力条件下的变形方式(仅考虑 {10 $\bar{1}$ 2} 孪晶)为 ____。
- I—孪生; II—孪生; III = 滑移

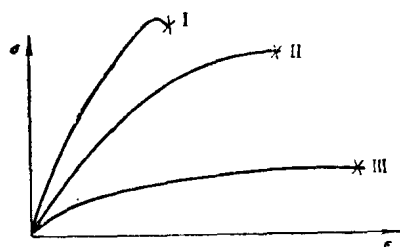


图 7-1

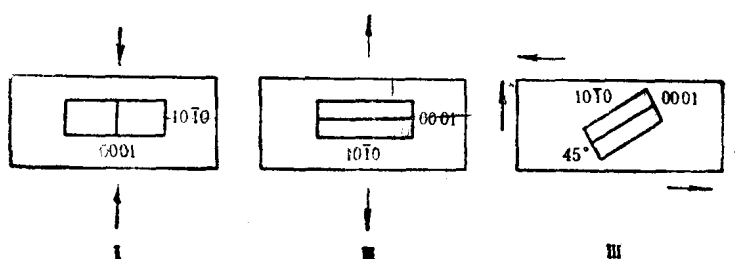


图 7-2

- B. I—滑移; II—孪生; III—孪生
 C. I—孪生; II—滑移; III—滑移
13. 强化金属材料的各种手段, 考虑的出发点都在于____。
- ✓ A. 制造无缺陷的晶体或设置位错运动的障碍
 B. 使位错增殖
 C. 使位错适当地减少
14. 加工硬化是一种有用的强化手段, 其缺点是____。
- A. 只适用于双相材料
 ✓ B. 材料在高温下不适用
 C. 只适用于单晶体
15. 弥散分布的小粒子的存在可增加材料的强度, 其强化效果取决于____。
- A. 粒子的尺寸和体积百分数
 B. 溶质原子的化合价
 C. 粒子的粘弹性变形速率
16. 既能提高金属的强度, 又能降低其脆性的手段是____。
- A. 加工硬化
 B. 固溶强化
 C. 晶粒细化
 D. 沉淀强化
17. 某二元系, 其相图的富A端如图7-3所示。今欲在这个系统中寻找一种合金, 要求具有良好的压力加工性和具有尽可能高的强度, 最有希望的成分是____。
- A. x_1
 ✓ B. x_2

C. α_3

D. α_4

18. 复相合金当一相为脆性相分布在另一相基体上时,对材料的强韧性较为有利的组织形态是_____。

A. 一相呈网状分布在另一相晶界上

B. 一相以颗粒状弥散分布于另一相基体上

C. 一相以大块状分布在另一相基体上

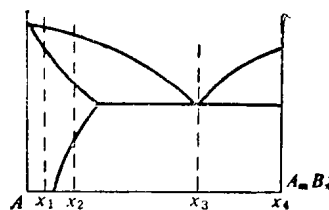


图 7-3

二、解答题

7-1 确定下列情况下的工程应变 ε_e 和真应变 ε_T , 说明何者更能反映真实的变形特性:

(1) 由 L 伸长至 $1.1L$;

(2) 由 h 压缩至 $0.9h$;

(3) 由 L 伸长至 $2L$;

(4) 由 h 压缩至 $\frac{1}{2}h$ 。

7-2 对于预先经过退火的金属多晶体, 其真应力-应变曲线的塑性部分可近似表达为

$$\sigma_T = k\varepsilon_T^n$$

式中, k 和 n 为经验常数, 分别称为强度系数和应变硬化指数。若有 A 、 B 两种金属, 其 k 值大致相等, 而 $n_A = 0.5$, $n_B = 0.2$, 则:

(1) 哪种金属的硬化能力较高, 为什么?

(2) 同样的塑性应变时, A 和 B 哪个位错密度高? 为什么?

(3) 试导出应变硬化指数 n 和应变硬化率 θ ($\theta = \frac{d\sigma_T}{d\varepsilon_T}$) 之间的数学关系式

7-3 拉伸试验达到抗拉强度, 即工程应力-应变曲线的斜率为零时, 开始出现缩颈,

(1) 证明这相当于 $\frac{d\sigma_T}{d\varepsilon_T} = \sigma_T$;

(2) 计算缩颈开始产生时的真应变; $\varepsilon_T = n$

(3) 计算将试样拉伸至缩颈时单位体积所做的功。

7-4 如果用 $\tau = \tau_{\max} \sin(2\pi x/b)$ 来描述晶体切变时的应力变化, 就可以粗略算出近似的理论剪切强度。式中, τ_{\max} 为理论剪切强度; x 为一个原子面对于相邻原子面的剪切位移; b 为剪切方向的原子间距。

(1) 面心立方金属的一个密排面沿着密排方向对于相邻的密排面发生切变, 请根据剪切模量 μ , 确定这时的 τ_{\max} ;

(2) 运用(1)的结论, 算出 Al 、 Cu 、 Ag 三种金属多晶体的理论剪切强度值。(Al 、 Cu 、 Ag 的弹性模量 E 分别为 70300 , 129800 , $82700 MPa$ 。)

7-5 将一根长为 $20m$, 直径为 $14.0mm$ 的铝棒通过孔径为 $12.7mm$ 的模具拉拔, 求:

(1) 这根铝棒拉拔后的尺寸;

(2) 这根铝棒要承受的冷加工率。

7-6 锌单晶在拉伸前的滑移方向与拉伸轴的夹角为 45° , 拉伸后滑移方向与拉伸轴的夹角为 30° , 试求拉伸后的延伸率。

7-7 锌单晶体的位向如下:基面法线与拉伸轴交成 60° , 三个滑移方向与拉伸轴分别交成 38° , 45° , 85° 。如果在拉应力为 2.28 MPa 时开始观察到塑性形变, 则锌的临界分切应力是多少?

7-8 确定一种验证临界分切应力定律的实验步骤。

7-9 设面心立方结构的银(其临界分切应力为 372.1 kPa)单晶受单轴拉伸, 外力轴分别为图 7-4 中所示的四种取向,

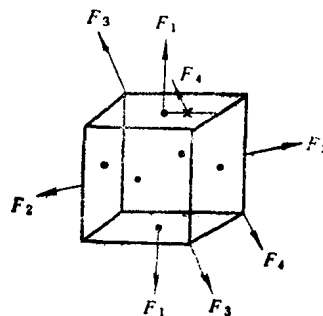


图 7-4

(1) 问同时开动的滑移系各有几个, 写出每个滑移系的具体指数;

(2) 算出在各个外力轴方向拉伸时的屈服应力;

(3) 示意画出各拉伸曲线并加以比较。

7-10 铝单晶制成拉伸试棒(其截面积为 9 mm^2)进行室温拉伸, 拉伸轴与 $[001]$ 交成 36.7° , 与 $[011]$ 交成 19.1° , 与 $[111]$ 交成 22.2° , 开始屈服时载荷为 20.40 N , 试确定主滑移系的分切应力。

7-11 (1) 设应力轴为 $[UVW]$, 拉伸应力为 σ , 试编写求解 f.c.c 单晶体主滑移系, 共轭滑移系及最大切应力的计算机程序;

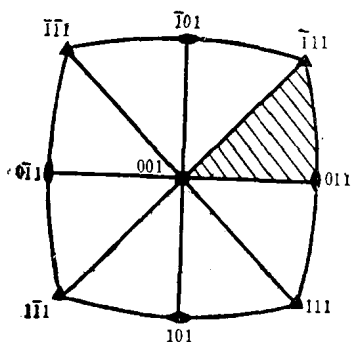


图 7-5

(2) 求应力轴分别为 $[\bar{1}23]$, $[101]$, $[111]$, $\sigma = 4 \text{ MPa}$ 时 f.c.c 单晶体的主滑移系, 共轭滑移系及最大切应力。

7-12 已知铜单晶的临界分切应力为 1 MPa , 设拉伸轴在图 7-5 中有阴影的三角形中,

(1) 求使该晶体开始滑移所需的最小拉应力, 并在阴影三角形中示意标出与此最小拉应力所对应的拉伸轴位置;

(2) 当拉伸轴位于什么取向时所需拉应力为最大? 说明理由。

7-13 图 7-6 为铜晶体经弯折后的显微组织示意图, 注意观察大多数滑移面迹线与表面所成的交角, 并加以解释。

7-14 氧化镁为 NaCl 型结构, 其滑移面为 $\{110\}$, 滑移方向为 $\langle 110 \rangle$, 试问沿哪一方向, 如果有的话, 拉伸(或压缩)不会引起滑移?

7-15 一个交滑移系包括一个滑移方向和包含这个滑移方向的两个晶面, 如 b.c.c 晶体的 $(101) [\bar{1}11]$ (110), 写出 b.c.c 晶体的其它三个同类型的交滑移系。

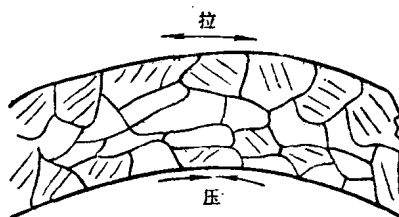


图 7-6

7-16 证明: b.c.c 及 f.c.c 金属产生孪晶时, 孪晶面沿孪生方向的切变均为 0.707 。

7-17 “滑移带”、“机械孪晶”、“退火孪晶”、“抛光残留磨痕”在金相分析时如何区别?

7-18 有一块 f.c.c 结构的单晶体, 加工成圆柱形, 其横截面面积为 130 mm^2 , 沿圆柱体轴向加拉力 P , 可以在 $\{111\}$ 面的 $\langle 110 \rangle$ 方向发生滑移, 亦可在 $\{111\}$ 面的 $\langle 11\bar{2} \rangle$ 方向发生孪生, 或在 $\{111\}$ 面之间发生解理断裂。 $\{111\}$ 面上滑移方向和孪生方向间的关系如图 7-7 所

示。若滑移所需的临界切应力 τ_s 为 2.0 MPa, 孪生所需的临界切应力 τ_T 为 2.5 MPa, 解理所需的临界正应力 σ_0 为 3.1 MPa, 则在下述情况下, 晶体将发生什么情况?

(1) 当 $\phi = 45^\circ$, $\lambda_{(\text{滑移})} = 59^\circ 40'$, $\lambda_{(\text{孪生})} = 50^\circ$

a) $P = 670 \text{ N}$

b) $P = 760 \text{ N}$

(2) 当 $\phi = 0$

a) $P = 360 \text{ N}$

b) $P = 450 \text{ N}$

7-19 Mg 为 h.c.p 结构, 其 $c/a = 1.856$, 滑移面

为 (0001) , 孪生面为 $\{10\bar{1}2\}$, 孪生方向为 $\langle 10\bar{1}1 \rangle$ 。设

孪生临界分切应力为滑移的 10 倍, 现有冷轧 Mg 板, 具有板织构 $(0001)[2\bar{1}10]$,

(1) 在 (0001) 极图中表示该织构的极点;

(2) 若在垂直于板面方向加足够大的压力, Mg 板将以什么方式产生塑性变形? 为什么?

7-20 两块锌单晶体, 其中一块在拉伸时呈脆性, 而在拉伸方向施以弯曲力时呈现出延性, 另一块在上述两种情况下都呈现出脆性, 试确定这两块单晶体与拉伸轴的相对取向。

7-21 有一块 h.c.p 结构 ($c/a = 1.586$) 的高纯金属板, 轧成薄板后产生 $(0001)[11\bar{2}0]$ 织构, 沿轧制方向取样拉伸, 屈服强度较低; 而当在此金属中加入一定量的碳后, 在同样条件下拉伸, 屈服强度较高, 试说明原因。

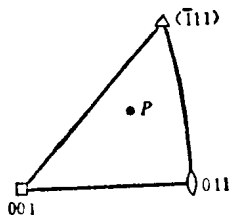


图 7-8

7-22 绘出下列试样静拉伸时的应力-应变曲线, 并扼要加以说明;

(1) 完整的铜晶须;

(2) 铜单晶, 拉力方向为 P (图 7-8);

(3) 多晶铜试样。

7-23 f.c.c 和 b.c.c 金属在塑性变形时的流变应力与位错密度 ρ 的关系为

$$\tau = \tau_0 + \alpha \mu b \sqrt{\rho}$$

式中, τ_0 为没有干扰位错时, 使位错运动所需的应力; α 为常数 (≈ 0.5)。

(1) 如果 Cu 单晶体的 $\tau_0 = 700 \text{ kPa}$, 初始位错密度 $\rho = 10^5 \text{ cm}^{-2}$, 则临界分切应力为多少? ($\text{Cu}, \mu = 42 \times 10^3 \text{ MPa}$, $b = 0.256 \text{ nm}$);

(2) 利用 (1) 的数据, 并参考图 7-9, 求 $[111]\text{Cu}$ 单晶产生 1% 塑性应变后的位错密度。 $[112]\text{Cu}$ 单晶要达到同样的位错密度, 必须经受多大的塑性应变?

7-24 测得 Au 试样冷变形后的储存能为 780 J/mol , 设其中 75% 由位错贡献, 求此时的流变应力。 ($\text{Au}, \mu = 4 \times 10^{10} \text{ Pa}$, $b = 0.25 \text{ nm}$)

7-25 设运动位错被钉扎以后, 其平均间距 $l = \rho^{-1/2}$ (ρ 为位错密度), 又设 Cu 单晶体已经应变硬化到这种程度, 即作用拉应力所产生的分切应力为 14 MPa , 试计算 Cu 单晶体的位错密度。 ($\text{Cu}, \mu = 4.1 \times 10^{10} \text{ Pa}$, $b = 0.256 \text{ nm}$)

7-26 对成分为 70% Cu-30% Zn 的黄铜材料, 冷加工量对机械性能的影响如图 7-10 所示。现欲将已经过 40% 冷加工的此种成分的黄铜丝由直径为 6.35 mm 拉成直径为 2.54

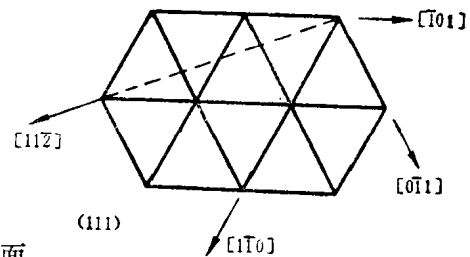


图 7-7

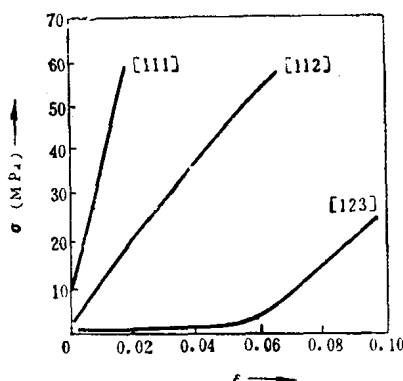


图 7-9

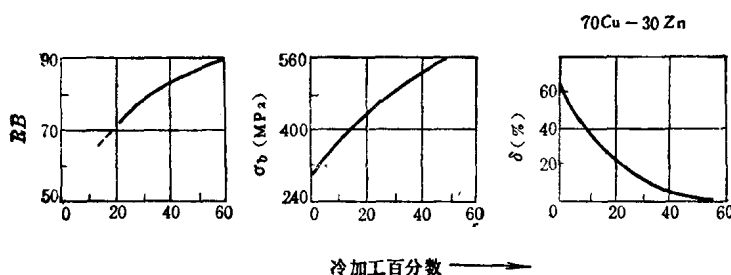


图 7-10

mm, 并使其强度大于 414 MPa, 硬度达 RB75, 延伸率大于 10%, 试制定加工工艺。(设此材料冷加工量不能超过 60%。)

7-27 试解释体心立方金属拉伸曲线上的屈服现象。为什么面心立方金属这一现象不明显?

7-28 一组低碳钢试样经冷加工至相同的变形度后取出其中一根立即置于沸水中, 15 分钟后取出拉伸, 发现有较高的屈服点, 问:

(1) 取出其中另一根试样在 15°C 保温, 经多少时间后拉伸可恢复与上述相同的屈服点?

(2) 若将冷加工后试样放在 0°C 的冰箱中, 则屈服点的恢复与(1)的情况相比将延缓多长时间?(碳在 α -Fe 中的扩散激活能 $Q = 7.5 \times 10^4 \text{ J/kmol}$)

7-29 已知平均晶粒直径为 1 mm 和 0.0625 mm 的纯铁的屈服强度分别为 112.7 MPa 和 196 MPa, 问平均晶粒直径为 0.0196 mm 的纯铁的屈服强度为多少?

7-30 一根钢丝的显微组织为 100% 珠光体, 经冷拉后珠光体片沿拉丝轴排列起来, 垂直于丝轴方向的片间距 d 随钢丝直径 D 的变细而减小, 存在如下关系:

$$\frac{d_0}{d_\epsilon} = \frac{D_0}{D_\epsilon}$$

这里的脚标“0”表示拉丝前的尺寸, “ ϵ ”表示产生真应变 ϵ 后的尺寸。若此钢丝的流变应力和珠光体片间距之间符合 Hall-Petch 关系, 证明

$$\sigma = \sigma_i + \frac{k'}{\sqrt{d_0}} \exp\left(\frac{\epsilon}{4}\right)$$

7-31 假定 α 相层片的屈服强度由以下方程给出

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_{\alpha 0} + k_{\alpha} \lambda_{\alpha}^{-1/2}$$

式中, $\sigma_{\alpha 0}$ 、 k_{α} 为常数; λ_{α} 为 α 层片每片的厚度。对于 β 相也有类似的方程。设 α 、 β 两相的屈服应变相等, 计算由定向凝固得到的 α - β 共晶体当富 α 层片每片厚度为 $0.67\mu\text{m}$, 富 β 相层片每片厚度为 $0.27\mu\text{m}$ 时的屈服强度。($\sigma_{\alpha 0} = 156\text{MPa}$, $\sigma_{\beta 0} = 180\text{MPa}$, $k_{\alpha} = 0.2$, $k_{\beta} = 0.1$)

第八章 回复和再结晶

一、选择题

- 冷加工金属回复时, 位错____。
 - 增殖
 - 大量消失
 - 重排
- 冷塑性变形的金属进行回复处理后, 金属的强度和塑性____。
 - 恢复到变形前的水平
 - 无明显变化
 - 略有提高
- 高温回复阶段, 金属中亚结构发生变化时, ____。
 - 位错密度增大
 - 位错发生塞积
 - 形成位错缠结
 - 刃型位错通过攀移和滑移构成亚晶界
- 变形金属只有在通常定义的再结晶温度以上才能发生再结晶, 在此温度以下不可能发生再结晶。这一说法____。
 - 正确
 - 错误
- 一般情况下, 高纯金属比工业纯度的金属____。
 - 更容易发生再结晶
 - 较难发生再结晶
- 有两批工业纯铝试样分别于第一天和第四天轧制后同时进行再结晶退火, 如果轧制变形量相同, 则比较这两批试样的再结晶温度就可发现, ____。
 - 第一批试样的再结晶温度较高
 - 第二批试样的再结晶温度较高
 - 两批试样具有相同的再结晶温度
- 在室温下经轧制变形 50% 的高纯铅的显微组织为 ____。
 - 沿轧制方向伸长的晶粒
 - 纤维状晶粒
 - 等轴晶粒
- 许多面心立方金属, 在____过程中会形成孪晶。
 - 浇铸

B. 塑性变形

C. 从高温快速淬火

D. 再结晶退火

9. 二次再结晶是_____。

A. 相变过程

B. 形核长大过程

C. 某些晶粒特别长大的现象

10. 在_____的情况下,再结晶后若在更高温度保温还可能发生异常晶粒长大(二次再结晶)。

A. 临界变形度变形

B. 冷变形金属中存在着分散分布的第二相微粒

C. 冷变形前的原始晶粒粗大

二、解答题

8-1 有一块 Fe-3% Si 单晶如图 8-1 所示,其点阵常数 $a_0 = 0.3 \text{ nm}$, 经弯曲变形后进行回复退火,发生多边形化过程,形成五块亚晶, 由蚀坑法测得此时之刃位错总数 $n_T = 1.128 \times 10^6$, 设其均匀分布构成亚晶界,

(1) 求相邻亚晶间的取向差 θ ;

(2) 设在多边形化前位错间无交互作用,问形成亚晶后畸变能是形成亚晶前的多少倍?

(3) 由上述可推测回复对再结晶有何影响。

8-2 经变形的铝块在回复过程中形成亚晶,设剩余的应变能全部属于亚晶界面能,且亚晶平均直径 D 的长大与退火时间 t 成正比,证明:应变能释放速率与 t^2 成反比。(应变能释放速率以“应变能/摩尔原子·时间”表示,单位体积的界面面积 $= \frac{2}{D}$)

8-3 将铝试样加热到 284°C 淬火冷却至 0°C 后按照时间的函数测定电阻率 $\rho(t)$ 。设时间为零时的电阻率为 $\rho(0)$,而在完全回复后是 $\rho(\infty)$, 在 95 分钟时,再将温度突然升高到 22°C ,测定的数据如图 8-2 所示。假定金属材料的电阻变化单纯地依赖于空位浓度的变化,其关系式为

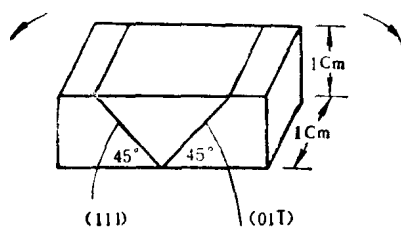


图 8-1

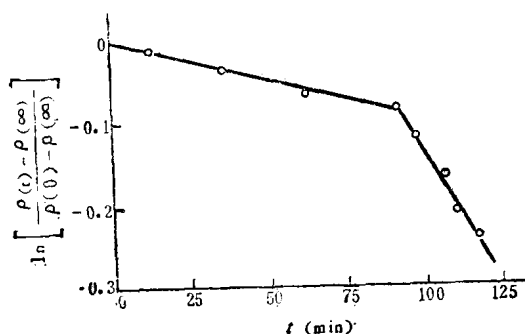


图 8-2

$$\ln \frac{\rho(t) - \rho(\infty)}{\rho(0) - \rho(\infty)} = A e^{-Q/kT} \cdot t$$

试根据这一方程和上述数据确定铝中空位迁移的激活能。

8-4 已知含 30% Zn 的黄铜在 400°C 的恒温下完成再结晶需要 1 小时,而在 390°C 完成再结晶需要 2 小时,试计算在 420°C 恒温下完成再结晶需多少时间?

8-5 纯铝在 553°C 和 627°C 等温退火至完成再结晶分别需要 40 小时和 1 小时,试求此材料的再结晶激活能。

8-6 纯铁经冷轧后拟用作一定温度下之构件,若在使用过程中发生了 50% 的再结晶,就可认为强度明显下降而不能继续使用。

(1) 现已测得该材料的再结晶动力学曲线如图 8-3,如欲使该构件的工作寿命为 100,000 秒,则其最高使用温度为多少度?

(2) 如欲延长构件在该温度下的工作寿命,以纯铁为基可以采取哪些措施?

(3) 设再结晶的激活能为常数,试利用上述实验结果,用作图法估算再结晶温度。

8-7 假定将再结晶温度定义为 1 小时内转变量达 95% 的温度,已知获得 95% 转变量所需要的时间 $t_{0.95}$ 为

$$t_{0.95} = \left[\frac{2.85}{\dot{N} G^3} \right]^{1/4}$$

式中, \dot{N} 、 G 分别为再结晶的形核率和长大线速度, $G = G_0 e^{-Q_g/kT}$, $\dot{N} = N_0 e^{-Q_n/kT}$ 。

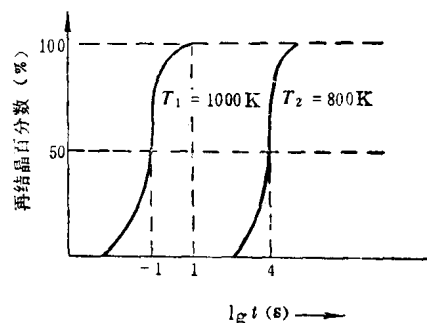


图 8-3

(1) 根据上述方程,导出再结晶温度 T_R 与 G_0 、 N_0 、 Q_g 及 Q_n 的函数关系。

(2) 说明下列因素是怎样影响 G_0 、 N_0 、 Q_g 和 Q_n 的:

a) 预变形度; b) 原始晶粒尺寸; c) 金属纯度。

(3) 说明上述三因素是怎样影响再结晶温度的。

8-8 设计在一定温度(T)下求再结晶形核率 \dot{N} 和长大线速度 G 的实验方法。(若 \dot{N} 和 G 都随时间变化。)

8-9 冷变形金属制成薄膜在透射电子显微镜中原位加热测定再结晶温度时,发现所测出的再结晶温度较同一金属大块试样测出的再结晶温度为高,试分析产生此种情况的原因。

8-10 有人将工业纯铝在室温进行大变形量轧制使成薄片试样,所测得的低温强度表明试样呈冷加工状态;然后将试样加热到 100°C 放置 12 天,再冷却后测得的低温强度明显降低。试验者查得工业纯铝的 T_R 为 150°C,所以他排除了发生再结晶的可能性。请解释上述现象,并说明如何证明你的设想。

8-11 设冷变形后位错密度为 $10^{12}/\text{cm}^2$ 的金属中存在着加热时不发生聚集长大的第二相微粒,其体积分数 $f=1\%$,半径为 $1\mu\text{m}$,问这种第二相微粒的存在能否完全阻止此金属加热时的再结晶。(设: $\mu=10^5\text{MPa}$; $b=3\times 10^{-8}\text{cm}$; 比晶界能 $\sigma=0.5\text{J/m}^2$)

8-12 将经过大量冷塑性变形(例如 70% 以上)的纯金属长棒的一端浸入冰水中,另一端加热至接近熔点的高温(例如 $0.9T_m$),过程持续进行一小时,然后试样完全冷却,试作沿棒长度的硬度分布曲线(示意图),并作简要说明。

8-13 将一楔型铜片置于间距恒定的两轧辊间轧制,如图 8-4 所示。

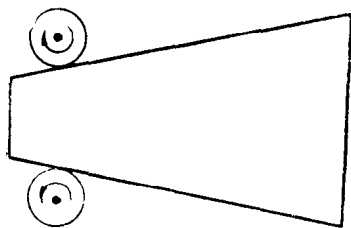


图 8-4

(1) 画出此铜片经完全再结晶后晶粒大小沿片长方向变化的示意图;

(2) 如果在较低温度退火, 何处先发生再结晶? 为什么?

8-14 假定发现冷轧至最终厚度并经退火后的薄铝板超差 2%, 需再冷轧至所需厚度, 并进行退火以消除这一小量减缩的强化作用, 问这一过程将产生什么影响?

8-15 图 8-5 示出 α -黄铜在再结晶终了的晶粒尺寸和再结晶前的冷加工量的关系。我们知道, 退火温度越高, 退火后晶粒越大, 而图中曲线却与退火温度无关, 这一现象与上述说法是否矛盾? 该如何解释?

8-16 黄铜的界面能为 0.5J/m^2 。设有 1cm^3 黄铜, 在 700°C 退火, 原始晶粒直径为 $2.16 \times 10^{-3}\text{cm}$, 由量热计测得保温 2 小时共放出热量 0.035J (0.0084cal), 求保温 2 小时后的晶粒尺寸。(从定量金相知道单位体积界面面积 S_v 和截面上晶粒直径 d 之间有 $S_v = \frac{2}{d}$ 的关系。)

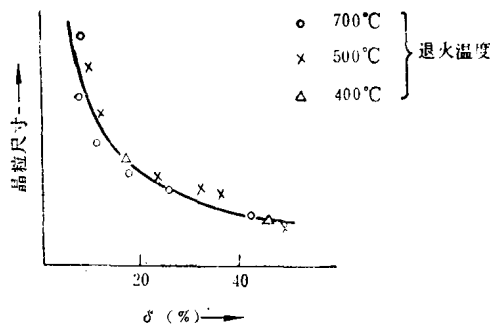


图 8-5

8-17 灯泡中的钨丝在非常高的温度下工作, 故会发生显著的晶粒长大。当形成横跨灯丝的大晶粒时, 灯丝在某些情况下就变得很脆, 并会在因加热与冷却时的热膨胀所造成的应力下发生破断。试找出一种能延长钨丝寿命的方法。

8-18 图 8-6 中 M 合金, 原始组织为退火态粗晶组织, 今欲通过时效和再结晶, 以控制组织, 提高室温屈服强度, 试拟定合理的工艺步骤。

8-19 Ag 冷加工后位错密度为 $10^{12}/\text{cm}^2$, 设再结晶晶核以大角度晶界向变形基体移动, 求晶界弓出的最小曲率半径。(Ag : $\mu = 30\text{GPa}$; $b = 3 \times 10^{-8}\text{cm}$; 界面能 $\gamma = 0.4\text{J/m}^2$)

8-20 为何金属材料经热加工后机械性能较铸造状态为佳? 降低热轧低碳钢板中的硫含量(硫在钢中主要是以 MnS 夹杂物的形态存在)为何能显著降低钢板沿纵向、横向和厚度方向拉伸时的断面收缩率的差别?

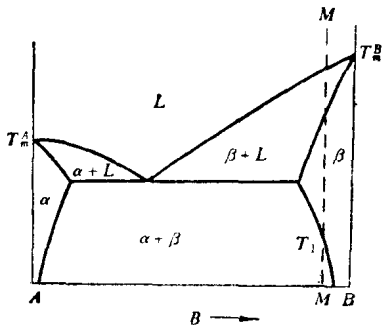


图 8-6

第九章 固体中的相变

一、选择题

1. 根据热力学关系式 $G = H - TS$ 可知, 在一般情况下, ____。
 - A. 低温相具有较密排的晶体结构
 - B. 高温相具有较密排的晶体结构
 - C. 高温时原子容易运动, 所以易获得有序结构
2. 图 9-1 示出固态相变的一般综合动力学曲线。由此曲线可知, 在 T_1 温度时, ____。
 - A. 形核率是高的
 - B. 长大率是低的
 - C. 得到的显微组织是粗大的
3. 马氏体相变时, 新相往往在母相的一定晶体学面上开始形成, 这个晶面称为 ____。
 - A. 孪晶面
 - B. 惯习面
 - C. 织构
4. 在扩散型相变中, 设新相和母相之间为半共格界面, 界面位错的柏氏矢量平行于界面平面, 则 ____。
 - A. 新相不能长大
 - B. 新相主要由界面位错的侧向移动长大
 - C. 新相主要由界面位错的攀移而长大
5. 固态相变中往往先产生亚稳定的过渡相, 这是因为 ____。
 - A. 平衡析出相的相变驱动力比过渡相小
 - B. 过渡相具有较低的表面能和畸变能
 - C. 过渡相与母相之间为非共格界面
6. 固态相变中新相与母相的界面结构往往取决于应变能和界面能的交互作用。若这两个因素的作用相近, 则新相与母相界面可能呈 ____。
 - A. 共格界面
 - B. 半共格界面
 - C. 非共格界面
7. 新相和母相之间存在一定的晶体学位向关系, 这是为了 ____。
 - A. 形成共格界面
 - B. 增加化学自由能
 - C. 降低表面能
8. 相对而言, 同素异构转变 ____ 所需的激活能最小。
 - A. $\alpha\text{-Fe} \rightleftharpoons \gamma\text{-Fe}$
 - B. 石墨 \rightleftharpoons 金刚石
 - C. 立方 $\text{BaTiO}_3 \rightleftharpoons$ 正方 BaTiO_3

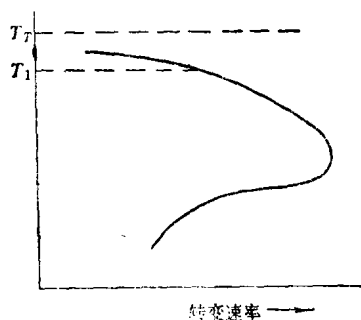


图 9-1

9. 纯金属经过同素异构转变,产生____。
- 成分和有序度方面的改变
 - 结构和成分等方面的改变
 - 组织和结构方面的改变
10. 脱溶分解的显微组织中出现无沉淀区是由于____。
- 基体中空位浓度太高
 - 过饱和空位在邻近的晶界中消失
 - 空位与位错的交互作用
11. Spinodal 分解后的典型显微组织形貌为____。
- 基体中两相大小及分布规则,具有高度连接性
 - 基体中的一相为球状
 - 基体中两相交替呈片状分布
12. 如果沉淀过程在母相中各处同时发生,母相的成分连续变化,但其晶粒外形及位向均不变,则称为____。
- 胞状转变
 - 切变型转变
 - 连续析出转变
13. 设合金在母相态原子的排列是有序的,则经过马氏体相变后,____。
- 马氏体相中原子的排列仍为有序
 - 马氏体相中原子的排列变为无序
 - 马氏体相中原子的排列变为短程有序
14. 马氏体相变时(非热弹性),____。
- 马氏体片长大速度随相变温度降低而增大
 - 马氏体片形核后即很快长大到它的最终尺寸
 - 符合 Avrami 动力学方程的形核长大过程

二、解答题

9-1 在 300K, α -Mn 和 γ -Mn 的焓分别由式 $H_{300}^{\alpha} - H_0^{\alpha} = 5040$ 和式 $H_{300}^{\gamma} - H_0^{\gamma} = 5170$ 给出,式中 H_0^{α} 、 H_0^{γ} 分别为 α 和 γ 在 0K 时的焓;单位为 J/mol; 熵值 $S_{300}^{\alpha} = 32$, $S_{300}^{\gamma} = 32.5$, 单位为 J/K·mol。 $T > 300$ K 时,常压下 α 、 γ 相的比热分别为 $C_p^{\alpha} = 24 + 0.014T - 160000/T^2$ 和 $C_p^{\gamma} = 25.3 + 0.015T - 186000/T^2$ 。 实验测得 $H_{600}^{\gamma} - H_{300}^{\alpha} = 109000$ 。 试计算 0K 和 1000 K 时的 $\alpha \rightleftharpoons \gamma$ 转变的潜热。

9-2 已知 α 、 β 、 γ 、 δ 相的自由能曲线如图 9-2 所示,从热力学角度判断浓度为 C_0 的 γ 相及 δ 相中应析出的相,并说明理由,同时指出在所示的温度下平衡相(稳定相)及其浓度。

9-3 设成分为 x_0 的合金在 T 温度时效时,发生脱溶分解, $\alpha_{(x_0)} \rightarrow A\beta_{(x_1)} + B\alpha'_{(x_2)}$ (A 、 B 表示摩尔分数),如图 9-3 所示,试求:

- 形成新相核胚时的形核驱动力;
- 脱溶分解过程的相变驱动力(设为理想溶液)。

9-4 在规则溶液 α 中析出 β 的总驱动力 ΔG 可近似表达为:

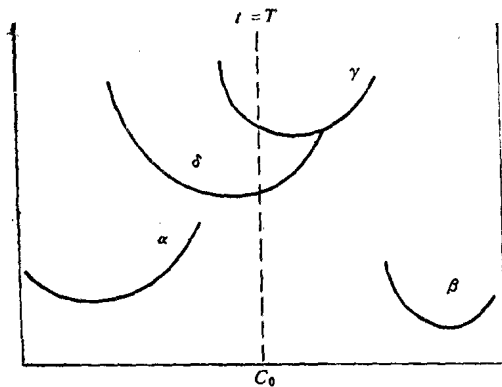


图 9-2

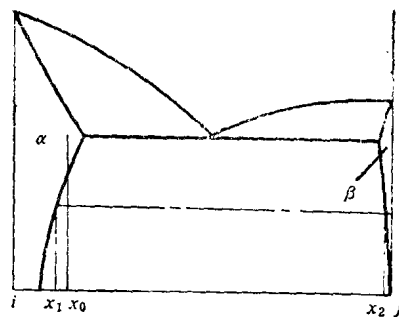


图 9-3

$$\Delta G = RT \left[x_0 \ln \frac{x_0}{x_e} + (1-x_0) \ln \frac{(1-x_0)}{(1-x_e)} \right] - 2\Omega(x_0-x_e)^2$$

式中, x_0 为 α 相中的溶质摩尔分数; x_e 为析出后 α 相中溶质的摩尔分数。

(a) 设 $T = 600 \text{ K}$, $x_0 = 1$, $x_e = 0.02$, $\Omega = 0$, 使用这一表达式估计 $\alpha \rightarrow \alpha' + \beta$ 时的总驱动力;

(b) 假如合金经过热处理后具有间距为 50 nm 的弥散相析出, 计算每立方米的 α/β 总界面能(设析出物为立方体);

(c) 假如 $\sigma_{\alpha\beta} = 200 \times 10^{-3} \text{ J/m}^2$, 则每立方米合金总界面能为多少? 每摩尔合金总界面能为多少? ($V_m = 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$).

(d) 若界面能同上, 则合金还剩多少相变驱动力?

9-5 (a) 对稀溶液和理想溶液, 证明新相形核驱动力近似为(假设 $x_B^s = 1$);

$$\Delta G_n = RT \ln \frac{x_0}{x_e}$$

式中 x_0 与 x_e 的意义同习题 9-4。

(b) 利用习题 9-4 的数据, 计算 ΔG_n 。

(c) 假定为均匀形核, 计算临界核心的半径。

9-6 A 组元和 B 组元形成规则溶液, 具有正的混合溶化热, 其自由能表达式为:

$$G = x_A G_A + x_B G_B + \Omega x_A x_B + RT(x_A \ln x_A + x_B \ln x_B)$$

假定 $G_A = G_B = 0$, 试推导发生 Spinodal 分解的临界温度 T_c 。

9-7 下式表示含 n 个原子的晶胚形成时所引起系统自由能的变化:

$$\Delta G = -bn(\Delta G_B - \varepsilon) + an^{2/3}\sigma$$

式中, ΔG_B 为形成单位体积晶胚时的自由能变化; σ 为界面能; ε 为应变能; a, b 为系数, 其数值由晶胚的形状决定。试求晶胚为球状时的 a 和 b 值。假定 $\Delta G_B, \sigma, \varepsilon$ 均为常数, 试导出球状晶核的形核功 ΔG^* 。

9-8 固态相变时, 设单个原子的体积自由能变化为 $\Delta G_B = 200 \Delta T / T_c$, 单位为 J/cm^3 , 临界转变温度 $T_c = 1000 \text{ K}$, 应变能 $\varepsilon = 4 \text{ J/cm}^3$, 共格界面能 $\sigma_{\text{共格}} = 40 \text{ erg/cm}^2$, 非共格界面能 $\sigma_{\text{非共格}} = 400 \text{ erg/cm}^2$, 试计算:

(a) $\Delta T = 50^\circ \text{C}$ 时的临界形核功 $\Delta G_{\text{共格}}^*$ 与 $\Delta G_{\text{非共格}}^*$ 之比;

(b) $\Delta G^*_{\text{共格}} = \Delta G^*_{\text{非共格}}$ 时的 ΔT 。

9-9 β 相在 α 相基体上借助于 γ 相非均匀形核, 假设界面能 $\sigma_{\alpha\beta}$, $\sigma_{\alpha\gamma}$, $\sigma_{\beta\gamma}$ 互相相等, 试证明:

(a) 当形成单球冠形 β 核心时 (见图 9-4 (a)), 所需的临界形核功是均匀形核的一半;

(b) 当形成双球冠形 β 核心时 (见图 9-4 (b)), 临界形核功是均匀形核的 $\frac{5}{16}$ 。

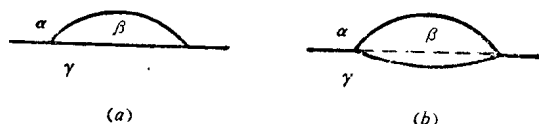


图 9-4

9-10 已知 α 相中析出 β 相, 其非共格界面能为 0.5 J/m^2 , 共格界面能为 0.05 J/m^2 , 两相接触角为 60° , 忽略应变能, 问:

(a) 若在晶粒内及晶界都是非共格形核, 则何处形核率大?

(b) 若在晶粒内是非共格形核, 在晶界是共格形核, 核胚为圆盘状, 厚度和直径之比 $t/D = 0.08$, 则何处形核率大?

9-11 溶质原子偏聚在位错线附近时, 将使材料在拉伸时出现屈服现象。溶质原子在位错线周围偏聚的浓度分布可用 $C = C_0 \exp(-E/kT)$ 表示, 式中 E 为溶质原子和位错线的交互作用能, C_0 为基体中溶质平均浓度。试计算下列条件下发生溶质偏聚的临界温度:

(a) 铁中的碳, $C_0 = 0.01\%$, $E = -0.08 \text{ aJ}$ (0.5 eV)

(b) 铜中的锌, $C_0 = 0.01\%$, $E = -0.019 \text{ aJ}$ (0.12 eV)

9-12 在 $\alpha\text{-Fe}$ (体心立方, $a = 0.286 \text{ nm}$) 为基的合金中析出 V_4C_3 相 (面心立方, $a = 0.416 \text{ nm}$), 具有下列取向关系: $(100)_\alpha \parallel (100)_{\text{V}_4\text{C}_3}$, $(011)_\alpha \parallel (010)_{\text{V}_4\text{C}_3}$, $(0\bar{1}1)_\alpha \parallel (001)_{\text{V}_4\text{C}_3}$ 。析出的 Mo_6C 相 (密排六方, $a = 0.30 \text{ nm}$, $c = 0.472 \text{ nm}$) 有下列取向关系: $(01\bar{1}0)_{\text{Mo}_6\text{C}} \parallel (011)_\alpha$, $(0001)_{\text{Mo}_6\text{C}} \parallel (001)_\alpha$, $[10\bar{1}0]_{\text{Mo}_6\text{C}} \parallel [100]_\alpha$ 。在面心立方铁镍奥氏体合金 ($a = 0.3582 \text{ nm}$) 中析出 $\gamma'\text{-Ni}_3(\text{Al}, \text{Ti})$ 相 (面心立方, $a = 0.360 \text{ nm}$) 的取向关系为 $[hkl]_{\gamma'} \parallel [hkl]_\gamma$ 。试计算母相和析出相的点阵错配度, 并解释析出相形貌的特点。

9-13 (a) Al-Cu 合金的亚平衡相图如图 9-5 所示, 试指出经过固溶处理的合金在 T_1 、 T_2 温度时效时的脱溶贯序;

(b) 解释为什么一般具有最大相变自由能的稳定相不会首先形成。

9-14 设想一种工艺措施, 能使图 9-6 (a) 所示的 Al-Cu 合金组织转变成如图 9-6 (b) 所示的组织形貌, 并作解释。

9-15 时效硬化的铝合金经高温固溶处理、淬火和 150°C 时效处理后, 形成一种非常细小的沉淀。沉淀形成的速率往往比人们根据合金元素的扩散系数所预计的速率要高得多。其原因可能是, 由于快速淬火, 在低温下保持了过饱和的空位数, 空位促使溶质原子加速扩散; 在达到某一低温后, 过剩空位有消失的倾向, 例如空位在晶界沉淀也能使空位消失, 因此晶界附近的空位浓度迅速下降, 而且此处的扩散常数很快接近正常值, 这时晶界附近合金元

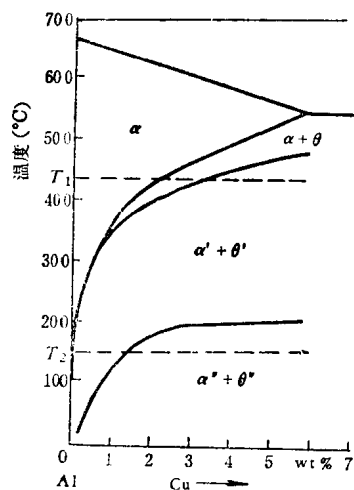


图 9-5

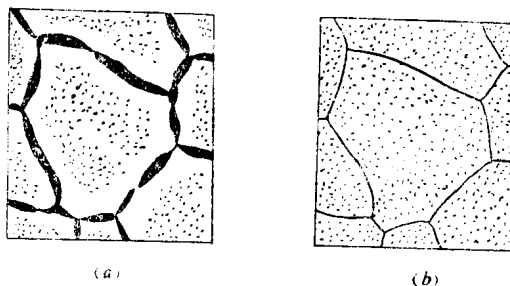


图 9-6

素的沉淀将减慢, 这将沿晶界产生 *PFZ* (无沉淀区)。

假设合金在 530°C 固溶处理后淬至室温, 然后在 150°C 时效。约 10 分钟后, 观察到材料中开始形成沉淀, 计算此时形成的 *PFZ* 应达多宽? (铝的 $D_0 = 0.2\text{cm}^2/\text{s}$, 激活能 $Q = 125000\text{J/mol}$, 空位形成能 $Q_v = 75000\text{J/mol}$)。

9-16 实验测得在 Al-Ag 合金系中 -45°C 时形成的脱溶区域要比从高温扩散数据外推所得的速率快 10^{15} 倍。已知 $D_{\text{Ag}} = 1.1\exp(-137000/RT)\text{cm}^2/\text{s}$, 取空位形成能为 0.9eV , 试计算上述给出的强化扩散的空位浓度和固溶处理温度。

9-17 Al-2 at. \%Cu 合金进行时效硬化, 先从 520°C 淬至 27°C , 3 小时后, 在此温度形成平均间距为 $1.5 \times 10^{-6}\text{cm}$ 的 *G.P.* 区。已知 27°C 时, 铜在铝中的扩散系数 $D = 2.3 \times 10^{-25}\text{cm}^2/\text{s}$, 假定过程为扩散控制, 试估计该合金的空位形成能及淬火空位浓度 (假设淬火过程中无空位衰减)。

9-18 Al-4.6at. \%Cu 合金在 550°C 固溶处理后, α 相中含有 2at. \%Cu , 然后重新加热到 100°C , 保温一段时间后, 析出的 θ 相遍布整个合金体积, θ 粒子的平均间距为 5nm , 计算:

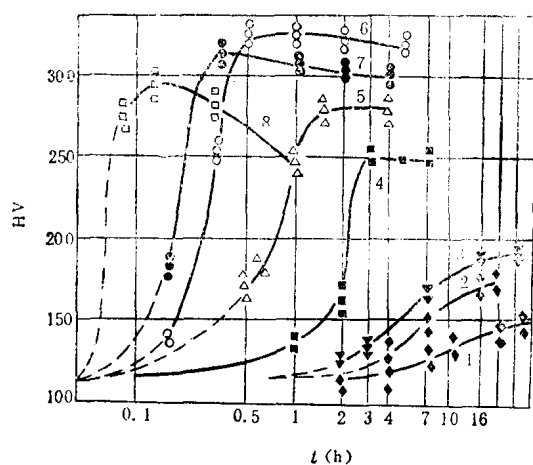
- (a) 每立方厘米合金中大约含有多少粒子;
- (b) 假设析出后 α 相中的铜原子可忽略不计, 则每个 θ 粒子中含有多少铜原子? (θ 相为 f.c.c. 结构, 原子半径为 0.143nm 。)

9-19 利用在不同温度下时效材料硬度随时间变化的数据 (见图 9-7), 计算铍青铜时效过程的扩散激活能。

9-20 一显微组织中的碳化物形状如图 9-8 所示, 试推断经一定时间的高温扩散后, 碳化物将取什么形状。

9-21 假设在固态相变过程中, 新相形核率 \dot{N} 和长大率 G 为常数, 则经 t 时间后所形成新相的体积分数 x 可用 Johnson-Mehl 方程得到, 即

$$x = 1 - \exp\left(-\frac{\pi}{3} \dot{N} G^3 t^4\right)$$



1—100℃; 2—150℃; 3—200℃; 4—250℃;
5—280℃; 6—300℃; 7—330℃; 8—360℃

图 9-7

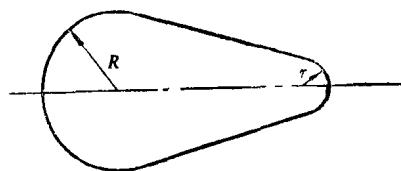


图 9-8

已知形核率 $\dot{N} = 1000/\text{cm}^3 \cdot \text{s}$, $G = 3 \times 10^{-5} \text{cm/s}$, 试计算:

- 发生相变速度最快的时间;
- 过程中的最大相变速度;
- 获得 50% 转变量所需的时间。

9-22 如果在固态相变过程中, 新相形核率是随时间而变化的, 则新相相变体积分量遵循 Avrami 方程, 即

$$x = 1 - \exp(-bt^n)$$

式中, b, n 为常数, 指数 n 的不同数值表示不同的相变机制。现测得 0°C 时在 Al-2 at.% Cu 合金中 G.P. 区的形成有下列数据:

时间(小时)	0.4	0.7	1.0	2.0	4.0	6.0
x	0.08	0.10	0.14	0.17	0.23	0.28

试求指数 n 的数值。

9-23 脱溶过程中析出相粒子长大可用下式描写

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{D\sigma V_m C}{2RT\bar{r}^2}$$

式中, \bar{r} 为沉淀相粒子的平均半径; σ 为界面能; D 为溶质原子在基体中的扩散系数; V_m 为摩尔体积; C 为界面是平面时基体的平衡浓度; R 为气体常数。

设在 A-B 二元系中, 成分为 A-10%B 的合金在 1000 K 时效时析出平均半径为 0.2 μm 的富 B 的 β 相粒子; 析出相与母相的界面能为 0.5 J/m², 摩尔体积为 20 cm³/mol; 1000 K 时, B 在 α 相中的扩散系数为 10⁻¹¹ m²/s, 试求:

- 1000 K 时, $\bar{r} = 0.05 \mu\text{m}$ 和 $\bar{r} = 0.15 \mu\text{m}$ 粒子的界面推移速率;
- 平均半径长大至 0.3 μm 所需的时间。

9-24 试证明: 脱溶分解的扩散系数 D 为正值(正常扩散), 而 Spinodal 分解的扩散系

数 D 为负值(上坡扩散)。在这两种相变中,形成析出相的最主要区别是什么?

9-25 已知 Fe-0.4%C 合金奥氏体(γ) 在 500°C 时 $\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} > 0$ (G 为自由焓, x 为浓度), 判断此合金在 500°C 时:

(a) 发生下列反应的可能性: $\gamma \rightarrow \gamma'$ (富碳) + γ'' (贫碳);

(b) 发生先共析铁素体析出反应 $\gamma \rightarrow \alpha + \gamma'$ (γ' 碳浓度比 γ 更高) 时, 碳原子扩散的方式是上坡扩散还是正常扩散, 说明理由, 并作示意图表示。

9-26 若金属 B 溶入面心立方金属 A 中, 试问合金有序化的成分更可能是 A_3B 还是 A_2B ? 为什么? 试用 20 个 A 原子和 B 原子作出原子在面心立方金属(111)面上的排列图型。

9-27 (a) 试求含 48at.% Zn 黄铜的长程有序参数 S (假定所有的锌原子处在体心, 铜原子处在角位置)。

(b) 一个含 55at.% Cu 的黄铜试样, 85% 的铜原子占据晶胞角位置 (完全无序时为 b.c.c. 结构), 问多少分数的锌原子占据体心位置?

9-28 在含 75at.% Cu 的 Cu_3Au 试样中, 长程有序参数是 0.90, 计算铜原子位于面心位置和金原子位于晶胞角位置的分数。

9-29 应用矩阵证明 Bain 机制的晶面关系 $\begin{pmatrix} h' \\ k' \\ l' \end{pmatrix}_b = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} h-k \\ h+k \\ 2l \end{pmatrix}_b$ 和晶向关系 $\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix}_b = \begin{bmatrix} u-v \\ u+v \\ w \end{bmatrix}_b$, 式中 $(h'k'l')$ 、 $[u'v'w']$ 和 (hkl) 、 $[uvw]$ 分别为新相和母相的晶面指数和晶向指数。

9-30 根据 Bain 机制, 奥氏体转变成马氏体时, 面心立方晶胞转变为体心正方晶胞, 并沿 $(x_3)_M$ 方向收缩 18%, 而沿 $(x_1)_M$ 和 $(x_2)_M$ 方向膨胀 12%, 如图 9-9 所示。已知奥氏体的晶格常数 $a = 0.3548 \text{ nm}$ 。

(a) 求钢中奥氏体转变成马氏体的相对体积变化;

(b) 由于体积变化而引起在长度方向上的变化又为多少?

(c) 设钢的弹性模量 $E = 30 \times 10^7 \text{ N/cm}^2$, 则需要多大拉应力才能使钢产生 (b) 题所得的长度变化?

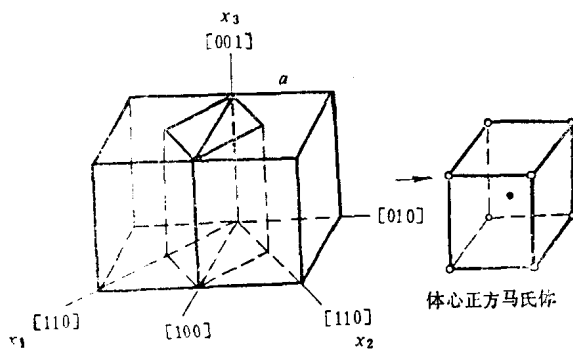


图 9-9

第十章 综 合 题

10-1 退火铜的金相组织中常可发现孪晶,如图 10-1 所示。现测得样品表面(孪晶所在晶粒)的法线为 $[011]$,孪晶面为 $(\bar{1}\bar{1}1)$ 。

- (1) 求显微观察见到的孪晶边界条纹(迹线)的晶向;
- (2) 在面心立方(001)标准投影图中标出孪晶面 $(\bar{1}\bar{1}1)$ 及孪晶中的(010)、(001)、(100)的极点位置;
- (3) 由显微组织中可以看到,孪晶界与大角度晶界保持近乎垂直的关系,试解释原因。

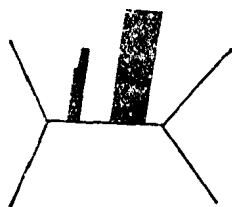


图 10-1

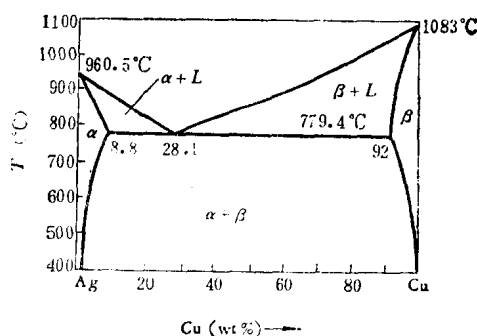


图 10-2

10-2 英镑的银币中含 92.5wt.% 的 Ag 和 7.5wt.% 的 Cu, 试根据 Ag-Cu 相图(图 10-2)说明选择这一成分,而不是纯 Ag, 制造银币的理由。

10-3 Fe-Al 合金相图如图 10-3 所示。

- (1) 填上各相区符号, 说明图(a)中 1232°C, 1165°C, 1160°C, 1158°C, 1103°C 及图(b)中 A 点和 560°C 各温度下相变的名称(列出转变式);
- (2) 说明图(b)中 1.2% Al 合金加热至 1100°C 后冷却至 900°C 以下将发生什么转变, 写出转变式;
- (3) 若 1.2% Al 合金冷却后晶粒过粗, 则应如何使之细化(在固态条件下);
- (4) 含 18% Al 合金在冷拉丝时发现脆性, 假如这脆性是由于 α' 相形成而引起, 应如何改善。

10-4 (1) 说明 Fe-40%Ni 合金铸件的铸锭结构及显微组织(相图见图 10-4);

(2) 求该铸件凝固速率与均匀化时间的关系, 已知 $D_{Ni}^{Fe} = (0.344 + 0.012Ni\%) \times \exp(-67500/RT)$;

(3) 比较 15%Ni 合金经 γ 态缓冷及淬火后的组织及发生的相变特征。

10-5 铜中含有微量氧时,显微组织如图 10-5 所示。

- (1) 根据 Cu-O 相图(图 10-6)分析其显微组织的特征及其形成原因;
- (2) 推测 $\gamma_{Cu/Cu}$ 与 γ_{Cu/Cu_2O} 之比;
- (3) 说明根据组织进行微量氧测定的方法。

10-6 若使低合金钢焊接接头中的粗大树枝晶组织改变为胞状晶就能避免脆性, 为此

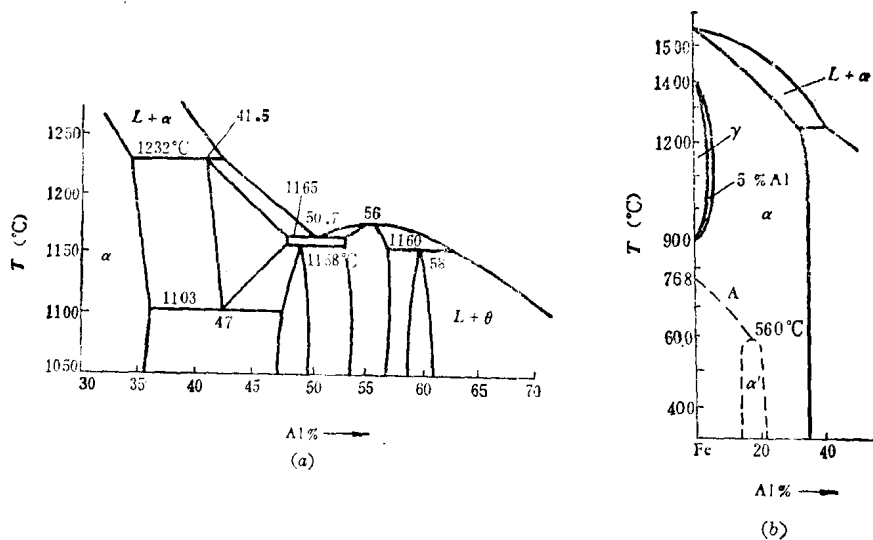


图 10-3

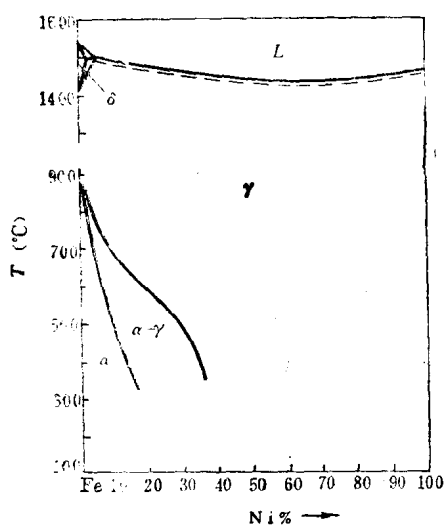


图 10-4

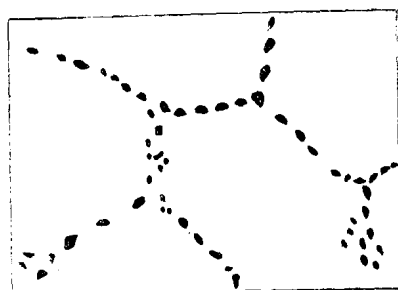


图 10-5

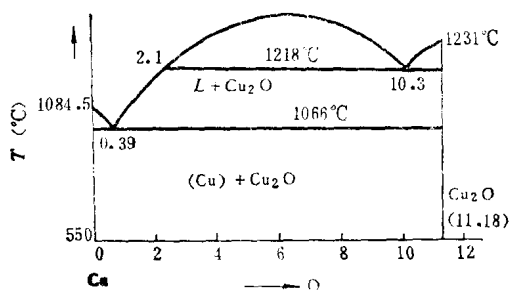


图 10-6

应如何确定焊接工艺?

10-7 有一成分为 x_B 的合金, 在 T_0 温度保温后快冷至 T_1 保温时, 将沉淀出成分为 x_B^{β} 的 β 相。设此沉淀相为平面生长, 其长大受扩散控制, α/β 界面处于局部平衡, 试用 Fick 第一定律及作适当近似, 证明 β 相的生长符合抛物线长大规律。

10-8 850°C下 Fe-C-Cr 三元状态图富 Fe 角如图 10-7 所示。图中虚线均为两相区中的共轭连接线。现有(a)纯铁; (b) Fe-1%Cr 合金两种材料的试样在 850°C 下进行渗碳, 设表面含碳渗至 1.2%, 试述:

- (1) (a)、(b)试样在渗碳过程中由表面向心部各包含哪几个相区;
- (2) (a)、(b)两种试样表面的奥氏体成分如何变化;
- (3) (a)、(b)试样中奥氏体的点阵常数随成分的变化各有何规律。

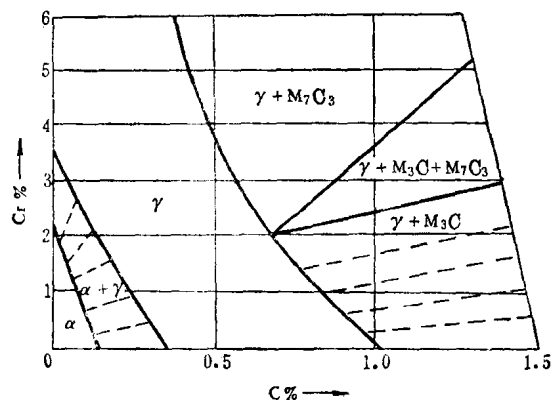


图 10-7

10-9 根据位错塞积理论, 导出 Hall-Petch 公式:

$$\sigma = \sigma_0 + k \left(\frac{1}{d} \right)^{1/2}$$

并说明此公式的适用范围。

10-10 有原始组织为细晶粒的低碳钢 (含碳约 0.1%), 将其拉伸至应变 $\epsilon = 6\%$ 时卸载, 拉伸曲线如图 10-8 所示, 请绘出下列情况下的曲线并扼要加以说明:

- (1) 卸载后立即重新加载, 继续拉伸, 使之产生塑性变形;
- (2) 卸载后经室温时效 (如 1 小时), 继续拉伸, 使之产生塑性变形;
- (3) 卸载后经高于 720°C 退火 1 小时后继续拉伸, 使之产生塑性变形;
- (4) 卸载后经 880°C 退火 15 分钟后继续拉伸, 使之产生塑性变形。

10-11 图 10-9 示出一退火铜 (点阵常数为 a , 每对原子的键能为 U_0) 的双晶体薄板, 板厚为 t , 板宽为 l , 经 X 射线测定晶粒 I、II 的板面法线分别为 [100] 和 [111], 问此晶体在再结晶退火温度继续加热时, 晶界是否会移动? 若能移动, 试给出晶界移动的驱动力的表达式。

10-12 设计一种制备纯铁单晶体的方法并说明理由。

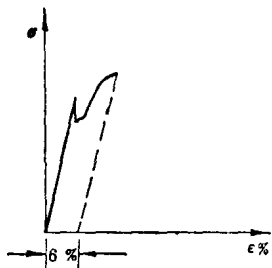


图 10-8

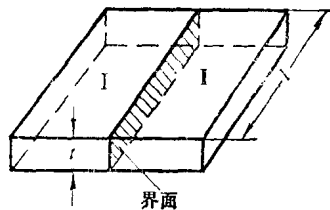


图 10-9

解 答 部 分

第一章 晶 体 结 构

一、选择题

1. A 2. A 3. C 4. B 5. B 6. B 7. A 8. B 9. A 10. C 11. B
12. A 13. C 14. C 15. B 16. A

二、解答题

1-1 金属一般在外层具有 1, 2, 3 个电子。参考元素周期表, 可将所有元素按金属性强弱分成:

金属: 周期表中 IA、IIA、IIIB、IVB、VB、VIB、VIIB、VIII B、IB、IIB

加上 IIIA 中的 Al、Ga、In、Tl; IVA 中的 Sn、Pb; VA 中的 Bi; VIA 中的 Po

非金属: VIIA, VIIIA

加上 VIA 中的 O、S、Se; VA 中的 N、P 及 C、B

弱金属性元素: Si、Ge、As、Sb、Te

1-2 正交晶系四种点阵是互相独立的, 相互并不重复。而正方晶系虽然也包含简单正方、底心正方、面心正方和体心正方四种点阵, 但由于其底面是正方形的特殊性质, 使得这四种点阵并不完全独立, 其中面心正方可从四个体心正方晶胞中勾出[图 1-(1)(a)], 但是一个体心正方晶胞的体积比面心正方的晶胞体积小, 所以取作体心正方晶胞。同理, 在四个简单正方晶胞中可勾出一个底心正方晶胞[图 1-(1)(b)], 而简单正方晶胞体积小, 所以取作简单正方晶胞。因此正方晶系实际上只有简单正方和体心正方这两种互相独立的点阵。

1-3 f.c.c 和 b.c.c 点阵的初基晶胞如图 1-(2)所示。

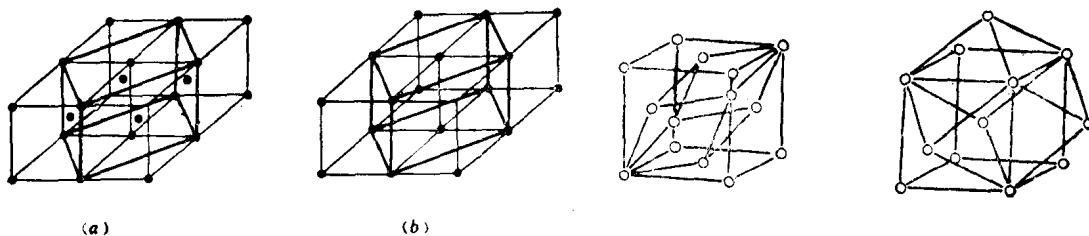


图 1-(1)

图 1-(2)

对 f.c.c, 其初基晶胞为菱形六面体, 三个基矢分别为:

$$\mathbf{a}_1 = \frac{a}{2}(\mathbf{j} + \mathbf{k})$$

$$a_2 = \frac{a}{2}(k+i)$$

$$a_3 = \frac{a}{2}(i+j)$$

三个基矢对应的方向为 $[011]$, $[101]$, $[110]$ 。

三基矢间夹角相等, 设为 α

$$\cos \alpha = \frac{a_1 \cdot a_2}{|a_1| \cdot |a_2|} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = 60^\circ$$

对 b.c.c, 其初基晶胞为三斜点阵, 三个基矢分别为,

$$a_1 = \frac{a}{2}(-i+j+k)$$

$$a_2 = \frac{a}{2}(i+j-k)$$

$$a_3 = \frac{a}{2}(-i+j-k)$$

三个基矢对应的方向为 $[\bar{1}11]$, $[11\bar{1}]$, $[\bar{1}1\bar{1}]$

设 a_1 、 a_2 间夹角为 α , a_1 、 a_3 间夹角为 β , a_2 、 a_3 间夹角为 γ , 则,

$$\cos \alpha = \frac{a_1 \cdot a_2}{|a_1| \cdot |a_2|} = -\frac{1}{3}, \quad \alpha = 109^\circ 28'$$

$$\cos \beta = \cos \gamma = \frac{1}{3}, \quad \beta = \gamma = 70^\circ 30'$$

1-4 所求的晶面和晶向如图 1-(3)所示。

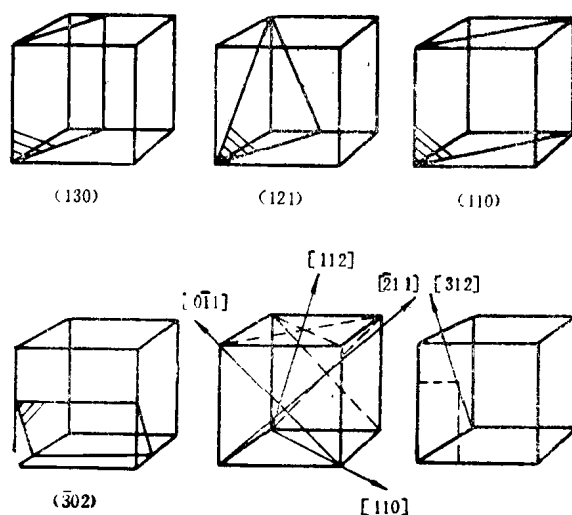


图 1-(3)

1-5 (1) 对立方晶系, 若已知某晶向上任意二结点的坐标 (x_1, y_1, z_1) 和 (x_2, y_2, z_2) , 将 $(x_2 - x_1)$, $(y_2 - y_1)$, $(z_2 - z_1)$ 化为三个互质整数的连比即可得到晶向指数。据此可算得:

(a) G 到 D: $[\bar{1}2 \ 12 \ 7]$

(b) O 到 L : $[1 \ 1 \ 0]$

(c) F 到 M : $[0 \ 1 \ 1]$

(d) N 到 R : $[1 \ 1 \ \bar{2}]$

(e) R 到 C : $[\bar{1} \ 1 \ 1]$

(f) C 到 N : $[0 \ \bar{2} \ 1]$

(g) F 到 C : $[\bar{2} \ 2 \ 1]$

(2)

(a) FAN : (111)

(b) KFA : (110)

(c) 延长 NH 与 X 轴相交于 S 点 (图 1-(4)(a)), HAN 在三坐标轴上的截距之比为 $\frac{3}{2}:1:1$, 所以 HAN 为 (233) 。

(d) 延长 NC 与 Y 轴相交于 S' 点 (图 1-(4)(b)), 延长 $S'R$ 与 X 轴相交得 T 点, NRC 在三坐标轴上的截距之比等于 $OT:OS':ON$, 即 $\frac{2}{3}:2:1$, 所以 NRC 为 (312) 。

(e) 将 $NILC$ 面上的 NIC 各点沿 Z 轴负方向移动 $\frac{a}{2}$ 得 W, F, A 点 (图 1-(4)(c)), $NILC$ 面的晶面指数与 WFA 面相同, 可读得为: $NILC$: (112) 。

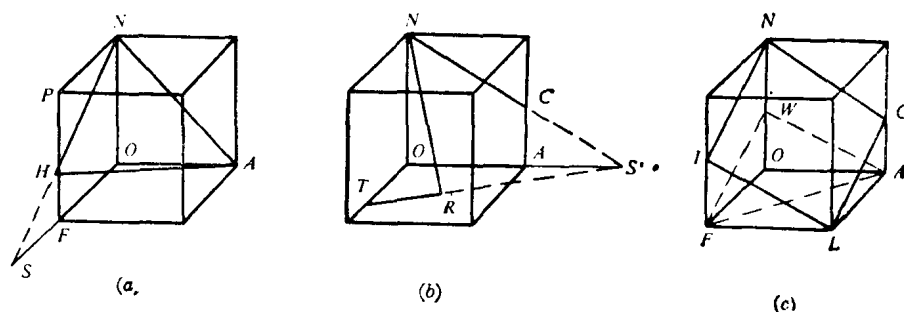


图 1-(4)

1-6 将四面体 $ABCO$ 的各个面扩展至与晶胞平面相交 (如图 1-(5) 所示的 HMF), 便可容易地读出各晶面指数和各棱边的晶向指数:

$AOB(DOE) - (\bar{1}11)$

$OBC(NOE) - (1\bar{1}1)$

$AOC(DON) - (11\bar{1})$

$ABC(MHF) - (111)$

$AC(HF) - [\bar{1}10]$

$BA(ED) - [0\bar{1}1]$

$CB(MH) - [10\bar{1}]$

$OA(OD) - [101]$

$OB(OE) - [110]$

$OC(ON) - [011]$

1-7 所求的晶面和晶向如图 1-(6)(a)、(b) 所示。

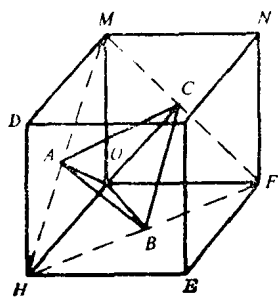


图 1-(5)

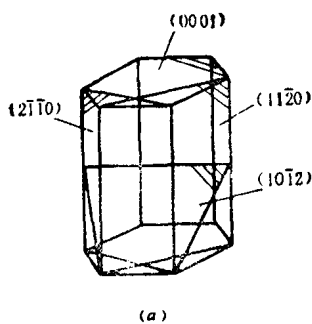
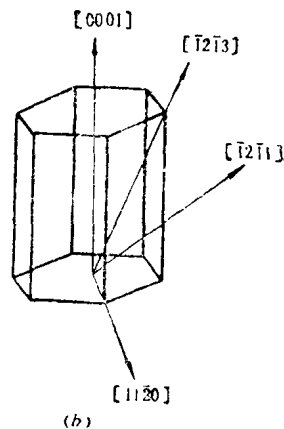


图 1-(6)



1-8 (1) 读出 A 点在三轴坐标制下的坐标为: $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}\right]$

$$\vec{OA} = \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}\right] - [0, 0, 0] = \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}\right] = [243]$$

化成四轴坐标为 $[02\bar{2}1]$ 。

(2) 读出 B 点在三轴坐标制下的坐标为: $[1, 0, 1]$

$$\vec{OB} = [1, 0, 1] - [0, 0, 0] = [1, 0, 1] = [101]$$

化成四轴坐标为 $[2\bar{1}\bar{1}3]$ 。

(3) 将 $O'MN$ 平面沿平行于 c 轴方向下移 $\frac{1}{2}c$ 距离(在此情况下不改变晶面指数), 所得的平面分别与三个坐标轴交于 $\frac{1}{3}a_1, -\frac{1}{3}a_2, \frac{1}{2}c$ 处, 所以晶面指数为 $(3\bar{3}2)$ 。化成四轴坐标时应为 $(3\bar{3}02)$ 。

1-9 铝的密度

$$\rho_{Al} = \frac{\text{单位晶胞中的原子数} \times \text{每个原子的重量}}{Al \text{ 的单位晶胞体积}}$$

$$\rho_{Al} = \frac{4 \times \frac{26.97 \times 10^{-3}}{6.023 \times 10^{23}}}{(4/\sqrt{2} r_{Al})^3} = \frac{4 \times 26.97 \times 10^{-3} \times 2\sqrt{2}}{4^3 \times (0.1431 \times 10^{-9})^3 \times 6.023 \times 10^{23}} \\ = 2.7 \times 10^3 (\text{kg/m}^3)$$

1-10

$$\rho_{Mo} = \frac{2 \times \frac{95.94 \times 10^{-3}}{6.023 \times 10^{23}}}{(4/\sqrt{3} r_{Mo})^3} (\text{kg/m}^3)$$

$$r_{Mo} = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{2 \times 95.94 \times 10^{-3}}{6.023 \times 10^{23}} \right)^{1/3} = 1.36 \times 10^{-10} (\text{m}) = 0.136 (\text{nm})$$

1-11 (1) 某晶向上的原子密度 ρ 等于此晶向上单位长度上的原子数。对 $b.c.c$ 的 $\alpha\text{-Fe}$,

$$\rho_{[100]} = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)}{a_0} = \frac{1}{0.286 \times 10^{-7}} = 3.50 \times 10^7 (\text{cm}^{-1})$$

$$\rho_{[110]} = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{2} a_0} = \frac{1}{\sqrt{2} (0.286 \times 10^{-7})} = 2.47 \times 10^7 (\text{cm}^{-1})$$

$$\rho_{[111]} = \frac{\left(\frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{3} a_0} = \frac{2}{\sqrt{3} (0.286 \times 10^{-7})} = 4.04 \times 10^7 \text{ cm}^{-1}$$

由上述计算结果可知: $\rho_{[111]} > \rho_{[100]} > \rho_{[110]}$ 。

(2) 对 f.c.c 的 Cu,

$$\rho_{[100]} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{a_0} = \frac{1}{0.362 \times 10^{-7}} = 2.76 \times 10^7 (\text{cm}^{-1})$$

$$\rho_{[110]} = \frac{\frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2}}{\sqrt{2} a_0} = \frac{2}{\sqrt{2} (0.362 \times 10^{-7})} = 3.90 \times 10^7 (\text{cm}^{-1})$$

$$\rho_{[111]} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{\sqrt{3} a_0} = \frac{1}{\sqrt{3} (0.362 \times 10^{-7})} = 1.59 \times 10^7 (\text{cm}^{-1})$$

由上述计算结果可知: $\rho_{[110]} > \rho_{[100]} > \rho_{[111]}$ 。

1-12 某晶面上的原子面密度 ρ 等于此晶面上单位面积上的原子数。

(1) 对 f.c.c 金属,

$$\rho_{(110)} = \frac{4 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{2}}{\sqrt{2} a^2} = \sqrt{2} / a^2 = 1.41 / a^2$$

$$\rho_{(111)} = \frac{3 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} a^2} = \frac{4}{\sqrt{3}} / a^2 = 2.31 / a^2$$

$\therefore \rho_{(111)} > \rho_{(110)}$, 即 (111) 面上的原子排列较密。

(2) 对 h.c.p 金属 ($c/a = 1.633$ 时),

$$\rho_{(10\bar{1}\bar{1})} = \frac{3 \times \frac{1}{6}}{\frac{1}{2} \times a \times a \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{8}{3}}} = \sqrt{\frac{12}{41}} / a^2 = 0.54 / a^2$$

$$\rho_{(000\bar{1})} = \frac{1 + 6 \times \frac{1}{3}}{6 \times \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2} a} = \frac{2}{\sqrt{3}} / a^2 = 1.15 / a^2$$

$\rho_{(000\bar{1})} > \rho_{(10\bar{1}\bar{1})}$, 即 (0001) 面上的原子排列较密。

(3) 由 (1)、(2) 可知:

对 f.c.c, $\rho_{(111)} = \frac{4}{\sqrt{3}} / a^2$, 以 $4R = \sqrt{2} a$ 代入 (R 为原子半径),

$$\rho_{(111)} = \frac{1}{2\sqrt{3}R^2}$$

对 h.c.p, $\rho_{(0001)} = \frac{2}{\sqrt{3}}/a^2$, 以 $2R = a$ 代入,

$$\rho_{(0001)} = \frac{1}{2\sqrt{3}R^2}$$

即当用原子半径表示时, f.c.c 的 (111) 面和 h.c.p 的 (0001) 面上的原子面密度的表达式相同, 这是因为这两个面上的原子排列方式相同。但是, 一般情况下, 不同金属的原子半径不同, 故面密度的绝对值也各不相同。对所有 f.c.c 结构的金属和 $c/a \geq 1.633$ 的 h.c.p 金属而言, 上述结论都是适用的。

1-13 由 $2d \sin \theta = \lambda$, 得 $\sin^2 \theta = Q^2 \times c$ (1)

$$Q = (h^2 + k^2 + l^2)^{1/2}$$

其中

$$c = \frac{\lambda^2}{4a^2} \quad (2)$$

对 b.c.c 的钨晶体, $Q^2 = 2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots$, 所以对不同的 θ 值求得 $\sin^2 \theta$ 后, 便可由式(1)算得一系列 c 值; 算出其平均值, 代入式(2), 便可得到点阵常数 a 。具体计算程序如下:

```

10 READ XI
20 N=0:SI=0:M=6
30 FOR N=1 TO M
40 READ T1
50 B=(SIN(T1*3.14159/180))^2:O=B/(2*N)
60 SI=SI+O:NEXT N
70 VI=SI/M:A=X1/(2*SQR(VI))
80 PRINT "A="; A
90 DATA X1, T1, T2, T3, T4, T5, T6
100 END

```

由本题所给条件, $X1$ 以 0.1541 nm 输入, $T1, T2, T3, T4, T5, T6$ 分别以图中读得的 θ 角值 $20.1, 29.2, 36.6, 43.5, 50.2, 57.4$ 输入, 经计算机计算得钨的点阵常数

$$a = 0.317 \text{ nm}$$

1-14 对 f.c.c, $4r_0 = \sqrt{2}a_0$

$$\therefore a_0 = \frac{4r_0}{\sqrt{2}} = \frac{4 \times 0.144}{\sqrt{2}} = 0.407 \text{ nm}$$

假设 $n=1$ (一级衍射), $\lambda = 2d_0 \sin \theta_0 = 2d \sin \theta$, 且 $\frac{a_0}{a} = \frac{d_0}{d}$

$$\therefore \frac{a_0}{a} = \frac{\sin \theta}{\sin \theta_0} = \frac{\sin(\theta_0 - \Delta\theta)}{\sin \theta_0} = \cos(\Delta\theta) - \frac{\cos \theta_0 \sin(\Delta\theta)}{\sin \theta_0}$$

$$\sin \theta_0 = \frac{\lambda}{2d_0} = \frac{\lambda}{2\left(\frac{a_0}{\sqrt{3}}\right)} = \frac{\sqrt{3} \times 0.0709}{2 \times 0.407} = 0.1508$$

$$\cos \theta_0 = 0.9885$$

$$\cos(\Delta\theta) = \cos(0.11^\circ) \approx 1$$

$$\sin(\Delta\theta) = \sin(0.11^\circ) = 0.00192$$

$$\therefore \frac{a_0}{a} = 1 - \frac{0.9885 \times 0.00192}{0.1508} = 0.9874$$

$$\therefore \frac{\Delta a}{a_0} = \frac{a - a_0}{a_0} = \frac{a}{a_0} - 1$$

$$\therefore \Delta a = a_0 \left(\frac{a}{a_0} - 1 \right) = 0.407 \left[\frac{1}{0.9874} - 1 \right] = 0.0052 \text{ nm}$$

即点阵常数增大 0.0052 nm。

1-15 (1) 对 f.c.c 的 $\gamma\text{-Fe}$, $\sqrt{2}a = 4R$,

$$R = \frac{\sqrt{2}}{4} a = \frac{\sqrt{2}}{4} \times 0.3633 = 0.1284 (\text{nm})$$

对 b.c.c 的 $\alpha\text{-Fe}$, $\sqrt{3}a = 4R$,

$$R = \frac{\sqrt{3}}{4} a = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 0.2892 = 0.1251 (\text{nm})$$

$$(2) \quad \Delta V_{\gamma-\alpha} \% = \frac{\frac{0.2892^3}{2} - \frac{0.3633^3}{4}}{\frac{0.3633^3}{4}} = 0.87 \%$$

(3) 假设 $\gamma\text{-Fe} \rightarrow \alpha\text{-Fe}$ 转变时原子半径不变,

$$\text{由 } a_{\text{f.c.c}} = \frac{4}{\sqrt{2}} R \text{ 可得 } V_{\text{f.c.c.单胞}} = a_{\text{f.c.c}}^3 = \frac{64}{2\sqrt{2}} R^3$$

$$\text{由 } a_{\text{b.c.c}} = \frac{4}{\sqrt{3}} R \text{ 可得 } V_{\text{b.c.c.单胞}} = a_{\text{b.c.c}}^3 = \frac{64}{3\sqrt{3}} R^3$$

$$\Delta V_{\gamma-\alpha} \% = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{64}{3\sqrt{3}} R^3 - \frac{1}{4} \times \frac{64}{2\sqrt{2}} R^3}{\frac{1}{4} \times \frac{64}{2\sqrt{2}} R^3} = 9 \%$$

比较上述结果可知,在发生 $\gamma\text{-Fe} \rightarrow \alpha\text{-Fe}$ 的转变时,配位数和致密度的减少将和原子半径的收缩同时产生,以减少晶体体积的变化。

1-16 (1) Ti 在 b.c.c 结构时每原子所占体积为:

$$V_b = \frac{a_b^3}{2}$$

Ti 在 h.c.p 结构时每原子所占体积为:

$$V_h = \frac{6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a_h^2 \cdot c}{6} = \frac{\sqrt{3}}{4} a_h^2 \cdot c$$

由题意可知, b.c.c \rightarrow h.c.p 转变时,

$$\Delta V = -0.033$$

即

$$\frac{V_h - V_b}{V_b} = -0.033$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \times 0.2956^2 \times 0.4683 - \frac{a_b^3}{2}}{\frac{a_b^3}{2}} = -0.033$$

整理后得:

$$a_0 = \sqrt{\frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \times 0.2956^2 \times 0.4683 \times 2}{0.967}} = 0.332 \text{ nm}$$

即 b.c.c 结构的 Ti 的点阵常数为 0.332 nm。

$$(2) \text{ Ti 在 b.c.c 时, } R = \frac{\sqrt{3}}{4} a = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 0.332 = 0.1438 (\text{nm})$$

$$\text{Ti 在 h.c.p 时, } R = \frac{a}{2} = \frac{1}{2} \times 0.2956 = 0.1478 (\text{nm})$$

即 Ti 在发生 b.c.c \rightarrow h.c.p 转变时原子半径增大。

$$1-17 \text{ 金刚石晶胞内最近邻的原子间距} = \frac{\sqrt{3}}{4} a = 0.1544 \text{ nm,}$$

$$\therefore a = 0.3566 \text{ nm}$$

以共价键结合的金刚石结构, 其配位数符合 $(8-N)$ 规则 (N 为该元素在周期表中的族数),

$$\therefore \text{配位数} \quad P = 8 - 4 = 4$$

$$\text{致密度 } K = \frac{\left(\frac{1}{8} \times 8 + \frac{1}{2} \times 6 + 4\right) \times \frac{4}{3} \pi r^3}{a^3} = \frac{8 \times \frac{4}{3} \times 3.14 \times \left(\frac{0.1544}{2}\right)^3}{0.3566^3} = 0.34$$

1-18 (1) 由立方晶系晶面间距公式可得:

$$d_{111} = \frac{a}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = a / \sqrt{3}$$

(2) 先在一单位晶胞中作出垂直于 $(\bar{1}01)$ 面的两个 (111) 面, 如图 1-(7)(a) 所示, 两个 (111) 面与 $(\bar{1}01)$ 的交线如图 1-(7)(b) 所示。

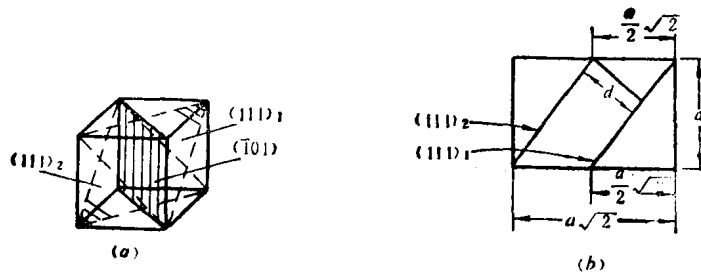


图 1-(7)

交线长度 $l = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{a}{2} \sqrt{6}$, 由相似三角形可得:

$$\frac{d}{a} = \frac{\frac{a}{2} \sqrt{2}}{\frac{a}{2} \sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

即

$$d = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$(3) \text{ b.c.c 铁, } d_{111} = \frac{0.286}{\sqrt{3}} = 0.165 (\text{nm})$$

$$\text{f.c.c 铁, } d_{111} = \frac{0.363}{\sqrt{3}} = 0.21(\text{nm})$$

由此可知,待定结构应为 f.c.c。

$$1-19 \quad \text{由 } d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} \text{ 可得:}$$

$$h^2 + k^2 + l^2 = \left(\frac{a}{d}\right)^2 = \left(\frac{0.3524}{0.1246}\right)^2 = 2.828^2 = 7.998 \approx 8$$

∴ 所求晶面族指数应是 {220}, 即 {110}。

1-20 对 h.c.p 结构中任意晶面(hkl), 当 $h + 2k = 3n (n=1, 2, 3, \dots), l = \text{奇数}$ 时,

$$d_{hkl} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{4}{3}\left(\frac{h^2 + hk + k^2}{a^2}\right) + \frac{l^2}{c^2}}}$$

其它情况时,

$$d_{hkl} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{3}\left(\frac{h^2 + hk + k^2}{a^2}\right) + \frac{l^2}{c^2}}}$$

$$\therefore d_{(001)} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{4}{3}\left(\frac{0}{a^2}\right) + \frac{1}{c^2}}} = \frac{c}{2} = \frac{1}{2} \times 0.4947 = 0.2473(\text{nm})$$

$$d_{(103)} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{3}\left(\frac{1}{a^2}\right) + \frac{9}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{3}\left(\frac{1}{0.2665^2}\right) + \frac{9}{0.4947^2}}} = 0.1342(\text{nm})$$

1-21 对应晶面族 {hkl} 的倒易矢量可表示为:

$$\mathbf{K}_{hkl} = h\mathbf{a}^* + k\mathbf{b}^* + l\mathbf{c}^*$$

根据倒易矢量的定义可得:

$$\mathbf{a}^* = \frac{2\pi(\mathbf{b} \times \mathbf{c})}{\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})} = \frac{2\pi}{a} \mathbf{i}$$

$$\mathbf{b}^* = \frac{2\pi}{b} \mathbf{j}$$

$$\mathbf{c}^* = \frac{2\pi}{c} \mathbf{k}$$

代入 \mathbf{K}_{hkl} 表达式得:

$$\mathbf{K}_{hkl} = \frac{2\pi}{a} h\mathbf{i} + \frac{2\pi}{b} k\mathbf{j} + \frac{2\pi}{c} l\mathbf{k}$$

$$\therefore |\mathbf{K}_{hkl}| = 2\pi \left[\left(\frac{h}{a}\right)^2 + \left(\frac{k}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{c}\right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\therefore d_{hkl} = \frac{2\pi}{|\mathbf{K}_{hkl}|}$$

$$\therefore d_{hkl} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{h}{a}\right)^2 + \left(\frac{k}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{c}\right)^2}}$$

1-22 (1) 在极图上定出平面 A 和 B 的极点位置, 如图 1-(8) 中 A 点(0°N, 20°E) 和 B 点(30°N, 50°W); 将极图绕吴氏网中心旋转直至 A、B 两点位于同一条径线上, 两点所在纬度的差值便是 A、B 两个平面之间的夹角。现读得此值为 74°。

(2) 按如下操作可求出 A 绕 B 顺时针转过 40° 的位置:

i) 将极图绕吴氏网中心转, 使 B 点位于赤道线上, 即图 1-(8) 中 $B \rightarrow B_1$, $A \rightarrow A_1$ 。

ii) A 、 B 各沿自己所在的纬线转动, 使 B 位于吴氏网中心, 即 $B_1 \rightarrow B_2$, $A_1 \rightarrow A_2$ 。

iii) A_2 绕 B_2 顺时针转过 40° , 即 B_2 不动, $A_2 \rightarrow A_3$ 。

iv) 按逆方向操作使 B 点复原, 即 $B_2 \rightarrow B_1 \rightarrow B$, $A_3 \rightarrow A_4 \rightarrow A'$, 则 A' ($32^\circ S$, $6^\circ W$) 即为 A 绕 B 顺时针转过 40° 的位置。

1-23 (1) 在投影图外圆上的极点, 与 (001) 极点的夹角都为 90° , 即极点所代表的晶面与 Z 轴平行, 所以指数应为 $(hk0)$; 在赤道线上的极点, 与 (100) 极点的夹角都为 90° , 即各极点所代表的晶面都与 X 轴平行, 所以指数应为 $(0kl)$; 在 0° 经线上的极点与 (010) 极点的夹角都为 90° , 即各极点所代表的各个晶面都与 Y 轴平行, 所以指数应为 $(h0l)$ 。

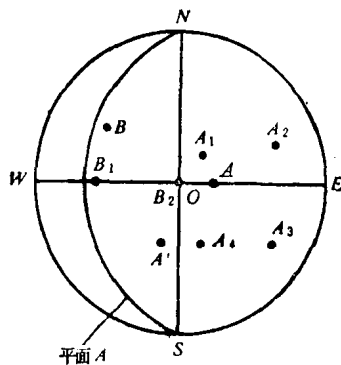


图 1-(8)

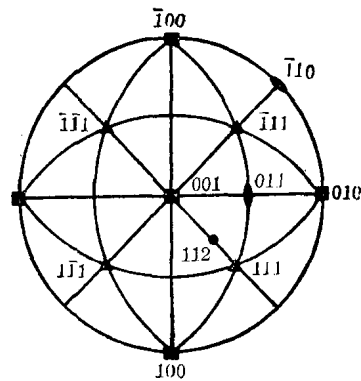


图 1-(9)

(2) 先由晶面指数的正、负号可判断 $(\bar{1}10)$ 在第一象限, (011) 、 (112) 在第四象限。

由(1)的讨论知, $(\bar{1}10)$ 必定在极图的外圆上, 且 $(\bar{1}10)$ 极点与 $(\bar{1}00)$ 及 (010) 极点都应交成 45° , 所以可沿第一象限外圆量得与 $(\bar{1}00)$ 或 (010) 极点相交成 45° 的点即为 $(\bar{1}10)$ 极点 (图 1-(9))。 (011) 极点应在赤道线上, 且其指数可由 (001) 和 (010) 相加得到, 所以此极点必定在 (001) 和 (010) 极点之间, 又因 (011) 极点与 (001) 和 (010) 都交成 45° , 所以可在 (001) 与 (010) 两极点的连线上找得与 (001) 或 (010) 相交成 45° 的点即为 (011) 极点 (图 1-(9))。 (112) 极点指数可由 (001) 和 (111) 两极点的指数相加得到, 所以此极点必在 (001) 和 (111) 极点之间, 量得这两极点连线上与 (001) 极点相交成 35.26° 的位置便是 (112) 极点 (图 1-(9))。

1-24 (1)

$$d_{100}^{\alpha-\text{Fe}} = \frac{a_{\alpha-\text{Fe}}}{2}$$

$$d_{110}^{\text{V}_4\text{C}_3} = \frac{a_{\text{V}_4\text{C}_3}}{2\sqrt{2}}$$

$$\therefore d_{100}^{\alpha-\text{Fe}} = d_{110}^{\text{V}_4\text{C}_3}$$

$$\therefore a_{\alpha-\text{Fe}} = \frac{\sqrt{2}}{2} a_{\text{V}_4\text{C}_3}$$

又由已知的位向关系, 可作 $\alpha\text{-Fe}$ 和 V_4C_3 晶胞图如图 1-(10) 所示。

(2) 图 1-(11) 中用 (001) 标准投影图表示了上述位向关系。

1-25 (1) (hkl) 可用倒易矢量表示为:

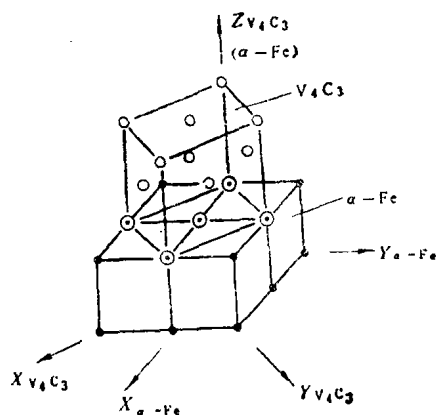


图 1-(10)

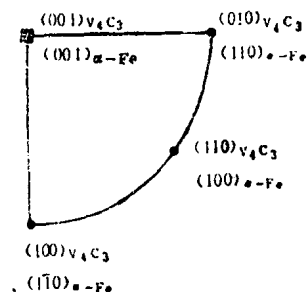


图 1-(11)

$$H = ha^* + kb^* + lc^*$$

晶带轴矢量

$$T = ua + vb + wc$$

$$\therefore H \perp T$$

$$\therefore (ha^* + kb^* + lc^*) \cdot (ua + vb + wc) = 0$$

由倒易点阵概念可知,

$$a \cdot a^* = b \cdot b^* = c \cdot c^* = 1$$

除此之外的 a, b, c, a^*, b^*, c^* 中任意两矢量点乘均为零, 所以,

$$hu + kv + lw = 0$$

(2) 设 $(1\bar{1}1)$ 和 (110) 平面所在的晶带的晶带轴为 $[uvw]$,

$$[uvw] = [1\bar{1}1] \times [110] = [\bar{1}12]$$

上述晶带轴如图 1-(12) 所示。

1-26

$$\therefore [111] \times [0\bar{1}1] = [\bar{2}11]$$

$$\therefore (\bar{2}11) \text{ 面与 } (111) \text{ 及 } (01\bar{1}) \text{ 垂直}$$

平行于圆柱端面切取即可切出沿 $(\bar{2}11)$ 晶面的薄片, 如图 1-(13) 所示。

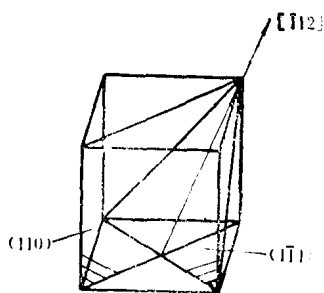


图 1-(12)

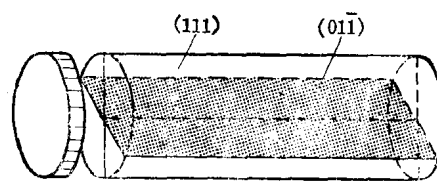


图 1-(13)

1-27 (1) f.c.c 晶体中八面体间隙和四面体间隙分别如图 1-(14) (a)、(b) 所示。

八面体间隙半径

$$r = \frac{a - 2R}{2} = \frac{\frac{4}{\sqrt{2}} R - 2R}{2} = 0.41 R$$

间隙中心坐标: $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 或同类位置 (如图(a)中空圈圆圈所在位置)

四面体间隙半径

$$r = \frac{\sqrt{3}}{4}a - R = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{\sqrt{2}} - 1\right)R = 0.225 R$$

间隙中心坐标: $(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4})$ 或同类位置 (如图(b)中空圈圆圈所在位置)

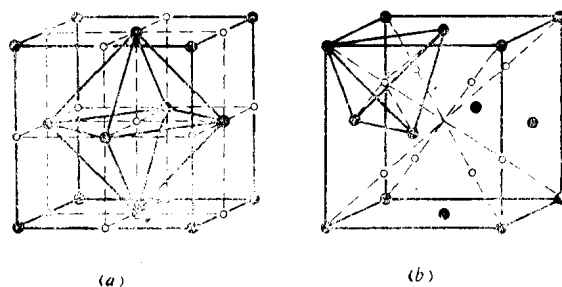


图 1-(14)

b.c.c 晶体中八面体间隙和四面体间隙分别如图 1-(15) (a)、(b) 所示。

八面体间隙半径

$$r = \frac{a - 2R}{2} = \frac{\frac{4}{\sqrt{3}}R - 2R}{2} = 0.154 R$$

间隙中心坐标: $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$ 或同类位置 (如图(a)中空圈圆圈所在位置)

四面体间隙半径

$$r = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2} - R = \left(\frac{\sqrt{5}}{4} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} - 1\right)R = 0.29 R$$

间隙中心坐标: $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 1)$ 或同类位置 (图(b)中空圈圆圈所在位置)

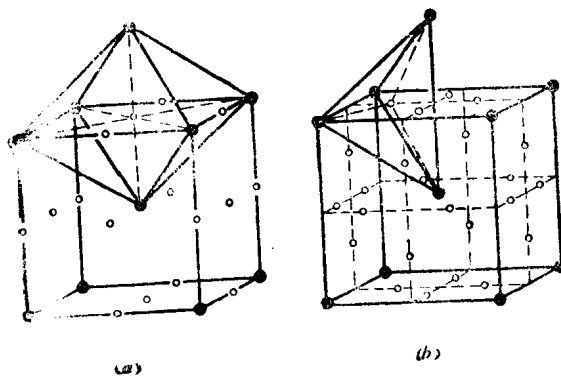


图 1-(15)

(2) γ 铁是 f.c.c 结构, 八面体间隙半径较大, 所以 γ 铁中的碳原子一般处于八面体间隙位置。由于 f.c.c 结构中八面体间隙数与原子数相等, 若此类位置全部被碳原子占据, 则 γ

铁应能溶解 50 at.% C, 化成重量百分数为 17.6%。碳在铁中的实际最大溶解度为 2.11 wt.%。大大小于理论值, 这是因为碳原子半径(0.077nm)大于八面体间隙半径(0.054nm), 所以碳的溶入会引起 γ 铁的晶格畸变, 这就妨碍了碳原子的进一步溶入。

1-28 NiAl 为基的固溶体的密度为

$$\rho = \frac{n \cdot \bar{A}}{V}$$

式中, n 为单位晶胞中的原子数; \bar{A} 为固溶体的平均原子量; N 为阿伏伽德罗常数; V 为单位晶胞的体积。

查得 Al 和 Ni 的原子半径分别为 1.43 Å 和 1.25 Å, Al 和 Ni 的原子量分别为 26.98 和 58.71, 当 at.% Ni > 50%, 形成以 AlNi 为溶剂的溶有 Ni 的置换固溶体, 因为 $R_{\text{Ni}} < R_{\text{Al}}$, 所以随 %Ni 增加, 点阵常数下降; 又因为 Ni 原子较重, 所以随 %Ni 增加, 密度增高。当 at.% Ni < 50%, a, ρ 曲线未沿虚线方向变化的原因是: 为了维持晶胞的电子浓度不变, 以保证 NiAl 相的稳定性, 在晶体结构的 Ni 原子位置上出现了一些空位, 形成了缺位固溶体; %Ni 下降, 空位数增加, 使点阵常数下降; 另一方面, 由于原子总数不变, 空位数增加使晶胞总数增加, 总体积增大, 导致密度下降, 所以 at.% Ni < 50% 时, a, ρ 曲线沿图 1-11 中的实线方向变化。

1-29 (1) 金属原子之间一般形成置换固溶体, 置换固溶体中固溶度的大小主要取决于晶体结构类型、原子尺寸和化学亲和力。Be, Al, V, Cr 四种金属中, V, Cr 与 Ti 的晶体结构不同, 所以一般溶解度较小。Be 与 Ti 的晶体结构相同, 但原子半径相差太大, 所以固溶度也不大。Al 与 Ti 的晶体结构相近, 都是密排结构, 且原子半径非常接近 ($R_{\text{Al}} = 0.143 \text{ nm}$, $R_{\text{Ti}} = 0.147 \text{ nm}$), 两者的化学亲和力也很小, 所以 Al 在 Ti 中可有较大的固溶度。由相图查得 Be、Al、V、Cr 室温时在 Ti 中的溶解度(at%)分别为 <<1%, 25%, 3%, 1%, 与上述分析相符。

(2) 当 Ti 中含 Al 为 10 at.% 时, 相应的重量百分数为:

$$\text{wt. \% Al} = \frac{10 \times 27.0}{10 \times 27.0 + 90 \times 47.9} = 5.9 \text{ wt. \%}$$

1-30 Cu 基固溶体的极限电子浓度为 1.36。设 Cu 基固溶体中可固溶的 Zn 和 Sn 最大原子百分含量分别为 $x_1\%$ 和 $x_2\%$ 则

$$1.36 = \frac{1(100 - x_1) + 2x_1}{100}$$

$$x_1 = 36$$

$$1.36 = \frac{1(100 - x_2) + 4x_2}{100}$$

$$x_2 = 12$$

即 Cu 和 Zn 组成固溶体最多可含 36 at.% 的 Zn, Cu 和 Sn 组成固溶体最多可含 12 at.% 的 Sn。

设 Cu 中已溶入 10% Zn 后还可溶入的 Sn 的最大原子百分含量为 $x_3\%$; 则

$$1.36 = \frac{1(100 - 10 - x_3) + 2 \times 10 + 4x_3}{100}$$

$$x_3 = 8.67$$

即最多还能固溶 8.67 at.% 的 Sn。

1-31 判断固溶体的类型可以以此固溶体合金晶胞内的实际原子数 (n) 与纯溶剂晶胞内原子数 (n_0) 的比值作为判据, 即:

$$n/n_0 \begin{cases} > 1 & \text{间隙式} \\ = 1 & \text{置换式} \\ < 1 & \text{缺位式} \end{cases}$$

本题中此合金的平均原子量为:

$$\bar{A} = \frac{100}{\frac{12.3}{54.92} + \frac{1.34}{12} + \frac{86.36}{55.84}} = 53.14$$

晶胞体积为: $V = (0.3624 \times 10^{-7})^3 \text{cm}^3 = 47.6 \times 10^{-24} \text{cm}^3$

$$n = \frac{\rho V N}{\bar{A}} \quad (\text{其中, } \rho \text{——合金密度; } N \text{——阿伏伽德罗常数})$$

$$= \frac{7.83 \times 47.6 \times 10^{-24} \times 6.023 \times 10^{23}}{53.14} = 4.25$$

对奥氏体钢, $n_0 = 4$, 所以 $n/n_0 > 1$, 即此固溶体必含有间隙原子。因为 O 原子半径比 Fe、Mn 原子半径小得多, 故易处于间隙位置, 形成 O 在 Fe 中的间隙固溶体。

设 O 处于 Fe 间隙位置处形成的间隙固溶体的晶胞中平均原子数为 n_1 , 由于固溶体中 O 的原子百分含量为:

$$x_c = \frac{\frac{1.34}{12}}{\frac{12.3}{54.92} + \frac{1.34}{12} + \frac{86.36}{55.84}} = 5.9\%$$

且

$$\frac{n_1 - 4}{n_1} = \frac{x_c}{100} = \frac{5.9}{100}$$

故可算得 $n_1 = 4.25$, $n_1/n = 1$, 所以 Mn 在合金中应为置换式固溶。

据上述可判断此固溶体为 O-间隙、Mn-置换式固溶体。

第二章 晶体缺陷

I 点缺陷

一、选择题

1. B 2. B 3. D 4. C 5. C 6. C 7. B 8. A 9. B 10. A

二、解答题

2-1 纯金属晶体中, 点缺陷的主要类型是空位、填隙原子、空位对及空位与填隙原子对。它们产生的途径有以下几个方面:

(1) 接受热能后依靠热振动使原子脱离正常点阵位置而产生。空位、填隙原子或空位与填隙原子对都可由热激活而形成。这种缺陷受热能的控制, 它的浓度依赖于温度, 随温度

升高,热平衡态缺陷的浓度亦增高。

(2) 冷加工时由于位错间有交互作用,在适当条件下,位错交互作用的结果能产生点缺陷,如带割阶的位错运动会放出空位。

(3) 辐照。高能粒子(中子、 α 粒子、高速电子)轰击金属晶体时,原子由于粒子轰击而离开原来位置,产生空位或填隙原子。

此外,还有一些其它途径可能引入点缺陷。

2-2 空位热平衡浓度的表达式为:

$$C = A \exp(-E_v/kT)$$

式中, A 为常数; E_v 为空位形成能; T 为绝对温度。

$$\begin{aligned} \frac{C_{T_2}}{C_{T_1}} &= \frac{1}{10^6} = \frac{A \exp(-E_v/kT_1)}{A \exp(-E_v/kT_2)} = e^{\frac{E_v}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)} \\ -\ln 10^6 &= \frac{E_v}{k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \\ E_v &= \frac{-\ln 10^6 \cdot k}{\frac{1}{873} - \frac{1}{573}} = \frac{-13.8 \times 8.617 \times 10^{-5}}{1.145 \times 10^{-3} - 1.745 \times 10^{-3}} \\ &= 1.98(\text{eV}) \end{aligned}$$

2-3 已知 $C = Ae^{-E/kT}$,

$$\begin{aligned} 20^\circ\text{C 时}, \quad \frac{C_v}{C_i} &= e^{\frac{1}{kT} (E_i - E_v)} = e^{\frac{1}{8.617 \times 10^{-5} (20 + 273)}} (3.0 - 0.76) \\ &= e^{88.7} = 3.3 \times 10^{38} \end{aligned}$$

$$500^\circ\text{C 时}, \quad \frac{C_v}{C_i} = e^{\frac{1}{8.617 \times 10^{-5} (500 + 273)}} (3.0 - 0.76) = e^{33.6} = 4.0 \times 10^{14}$$

由上述结果可以看出:

(1) 点缺陷形成能的微小变化会引起其平衡浓度产生大幅度变化。铝晶体中空位形成能低于填隙原子形成能,从而使同一温度下的空位平衡浓度大大高于填隙原子平衡浓度;温度越低,点缺陷形成能对平衡浓度的影响越显著,所以在热平衡状态下(尤其在较低温度时),可以认为晶体中只有空位点缺陷存在。

(2) 温度对点缺陷平衡浓度影响很大, C_v , C_i 都随温度下降而下降,但形成能较高的填隙原子的下降速度要比形成能较低的空位的下降速度快得多。

2-4 将平衡缺陷浓度表达式 $C = Ae^{-E/kT}$ 中的常数 A 取作 1, 600°C 和 300°C 时银的平衡空位浓度分别为:

$$\begin{aligned} C_{600} &= e^{-\frac{1.1}{8.617 \times 10^{-5} \times 873}} = 4.46 \times 10^{-7} \\ C_{300} &= e^{-\frac{1.1}{8.617 \times 10^{-5} \times 573}} = 2.1 \times 10^{-10} \end{aligned}$$

1 cm^3 体积的银晶体中所含原子总数为:

$$N = \frac{10.5 \times 6.023 \times 10^{23}}{107.9} = 5.86 \times 10^{22}(\text{个})$$

600°C 和 300°C 时 1 cm^3 体积的银晶体中所包含的平衡空位数分别为:

$$n_{600} = C_{600} \times N = 4.46 \times 10^{-7} \times 5.86 \times 10^{22} = 2.6 \times 10^{16}(\text{个})$$

$$n_{300} = C_{300} \times N = 2.1 \times 10^{-10} \times 5.86 \times 10^{22} = 1.23 \times 10^{13}(\text{个})$$

2-5 (1) 高温时晶体长度的增加是由两方面的因素引起的,一是由于晶格常数随温度

升高时点阵原子间距的增大而增大；二是由于温度升高使晶体中的空位浓度显著增加，当晶体中原子总数一定时，空位数的增加会使晶胞总数增加，从而使晶体长度亦随之增加（用 ΔL_v 表示），所以

$$\Delta L/L = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta L_v}{L} > \frac{\Delta a}{a}$$

(2) 晶体从 T_1 温度到 T_2 温度 ($T_2 > T_1$) 时，体积的膨胀是由点阵原子间距增大和空位浓度增高共同引起的，对边长为 L 的正方体，从 T_1 到 T_2 总的体积变化率为：

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V_{\text{总}}}{V_{\text{总}}} &= \frac{(L + \Delta L)^3 - L^3}{L^3} = \frac{L^3 \left(1 + \frac{\Delta L}{L}\right)^3 - L^3}{L^3} \\ &= \frac{L^3 \left(1 + 3 \frac{\Delta L}{L}\right) - L^3}{L^3} = 3 \frac{\Delta L}{L} \end{aligned}$$

由点阵常数增大引起的体积变化率为：

$$\frac{\Delta V_a}{V_a} = \frac{(a + \Delta a)^3 - a^3}{a^3} = 3 \frac{\Delta a}{a}$$

若 T_1 时的空位浓度与 T_2 时相比可忽略不计，则 T_2 时的平衡空位浓度

$$C_v = \frac{\Delta V_{\text{总}}}{V_{\text{总}}} - \frac{\Delta V_a}{V_a} = 3 \left(\frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta a}{a} \right)$$

(3) 根据(2)中 C_v 表达式，晶体中空位在较高温度 (T_2) 时的平衡浓度可通过膨胀法测定：取边长为 L 的正方体作为试样，用长度计量仪测出试样从 T_1 到 T_2 时长度的增加 (ΔL)，利用 X 射线方法测定 T_1 到 T_2 时点阵常数的增加 (Δa)，将 $\frac{\Delta L}{L}$ ， $\frac{\Delta a}{a}$ 值代入 C_v 表达式便可求出 T_2 时的平衡空位浓度。

2-6 晶体中空位平衡浓度与空位形成能 (E_v) 和空位形成熵 (S_v) 之间的关系为

$$C = \exp \left[-\frac{S_v}{k} \right] \exp \left[-\frac{E_v}{kT} \right] \quad (1)$$

由题意可算得 C_{20} 和 C_{1020} ，代入上式可解得 S_v 和 E_v

$$C_{20} = \frac{1}{2 \times 10^{23}} = 5 \times 10^{-24}$$

由于升温时晶体总重量不变，即：

$$\left(1 + \frac{\Delta V}{V}\right) \times (1 - 0.00012) = 1$$

从 20°C 到 1020°C 时总的体积变化率为：

$$\frac{\Delta V}{V} = 0.012\%$$

由上题知

$$C = 3 \left(\frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta a}{a} \right) = \frac{\Delta V}{V} - 3 \frac{\Delta a}{a}$$

$$\therefore C_{1020} = (0.012 - 3 \times 4 \times 10^{-4})\% = 1 \times 10^{-4}$$

将 C_{20} 和 C_{1020} 代入(1)式：

$$\begin{cases} 5 \times 10^{-24} = \exp\left[-\frac{S_v}{k}\right] \exp\left[-\frac{E_v}{293k}\right] \\ 1 \times 10^{-4} = \exp\left[-\frac{S_v}{k}\right] \exp\left[-\frac{E_v}{1293k}\right] \end{cases}$$

解得:

$$E_v = 1.45 \text{ eV}$$

$$S_v = 3.3 \times 10^{-4} \text{ eV}$$

2-7 设在温度 T , n 个原子脱离其原来位置形成 n 对 Frankel 缺陷 (空位和填隙原子对) 后引起的能量变化为:

$$\Delta G = nG_F - TS_n \quad (1)$$

G_F 为晶体中形成一对 Frankel 缺陷所增加的能量, S_n 为晶体中形成 n 对 Frankel 缺陷引起的熵的变化:

$$S_n = k \ln w = k \left[\ln \frac{N!}{(N-n)! n!} + \ln \frac{N'!}{(N'-n)! n!} \right]$$

利用斯特令近似式将上式展开后代入(1)式,有:

$$\begin{aligned} \Delta G &= nG_F - kT [N \ln N - (N-n) \ln(N-n) - n \ln n + N' \ln N' \\ &\quad - (N'-n) \ln(N'-n) - n \ln n] \\ &= nG_F - kT [N \ln N - (N-n) \ln(N-n) - 2n \ln n \\ &\quad + N' \ln N' - (N'-n) \ln(N'-n)] \\ \frac{\partial \Delta G}{\partial n} &= G_F - kT \left[\ln(N-n) - (N-n) \frac{-1}{(N-n)} \right. \\ &\quad \left. - 2 \ln n - 2 + \ln(N'-n) + (N'-n) \frac{1}{N'-n} \right] \\ &= G_F + kT \ln \frac{n^2}{(N-n)(N'-n)} \end{aligned}$$

令 $\frac{\partial \Delta G}{\partial n} = 0$, 解得:

$$n = [(N-n)(N'-n)]^{1/2} \exp\left[-\frac{G_F}{2kT}\right]$$

设 $n \ll N, n \ll N'$

$$\begin{aligned} n &\approx (NN')^{1/2} \exp\left[-\frac{E_F - TS_F}{2kT}\right] \\ &= (NN')^{1/2} \exp\left[\frac{S_F}{2k}\right] \exp\left[-\frac{E_F}{2kT}\right] \end{aligned}$$

式中 E_F 为一个空位和一个填隙原子的形成能之和。

2-8 (1) 溶质原子最近邻点阵位置为 Z 个, 有 n 个 ($n < Z$) 空位在近邻位置上时引起的能量变化为:

$$\begin{aligned} \Delta G &= n(E_v + E_b - TS) - TS_n \\ S_n &= k \ln w = k \ln \frac{Z!}{(Z-n)! n!} = k [\ln Z! - \ln(Z-n)! - \ln n!] \end{aligned}$$

利用斯特令近似式, 则:

$$S_n = k [Z \ln Z - Z - (Z-n) \ln(Z-n) + (Z-n) - n \ln n + n]$$

$$\Delta G = n(E_v + E_b - TS) - kT[Z \ln Z - Z - (Z - n) \ln(Z - n) + (Z - n) - n \ln n + n]$$

令 $\frac{\partial \Delta G}{\partial n} = 0$, 则:

$$E_v + E_b - TS - kT \left[-\frac{Z}{Z - n} + \ln(Z - n) + \frac{-n}{Z - n} - \ln n - 1 \right] = 0$$

$$\ln \frac{n}{Z - n} = -\frac{E_v + E_b - TS}{kT}$$

设 $Z - n \approx Z$

$$C_1 = \frac{n}{Z} = e^{-\frac{E_v - TS}{kT}} e^{-\frac{E_b}{kT}}$$

而晶体中其它区域的空位平衡浓度为

$$C_2 = e^{-\frac{E_v - TS}{kT}}$$

$$\frac{C_1}{C_2} = e^{-\frac{E_b}{kT}}$$

即 C_1 为 C_2 的 $e^{-\frac{E_b}{kT}}$ 倍。

(2) 整个晶体中空位热平衡浓度应是溶质原子最近邻点阵位置和晶体中其它区域的空位浓度的平均值。设 N 为晶体中总的原子数, 则平均浓度为:

$$C_v^a = \frac{NC_s \cdot Z \cdot C_1 + (N - NC_s \cdot Z) \cdot C_2}{N}$$

$$= C_s \cdot Z \cdot e^{-\frac{E_v - TS}{kT}} e^{-\frac{E_b}{kT}} + (1 - C_s \cdot Z) e^{-\frac{E_v - TS}{kT}}$$

$$= e^{-\frac{E_v - TS}{kT}} (C_s \cdot Z \cdot e^{-\frac{E_b}{kT}} + 1 - C_s \cdot Z)$$

$$= A e^{-\frac{E_v}{kT}} \left[1 - Z \cdot C_s + Z \cdot C_s \exp \left(-\frac{E_b}{kT} \right) \right]$$

其中 $A = e^{\frac{S}{k}}$

II 位 错

一、选择题

1. B 2. A 3. B 4. C 5. B 6. A 7. C 8. B 9. A 10. A 11. C
12. B 13. A 14. B 15. A 16. C 17. B 18. D

二、解答题

2-9 两种刃型位错线的半原子平面分别如图 2-(1)的(a)、(b)所示。

2-10 设方形位错环所在面为 (hkl) , 位错线方向(即 ξ 方向)为顺时针方向, 则可按右手法则(图 2-(2)(a))确定间隙位错环的 $b \parallel [hkl]$ (图(b)), 空位位错环的 $b \parallel [\bar{h}\bar{k}\bar{l}]$ (图(c))。用右手法则, 根据 $\xi \times b$ 的方向, 可以确定半原子面所在的方向, 从而确定位错环的类型, 即: $\xi \times b$ 的方向指向环内, 位错环是间隙的; $\xi \times b$ 的方向指向环外, 位错环是空位的。

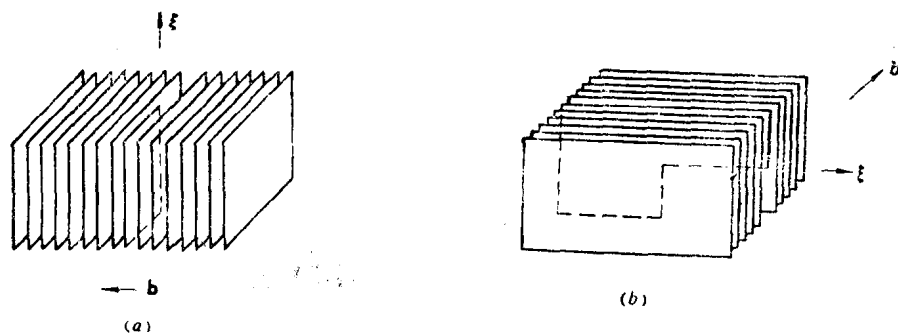


图 2-(1)

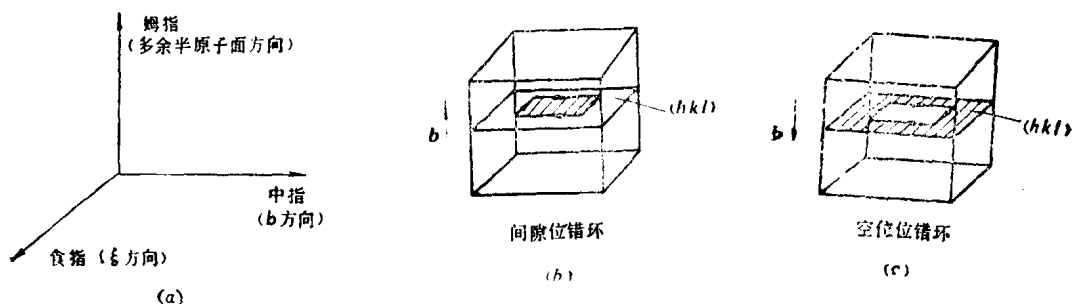


图 2-(2)

2-11 假设平行于晶体的滑移面截出一厚度为 d 的薄晶片，再将此晶片沿半径为 R 的圆柱面弯曲，晶片对轴的张角为 θ (图 2-(3))，晶片上下底面的弧长差为：

$$(R + d)\theta - R\theta = \theta d$$

需要有 $\theta d/b$ 个正刃型位错分布在晶体中。由于晶片的侧面积为 $R\theta d$ ，所以产生塑性弯曲所需要的位错密度为：

$$\rho = \frac{\theta d/b}{R\theta d} = \frac{1}{Rb}$$

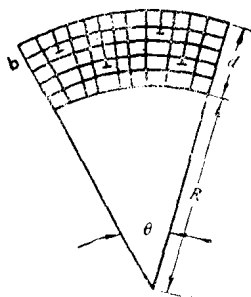


图 2-(3)

2-12 产生 1 cm 长的直刃位错所需要的能量 W_1 等于 1 cm 长的直刃位错的应变能。

$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{\mu b^2}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{R}{r_0} \times 1 \\ &= \frac{50 \times 10^9 \times (0.25 \times 10^{-9})^2}{4 \times 3.14 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)} \ln \frac{1 \times 10^{-2}}{1 \times 10^{-9}} \times 1 \times 10^{-2} \\ &= 6 \times 10^{-11} (J) \end{aligned}$$

设占一半能量的区域半径 r 为 10^{-x} cm, 则:

$$\frac{W_r}{W_1} = \frac{\ln \frac{1}{10^{-x}}}{\ln \frac{1}{10^{-7}}} = \frac{x}{7}$$

由 $\frac{W_r}{W_1} = \frac{1}{2}$, 可解得 $x = 3.5$, 即 $r = 10^{-3.5} = 3.16(\mu\text{m})$ 。

2-13 螺位错的应力场中只有 $\sigma_{\theta z}$ 分量, 其它应力分量都为零。

设在一个圆柱体的轴心线放上一右螺位错, 并把坐标 Z 轴同时放在轴心线上。圆柱体的半径 R 比较大, 不考虑柱表面效应, 柱体为有限长, 端面是自由表面。根据边界条件, 要求:

$$\sigma_{\theta z}(\text{端面}) = 0$$

但是, 按无限长晶体中螺位错的应力表达式, 在端面上的 $\sigma_{\theta z} = \frac{\mu b}{2\pi r} \neq 0$ 。为了满足边界条件, 必须在端面上附加一个力 $\sigma'_{\theta z}$, 其大小和分布和 $\sigma_{\theta z}$ 相等, 方向相反, 即

$$\sigma'_{\theta z} = -\sigma_{\theta z} = -\frac{\mu b}{2\pi r}$$

这一附加力使晶体在端面上产生一附加力矩 M'_z (图 2-(4)), 端面上某面积 dA 对中心产生的力矩为:

$$dM'_z = \sigma'_{\theta z} dA \cdot r = \sigma'_{\theta z} \cdot r^2 d\theta dr$$

整个端面对中心的力矩为:

$$M'_z = \int_A dM'_z = \int_0^R \int_0^{2\pi} -\frac{\mu b}{2\pi} r dr d\theta = -\frac{\mu b R^2}{2}$$

设当距端面距离大于 $2R$ 时, 这个力矩的作用等效于均匀扭转的情况, 产生扭转的应力

$$\sigma''_{\theta z} = -\mu\alpha r$$

其中 α 是常数, 相应于单位长度的扭转角, $\sigma''_{\theta z}$ 产生的力矩为:

$$M''_z = \int_0^R \int_0^{2\pi} -(\mu\alpha r) r^2 dr d\theta = -\frac{1}{2} \alpha \pi \mu R^4$$

$$M'_z = M''_z$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \alpha \pi \mu R^4 = -\frac{\mu b R^2}{2}$$

$$\alpha = \frac{b}{\pi R^2}$$

因而在远离端面处附加应力 $\sigma''_{\theta z} = -\frac{\mu b r}{\pi R^2}$ 。考虑了端面影响后, 在远离端面处螺位错的应力场表达式应为:

$$\sigma_{\theta z} = \frac{\mu b}{2\pi r} - \frac{\mu b r}{\pi R^2} = \frac{\mu b}{2\pi} \left(\frac{1}{r} - \frac{2r}{R^2} \right)$$

在 $r \ll R$ 处, $\sigma_{\theta z} \approx \frac{\mu b}{2\pi r}$, 即可近似用无限长螺位错的应力场表示。

2-14 刃位错产生的应力场中有两个切应力分量:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{x(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}$$

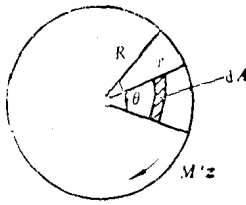


图 2-(4)

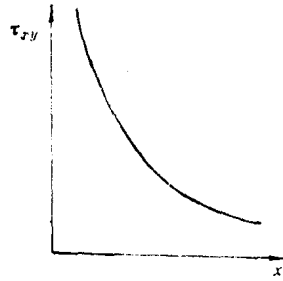


图 2-(5)

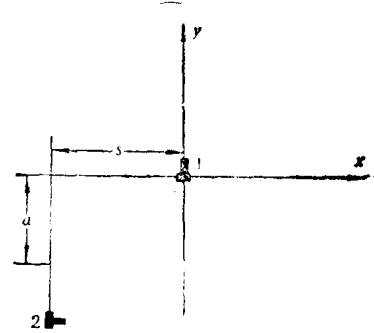


图 2-(6)

当 $(x^2 + y^2)^{1/2}$ 一定时, $y = 0$ 时 τ_{xy} 最大, 所以最大分切应力在滑移面上, 其值随离位错距离的增大而减小, 即:

$$y = 0, \tau_{xy} = \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{1}{x}$$

由上式作图如图 2-(5) 所示。

$a = 1 \mu\text{m}$ 时,

$$\tau_{xy} = \frac{50 \times 10^9 \times 0.256 \times 10^{-9}}{2 \times 3.14 \times \frac{2}{3} \times 10^{-6}} = 3.06 (\text{MPa})$$

2-15 为计算方便先作坐标转换(如图 2-(6))所示。

原题意可转为求位错 2 从 $y = -\infty$ 移至 $y = -a$ 处所需的能量, 亦即在此过程中外力为克服 y 方向的作用力所做的功。

位错 2 在位错 1 应力场作用下受力为:

$$f = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -b \\ 0 \end{pmatrix} \times k = -b \sigma_{yy} i + b \sigma_{xy} j$$

设位错线长度为 l , 位错 2 在 y 方向受力为:

$$f_y = bl \sigma_{xy} = \frac{\mu l b^2}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{x(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2} = \frac{\mu l b^2}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{-s(s^2 - y^2)}{(s^2 + y^2)^2}$$

可见, 若 $|a| > |s|$, 位错 2 在 $y = -\infty$ 到 $y = -a$ 范围内始终受到 y 正向的力, 如果不考虑其它阻力, 则不需外力做功便可自动到达要求的位置。若 $|a| < |s|$, 将位错 2 从 $y = -\infty$ 移至 $y = -a$ 处所需的能量为

$$\begin{aligned} W &= \int_{-\infty}^{-a} \frac{\mu l b^2}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{s(s^2 - y^2)}{(s^2 + y^2)^2} dy \\ &= \frac{\mu l b^2}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{sy}{s^2 + y^2} \Big|_{-\infty}^{-a} = \frac{\mu l b^2 (s - a)^2}{4\pi(1-\nu)(s^2 + a^2)} \end{aligned}$$

2-16 按虎克定律,

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] = \frac{1}{2\mu} [(1-\nu)\sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy}] \\ \epsilon_{yy} &= \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})] = \frac{1}{2\mu} [(1-\nu)\sigma_{yy} - \nu\sigma_{xx}] \end{aligned}$$

且

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y},$$

则 x 方向的位移

$$u = \int \varepsilon_{xx} dx$$

y 方向的位移

$$v = \int \varepsilon_{yy} dy$$

由连续弹性介质模型求得的刃位错应力场中 σ_{xx} 、 σ_{yy} 的表达式为:

$$\sigma_{xx} = A \frac{y(3x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^2}$$

$$\sigma_{yy} = -A \frac{y(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}$$

式中,

$$A = -\frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)}$$

$$\begin{aligned} \therefore u &= \frac{A}{2\mu} \left[\int (1-\nu) \frac{y(3x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^2} dx + \nu \int \frac{y(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2} dx \right] \\ &= \frac{A}{2\mu} [(1-\nu)I_1 + \nu I_2] + c \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} I_1 &= \int \frac{y(3x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^2} dx = y \int \frac{3x^2 + 3y^2 - 2y^2}{(x^2 + y^2)} dx \\ &= y \left[\int \frac{3dx}{x^2 + y^2} - 2y^2 \int \frac{dx}{(x^2 + y^2)^2} \right] \end{aligned}$$

令 $x = y \tan \alpha$, 则:

$$\begin{aligned} I_1 &= y \left[\frac{3}{y} \tan^{-1} \frac{x}{y} - 2y^2 \int \frac{y \sec^2 \alpha d\alpha}{y^4 \sec^4 \alpha} \right] \\ &= y \left[\frac{3}{y} \tan^{-1} \frac{x}{y} - 2y^2 \cdot \frac{1}{y^3} \int \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} d\alpha \right] \\ &= y \left[\frac{3}{y} \tan^{-1} \frac{x}{y} - \frac{1}{y} \left(\alpha + \frac{1}{2} \sin \alpha \right) \right] \\ &= y \left[\frac{3}{y} \tan^{-1} \frac{x}{y} - \frac{1}{y} \left(\tan^{-1} \frac{x}{y} + \frac{xy}{x^2 + y^2} \right) \right] \\ &= 2 \tan^{-1} \frac{x}{y} - \frac{xy}{x^2 + y^2} \\ I_2 &= \int \frac{y(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2} dx \\ &= y \left[\int \frac{dx}{x^2 + y^2} - 2y^2 \int \frac{dx}{(x^2 + y^2)^2} \right] \\ &= y \left[\frac{1}{y} \tan^{-1} \frac{x}{y} - \frac{1}{y} \left[\tan^{-1} \frac{x}{y} + \frac{xy}{x^2 + y^2} \right] \right] \\ &= -\frac{xy}{x^2 + y^2} \end{aligned}$$

代入原式后经整理得:

$$u = \frac{b}{2\pi} \left[-\tan^{-1} \frac{x}{y} + \frac{xy}{2(1-\nu)(x^2 + y^2)} \right] + c$$

由 $y=0$ 时 $u=0$ 可解得 $c = \frac{b}{4}$, 代入上式得:

$$U = \frac{b}{2\pi} \left[\operatorname{tg}^{-1} \frac{y}{x} + \frac{xy}{2(1-\nu)(x^2+y^2)} \right]$$

相类似地,可求得 y 方向的位移

$$V = -\frac{b}{2\pi} \left[\frac{1-2\nu}{4(1-\nu)} \ln(x^2+y^2) + \frac{x^2-y^2}{4(1-\nu)(x^2+y^2)} \right]$$

2-17 设想将本题中的两根位错线合并为一根,合成后的柏氏矢量为 b_3 (图 2-(7)); 如果合并后能量是增加的,则两根位错是相斥的;如果合并后能量是降低的,则两根位错产生相吸引的作用。

根据混合位错及螺位错的应变能表达式可算得:

合并前位错的能量

$$W_1 + W_2 = 2 \times \frac{\mu b_1^2}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{r_1}{r_0} \left(1 - \nu \cos^2 \frac{\phi}{2} \right)$$

合并后位错的能量

$$W_3 = \frac{\mu b_3^2}{4\pi} \ln \left(\frac{r_1}{r_0} \right)$$

由 $(W_1 + W_2) - W_3 = 0$ 可算得两位错间作用力为零时的 ϕ 值,即

$$2 \times \frac{\mu b_1^2}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{r_1}{r_0} \left(1 - \nu \cos^2 \frac{\phi}{2} \right) - \frac{\mu b_3^2}{4\pi} \ln \frac{r_1}{r_0} = 0$$

$$\frac{2 b_1^2}{1-\nu} \left(1 - \nu \cos^2 \frac{\phi}{2} \right) - b_3^2 = 0$$

以 $b_3^2 = 2b_1^2 + 2b_1^2 \cos \phi$ 代入上式得

$$\frac{1 - \nu \cos^2 \frac{\phi}{2}}{1 - \nu} - 1 - \cos \phi = 0$$

$$\phi = 80^\circ$$

当 $\phi < 80^\circ$, $W_1 + W_2 < W_3$, 两位错相斥; $\phi > 80^\circ$, $W_1 + W_2 > W_3$, 两位错相吸。

2-18 设在 XYZ 坐标系中,位错 1 躺在 Z 轴上,位错 2 与位错 1 平行,两根位错线的柏氏矢量可分别分解为:

$$b_1 = b_x i + b_y j + b_z k$$

$$b_2 = b'_x i + b'_y j + b'_z k$$

两根位错线都平行于 Z 轴,它们之间的作用力为:

$$f = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b'_x \\ b'_y \\ b'_z \end{pmatrix} \times k$$

$$= (\sigma_{yx} b'_x + \sigma_{yy} b'_y + \sigma_{yz} b'_z) i - (\sigma_{xx} b'_x + \sigma_{xy} b'_y + \sigma_{xz} b'_z) j$$

式中

$$\sigma_{yx} = \sigma_{yx}^{(bx)} + \sigma_{yx}^{(by)}$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_{yy}^{(bx)} + \sigma_{yy}^{(by)}$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{xx}^{(bx)} + \sigma_{xx}^{(by)}$$

为计算位错 1 的刃型分量 b_y 产生的应力分量 $\sigma_{yx}^{(by)}$, $\sigma_{yy}^{(by)}$, $\sigma_{xx}^{(by)}$, 建立 $X'Y'Z'$ 坐标系,使 $X' = Y$, $Y' = -X$, $Z' = Z$, 如图 2-(8) 所示,两个坐标系中的应力关系符合

$$\sigma_{yx} \parallel -\sigma_{x'y'};$$

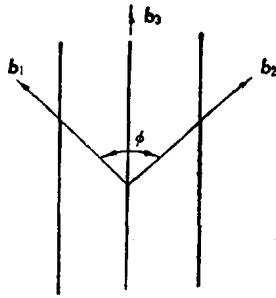


图 2-(7)

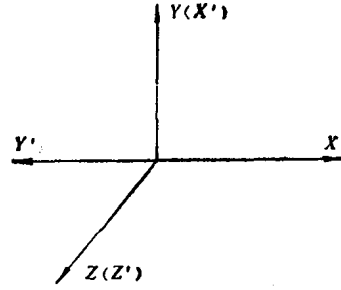


图 2-(8)

$$\sigma_{yy} \parallel \sigma_{x'x'}$$

$$\sigma_{xx} \parallel \sigma_{y'y'}$$

可以算得:

$$\sigma_{yx}^{(by)} = -\sigma_{x'y'} = -\frac{\mu b_y}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{x'(x'^2 - y'^2)}{(x'^2 + y'^2)^2} = -\frac{\mu b_y}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{y(y^2 - x^2)}{(x^2 + y^2)^2}$$

$$\sigma_{xy}^{(by)} = \sigma_{x'y'} = -\frac{\mu b_y}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{y'(3x'^2 + y'^2)}{(x'^2 + y'^2)^2} = \frac{\mu b_y}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{x(3y^2 - x^2)}{(x^2 + y^2)^2}$$

$$\sigma_{xx}^{(by)} = \sigma_{y'y'} = \frac{\mu b_y}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{y'(x'^2 - y'^2)}{(x'^2 + y'^2)^2} = -\frac{\mu b_y}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{x(y^2 - x^2)}{(x^2 + y^2)^2}$$

所以

$$\begin{aligned} \sigma_{yx} &= \sigma_{yx}^{(bx)} + \sigma_{yx}^{(by)} = \frac{\mu}{2\pi(1-\nu)} \left[b_x \cdot \frac{x(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2} - b_y \cdot \frac{y(y^2 - x^2)}{(x^2 + y^2)^2} \right] \\ &= \frac{\mu}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{1}{r} [b_x \cos \theta (1 - 2\sin^2 \theta) + b_y \sin \theta (1 - 2\sin^2 \theta)] \end{aligned}$$

式中 r 是两根位错线的间距, θ 是两位错间的径向矢量和 X 轴的夹角。

$$\sigma_{yy} = \sigma_{yy}^{(bx)} + \sigma_{yy}^{(by)} = \frac{\mu b_x}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{y(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2} + \frac{\mu b_y}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{x(3y^2 - x^2)}{(x^2 + y^2)^2}$$

$$= \frac{\mu}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{1}{r} [b_x \sin \theta (1 - 2\sin^2 \theta) + b_y \cos \theta (1 + 2\sin^2 \theta)]$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{xx}^{(bx)} + \sigma_{xx}^{(by)} = \frac{\mu}{2\pi(1-\nu)} \left[b_x \cdot \frac{-y(3x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^2} + b_y \cdot \frac{-x(y^2 - x^2)}{(x^2 + y^2)^2} \right]$$

$$= \frac{\mu}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{1}{r} [-b_x \sin \theta (1 + 2\cos^2 \theta) + b_y \cos \theta (1 - 2\sin^2 \theta)]$$

又有

$$\sigma_{xz} = -\frac{\mu b_x y}{2\pi r^2} = -\frac{\mu b_x}{2\pi} \cdot \frac{\sin \theta}{r}$$

$$\sigma_{yz} = \frac{\mu b_y}{2\pi} \cdot \frac{x}{r^2} = \frac{\mu b_y}{2\pi} \cdot \frac{\cos \theta}{r}$$

由此, 任意两根平行位错线之间的作用力表达式为:

$$\begin{aligned} f &= (\sigma_{yx} b'_x + \sigma_{yy} b'_y + \sigma_{yz} b'_z) i - (\sigma_{xx} b'_x + \sigma_{xy} b'_y + \sigma_{xz} b'_z) j \\ &= \frac{\mu}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{i}{r} \{ \cos \theta [(1-\nu) b_x b'_x + b_x b'_x (1 - 2\sin^2 \theta) + b_y b'_y (1 + 2\sin^2 \theta)] \\ &\quad + \sin \theta (b_x b'_y + b_y b'_x) (1 - 2\sin^2 \theta) \} + \frac{\mu}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{j}{r} \{ \sin \theta [(1-\nu) b_x b'_x \\ &\quad + b_x b'_x (1 + 2\cos^2 \theta) - b_y b'_y (1 - 2\sin^2 \theta)] - \cos \theta (b_x b'_y + b_y b'_x) (1 - 2\sin^2 \theta) \} \end{aligned}$$

2-19 (1) 两根螺位错线位置如图 2-(9) 所示。

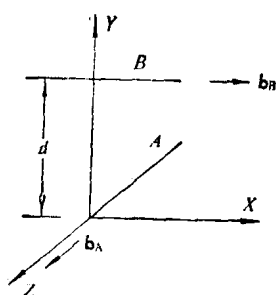


图 2-(9)

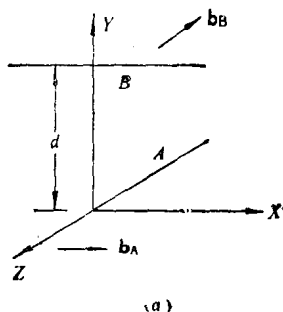
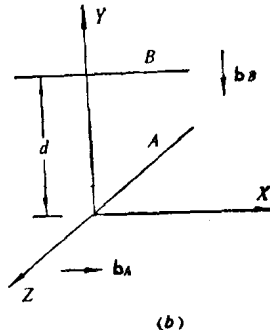


图 2-(10)



它们之间的作用力

$$f = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{xz} \\ 0 & 0 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times i$$

$$= b_B \sigma_{zx} j = -\frac{\mu b_A b_B}{2\pi} \cdot \frac{y}{x^2 + y^2} j = -\frac{\mu b_A b_B}{2\pi} \cdot \frac{d}{x^2 + d^2} j$$

(2) 两根刃位错互相垂直的配置可有两种情况, 分别如图 2-(10)(a)(b)所示, 并可分别计算如下:

如图 2-(10)(a)配置时, 它们之间的作用力为:

$$f = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -b_B \end{pmatrix} \times i$$

$$= -b_B \sigma_{zz} j = \frac{\mu b_A b_B \nu}{\pi(1-\nu)} \cdot \frac{d}{(x^2 + d^2)} j$$

如(b)配置时, 它们之间的作用力为:

$$f = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -b_B \\ 0 \end{pmatrix} \times i$$

$$= b_B \sigma_{yy} k = \frac{\mu b_A b_B}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{d(x^2 - d^2)}{(x^2 + d^2)^2} k$$

(3) 一刃位错和一螺位错互相位置如图 2-(11)所示, 它们之间的作用力为:

$$f = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{xz} \\ 0 & 0 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times k = 0$$

2-20 在刃位错 A 应力场作用下, 单位长度螺位错 B 受力为:

$$f_B = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ b_B \\ 0 \end{pmatrix} \times j$$

$$= \sigma_{xy} b_B k = \frac{\mu b_A b_B}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{d(d^2 - y^2)}{(d^2 + y^2)^2} k$$

在螺位错 B 应力场作用下, 单位长度刃位错 A 受力为:

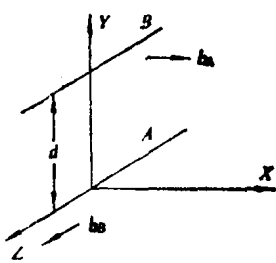


图 2-(11)

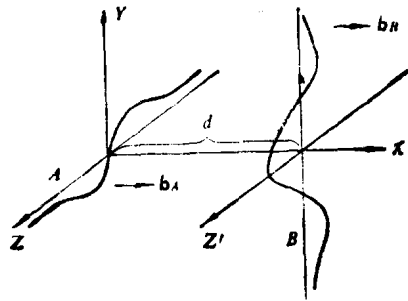


图 2-(12)

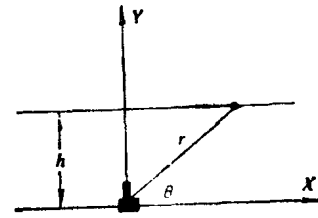


图 2-(13)

$$f_A = \frac{\mu b_A b_B}{2\pi} \cdot \frac{z}{d^2 + z^2} i$$

f_A 和 f_B 都是单位长度位错线所受的力，并不能组成牛顿定律中一对作用力和反作用力的实体。

设 A 、 B 位错线为无限长，则位错 B 受总力为：

$$\begin{aligned} F_B &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_B dy = \frac{\mu b_A b_B d}{2\pi(1-\nu)} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2d^2}{(d^2 + y^2)^2} dy - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^2 + y^2}{(d^2 + y^2)^2} dy \right\} \\ &= \frac{\mu b_A b_B d}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{yd}{y^2 + d^2} \Big|_{-\infty}^{+\infty} = 0 \end{aligned}$$

位错 A 受总力为：

$$F_A = \int_{-\infty}^{+\infty} f_A dz = \frac{\mu b_A b_B}{2\pi} \cdot \frac{z}{d^2 + z^2} \Big|_{-\infty}^{+\infty} = 0$$

$F_A = F_B$ ，所以并不违反牛顿定律。

两根位错线相互作用后，受净力偶作用，位错 A 在 $y=0$ 的平面上发生对称于坐标原点的扭曲；位错 B 在 $x=d$ 的平面上发生对称于 z' 轴 (z' 在 $x=d$ 平面上且平行于 z 轴) 的扭曲 (图 2-12)。

2-21 由连续弹性介质理论推导所得的刃位错的应力场中切应力分量的表达式用直角坐标表示时为：

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{x(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}$$

用柱坐标 (图 2-13) 表示时，

$$\begin{aligned} r &= \frac{h}{\sin \theta}, \quad x = r \cos \theta = \frac{h \cos \theta}{\sin \theta}, \quad y = h \\ \tau_{xy} &= \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{h \cos \theta}{\sin \theta} \cdot \frac{(h^2 \cos^2 \theta / \sin^2 \theta) - h^2}{[(h^2 \cos^2 \theta / \sin^2 \theta) + h^2]^2} \\ &= \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \cdot \frac{1}{h} \left(\frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{1/\sin^2 \theta} \right) \\ &= \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \frac{1}{h} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \\ &= \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)h} \cdot \frac{1}{2} \sin 2\theta \cos 2\theta = \frac{\mu b}{8\pi(1-\nu)h} \cdot \sin 4\theta \end{aligned}$$

2-22 两平行位错间相互作用力中 f_x 项为使其在滑移面上运动的力，

$$f_x = \tau_{yx} b_z$$

由上题可知, $\tau_{yx} = \frac{\mu b}{8\pi(1-\nu)} \cdot \frac{1}{h} \sin 4\theta$, 代入上式得:

$$f_x = \frac{\mu b_1 b_2}{8\pi(1-\nu)} \cdot \frac{1}{h} \sin 4\theta$$

求出 f_x 的零点和极值点(第一象限内):

$\sin 4\theta = 0 \quad \theta = 0 \quad f_x = 0$ 两位错间互不受力, 处于力的平衡状态

$\sin 4\theta = 0 \quad \theta = \frac{\pi}{4} \quad f_x = 0$ 两位错间互不受力, 处于力的平衡状态

$\sin 4\theta = 1 \quad \theta = \frac{1}{8}\pi \quad f_x \text{ 最大}$ 同号位错受最大斥力, 异号位错受最大吸力, 其值为 $\frac{\mu b_1 b_2}{8\pi(1-\nu)h}$

$\sin 4\theta = 1 \quad \theta = \frac{3}{8}\pi \quad f_x \text{ 最大}$ 同号位错受最大吸力, 异号位错受最大斥力, 其值为 $\frac{\mu b_1 b_2}{8\pi(1-\nu)h}$

根据上述分析, 不考虑其它阻力, 可有下列结论:

(1) 对异号位错, 要作相向运动, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 时, 不需加切应力; $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ 时, 需加切应力, 其值大于 $\frac{\mu b_1 b_2}{8\pi(1-\nu)h}$, 方向为 \rightarrow 。

对异号位错, 要作反向运动, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 时, 需加切应力, 其值大于 $\frac{\mu b_1 b_2}{8\pi(1-\nu)h}$, 方向为 \leftarrow ; $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ 时, 不需加切应力。

(2) 对同号位错 (以两个都是负刃位错为例) 作相向运动, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 时, 需加切应力, 其值大于 $\frac{\mu b_1 b_2}{8\pi(1-\nu)h}$, 对位错 1 方向为 \leftarrow , 对位错 2 方向为 \rightarrow ; $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ 时, 不需加切应力。

作反向运动时, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$, 不需加切应力; $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ 时, 需加切应力, 其值大于 $\frac{\mu b_1 b_2}{8\pi(1-\nu)h}$, 对位错 1 方向为 \rightarrow , 对位错 2 方向为 \leftarrow 。

2-23 (1) 位错 A、B 的应力场作用于位错 C 使其在滑移面上发生滑移的力为

$$f_x = \tau_{xy}^A \cdot b + \tau_{xy}^B \cdot b = \frac{\mu b^2}{2\pi(1-\nu)} \left[\frac{0.6(0.6^2 - 0.1^2)}{(0.6^2 + 0.1^2)^2} - \frac{0.3(0.3^2 - 0.2^2)}{(0.3^2 + 0.2^2)^2} \right] > 0$$

位错 C 受到 x 正方向的力, 所以向右运动。

(2) 当 $f_x = 0$ 时位错 C 的位置即为最终停住的位置, 设停住时位错 C 与位错 A 在 x 方向的距离为 x_i , 则由

$$f_x = 0$$

$$\text{亦即} \quad \frac{\mu b^2}{2\pi(1-\nu)} \left\{ \frac{x_i(x_i^2 - 0.1^2)}{(x_i^2 + 0.1^2)^2} - \frac{(x_i - 0.3)[(x_i - 0.3)^2 - 0.2^2]}{[(x_i - 0.3)^2 + 0.2^2]^2} \right\} = 0$$

可解出 x_i 。

求解上述方程的计算机程序如下:

主程序

```
10 INPUT A, C, H, M, E1, E2
```

```
20 DEF FNS(X) = X*(X^2-0.01)/(X^2+0.01)^2 - (X-0.3)*((X-0.3)^2-0.2^2)/((X-0.3)^2+0.2^2)^2
```

```
      *((X-0.3)^2-0.04)/((X-0.3)^2+0.04)^2
```

```

30 GOSUB 300
40 FOR I=1 TO Q
50 PRINT"x("; I; ") = ", R(I)
60 NEXT I
70 PRINT"Q = ", Q
80 END

```

子程序

```

300 DIM R(M)
310 N = 0
320 F1 = FNS(A)
330 B = A + H
340 B1 = B
350 F2 = FNS(B1)
360 K = 0
370 IF ABS(F1) <= E1 THEN 510
380 IF ABS(F2) <= E1 THEN 570
390 IF (F1*F2) > 0.0 THEN 570
400 AO = (A + B)/2.0
410 K = K + 1
420 FO = FNS(AO)
430 IF ABS(FO) <= E1 THEN 520
440 IF ABS(B-AO) <= E2 THEN 520
450 IF (F1*FO) > 0.0 THEN 480
460 B = AO
470 GOTO 400
480 F1 = FO
490 A = AO
500 GOTO 400
510 AO = A
520 N = N + 1
540 R(N) = AO
560 IF N >= M THEN Q = N : GOTO 610
570 IF B1 > C THEN Q = N : GOTO 610
580 A = B1
590 F1 = F2
600 GOTO 330
610 RETURN

```

以 A (根的下界) = 0.3, C (根的上界) = 5, H (步长) = 0.01, M (方程根的个数) = 1, E_1 (函数值的精度) = $1E-03$, E_2 (根的精度) = $1E-03$ 输入, 计算机运行结果: $x = 0.7612496 \pm$

0.76 即当位错 C 向右运动至距 α 方向位错 A $0.76 \mu\text{m}$ 时停住。

2-24 晶体内离表面 $l/2$ 处加了螺位错 3 后, 在晶体外离表面 $l/2$ 处有一反号镜象螺位错 4, 设受力方向由晶内向晶外为正, 反之为负。位错 3 与位错 1 同号时, 螺位错 3 受力为:

$$f = \frac{\mu b^2}{2\pi \cdot l/2} + \frac{\mu b^2}{2\pi \cdot \frac{3}{2}l} + \frac{\mu b^2}{2\pi \cdot l} = \frac{\mu b^2}{\pi l} \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) = \frac{11}{6} \frac{\mu b^2}{\pi l}$$

方向指向表面。

位错 3 与位错 1 异号时, 螺位错 3 受力为:

$$f = \frac{\mu b^2}{2\pi \cdot l} - \frac{\mu b^2}{2\pi \cdot l/2} - \frac{\mu b^2}{2\pi \cdot \frac{3}{2}l} = \frac{\mu b^2}{\pi l} \left(\frac{1}{2} - 1 - \frac{1}{3} \right) = -\frac{5}{6} \frac{\mu b^2}{\pi l}$$

方向指向晶内。

2-25 试加上 C 、 D 、 E 、 F 、 G ……各个位错 (图 2-(14)), 使满足: A 和 B , C 和 D , E 和 F 以表面 1 为对称面; A 和 C , B 和 E , D 和 G 以表面 2 为对称面。

对表面 1, A 和 B 位错的应力场可抵消, 但 C 在表面 1 上应力 $\neq 0$, 故应加上右螺镜象位错 D 。对表面 2, A 和 C 位错的应力场可抵消, 但 B 在表面 2 上应力 $\neq 0$, 故应加上右螺镜象位错 E 。但 D 的存在使表面 2 上应力 $\neq 0$, E 的存在使表面 1 上应力 $\neq 0$, 为使表面 2 上满足边界条件, 又须以表面 2 为对称面, 找到 D 的对称点, 放一左螺镜象位错 G ; 为使表面 1 上满足边界条件, 又须以表面 1 为对称面, 找到 E 的对称点放一左螺镜象位错 F 。如此循环, 须添加无穷多个镜象位错才能满足表面 1、2 的边界条件。

这些镜象位错在 A 点的应力分量 σ_{yz} 都应满足:

$$\sigma_{yz} = \frac{\mu b}{2\pi} \frac{x}{x^2 + y^2} \Big|_{y=0} = \frac{\mu b}{2\pi x}$$

其中 x 为镜象位错到 A 点的距离。 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G … 各点到 A 点的距离分别为 $2l$, $2(d-l)$, $2d-2l+2l$, $d+l+d-l$, $2d+2l$, $2d+d-l+d-l$ …等, 如图中所示。可见, 右螺镜象位错相对于 A 点对称, 故作用在 A 点上的 σ_{yz} 全都抵消, σ_{yz} 在 A 点的叠加全由左螺镜象位错引起。

A 点右边镜象位错在 A 点的 σ_{yz} 的叠加式为:

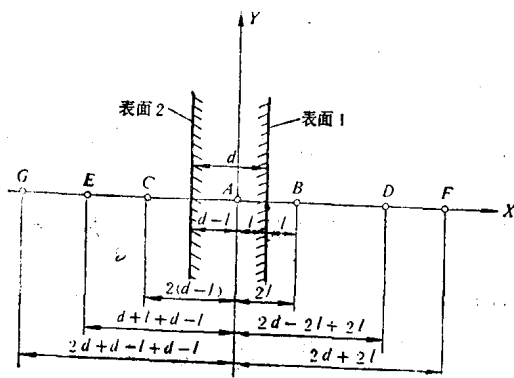


图 2-(14)

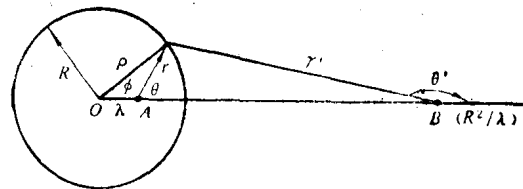


图 2-(15)

$$\frac{\mu b}{2\pi} \left(\frac{1}{2l} + \frac{1}{2d+2l} + \dots \right) = \frac{\mu b}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2nd+2l} = -\frac{\mu b}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2nd-2l}$$

A点左边镜像位错在A点的 σ_{yz} 的叠加式为:

$$-\frac{\mu b}{2\pi} \left(\frac{1}{2(d-l)} + \frac{1}{4d-2l} + \dots \right) = -\frac{\mu b}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2nd-2l}$$

合并后得

$$\sigma_{yz} = -\frac{\mu b}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{nd-l} = -\frac{\mu b}{4\pi d} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n-l/d} = -\frac{\mu b}{4\pi d} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+(l/d)}$$

2-26 如图 2-(15)所示, A 为右螺位错, B 为 A 相对于圆柱表面的镜像位错, 要证明 A、B 位错的应力场满足在圆柱自由表面上的边界条件, 即证明在圆柱自由表面上的 $\sigma_{\rho z} = 0$, 也就是证明在自由表面上,

$$\sigma_{\rho z}^A = -\sigma_{\rho z}^B$$

由上图可得

$$\sigma_{\rho z}^A = \sigma_{\theta z}^A \sin(\theta - \phi) = \frac{\mu b_A}{2\pi r} \cdot \sin(\theta - \phi)$$

$$\sigma_{\rho z}^B = \sigma_{\theta z}^B \sin(\theta' - \phi) = \frac{\mu b_B}{2\pi r'} \cdot \sin(\theta' - \phi)$$

$$\therefore r^2 = R^2 + \lambda^2 - 2R\lambda \cos \phi$$

$$r'^2 = R^2 + \left(\frac{R^2}{\lambda}\right)^2 - 2R \cdot \frac{R^2}{\lambda} \cos \phi$$

$$\therefore \frac{r}{r'} = \frac{\lambda}{R}$$

又

$$\frac{\sin(\theta - \phi)}{\lambda} = \frac{\sin \phi}{r}$$

$$\frac{\sin(\theta' - \phi)}{\frac{R^2}{\lambda}} = \frac{\sin \phi}{r'}$$

$$\therefore \frac{\sin(\theta - \phi)}{\sin(\theta' - \phi)} = \frac{r'}{r} \cdot \frac{\lambda^2}{R^2} = \frac{r'}{r} \cdot \frac{r^2}{r'^2} = \frac{r}{r'}$$

$$\therefore \frac{\sigma_{\rho z}^A}{\sigma_{\rho z}^B} = \frac{b_A}{b_B} = -1$$

即

$$\sigma_{\rho z}^A = -\sigma_{\rho z}^B$$

2-27 假定晶体是连续弹性介质, 溶质原子是弹性球体, 溶质原子填入晶体中引起的畸变是对称的, 则可以推得溶质原子与刃位错的交互作用能为:

$$U_{DC} = \frac{4}{3} \frac{1+\nu}{1-\nu} \mu b \epsilon_{RR} \cdot R^3 \cdot \frac{\sin \theta}{r}$$

式中, R 为溶剂中可以容纳溶质原子的空洞的半径; r 为刃位错与溶质原子之间的距离; θ 为径向矢量与 X 轴之间的夹角; ϵ_{RR} 为径向应变。

当 U_{DC} 达最大负值时, 晶体最稳定。对于置换型杂质原子, 当原子半径小于铁原子半径时, $\epsilon_{RR} < 0$, $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时 U_{DC} 达最大负值, 所以这种情况下杂质原子倾向于分布在位错线上方 ($\theta = \frac{\pi}{2}$ 处)。杂质原子在位错上凝聚时, $C = 1$, 将此代入溶质原子平衡浓度表达式

$$C = C_0 \exp[-U_{DC}/kT]$$

可得

$$1 = 10^{-4} \exp[0.1/kT]$$

$$\frac{0.1}{1.38 \times 10^{-23} \times 6.24 \times 10^{18} T} = \ln 10^4$$

$$T = 126.1 \text{ K}$$

对间隙杂质原子,其半径大于间隙位置半径, $\varepsilon_{RR} > 0$, 当 $\theta = \frac{3}{2}\pi$ 时 U_{DC} 达最大负值, 所以这种情况下杂质原子倾向于分布在位错线下方 ($\theta = \frac{3}{2}\pi$ 处)。同样, 将 $C=1$, $U_{DC} = -0.5 \text{ eV}$, $C_0 = 10^{-4}$ 代入平衡浓度表达式可解得 $T = 630.5 \text{ K}$ 。亦即在所给条件下, 当杂质原子是置换原子时, 126.1 K 下可使杂质云凝聚在刃位错线上方; 当杂质原子是间隙原子时, 630.5 K 下可使杂质云凝聚在位错线下方。

2-28 位错 A 可能是刃型位错、螺型位错或混合位错。位错 B 只可能是螺位错, 因为只有螺位错才能进行交滑移而形成如图所示的迹线。

位错线滑移后在柏氏矢量方向的自由表面会产生一个台阶, 在本题情况下, 位错 B 滑移后在自由表面必定出现一个台阶, 其宽度为柏氏矢量的长度。

2-29 如图 2-(16)

(1) 能够造成滑移的柏氏矢量为 $\frac{1}{2}[\bar{1}\bar{1}0]$ 。

(2) 对刃位错, 位错线与柏氏矢量和滑移面法线垂直。正刃位错时

$$\zeta = b \times n = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 1 & \bar{1} \end{vmatrix} = [\bar{1}12]$$

(n 为滑移面法线单位矢量); 若是负刃位错, 则 $\zeta = [\bar{1}\bar{1}2]$ 。

(3) 对螺位错, 位错线与柏氏矢量平行。左螺位错时, $\zeta \parallel b = [\bar{1}\bar{1}0]$; 若是右螺位错, $\zeta = [\bar{1}10]$ 。

(4) 受力大小对刃、螺位错来说其值相同。即:

$$f = \tau b = \frac{a}{\sqrt{2}} \tau_0 = \frac{700}{\sqrt{2}} a = 495 a (\text{kPa}) \quad (a \text{—点阵常数})$$

受力方向在正刃位错时, 与 b 平行, 为 $[\bar{1}\bar{1}0]$, 负刃位错时为 $[\bar{1}10]$; 在螺位错时, 应与 b 垂直, 且在滑移面上, 对左螺位错 $f \parallel b \times n = [\bar{1}12]$, 对右螺位错则为 $[\bar{1}\bar{1}2]$ 。

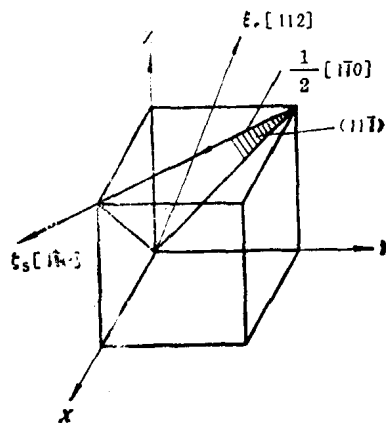


图 2-(16)

2-30 (1) 位错环作保守运动时的轨迹为与位错环平面垂直的一个圆柱面, 如图 2-17(a) 所示。位错环在此柱面上滑移时, 若半个圆环受阻而另半个圆环继续滑移, 便可形成图 2-17(b) 所示的组态, 这种情况下与柏氏矢量平行的两段位错 AB 、 CD 为螺型位错, 即满足位错既不脱离滑移柱面, 又具有刃、螺两种位错分量的要求。

(2) 在 b 反向加上切应力 τ , 使 AB 、 CD 可沿垂直于位错环平面的其它滑移平面(如图 2-17(c) 中 $EFGH$ 面)滑移而脱离柱面, 此时位错环在垂直于 b 的平面上的投影面积不变。

(3) 若在 b 方向加上切应力 τ , 使 AB 、 CD 这两段异号螺位错相向滑移, 则它们相遇后会抵消, 使位错线断开, 在滑移柱面的两个不同高度处形成两个封闭的纯刃位错环, 如图 2-17(d) 所示。

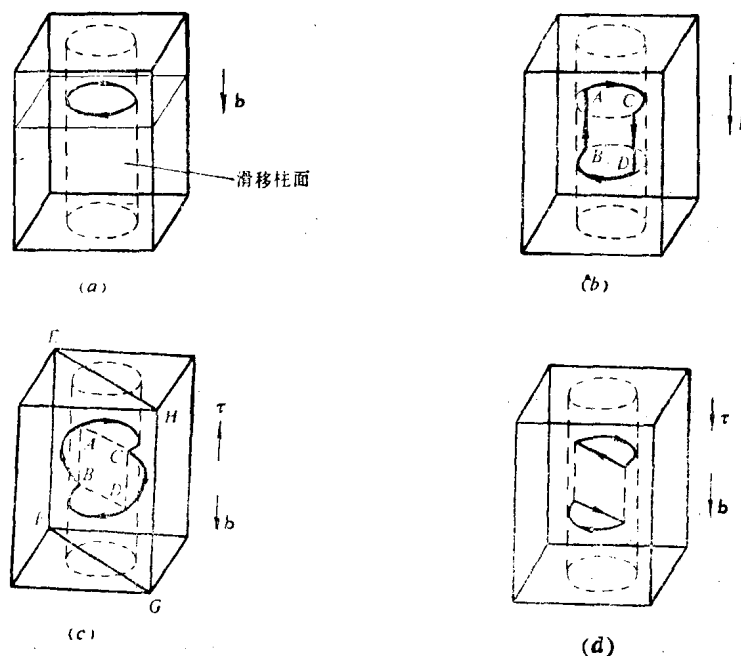


图 2-17

2-31 试样拉伸时的恒应变速率 $\dot{\epsilon} = \frac{0.06}{3} = 0.02/s$

$$\therefore \dot{\epsilon} = b\rho v$$

$$b = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{0.36}{\sqrt{2}} \times 10^{-7} \text{cm}$$

\therefore 晶体中的平均位错密度

$$\rho = \frac{\dot{\epsilon}}{bv} = \frac{0.02 \times \sqrt{2}}{0.36 \times 10^{-7} \times 4 \times 10^{-3}} = 2 \times 10^8 (\text{cm}^{-2})$$

2-32 对于纯理想晶体, 可排除杂质原子和其它缺陷对位错的作用, 位错移动仅需克服晶格阻力, 位错移动的切应力即为 Peierls 力,

$$\sigma_P = \frac{2\mu}{(1-\nu)} e^{-2\pi \frac{b}{(1-\nu)d}}$$

式中 d 为滑移面面间距。铝晶体的滑移面为 $\{111\}$, 其面间距

$$d\{111\} = \frac{a}{\sqrt{3}}, \quad b = \frac{\sqrt{2}}{2} a,$$

所以 $b = \sqrt{\frac{3}{2}} d$, 代入上式, 得:

$$\begin{aligned}\sigma_P &= \frac{2\mu}{1-1/3} e^{-\frac{2\pi d}{(1-1/3)\sqrt{\frac{3}{2}}d}} \\ &= 3\mu e^{-\sqrt{6}\pi} = 3 \times 26 \times 10^9 \times e^{-\sqrt{6} \times 3.14} \\ &= 35.6(\text{MPa})\end{aligned}$$

2-33 (1) 由 $P-N$ 模型求得的 σ_{xy} 表达式为:

$$\sigma_{xy} = \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} \left\{ \frac{x}{x^2 + (y+\xi)^2} - \frac{2xy(y+\xi)}{[x^2 + (y+\xi)^2]^2} \right\}$$

在滑移面上, $y=0$,

$$\sigma_{xy} = \frac{\mu b_x}{2\pi(1-\nu)(x^2 + \xi^2)} \quad (*_1)$$

由连续弹性介质模型求得的 σ_{xy} 表达式为:

$$\sigma_{xy} = \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} \frac{x(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}$$

在滑移面上, $y=0$

$$\sigma_{xy} = \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)x} \quad (*_2)$$

图 2-(18) 根据 $(*_1)$ 、 $(*_2)$ 式示意绘出了由两种模型算得的位错在滑移面上的 σ_{xy} 随 x 的变化。

从图中可以看出, 用 $P-N$ 点阵模型表达的 σ_{xy} 在 $x=\xi$ 处达到极大值, 而连续弹性介质模型表达的 σ_{xy} 随 x 增大单调下降。对相同的 x 而言, 后者比前者在数值上大。

以铜为例, 设离位错中心距离为 x_1 时, 由两种模型算得的 σ_{xy} 之比为 0.2, 即,

$$\begin{aligned}\frac{\mu b x_1}{2\pi(1-\nu)(x_1^2 + \xi^2)} &= 0.2 \times \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)x_1} \\ \frac{x_1}{x_1^2 + \xi^2} &= \frac{0.2}{x_1} \\ x_1 &= \pm \frac{1}{2} \xi\end{aligned}$$

对铜晶体,

$$a = 3.6 \text{ \AA}, \quad \xi = \frac{d(111)}{2(1-\nu)} = \frac{3.6/\sqrt{3}}{2(1-\frac{1}{3})} = 0.156 \text{ nm}$$

$$\therefore x_1 = \pm 0.078 \text{ nm}$$

(2) 在用 $P-N$ 模型算得的 σ_{xy} 表达式中, 取 $(x^2 + y^2)^{1/2} \gg \xi$, 这时有

$$\sigma_{xy} = \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} \left[\frac{x}{x^2 + y^2} - \frac{2xy^2}{(x^2 + y^2)^2} \right] = \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} \frac{x(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}$$

上式与连续模型求得的 σ_{xy} 表达式相同, 即远离刃位错中心处的应力 σ_{xy} 是结构不敏感的。

2-34 (1) 晶体中刃位错的正攀移(半原子平面缩短)会吸收空位或产生间隙原子, 反之负攀移则放出空位或吸收间隙原子, 所以(a)、(d)两种情况下位错易发生正攀移, (b)、(c)两种情况下位错易发生负攀移。

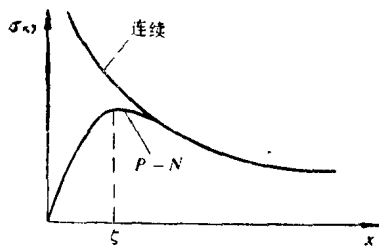


图 2-(18)

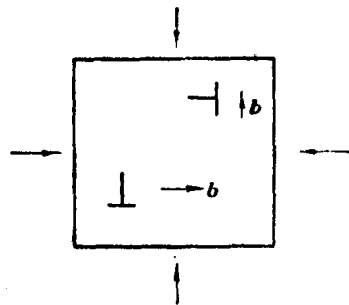


图 2-(19)

(2) 方形晶体受图 2-(19) 所示的压应力时, 这两根位错线都发生正攀移从而相互靠拢。

2-35 (1) 假设晶体中原存在着原子尺度的位错环, 晶体从 T_2 淬火到 T_1 时 ($T_2 > T_1$), 过饱和的空位向位错环沉积, 引起位错环的攀移, 使位错环在攀移方向受到化学力 F_1 的作用

$$F_1 = \frac{kT_1}{b^2} \ln \frac{C}{C_0}$$

式中, C 为空位的过饱和浓度; C_0 为 T_1 时的平衡空位浓度。

另一方面, 晶体中的位错环也有减小尺寸的趋势, 以降低位错的线张力引起的能量, 即位错会受到一指向曲率中心的力 F_2 ,

$$F_2 = \frac{\mu b^2}{2r}$$

位错环的大小由上述二力决定, 平衡时,

$$F_1 = -F_2$$

即

$$\frac{kT_1}{b^2} \ln \frac{C}{C_0} = -\frac{\mu b}{2r^*}$$

$$r^* = -\frac{\mu b^4}{2kT_1} \ln \frac{C_0}{C} = \frac{\mu b^4}{2kT_1} \ln \frac{C}{C_0}$$

又

$$\frac{C}{C_0} = \frac{Ae^{-E_v/kT_2}}{Ae^{-E_v/kT_1}} = e^{\frac{E_v}{k}(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2})}$$

$$\therefore r^* = \frac{\mu b^4}{2kT_1} \cdot \frac{E_v}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = \frac{\mu b^4 E_v}{2k^2 T_1} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

(2) 若再稍提高温度保温, $r \leq r^*$ 的位错环将因 $F_1 < F_2$ 而缩小, $r > r^*$ 的位错环则因 $F_1 > F_2$ 而扩大。

(3) 直径为 5 nm 的空位盘所含的空位的总体积

$$V_v = \frac{1}{4} \pi \times 5^2 \times \frac{4}{3} \pi \times (0.143)^3 = 3.74 (\text{nm}^3)$$

设晶体中空位的原子浓度等于其体积浓度, 则位错环密度

$$\rho_{\pi} = \frac{9.4 \times 10^{-4}}{3.74} = 2.5 \times 10^{17} (\text{个}/\text{cm}^3)$$

一个位错环包含的位错线长 $l = 5 \times \pi = 15.7 (\text{nm})$

位错密度 $\rho_l = l \cdot \rho_{\pi} = 15.7 \times 10^{-7} \times 2.5 \times 10^{17} = 3.9 \times 10^{11} (\text{cm}^{-2})$

2-36 由图 2-15 可见, 此混合位错的刃型分量的攀移方向为 Y 方向。

上述混合位错在外加应力场作用下受力为:

$$f = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & 0 & \sigma_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{zx} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_e \\ 0 \\ b_s \end{pmatrix} \times k = -(\sigma_{xx}b_e + \sigma_{xz}b_s)j$$

设晶体中空位达平衡浓度, 化学力 = 0, 则混合位错在攀移方向上受力

$$F_y = -(\sigma_{xx}b_e + \sigma_{xz}b_s)$$

$$\because b_e = b_s = \frac{\sqrt{2}}{2} b$$

$\therefore \sigma_{xx} = -\sigma_{xz}$ 时,

$$F_y = 0$$

$\sigma_{xx} = \sigma_{xz}$ 时,

$$F_y = -\sqrt{2} b \cdot \sigma_{xx} = -\sqrt{2} \times 0.25 \times 10^{-9} \times 7 \times 10^6 = -2.45 \times 10^{-3} (\text{Pa})$$

方向为 Y 的负方向。

F_y 中刃型分量和螺型分量的贡献各占一半。

2-37 (1) e_1 和 e_2 两根位错交割前后的情况如图 2-(20) 所示。交割后在 e_1 和 e_2 上各产生一段扭折 ($m-m'$ 和 $n-n'$)。

(2) e_1 和 s 两根位错交割前后的情况如图 2-(21) 所示。交割后在 e_1 上产生一段割阶 ($t-t'$), 在 s 上产生一段扭折 ($a-a'$)。

(3) 位错线产生扭折后在继续沿原来的滑移面运动过程中, 由于线张力的作用, 扭折会

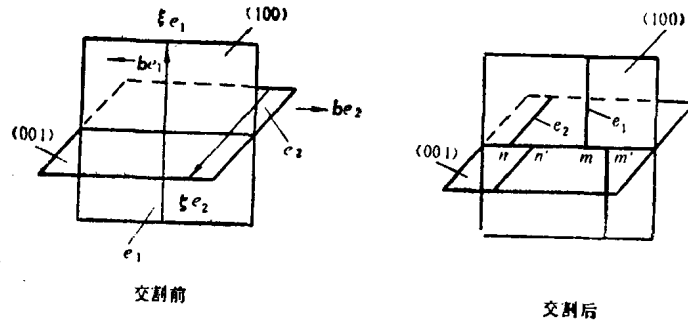


图 2-(20)

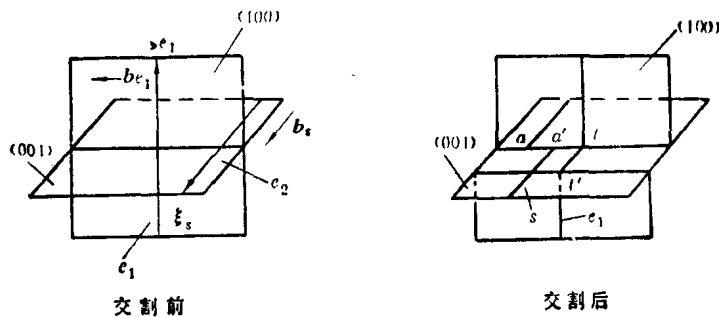


图 2-(21)

消失。

位错线上产生割阶后要继续在原来的滑移面上运动,需更大的外力做功,提供割阶随位错运动发生攀移(割阶那段位错的滑移面与原来位错的滑移面不同,所以只能攀移)时所需的空位或间隙原子形成能及迁移能。

2-38 面心立方中,在 $(\bar{1}11)$ 和 $(1\bar{1}1)$ 面上的这两根混合位错交割前的情况如图2-(22)(a)所示。

设 $(\bar{1}11)$ 面上的位错为位错1, $(1\bar{1}1)$ 面上的位错为位错2, 位错2沿 $(1\bar{1}1)$ 面向下滑动与位错1交割后在两根位错线上各产生一个台阶。位错1上的台阶 $tt' \parallel b_2$, tt' 的长度亦与 b_2 相等, tt' 上下两段位错线分别位于两个平行且相邻的 $(\bar{1}11)$ 面上,如图2-(22)(b)所示。位错2上的台阶 $ss' \parallel b_1$, ss' 的长度亦与 b_1 相等, ss' 上下两段位错线分别位于两个平行且相邻的 $(1\bar{1}1)$ 面上,如图2-(22)(c)所示 tt' 和 ss' 均不在原位错线的滑移面上,亦不与原滑移面垂直,可认为是混合型割阶。

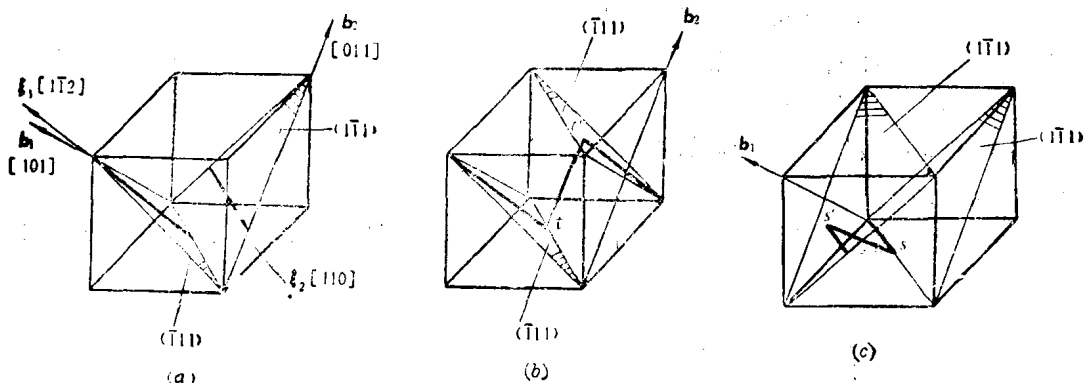


图 2-(22)

2-39 如图2-(23)所示,割阶在随位错线滑移时会有一攀移分量,因此位错每前进一步,每个割阶都留下一个空位或间隙原子。在完全没有热激活的帮助下,割阶前进所需的空位或间隙原子的形成能全由外力做功来提供。设位错前进一个原子间距,外力做功为 $\sigma \cdot Lb^2$ (σ 是滑移面上沿滑移方向的分切应力),与此同时生成一个空位或间隙原子,它们的形成能约为 $\alpha \mu b^3$,其中 α 是常数,其值视生成空位或间隙原子而定。忽略晶格阻力,则位错滑移时,

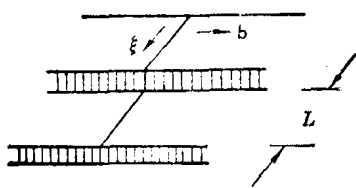


图 2-(23)

即带割阶的直刃位错在没有热激活帮助的情况下,在滑移面上运动所要求的应力为 $\alpha \mu b/L$ 。

2-40 (1) 位错网络中二结点和它们之间的位错段可作为 $F-R$ 源,位错增殖所需的切应力即为 $F-R$ 源开动所需的最小切应力:

$$\tau = \frac{\mu b}{D}$$

(2) 由上式, 以 $\tau = \mu/100$ 代入可得:

$$D = 100b = 36(\text{nm})$$

(3) 对三维位错网络

$$\rho = \frac{2}{D^2} = 2 \left(\frac{\tau}{\mu b} \right)^2$$

$$\therefore b = \frac{\sqrt{2}}{2} a = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 0.36 \times 10^{-7} = 2.55 \times 10^{-8}(\text{cm})$$

$$\therefore \rho = 2 \times \left(\frac{42 \times 10^6}{50 \times 10^9 \times 2.55 \times 10^{-8}} \right)^2 = 2.17 \times 10^9(\text{cm}^{-2})$$

2-41 如图 2-(24)所示, 设有一螺位错在(111)面上移动(a), 于某处受阻不能继续滑移, 此位错的一部分就离开(111)面而沿(111)面进行交滑移, 同时产生刃型位错 AC 和 BD(b), 然后 CD 又通过交滑移回到和原来滑移面平行的另一个(111)面上; 由于 AC 和 BD 这两段刃型位错不在主滑移面上, 不能移动, 因此 A、B、C、D 可以起 F-R 源中的结点作用。在切应力作用下, 位错线 DC 可以不断地在滑移而上增殖位错(c), 有时, 在第二个(111)面上扩展出来的位错圈又可以通过双交滑移转移到第三个(111)面上进行增殖, 所以上述过程可使位错迅速增加, 这就是位错增殖的双交滑移机制。

如果 $L = DC = 100 \text{ nm}$, $b = 0.2 \text{ nm}$, $\mu = 40 \text{ GPa}$, 则实现位错增殖必需的切应力

$$\tau = \frac{\mu b}{L} = \frac{40 \times 10^9 \times 0.2 \times 10^{-9}}{100 \times 10^{-9}} = 80(\text{MPa})$$

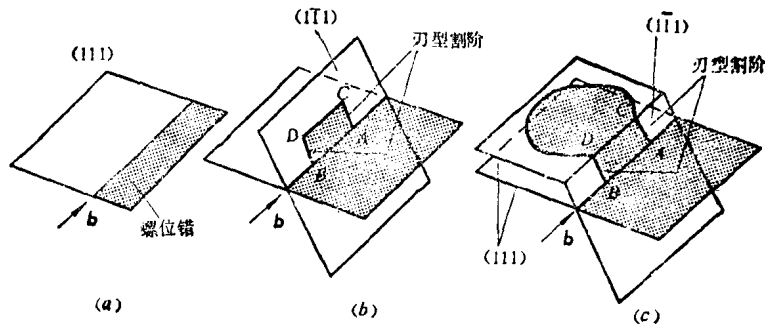


图 2-(24)

2-42 设障碍物受到的力为 f ,

位错 A 受力平衡

$$\tau b + \frac{\mu b^2}{2\pi(1-\nu)} \left(\frac{1}{AB} + \frac{1}{AB+BC} \right) - f = 0$$

位错 B 受力平衡

$$\tau b + \frac{\mu b^2}{2\pi(1-\nu)} \left(\frac{1}{BC} - \frac{1}{AB} \right) = 0$$

位错 C 受力平衡

$$\tau b - \frac{\mu b^2}{2\pi(1-\nu)} \left(\frac{1}{AB+BC} + \frac{1}{BC} \right) = 0$$

联立上述方程可得:

$$f = 3\tau b$$

$$AB = \frac{\sqrt{3} \mu b}{2(1 + \sqrt{3}) \pi (1 - \nu) \tau}$$

$$BC = \frac{\sqrt{3} \mu b}{2 \pi (1 - \nu) \tau}$$

代入已知条件解得

$$f = 3 \times 200 \times 10^6 \times 0.248 \times 10^{-9} = 0.15 \text{ (N/m)}$$

$$AB = \frac{\sqrt{3} \times 80 \times 10^9 \times 0.248 \times 10^{-9}}{2(1 + \sqrt{3}) \times 3.14 \times \frac{2}{3} \times 200 \times 10^6} = 15 \text{ (nm)}$$

$$BC = (1 + \sqrt{3}) AB = 2.732 \times 15 = 41 \text{ (nm)}$$

2-43 (1) 此反应符合矢量条件, 以 b^2 作为能量的近似值, 反应式左边能量大于右边, 所以无外力作用时反应可正向进行。

(2) 此反应不符合矢量条件, 所以不能进行。

(3) 此反应符合矢量条件, 且反应式左边能量小于右边, 所以无外力作用时反应可反向进行。

2-44 在汤普森四面体中,

$$AB = \frac{a}{2} [0\bar{1}1], CB = \frac{a}{2} [1\bar{1}0], BC = \frac{a}{2} [\bar{1}10],$$

$$AB + CB = \frac{a}{2} [0\bar{1}1] + \frac{a}{2} [1\bar{1}0] \longrightarrow \frac{a}{2} [1\bar{2}1]$$

$$\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} < \frac{3}{2} a^2$$

从能量观点看, 反应不能进行。

$$AB + BC = \frac{a}{2} [0\bar{1}1] + \frac{a}{2} [\bar{1}10] \longrightarrow \frac{a}{2} [\bar{1}01]$$

$$\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} > \frac{a^2}{2}$$

反应易于进行, 并释放能量。

2-45 (1) 根据两根平行的不全位错达平衡时它们之间的相互作用力(f)与层错能(r_s)应相等这一条件, 可求得平衡间距 d_s 。

两根平行的不全位错之间的相互作用力表达式为:

$$f = f_{b_2^e b_3^e} + f_{b_2^s b_3^s} + f_{b_2^e b_3^s} + f_{b_2^s b_3^e} \quad (e \text{ 表示刃型分量 } s \text{ 表示螺型分量})$$

其中

$$f_{b_2^e b_3^e} = \frac{\mu (b_2 \times \zeta_2) \cdot (b_3 \times \zeta_3)}{2 \pi d (1 - \nu)}$$

$$f_{b_2^s b_3^s} = \frac{\mu (b_2 \cdot \zeta_2) (b_3 \cdot \zeta_3)}{2 \pi d}$$

$$f_{b_2^e b_3^s} = f_{b_2^s b_3^e} = 0$$

$$\therefore f = \frac{\mu}{2 \pi d} \left[(b_2 \cdot \zeta_2) (b_3 \cdot \zeta_3) + \frac{(b_2 \times \zeta_2) \cdot (b_3 \times \zeta_3)}{(1 - \nu)} \right]$$

平衡时

$$f = r_s$$

$$d_s = \frac{\mu}{2 \pi r} \left[(b_2 \cdot \zeta_2) (b_3 \cdot \zeta_3) + \frac{(b_2 \times \zeta_2) \cdot (b_3 \times \zeta_3)}{1 - \nu} \right]$$

(2) 由(1)中所得的 d_s 表达式, 代入所给条件, 又利用

$$\cos(\beta - 30^\circ) = \cos(30^\circ - \beta)$$

$$\sin(\beta - 30^\circ) = -\sin(30^\circ - \beta)$$

$$\begin{aligned} \text{可得: } d_s &= \frac{\mu}{2\pi r} \left[b_2 \cos(30^\circ - \beta) b_3 \cos(30^\circ + \beta) - \frac{b_2 \sin(30^\circ - \beta) b_3 \sin(30^\circ + \beta)}{1 - \nu} \right] \\ &= \frac{\mu b_2 b_3}{2\pi r} \left(\cos^2 30^\circ - \sin^2 \beta - \frac{\sin^2 30^\circ - \sin^2 \beta}{1 - \nu} \right) \\ &= \frac{\mu b_2 b_3}{2\pi r} \left[\frac{3}{4} - (1 - \cos^2 \beta) - \frac{\frac{1}{4} - (1 - \cos^2 \beta)}{1 - \nu} \right] \end{aligned}$$

整理后得:

$$\begin{aligned} d_s &= \frac{\mu b_2 b_3}{2\pi r} \left[\frac{2 - \nu - 2\nu \cos 2\beta}{4(1 - \nu)} \right] \\ &= \frac{\mu b_2 b_3}{8\pi r} \cdot \frac{2 - \nu}{1 - \nu} \left(1 - \frac{2\nu \cos 2\beta}{2 - \nu} \right) \end{aligned}$$

(3) 由(2)中所得不全位错之间的平衡间距表达式, 全刃位错分解时以 $\beta = 90^\circ$ 代入, 全螺位错分解时以 $\beta = 0^\circ$ 代入, 则有:

$$\frac{d_s(\pi)}{d_s(0)} = \frac{2 - \nu - 2\nu \cos 180^\circ}{2 - \nu - 2\nu \cos 0^\circ} = \frac{2 - \frac{1}{3} - \frac{2}{3}(-1)}{2 - \frac{1}{3} - \frac{2}{3}} = \frac{7}{3}$$

2-46 (1) 位错的排列方向即为位错线方向, 所以此位错的位错线方向与柏氏矢量垂直, 是刃位错; 其滑移面法线

$$\mathbf{n} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 1 & \bar{1} \\ \bar{2} & 1 & 1 \end{vmatrix} = [111]$$

所以这一位错的分解反应应在(111)面上进行, 反应式为:

$$\frac{1}{2}[01\bar{1}] \rightarrow \frac{1}{6}[11\bar{2}] + \frac{1}{6}[\bar{1}2\bar{1}]$$

(2) 由上题(2), 晶体的层错能

$$\gamma = \frac{\mu b^2}{8\pi d} \frac{2 - \nu}{1 - \nu} \left(1 - \frac{2\nu}{2 - \nu} \cos 2\phi \right)$$

由题意可知 $\phi = 90^\circ$,

$$\begin{aligned} \therefore \gamma &= \frac{\mu b^2}{8\pi d} \left(\frac{2 + \nu}{1 - \nu} \right) \\ &= \frac{45 \times 10^9 \times \frac{1}{6} (0.35 \times 10^{-9})^2}{8 \times 3.14 \times 100 \times 10^{-9}} \times \frac{7}{2} = 1.3 (\text{mJ/m}^2) \end{aligned}$$

2-47 在 f.c.c 晶体中, 可以通过沿(111)面切动 $\frac{1}{6}[\bar{2}11]$ 而产生内禀层错, 如图 2-(25)所示。

设晶体原来的堆垛次序为 ABCABC……, 若 B 层以上向 $[\bar{2}11]$ 方向切动 $\frac{1}{6}[\bar{2}11]$, 则 B 层到 C 位置, 而 C 层到 A 位置, A 层到 B 位置:

...ABCABCABC

↓ ↓ ↓ ↓ ↓
CABCAC

切动后晶体的堆垛次序为

.....ABCAC: CABCAC

虚线处就是一个内禀层错。

如果{111}面固定一层,例如C,然后两侧切动 $\frac{1}{6}[\bar{2}11]$,即可构成外禀层错:

ABCABCABCABC
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
CABCACBCABCAC

切动后晶体的堆垛次序为

.....CABCACBCABCAC
⋮
⋮

虚线处就是一个外禀层错。

上述两种层错与顺序堆垛的晶体的交线便是 *shockly* 偏位错。这两种层错近邻原子排列都未破坏,只破坏了次近邻,但由于外禀层错较之内禀层错多一个错排面,其破坏的次近邻、再次近邻的原子排列数目亦多,所以层错能相对较高。

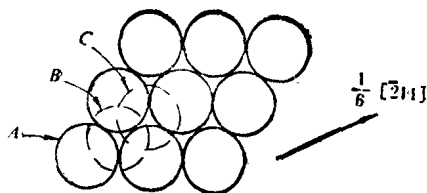


图 2-(25)

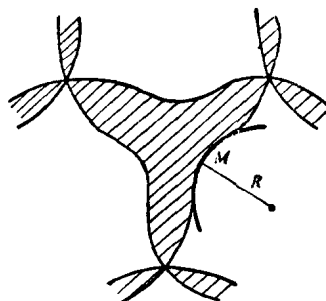


图 2-(26)

2-48 在面心立方晶体中由于相交的{111}面上位错的分解和交截会形成大量的位错网络。在位错网络的某些部分,结点交替地收缩为一点和扩展为堆垛层错三角形,如图2-(26)所示。图中M处的不全位错在两力作用下处于平衡:

(1) 线张力 T 和位错线曲率半径引起的单位位错线上受力 F ,倾向于将线拉直:

$$F = \frac{T}{R} = \frac{\alpha \mu b^2}{R} \quad (\alpha \text{ 为常数})$$

(2) 堆垛层错力求收缩以降低能量而引起的单位长度位错线受力 r , 倾向于使节点收缩,令两力相等:

$$r = \frac{T}{R} = \frac{\alpha \mu b^2}{R}$$

只要从透射电镜照片上测出 R ,再将Cu晶体的 μ 、 b 值代入上式,便可求得其层错能。

III 界 面

一、选择题

1. A 2. A 3. C 4. C 5. B 6. C 7. A 8. B 9. B 10. A 11. A
12. C

二、解答题

2-49

比表面能 = $\frac{\text{单位 } (hkl) \text{ 面积内的原子数} \times \text{形成表面时一个原子失去的键数} \times \frac{U_b}{2}}{\text{单位 } (hkl) \text{ 面的面积}}$

$$\therefore \sigma(111) = \frac{\left(3 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{2}\right) \times 3 \times U_b / 2}{\frac{\sqrt{3}}{2} a^2} = \frac{2\sqrt{3} U_b}{a^2}$$

$$\sigma(100) = \frac{\left(4 \times \frac{1}{4} + 1\right) \times 4 \times U_b / 2}{a^2} = \frac{4 U_b}{a^2}$$

$$\sigma(110) = \frac{\left(4 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{2}\right) \times 5 \times U_b / 2}{\sqrt{2} a^2} = \frac{5 U_b}{\sqrt{2} a^2}$$

由上述计算可得: $\sigma(111) < \sigma(110) < \sigma(100)$, 即密排程度越高的晶面, 其比表面能越小。

2-50 当相邻两相的晶面间距相差较大时, 会出现部分共格界面, 如图 2-(27) 所示。

每经过一定距离上下晶面重合, 在原子间相互作用力的作用下, 在中间对称位置上出现一个刃位错, 位错间距

$$D = \frac{a_\beta}{a_\alpha - a_\beta} \cdot a_\alpha = \frac{a_\alpha a_\beta}{a_\alpha - a_\beta}$$

若错配度

$$\delta = \frac{a_\alpha - a_\beta}{a_\alpha}$$

则

$$D = \frac{a_\beta}{\delta}$$

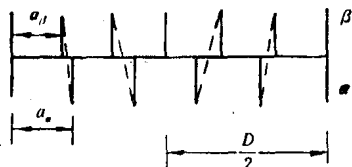


图 2-(27)

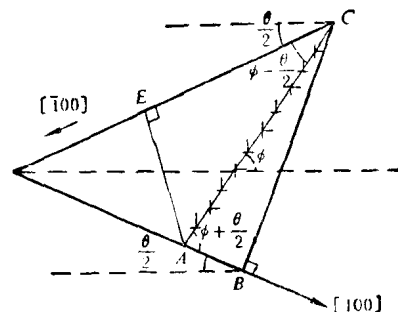


图 2-(28)

2-51 由两组位错组成的不对称倾侧晶界如图 2-(28)所示。图中,由底下向上的竖直平面个数等于 AB/b , b 是平面间距;由上向下的竖直平面为 EC/b 个,因此,共有 $(EC - AB)/b$ 个半平面按竖直方向终止于晶界上。令 $AC=1$, 又 θ 角很小,则:

$$EC = \cos\left(\phi - \frac{\theta}{2}\right)$$

$$AB = \cos\left(\phi + \frac{\theta}{2}\right)$$

竖直方向的半平面数为:

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{b} \left[\cos\left(\phi - \frac{\theta}{2}\right) - \cos\left(\phi + \frac{\theta}{2}\right) \right] \\ &= \frac{1}{b} \cdot 2 \sin \phi \sin \frac{\theta}{2} \approx \frac{\theta}{b} \sin \phi \end{aligned}$$

竖直方向位错间距为:

$$D_{\perp} = \frac{1}{m} = \frac{b}{\theta \sin \phi}$$

同理可得:

$$D_{\parallel} = \frac{b}{\theta \cos \phi}$$

2-52 晶界的五个自由度可用转轴的单位矢量 u 的两个方向余弦、旋转角 θ 及界面法线的两个方向余弦来表示。

现已知转轴 $[001]$, 设晶界平面和平均的 $[100]$ 方向之间的角度为 ϕ ,

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{\rho_{\perp}}{\rho_{\parallel}} = \frac{3/4}{1/4} = 3$$

$$\phi = 71.56^{\circ}$$

又有

$$D_{\perp} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{4 \times 10^{-6}} \times \frac{3}{4}}} = \frac{16}{3} \times 10^{-6} (\text{mm})$$

由上题 $D_{\perp} = \frac{b}{\theta \sin \phi}$, 将 ϕ , D_{\perp} , 及 b (取为 $0.25 \times 10^{-6} \text{ mm}$) 代入, 可解得

$$\theta = \frac{3}{16 \times 10^{-6}} \times \frac{0.25 \times 10^{-6}}{\sin 71.56^{\circ}} \times \frac{180}{\pi} = 2.83^{\circ}$$

至此可求出此晶界的五个自由度为:

$$\text{转轴} \quad u = 0i + 0j + k$$

$$\text{转角} \quad \theta = 2.83^{\circ}$$

$$\text{界面法线矢量} \quad n = \sin \phi i - \cos \phi j = 0.95 i - 0.32 j$$

(i, j 分别为平均的 $[100]$ 和 $[010]$ 方向的单位矢量。)

2-53 退火过程是一个使体系能量下降, 趋于平衡的过程。大角度晶界界面能与取向无关, 而使界面面积为最小时的能量最低, 所以退火后, 大角度晶界倾向于与丝轴垂直。

若上述界面两侧晶粒的 $[111]$ 都垂直于界面, 即此两晶粒的界面为 (111) , 且两晶粒位向是以 $[111]$ 轴相对转动了 60° , 这种晶界为共格孪晶界, 能量最低, 退火后不发生变化。

3-54 先确定两面角 δ , 以确定颗粒 B 的形状。根据结点处的张力平衡, 在晶界时,

$$2 \times 2 \cos(\delta/2) = 2,$$

$$\cos\left(\frac{\delta}{2}\right) = 0.5$$

$$\delta = 120^\circ$$

故为双球冠形,如图 2-(29)所示。

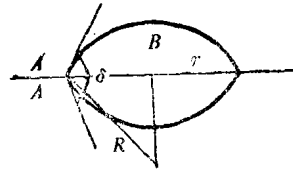


图 2-(29)

在晶内时,

$$2 \times 2 \cos(\delta/2) = 0$$

$$\delta = 180^\circ$$

故为球形。

设 B 位于 A 晶界上时的能量为 E_1 , 位于 A 晶粒内部时的能量为 E_2 , 并可求出球冠体积为:

$$V_1 = 2 \pi R_1^3 \left(\frac{2 - 3 \cos(\delta/2) + \cos^3(\delta/2)}{3} \right) = 10^{-12} (\text{m}^3)$$

球冠半径为:

$$\begin{aligned} R_1 &= \left\{ \frac{10^{-12}}{2 \pi \left[\frac{2 - 3 \cos(\delta/2) + \cos^3(\delta/2)}{3} \right]} \right\}^{1/3} \\ &= \left[\frac{10^{-12} \times 3}{2 \times 3.14 \times (2 - 1.5 + 0.125)} \right]^{1/3} = 0.91 \times 10^{-4} (\text{m}) \end{aligned}$$

球冠表面积为:

$$\begin{aligned} A_1 &= 4 \pi R_1^2 \left(1 - \cos \frac{\delta}{2} \right) \\ &= 4 \times 3.14 \times 0.91^2 \times 10^{-8} \times 0.5 = 5.20 \times 10^{-8} (\text{m}^2) \end{aligned}$$

由于 B 颗粒位于 A 界面而使 $A-A$ 界面减小的面积为:

$$\begin{aligned} A_2 &= \pi r^2 = \pi R_1^2 \cos^2 \left(90^\circ - \frac{\delta}{2} \right) \\ &= 3.14 \times 0.91^2 \times 10^{-8} \times 0.75 = 1.95 \times 10^{-8} (\text{m}^2) \end{aligned}$$

颗粒 B 呈球形时的体积为:

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi R_2^3 = 10^{-12} (\text{m}^3)$$

球半径为:

$$R_2 = \left(\frac{10^{-12}}{\frac{4}{3} \pi} \right)^{1/3} = 0.62 \times 10^{-4} (\text{m})$$

球表面积为:

$$A_3 = 4 \pi R_2^2 = 0.62^2 \times 10^{-8} \times 4 \times 3.14 = 4.83 \times 10^{-8} (\text{m}^2)$$

由此可求出:

$$E_1 = A_1 \gamma_{A-B} - A_2 \gamma_{A-A} = 5.20 \times 10^{-8} \times 2 - 1.95 \times 10^{-8} \times 2 = 6.50 \times 10^{-8} (\text{J})$$

$$E_2 = \gamma_{A-B} A_3 = 2 \times 4.83 \times 10^{-8} = 9.66 \times 10^{-8} (\text{J})$$

$$E_1 - E_2 = 6.50 \times 10^{-8} - 9.66 \times 10^{-8} = -3.16 \times 10^{-8} (\text{J})$$

$E_1 < E_2$, 即颗粒 B 存在于晶界上时比存在于晶内时的表面能低, 因此 B 颗粒将择优位于晶界上。

2-55 对于一系列无限长刃型位错组成的位错墙(图 2-(30)), 在 (x, y) 点处的应力场为每个位错在这一点的应力场的叠加, 已知第 n 个位错在 (x, y) 点的应力分量为:

$$\sigma_{xy}^{(n)} = \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} \frac{x(x^2 - y_n^2)}{(x^2 + y_n^2)^2}$$

$$\sigma_{xx}^{(n)} = -\frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} \frac{y_n(3x^2 + y_n^2)}{(x^2 + y_n^2)^2}$$

$$\sigma_{yy}^{(n)} = \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} \frac{y_n(x^2 - y_n^2)}{(x^2 + y_n^2)^2}$$

其中 $y_n = y + nh$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm \infty$, h 为位错间距, 无限长垂直刃位错的应力场为:

$$\begin{aligned}\sigma_{xy} &= \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{x[x^2 - (y + nh)^2]}{[x^2 + (y + nh)^2]^2} \\ \sigma_{xx} &= -\frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(y + nh)[3x^2 + (y + nh)^2]}{[x^2 + (y + nh)^2]^2} \\ \sigma_{yy} &= \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{[(y + nh)[x^2 - (y + nh)^2]}{[x^2 + (y + nh)^2]^2}\end{aligned}$$

在位错墙存在的情况下, 把一个同号刃位错在某一位错的滑移面上从 ∞ 处一直推到距其为 r_0 处, 这个过程所作的功是这两根位错的交互作用能, 取其半就是这种状态下单个位错的能量, 单个位错能量的 $\frac{1}{h}$ 即为单位面积的晶界能。

由于位错列为无限长, 滑移面的选择不会影响计算结果, 选取 $y = 0$ 处晶界面加以计算,

当 $y = 0$ 时, $\sigma_{xx} = 0$, $\sigma_{yy} = 0$, 在 $y = 0$ 处滑移面上的单位长度位错线的能量为

$$w_0 = \frac{1}{2} \int_{r_0}^{\infty} \sigma_{xy} b dx$$

根据求和公式:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{q^2 - (n+p)^2}{[q^2 + (n+p)^2]^2} = 2\pi^2 \frac{\cosh 2\pi q \cos 2\pi p - 1}{(\cosh 2\pi q - \cos 2\pi p)^2}$$

可求得

$$\sigma_{xy} = \frac{\mu b \pi x}{(1-\nu)h^2} \frac{\left[\cosh\left(\frac{2\pi x}{h}\right) \cos\left(\frac{2\pi y}{h}\right) - 1 \right]}{\left[\cosh\left(\frac{2\pi x}{h}\right) - \cos\left(\frac{2\pi y}{h}\right) \right]^2}$$

$y = 0$ 时,

$$\begin{aligned}\cos\left(\frac{2\pi y}{h}\right) &= 1 \\ \sigma_{xy} &= \frac{\mu b \pi x}{(1-\nu)h^2} \cdot \frac{1}{\cosh\left(\frac{2\pi x}{h}\right) - 1} = \frac{\mu b \pi x}{2(1-\nu)h^2} \cdot \frac{1}{\sinh^2\left(\frac{\pi x}{h}\right)}\end{aligned}$$

$$w_0 = \frac{\mu b^2 \pi}{4(1-\nu)h^2} \int_{r_0}^{\infty} \frac{x dx}{\sin h^2 \left(\frac{\pi x}{h} \right)}$$

设 $x = \frac{\alpha h}{\pi}$, $dx = \frac{h}{\pi} d\alpha$, $\alpha_0 = \frac{\pi r_0}{h}$

$$\begin{aligned} w_0 &= \frac{\mu b^2}{4\pi(1-\nu)} \int_{\alpha_0}^{\infty} \frac{\alpha}{\sin h^2 \alpha} d\alpha \\ &= \frac{\mu b^2}{4(1-\nu)\pi} [\alpha_0 \operatorname{ctnh} \alpha_0 - \ln(2 \sin h \alpha_0)] \end{aligned}$$

当 α_0 很小时, $\operatorname{ctnh} h \alpha_0 \approx \frac{1}{\alpha_0}$, $\sin h \alpha_0 \approx \alpha_0$

$$\therefore w_0 = \frac{\mu b^2}{4\pi(1-\nu)} [1 - \ln(2 \alpha_0)] = \frac{\mu b^2}{4\pi(1-\nu)} \left[1 - \ln \left(\frac{2\pi r_0}{h} \right) \right]$$

单位面积的晶界能

$$\gamma = \frac{1}{h} w_0 = \frac{\mu b^2}{4\pi(1-\nu)h} \left[1 - \ln \left(\frac{2\pi r_0}{h} \right) \right]$$

以 $\theta = \frac{b}{h}$ 代入

$$\gamma = \frac{\mu b}{4\pi(1-\nu)} \theta \left[1 - \ln \left(\frac{2\pi r_0}{b} \theta \right) \right] = E_0 \theta (A - \ln \theta)$$

其中 $E_0 = \frac{\mu b}{4\pi(1-\nu)}$, $A = \left(1 + \ln \frac{b}{2\pi r_0} \right)$

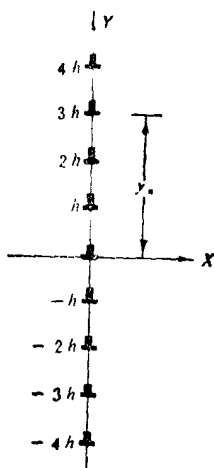


图 2-(30)

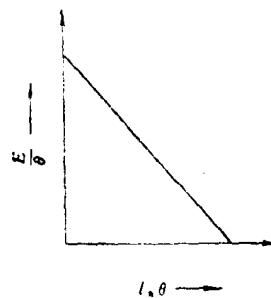


图 2-(31)

2-56 (1) 由 $E = E_0 \theta (A - \ln \theta)$

可得:
$$\frac{E}{\theta} = E_0 A - E_0 \ln \theta \quad (1)$$

作 $\frac{E}{\theta} \sim \ln \theta$ 图, 可得一直线, 如图 2-(31) 所示。

直线的斜率即为 E_0 , 直线在纵轴上的截距为 $E_0 A$, $\frac{E_0 A}{E_0}$ 即为 A 。

(2) 由 $E = E_0 \theta (A - \ln \theta)$, 求极大值:

$$\frac{dE}{d\theta} = E_0 A - E_0 \ln \theta - E_0 = 0$$

得

$$A = 1 + \ln \theta_m$$

代入式(1)得:

$$\begin{aligned} E_m &= E_0 \theta_m (1 + \ln \theta_m - \ln \theta_m) = E_0 \theta_m \\ \frac{(1)}{(2)} &= \frac{E}{E_m} = \frac{\theta}{\theta_m} (A - \ln \theta) = \frac{\theta}{\theta_m} (1 + \ln \theta_m - \ln \theta) \\ &= \frac{\theta}{\theta_m} \left(1 - \ln \frac{\theta}{\theta_m} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

2-57 假定 A 、 B 晶粒的界面是平面, 并且与表面垂直, 在界面张力 σ_s 的作用下, 晶界力图在 Y 方向缩短其长度, 于是晶界与表面处便出现了沟槽, 如图 2-(32) 所示。

沟槽形成后, 在它两旁的表面将出现曲面, 其曲率半径为 r , 在相同的温度和压力下, 此处的原子比平面处的原子具有更高的化学位, 此处与平面处的化学位差由 Gibbs-Thomson 方程给出:

$$\Delta\mu = \frac{\sigma_s V_a}{r} \quad (V_a \text{—原子体积})$$

由上式可见, r 越小, $\Delta\mu$ 越大。所以, 在 $x=0$ 处化学位最高, 向两边逐渐降低, 化学位梯度将驱使原子由晶界流向两侧, 此扩散流将使沟槽加深加宽, 一直到表面张力 σ_s 与 σ_s 相平衡, 即在交点处满足:

$$\sigma_s = 2 \sigma_s \cos \theta$$

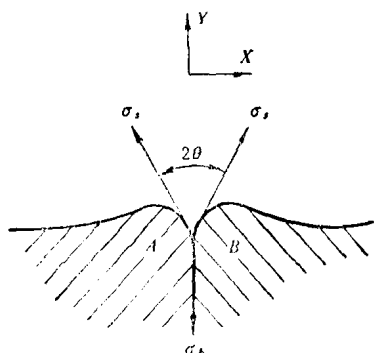


图 2-(32)

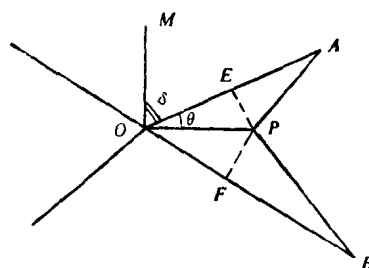


图 2-(33)

2-58 一个四叉晶界能否分解为两个三叉晶界取决于分解以后总的界面能是否降低, 若分解后的总界面能低于分解前, 则分解是必然的。

将四叉晶界作如图 2-(33) 的分解。

假设 (1) $O \rightarrow P$ 的位移量很小; (2) 所有晶粒间界面能相等; (3) P 在 $\angle AOB$ 的平分线上; (4) 界面能 (γ) 不随位向变化。

分解前的能量为 $\gamma(OE + OF + AE + BF)$

分解后的能量为 $\gamma(OP + AP + BP)$

$\because OP$ 很小

$\therefore AE \approx AP, BF \approx BP$

分解前后的能量差

$$\Delta E = \gamma \cdot OP(1 - 2\cos\theta)$$

当 $\theta < 60^\circ$, $\Delta E < 0$, $0 \rightarrow P$ 为自发趋势;

$\theta = 0$, $\Delta E = 0$, 临界情况;

$\theta > 60^\circ$, $\Delta E > 0$, $0 \rightarrow P$ 不自发, 但此时, $\delta < 60^\circ$ 。根据同样理由, $0 \rightarrow M$ 为自发趋势, 即当 $\theta > 60^\circ$, 会发生垂直于 OP 的一个等效运动, 结果也使一个四叉晶界分解为两个三叉晶界。

由上述可知, θ 是任意角度时, O 点都会迁动, 从而分解成两个三叉晶界。 O 点位移相同距离使表面能降低最多的方向即为最易迁动方向, 此时 ΔE 负值最大, 相应于 θ 最小, 所以四叉晶界结点总是向角度最小的方向迁移分解成两个三叉晶界, 对本题来说, 若 $\theta < \delta$, 则出现图 2-20 中 I 的情况, 反之出现 II 的情况。

2-59 (1) 设当晶内有 N 个未经畸变过的位置, 并有 M 个溶质原子分布在这些位置上时, 晶内溶质原子浓度 $C_m = \frac{M}{N}$; 晶界处有 n 个畸变过的点阵位置, 并有 m 个溶质原子分布在这些位置上时, 晶界溶质原子浓度 $C_{gb} = \frac{m}{n}$ 。假定一个溶质原子进入一个未经畸变的点阵位置时, 引起的附加畸变能是 E ; 进入畸变的点阵位置时, 引起的附加畸变能为 e ; 当 M 个原子进入 N 个未经畸变的点阵位置, m 个原子进入 n 个畸变过的点阵位置时, 晶体自由能的变化为:

$$\Delta F = ME + me - T(S_M + S_m)$$

$$S_M = k \ln \frac{N!}{(N-M)!M!}$$

$$S_m = k \ln \frac{n!}{(n-m)!m!}$$

$$\Delta F = ME + me - Tk \left[\ln \frac{N!}{(N-M)!M!} + \ln \frac{n!}{(n-m)!m!} \right]$$

利用 $\ln x! = x \ln x - x$ 展开上式:

$$\Delta F = ME + me - Tk [N \ln N - (N-M) \ln(N-M) - M \ln M + n \ln n - (n-m) \ln(n-m) - m \ln m]$$

由 $\frac{\partial \Delta F}{\partial M} = 0$, 得:

$$E - Tk \left[\ln \frac{N-M}{M} \right] = 0$$

即

$$M = (N-M) \exp \left[-\frac{E}{kT} \right]$$

由 $\frac{\partial \Delta F}{\partial m} = 0$, 得:

$$e - kT \left[\ln \frac{n-m}{m} \right] = 0$$

即

$$m = (n-m) \exp \left(-\frac{e}{kT} \right)$$

$$\frac{m}{M} = \frac{(n-m)}{(N-M)} \exp \left[\frac{E-e}{kT} \right]$$

设 $\frac{Q}{RT} = \frac{E-e}{kT}$, 则:

$$\begin{aligned}\frac{m}{M} &= \frac{n-m}{N-M} \exp\left[-\frac{Q}{RT}\right] \\ \text{即 } \frac{\frac{m}{n}\left(1-\frac{M}{N}\right)}{\frac{M}{N}\left(1-\frac{m}{n}\right)} &= \exp\left[-\frac{Q}{RT}\right] \\ \therefore \frac{m}{n} &= C_{gb}, \quad \frac{M}{N} = C_m \\ \therefore \frac{C_{gb}(1-C_m)}{C_m(1-C_{gb})} &= e^{-\frac{Q}{RT}} \\ C_{gb} &= \frac{C_m e^{\frac{Q}{RT}}}{1-C_m + C_m e^{\frac{Q}{RT}}}\end{aligned}$$

当 $C_m \ll 1$ 时,

$$C_{gb} = \frac{C_m e^{\frac{Q}{RT}}}{1 + C_m e^{\frac{Q}{RT}}}$$

式中 C_m, C_{gb} 分别为基体中和晶界处的溶质浓度, Q 为 1 摩尔溶质原子进入基体和晶界处的畸变能之差, R 为气体常数, T 为绝对温度。

(2) 由上述表达式可见, 溶入基体引起的畸变能大于溶入晶界引起的畸变能的那一类溶质原子, 由于 $E > e$, $Q > 0$, 所以 $C_{gb} > C_m$, 它们将在晶界上偏聚, Q 值越大, 偏聚程度越高。

2-60 (1) 根据定量金相知识,

单位体积中的晶界面积 $S_v = 2/d$ (d 为晶粒直径)

单位体积的晶界体积 = $S_v \times$ 晶界宽度 = $\frac{2}{0.01 \times 10^6} \times (3 \times 0.25) = 1.5 \times 10^{-4}$

一个晶粒的晶界体积 = $1.5 \times 10^{-4} \times \frac{4}{3} \pi \left(\frac{0.01 \times 10^6}{2}\right)^3 = 7.8 \times 10^7 (\text{nm}^3)$

一个晶粒的晶界原子数 = $\frac{7.8 \times 10^7}{(0.25)^3} = 5.0 \times 10^9 (\text{个})$

一个晶粒的原子总数 = $\frac{\frac{4}{3} \pi \times \left(\frac{0.01 \times 10^6}{2}\right)^3}{(0.25)^3} = 3.35 \times 10^{13} (\text{个})$

饱和时一个晶粒内在晶界的 Bi 原子数 =

一个晶粒的晶界原子数 $\times \frac{1}{3} \times 0.99 = 5.0 \times 10^9 \times \frac{1}{3} \times 0.99 = 1.7 \times 10^9 (\text{个})$

饱和时平均浓度

$$C_m = \frac{\text{晶界的 Bi 原子数} + \text{晶内 Bi 原子数}}{(\text{晶内} + \text{晶界}) \text{的原子总数}}$$

当晶内 Bi 原子数可忽略不计时,

$$C_m \approx \frac{1.7 \times 10^9}{3.35 \times 10^{13} + 5.0 \times 10^9} = 5.1 \times 10^{-5}$$

(2) 假设晶界达饱和时晶内浓度可忽略不计, 则在任意温度晶内和晶界的 Bi 原子总数

总是等于饱和时晶界处的 Bi 原子数。达晶界 $\frac{1}{3}$ 饱和时, 晶内 Bi 原子数

$$\begin{aligned} N_m &= \frac{2}{3} \times \text{饱和时晶界 Bi 原子数} \\ &= 0.99 \times \frac{2}{3} \times 1.7 \times 10^9 = 1.12 \times 10^9 (\text{个}) \end{aligned}$$

∴ 晶内平均浓度

$$C_m = \frac{N_m}{\text{一个晶粒的原子总数}} = \frac{1.12 \times 10^9}{3.35 \times 10^{13}} = 3.3 \times 10^{-5}$$

由上题所得晶界溶质原子平衡偏聚浓度表达式:

$$C_{gb} = \frac{C_m e^{Q/RT}}{1 + C_m e^{Q/RT}}$$

可得:

$$T = \frac{Q}{R \ln \frac{C_{gb}}{C_m(1-C_{gb})}}$$

以 Q 、 C_m 以及 C_{gb} 值代入, 得可暂时消除其脆性的最低温度为:

$$T = \frac{6.6 \times 10^4}{8.31 \times \ln \frac{0.33}{3.3 \times 10^{-5}(1-0.33)}} = 826 \text{ K}$$

2-61 对三元以上的合金系, 考虑到合金元素与杂质之间的交互作用, 可根据非理想多元系界面偏聚理论导出溶质原子在界面处的偏聚浓度表达式。

把界面看作一个二维的相 ϕ , 在 ϕ 相中所有经典的热力学参数用类似大块相 B 的方式来定义, 因此当体系达到平衡时, 对任一组元 i 便有:

$$\mu_i^\phi = \mu_i^B \quad (1)$$

由

$$\mu_i^B = \mu_i^{\circ B}(P, T) + RT \ln a_i^B \quad (2)$$

可定义

$$\mu_i^\phi = \mu_i^{\circ \phi}(P, T, \sigma) + RT \ln a_i^\phi \quad (3)$$

$\mu_i^{\circ \phi}$ 为表面张力 σ 的函数, 可表示为:

$$\mu_i^{\circ \phi} = \varphi_i^{\circ \phi}(P, T) - \sigma w_i$$

其中 $\varphi_i^{\circ \phi}$ 仅仅是 P, T 的函数, w_i 是 i 组元在界面中的偏摩尔面积。将式(2)、(3)代入式(1), 并引入原子浓度 N_i , 活度系数 f_i ($a_i = N_i f_i$), 可得:

$$\varphi_i^{\circ \phi} + RT \ln N_i^\phi + RT \ln f_i^\phi - \sigma w_i = \mu_i^{\circ B} + RT \ln N_i^B + RT \ln f_i^B \quad (4)$$

$$\varphi_n^{\circ \phi} + RT \ln N_n^\phi + RT \ln f_n^\phi - \sigma w_n = \mu_n^{\circ B} + RT \ln N_n^B + RT \ln f_n^B \quad (5)$$

下标 i 表示各溶质组元 ($i = 1, 2, \dots, n-1$), n 表示溶剂。

设 $w_i = w_n = w$, 将式(4)~式(5)得:

$$RT \ln \frac{N_i^\phi}{N_n^\phi} = RT \ln \frac{N_i^B}{N_n^B} + \Delta G_i \quad (6)$$

其中

$$\Delta G_i = [\varphi_n^{\circ \phi} - \mu_n^{\circ B}] - (\varphi_i^{\circ \phi} - \mu_i^{\circ B}) + RT \ln \left[\frac{f_n^\phi}{f_n^B} / \frac{f_i^\phi}{f_i^B} \right]$$

上式可缩写成

$$\Delta G_i^\circ = \Delta G_i^\circ(P, T) + \Delta G_{i, \text{多}}^\circ(P, T, N_i^\phi, N_i^B, \dots) \quad (7)$$

式(7)中, ΔG_i° 为单溶质的偏聚能量, 而组元间的化学交互作用能通过 $\Delta G_{i, \text{多}}^\circ$ 项表示出来。

假设 ϕ 和 B 为完全置换固溶体, 则:

$$\sum_{i=1}^n N_i^{\phi} = 1 = \sum_{i=1}^n N_i^B \quad (8)$$

$$N_n = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} N_i \quad (9)$$

由式(6)得:

$$N_i^{\phi} = \frac{N_n^{\phi} \cdot N_i^B}{N_n^B} \cdot e^{-\frac{\Delta G_i}{RT}} \quad (10)$$

由式(8)和(10)得:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n N_i^{\phi} = 1 &= \frac{N_n^{\phi}}{N_n^B} \left(\sum_{i=1}^n N_i^B e^{\Delta G_i/RT} \right) \\ \therefore \frac{N_n^{\phi}}{N_n^B} &= \frac{1}{\sum_{i=1}^n (N_i^B \cdot e^{\Delta G_i/RT})} \end{aligned}$$

代入式(10),

$$N_i^{\phi} = \frac{N_i^B e^{-\frac{\Delta G_i}{RT}}}{\sum_{i=1}^n (N_i^B \cdot e^{\Delta G_i/RT})}$$

对式(6),当 i 用 n 代入时,有 $\Delta G_n = 0$

$$\therefore N_n^{\phi} = \frac{N_n^B e^{\Delta G_n/RT}}{\sum_{i=1}^{n-1} N_i^B \cdot e^{\Delta G_i/RT} + N_n^B}$$

以 $N_n = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} N_i$ 代入,则

$$\begin{aligned} N_i^{\phi} &= \frac{N_i^B e^{\Delta G_i/RT}}{\sum_{i=1}^{n-1} N_i^B e^{\Delta G_i/RT} + 1 - \sum_{i=1}^{n-1} N_i^B} \\ &= \frac{N_i^B e^{\Delta G_i/RT}}{1 + \sum_{i=1}^{n-1} [N_i^B (e^{\Delta G_i/RT} - 1)]} \end{aligned}$$

上式便为用规则溶液模型处理的多元系界面溶质原子平衡浓度表达式。

2-62 当温度 $T > 0.5 T_m$, 可认为晶界有足够的可动性。一个原子由晶粒 1 向晶粒 2 跃迁必须获得 ΔG^a 的能量,如图 2-(34)所示。设原子振动频率为 v_1 , 则具备上述能量的原子每秒钟跳跃次数为 $v_1 \exp(-\Delta G^a/RT)$, 如果单位面积内平均有 n_1 个原子处于跃迁的有利位置,则原子离开晶粒 1 的可能性为 $n_1 v_1 \exp(-\Delta G^a/RT)$ 次/ $m^2 \cdot s$, 设这些原子粘附于晶粒 2 的几率为 A_2 , 则由晶粒 1 到晶粒 2 的原子流量为:

$$J_{1-2} = A_2 n_1 v_1 \exp(-\Delta G^a/RT) / m^2 \cdot s$$

若原子在晶粒 2 处的能量比在晶粒 1 处时低 ΔG (mol^{-1}), 则晶粒 2 向晶粒 1 的原子流量为:

$$J_{2-1} = A_1 n_2 v_2 \exp[-(\Delta G^a + \Delta G)/RT] / m^2 \cdot s$$

当 $\Delta G = 0$, 两晶粒处于平衡, 晶粒无净运动, 晶界两边原子向相对方向迁移率相等, 即:

$$A_1 n_2 v_2 = A_2 n_1 v_1$$

如果 $\Delta G > 0$, 则晶粒 1 向晶粒 2 的净流量为:

$$J_{\text{net}} = A_2 n_1 v_1 \exp\left(-\frac{\Delta G^a}{RT}\right) \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta G}{RT}\right) \right\} / m^2 s$$

晶界移动速度为:

$$v = J_{\text{net}} \cdot (V_m/N_a) \quad (V_m/N_a \text{ 为原子体积})$$

对通常的 $\Delta G \ll RT$ 的情况, 将 $\exp(-\Delta G/RT)$ 按幂级数展开可得:

$$v = \frac{A_2 n_1 v_1 V_m \Delta G}{N_a RT} \exp\left(-\frac{\Delta G^a}{RT}\right)$$

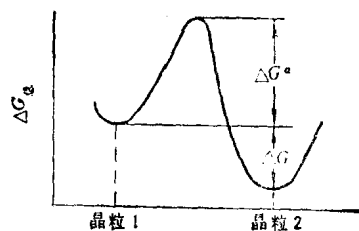


图 2-(34)

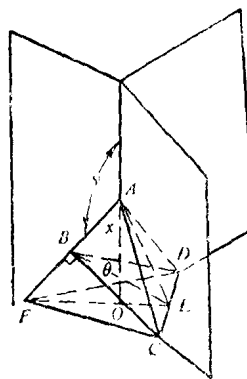


图 2-(35)

2-63 设矩形的面积为 A , 则第二相粒子的存在所增加的界面能为:

$$E = l_1 \gamma_1 + \frac{A}{l_1} \gamma_2$$

矩形粒子达平衡形状时, E 最小,

由
$$\frac{dE}{dl_1} = \gamma_1 - \frac{A}{l_1^2} \gamma_2 = 0$$

得
$$\gamma_1 - \frac{l_2}{l_1} \gamma_2 = 0$$

$$\gamma_1 = \frac{l_2}{l_1} \gamma_2$$

$$\gamma_1 l_1 = \gamma_2 l_2$$

符合上式的 l_1, l_2 即为矩形粒子达平衡形状时的两条边长。

2-64 (1) 如图 2-(35) 所示:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{CE}{AC}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{CE}{BC}$$

$$\frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} = \frac{BC}{AC} = \sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\therefore \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2 \sin \frac{\theta}{2}}$$

(2)

$$\because BD \perp AF, CB \perp AF$$

$$\therefore BE \perp AF$$

在直角三角形 $\triangle FBE$ 和 $\triangle AFO$ 中, $\angle BEF = \angle FAO = (180^\circ - y)$

$$\therefore \cos(180^\circ - y) = \frac{BE}{EF}$$

又 $\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{CE}{BE}$, $\operatorname{tg} \angle EFC = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{CE}{EF} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\therefore \frac{\operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}{\operatorname{tg} 30^\circ} = \frac{EF}{BE} = \frac{1}{\cos(180^\circ - y)} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

即 $\cos(180^\circ - y) = \frac{1}{\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}$

2-65 (1) 设(Pb)相为 δ , 根据结点处张力平衡条件,

$$\gamma_{\alpha\alpha} = 2 \gamma_{\alpha\delta} \cos 30^\circ = \sqrt{3} \gamma_{\alpha\delta}$$

又由正弦定理,

$$\frac{\gamma_{\alpha\delta}}{\sin 120^\circ} = \frac{\gamma_{\alpha\beta}}{\sin 90^\circ}$$

$$\gamma_{\alpha\beta} = \frac{2}{\sqrt{3}} \gamma_{\alpha\delta}$$

$$\therefore \frac{\gamma_{\alpha\alpha}}{\gamma_{\alpha\beta}} = \frac{3}{2}$$

由图 2-22(b)得:

$$\gamma_{\alpha\alpha} = 2 \gamma_{\alpha\beta} \cos \frac{\theta}{2}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma_{\alpha\alpha}}{\gamma_{\alpha\beta}} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \theta = 82^\circ 48'$$

(2) 如果 β 相在 α 相的晶隅时平衡形貌为一四面体, 则由

$$\cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2 \sin \frac{\theta}{2}}$$

和

$$\cos(180^\circ - y) = \frac{1}{\sqrt{3} \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right)}$$

可算得表征这四面体形貌的参数: $x \approx 80^\circ$, $y \approx 130^\circ$ 。 β 相在 α 相的晶隅时平衡形貌示意于图 2-(36) 中。

2-66 设基体相为 α , 界面第二相为 β , 根据界面结点处的张力平衡条件:

$$\gamma_{\alpha\alpha} = 2 \gamma_{\alpha\beta} \cos \frac{\theta}{2}$$

(a) $\theta \rightarrow 0$, $\cos \frac{\theta}{2} \rightarrow 1$

\therefore

$$\gamma_{\alpha\alpha} \approx 2 \gamma_{\alpha(\text{Bi})}$$

Bi 沿 α 晶界分布, Bi 的熔点较低 (270°C), 热轧时易发生 $T > T_{\text{Bi}}$ 的情况而使 Bi 熔化导致沿晶碎裂。

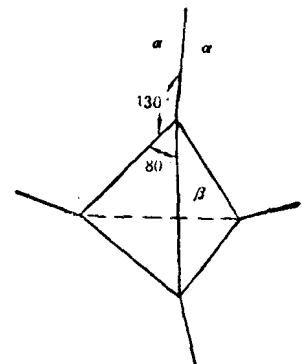


图 2-(36)

$$(b) \theta \rightarrow 120^\circ, \cos \frac{\theta}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$$

\therefore

$$\gamma_{\alpha\alpha} \approx \gamma_{\alpha}^{\text{Pb}}$$

Pb 熔点为 327°C , Pb 在 Cu 中分布呈尖角状, 即使热轧时铅相不熔化, 也会因为产生应力集中而导致晶间开裂。

$$(c) \theta \rightarrow 180^\circ, \cos \frac{\theta}{2} \rightarrow 0,$$

\therefore

$$\gamma_{\alpha\alpha} \ll \gamma_{\alpha}^{\text{Pb}}$$

Pb 呈球形分布在 Cu 晶界上, 由于 Pb 对 Cu 基体的连续性破坏程度小, 且第二相呈球状不易引起应力集中, 故热轧时一般不会发生开裂。

第三章 纯金属材料的凝固

一、选择题

1. B 2. A 3. A 4. B 5. C 6. B 7. C 8. A 9. C 10. B 11. C
12. B

二、解答题

3-1 (a) 在恒压条件下, 当热量传入单相物质时, 物质的焓将增加, 焓的增量等于传入体系的总热量, 其关系式为:

$$H_2 = H_1 + \int_{T_1}^{T_2} C_p dT$$

即

$$\Delta H = H_2 - H_1 = \int_{T_1}^{T_2} C_p dT$$

$$\because C_p > 0, T_2 - T_1 > 0,$$

$$\therefore \Delta H > 0, \text{体系吸热。}$$

(b) 由热力学关系式 $\left(\frac{dG}{dP}\right)_T = V$, 设 α 为低压相, β 为高压相, 则当 $P_0 \rightarrow P_1$, $\alpha \rightarrow \beta$ 时, 自由能的变化为

$$\Delta G = \int_{P_0}^{P_1} (V_\beta - V_\alpha) dP$$

忽略压力对体积的影响, 则当 $\Delta G < 0$ 时, 必有 $V_\beta < V_\alpha$, 即 β 相的密度大于 α 相。

3-2 根据已知条件, 设原子总数为 N , $\gamma\text{-Fe}$ 每原子所占体积为 $a_\gamma^3/4$, $\alpha\text{-Fe}$ 每原子所占体积为 $a_\alpha^3/2$, 则 $\alpha \rightarrow \gamma$ 转变的体积变化为:

$$\begin{aligned} \Delta V &= V_\gamma - V_\alpha = N \left(\frac{a_\gamma^3}{4} - \frac{a_\alpha^3}{2} \right) = N \left(\frac{0.3646^3}{4} - \frac{0.290^3}{2} \right) \\ &= N(1.212 \times 10^{-2} - 1.219 \times 10^{-2}) < 0 \end{aligned}$$

由热力学关系式:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta H}{T \Delta V}$$

$$\because \Delta H > 0 \quad \Delta V < 0,$$

$$\therefore \frac{dP}{dT} < 0, \text{ 即压力升高, } \alpha \rightarrow \gamma \text{ 转变温度下降。}$$

$$\begin{aligned} 3-3 \quad (a) \quad \Delta H_{\text{凝}} &= \Delta H^\circ + \int (C_{P(s)} - C_{P(l)}) dT \\ &= -7070 + \int_{505}^{495} (18.49 + 26.35 \times 10^{-3} T - 34.68 + 9.2 \times 10^{-3} T) dT \\ &= -7070 + (18.49 - 34.68) \cdot (495 - 505) + \frac{1}{2} (26.35 - 9.2) \times 10^{-3} \\ &\quad \times (495^2 - 505^2) \\ &= -7086 \text{ J/mol} \end{aligned}$$

(b) 设液体总数为 $N \text{ mol}$, 在 495 K 时的凝固分数为 $n \text{ mol}$, 剩余液体为 $(N - n) \text{ mol}$, 当凝固时释放出的热量使剩余液体回升到熔点时, 即停止凝固, 则有:

$$\begin{aligned} n \Delta H &= (N - n) \int C_{P(l)} dT + n \int C_{P(s)} dT \\ &= N \int C_{P(l)} dT + n \int (C_{P(s)} - C_{P(l)}) dT \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{即} \quad \frac{n}{N} &= \frac{\int C_{P(l)} dT}{\Delta H - \int (C_{P(s)} - C_{P(l)}) dT} \\ &= \frac{\int_{495}^{505} (34.68 - 9.2 \times 10^{-3} T) dT}{7086 - \int_{495}^{505} (-18.19 + 35.55 \times 10^{-3} T) dT} \\ &= \frac{300.8}{7086 + 161.9 - 177.75} = 4.2\% \end{aligned}$$

$$3-4 \quad \Delta \dot{H} = \int C_p dT$$

$$\begin{aligned} \text{即} \quad 13290 &= \int_T^{1356} (22.6 + 6.27 \times 10^{-3} T) dT \\ &= (22.6 \times 1356 - 22.6 T) + \frac{1}{2} (6.27 \times 10^{-3} \times 1356^2 - 6.27 \times 10^{-3} T^2) \\ &= 30645.6 - 22.6 T + 5764.4 - 3.135 \times 10^{-3} T^2 \end{aligned}$$

$$\text{整理后得} \quad 3.135 \times 10^{-3} T^2 + 22.6 T - 23120 = 0$$

$$\text{解方程后得} \quad T \approx 908 \text{ K}, \Delta T = 1356 - 908 = 448 \text{ K}$$

在一般情况下, 纯金属发生均匀形核的最大过冷度约为 $0.2 T_m (\text{K})$, 对铜约为 271 K , 因此在实际条件下不可能达到上述计算所得的过冷度。

3-5 根据热力学关系式

$$\Delta C_p = \Delta a + \Delta b T - \Delta c T^{-2} \quad (1)$$

$$\text{而} \quad d \Delta H = \Delta C_p dT \quad (2)$$

$$\text{积分后得} \quad \Delta H = \Delta H_0 + \Delta a T + \frac{1}{2} \Delta b T^2 + \frac{\Delta c}{T} \quad (3)$$

式中 ΔH_0 为积分常数。

$$\text{又} \quad \frac{d(\Delta G/T)}{d(1/T)} = \Delta H \quad (4)$$

将(3)式代入(4)式,得

$$\begin{aligned} d(\Delta G/T) &= \Delta H_0 d\left(\frac{1}{T}\right) + \Delta a T d\left(\frac{1}{T}\right) + \frac{1}{2} \Delta b T^2 d\left(\frac{1}{T}\right) + \frac{\Delta C}{T} d\left(\frac{1}{T}\right) \\ &= \Delta H_0 d\left(\frac{1}{T}\right) - \Delta a \frac{dT}{T^2} - \frac{\Delta b}{2} dT - \Delta C \frac{dT}{T^3} \end{aligned}$$

积分后得

$$\Delta G = \Delta H_0 - \Delta a T \ln T - \frac{\Delta b}{2} T^2 + \frac{\Delta C}{2T} + IT \quad (5)$$

式中 I 为积分常数。

(a) 求 $\Delta G^{r \rightarrow s}$;

$$\Delta C_P = C_{P(s)} - C_{P(r)} = 44.1 - 7.73 - 19.57 \times 10^{-3} T = 36.37 - 19.57 \times 10^{-3} T$$

由式(3)得

$$\Delta H = \Delta H_0 + 36.37 T - \frac{1}{2} (19.57 \times 10^{-3}) T^2$$

$$\therefore \text{在 } 1673 \text{ K 时,} \quad \Delta H^{r \rightarrow s} = 882$$

$$\therefore 882 = \Delta H_0 + 36.37 \times 1673 - \frac{1}{2} (19.57 \times 10^{-3}) \times 1673^2$$

解得 $\Delta H_0 = -32577$ 即

$$\Delta H = -32577 + 36.37 T - 9.78 \times 10^{-3} T^2$$

由式(5)得

$$\Delta G^{r \rightarrow s} = -32577 - 36.37 T \ln T + 9.78 \times 10^{-3} T^2 + IT$$

在 1673 K 时, $\Delta G^{r \rightarrow s} = 0$, 则得

$$\begin{aligned} 0 &= -32577 - 36.37 \times 1673 \ln 1673 + 9.78 \times 10^{-3} \times 1673^2 + 1673 I \\ &= -32577 - 451629 + 27374 + 1673 I \end{aligned}$$

得

$$I = 273$$

即

$$\Delta G_{(T)}^{r \rightarrow s} = -32577 - 36.37 T \ln T + 9.78 \times 10^{-3} T^2 + 273 T$$

(b) 同理可得

$$\Delta G_{(T)}^{s \rightarrow L} = 17659 + 2.1 T \ln T - 25.5 T$$

(c)

$$\therefore \Delta G^{r \rightarrow s} + \Delta G^{s \rightarrow L} = \Delta G^{r \rightarrow L}$$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta G^{r \rightarrow L} &= -32577 - 36.37 T \ln T + 9.78 \times 10^{-3} T^2 + 273 T \\ &\quad + 17659 + 2.1 T \ln T - 25.5 T \\ &= -14918 - 34.27 T \ln T + 247.5 T + 9.78 \times 10^{-3} T^2 \end{aligned}$$

在熔点时, $\Delta G^{r \rightarrow L} = 0$, 采用插值法, 可得:

$$T \approx 1790 \text{ K} = 1517^\circ \text{C}$$

3-6 设原子总数为 N , 形成核胚数为 n , 则由统计力学可知, 体系组态熵变为:

$$\Delta S_n = k \ln \frac{N!}{(N-n)! n!}$$

式中 k 为玻尔兹曼常数。引用 Stirling 近似算法:

$$\ln x! = x \ln x - x$$

可得

$$\begin{aligned}\Delta S_n &= k[N \ln N - N - (N-n) \ln(N-n) + (N-n) - n \ln n + n] \\ &= k \left[N \ln \frac{N}{N-n} + n \ln \frac{N-n}{n} \right]\end{aligned}$$

形成 n 个核胚后体系总的自由能变化为:

$$\begin{aligned}\Delta G &= n \Delta G_n - T \Delta S_n \\ &= n \Delta G_n - T k \left[N \ln \frac{N}{N-n} + n \ln \frac{N-n}{n} \right]\end{aligned}$$

式中 ΔG_n 表示原子在固态与液态的自由能之差。达到平衡时, 应有 $\frac{\partial \Delta G}{\partial n} = 0$,

即:

$$\Delta G_n - T k [\ln(N-n) - \ln n] = 0$$

整理后得

$$\begin{aligned}\frac{n}{N-n} &= \exp \left(-\frac{\Delta G_n}{kT} \right) \\ \because n \ll N, \\ \therefore \frac{n}{N} &= \exp \left(-\frac{\Delta G_n}{kT} \right)\end{aligned}$$

3-7 (a) 设在过冷液体中形成半径为 r 的核胚时, 体系的自由能变化为

$$\Delta G = -\frac{4}{3} \pi r^3 \Delta G_B + 4 \pi r^2 \sigma$$

式中 σ 为界面能; 当过冷度不大时, $\Delta G_B = \frac{\Delta H_m \Delta T}{T_m}$ 。令 $\frac{d\Delta G}{dr} = 0$, 可得核胚的临界半径为:

$$r^* = \frac{2\sigma}{\Delta G_B} = \frac{2\sigma T_m}{\Delta H_m \Delta T} = \frac{2 \times 177 \times 1356}{(1628 \times 10^7)(230)} = 12.8 \times 10^{-8}(\text{cm})$$

铜的晶胞体积

$$V_{\text{Cell}} = (a_0)^3 = (0.3615 \times 10^{-7})^3 = 47.24 \times 10^{-24}(\text{cm}^3)$$

临界晶核体积

$$V_r = \frac{4}{3} \pi r^3 = \left(\frac{4}{3} \pi \right) (12.8 \times 10^{-8})^3 = 8780 \times 10^{-24}(\text{cm}^3)$$

$$\text{晶核具有的晶胞数} = \frac{8780 \times 10^{-24}}{47.24 \times 10^{-24}} = 186(\text{个})$$

每个面心立方晶胞含有 4 个原子, 则临界晶核的原子个数为:

$$4 \times 186 = 744(\text{个})$$

(b) 球冠体积

$$V_{\text{cap}} = \frac{\pi h^2}{3} (3r - h) = \frac{\pi (0.2r)^2}{3} (3r - 0.2r) = 0.117r^3$$

$r = r^* = 12.8 \times 10^{-8}(\text{cm})$, 得:

$$V_{\text{cap}} = 0.117 \times (12.8 \times 10^{-8})^3 = 245 \times 10^{-24}(\text{cm}^3)$$

$$\text{晶核具有晶胞数} = \frac{245 \times 10^{-24}}{47.24 \times 10^{-24}} = 5$$

$$\text{晶核具有的原子个数} = 4 \times 5 = 20 \text{ 个}$$

3-8 (a) 形成边长为 a 的立方体晶核时, 体系自由能的变化为:

$$\Delta G_{\text{立方}} = -a^3 \Delta G_B + 6a^2 \sigma_{L/S}$$

令 $\frac{d\Delta G}{da} = 0$, 即得晶核的临界边长为:

$$a^* = \frac{4\sigma_{L/S}}{\Delta G_B}$$

将 $a = a^*$ 代入原式, 得临界形核功为:

$$\Delta G^*_{\text{立方}} = \frac{32\sigma^3}{\Delta G_B^2}$$

(b) 非均匀形核时, 核胚的表面能变化为:

$$\sigma_{\text{表}} = 5a^2\sigma_{L/S} + a^2\sigma_{S/M} - a^2\sigma_{L/M}$$

如图 3-(1) 所示, $\sigma_{L/M} = \sigma_{S/M} + \sigma_{L/S} \cos \theta$, 故有:

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{表}} &= 5a^2\sigma_{L/S} + a^2\sigma_{S/M} - a^2(\sigma_{S/M} + \sigma_{L/S} \cos \theta) \\ &= a^2\sigma_{L/S}(5 - \cos \theta)\end{aligned}$$

则体系总自由能变化为:

$$\Delta G_{\text{非均匀}} = -a^3\Delta G_B + a^2\sigma_{L/S}(5 - \cos \theta)$$

令 $\frac{\partial \Delta G_{\text{非均匀}}}{\partial a} = 0$, 得:

$$-3a^2\Delta G_B + 2a\sigma_{L/S}(5 - \cos \theta) = 0$$

晶核的临界边长

$$a^*_{\text{非均匀}} = \frac{2}{3} \frac{\sigma_{L/S}}{\Delta G_B} (5 - \cos \theta)$$

晶核的临界形核功

$$\Delta G^*_{\text{非均匀}} = \frac{4}{27} \frac{\sigma_{L/S}^3}{\Delta G_B^2} (5 - \cos \theta)^3$$

3-9 由 3-7 题, 已知 $r^* = \frac{2\sigma}{\Delta G_B}$, 得球形核胚的临界形核功为:

$$\Delta G^*_{\text{球}} = -\frac{4}{3} \pi \left(\frac{2\sigma}{\Delta G_B} \right)^3 \Delta G_B + 4\pi \left(\frac{2\sigma}{\Delta G_B} \right)^2 \sigma = \frac{16}{3} \frac{\pi \sigma^3}{\Delta G_B^2}$$

由 3-8 题已知形成边长为 a 的立方晶核的临界形核功为:

$$\Delta G^*_{\text{立方}} = \frac{32\sigma^3}{\Delta G_B^2}$$

二式相比得:

$$\frac{\Delta G^*_{\text{球}}}{\Delta G^*_{\text{立方}}} = \frac{16\pi\sigma^3}{3\Delta G_B^2} \bigg/ \frac{32\sigma^3}{\Delta G_B^2} = \frac{\pi}{6} \approx \frac{1}{2}$$

可见形成球形晶核的临界形核功仅为形成立方形晶核的 $\frac{1}{2}$ 。

3-10 设形成晶核的原子个数为 n , 则体系自由能变化为:

$$\Delta G = n\Delta G_B + \eta\sigma n^{2/3}$$

式中 η 为形状因子。令 $\frac{d\Delta G}{dn} = 0$, 得临界晶核的原子个数为:

$$n = \left(-\frac{2\eta\sigma}{3\Delta G_B} \right)^3$$

代回原式中, 则得:

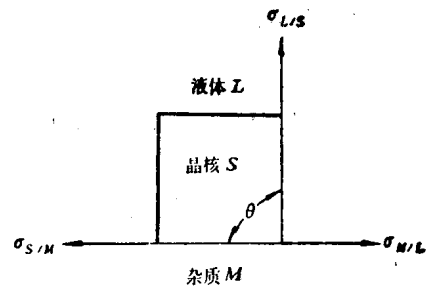


图 3-(1)

$$\Delta G^* = \left(-\frac{2\eta\sigma}{32\Delta G_B} \right)^3 \Delta G_B + \eta\sigma \left[\left(-\frac{2\eta\sigma}{32\Delta G_B} \right)^3 \right]^{2/3} = \frac{4}{27} \frac{\eta^3 \sigma^3}{\Delta G_B^2}$$

由于晶核表面积

$$A = \eta n^{2/3} = \frac{4}{9} \eta \left(\frac{\eta\sigma}{\Delta G_B} \right)^2 = \frac{4}{9} \frac{\eta^3 \sigma^2}{\Delta G_B^2},$$

代入上式, 即可得:

$$\Delta G^* = \frac{1}{3} A\sigma$$

$$\begin{aligned} 3-11 \quad \Delta C_P &= C_{P(l)} - C_{P(s)} = 31.38 - (22.6 + 6.27 \times 10^{-3} T) \\ &= 8.78 - 6.27 \times 10^{-3} T \end{aligned}$$

由 3-5 题, 可得:

$$\Delta H = \Delta H_0 + 8.78 T - \frac{1}{2} \times 6.27 \times 10^{-3} T^2$$

以 $T = 1356 \text{ K}$, $\Delta H = 13290 \text{ J/mol}$ 代入, 得:

$$\Delta H_0 = 7225 \text{ J/mol}$$

$$\Delta G = 7225 - 8.78 T \ln T + 3.13 \times 10^{-3} T^2 + IT$$

$T = 1356 \text{ K}$ 时, $\Delta G = 0$, 解得 $I = 53.75$, 即:

$$\Delta G = 7225 - 8.78 T \ln T + 3.13 \times 10^{-3} T^2 + 53.75 T$$

$\Delta T = T_m - T$, $T = T_m - \Delta T = 1356 - \Delta T$, 代入上式, 得:

$$\begin{aligned} \Delta G &= 7225 - 8.78(1356 - \Delta T) \ln(1356 - \Delta T) + 3.13 \times 10^{-3} (1356 - \Delta T)^2 \\ &\quad + 53.75(1356 - \Delta T) \end{aligned}$$

$\Delta T = 230^\circ\text{C}$ 时, $\Delta G = 2217.5 \text{ (J/mol)}$

$$\frac{\Delta G}{V_s} = \frac{2217.5}{7.09} = 313 \text{ (J/cm}^3\text{)} = 3.13 \times 10^9 \text{ (erg/cm}^3\text{)}$$

$$r^* = \frac{2\sigma}{\Delta G} = \frac{2 \times 144}{3.13 \times 10^9} = 0.92 \text{ (nm)}$$

$$3-12 \quad (a) \quad \therefore r^* = \frac{2\sigma V_s}{\Delta G_B}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sigma &= \frac{r^* \Delta G_B}{2 V_s} = \frac{r^* \Delta H \Delta T}{2 V_s T_m} = \frac{1 \times 10^{-7} \times 18075 \times 319}{2 \times 1726 \times 6.6} \\ &= 2.53 \times 10^{-5} \text{ (J/cm}^2\text{)} = 253 \text{ (erg/cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta G^* &= \frac{16 \pi \sigma^3 T_m^2 V_s^2}{3 \Delta H^2 \Delta T^2} = \frac{16 \times 3.14 \times (2.53 \times 10^{-5})^3 \times 1726^2 \times 6.6^2}{3 \times 18075^2 \times 319^2} \\ &= 1.06 \times 10^{-18} \text{ (J)} \end{aligned}$$

(b) 要在 1726 K 发生均匀形核, 就必须有 319°C 的过冷度, 为此必须增加压力, 使纯镍的凝固温度从 1726 K 提高到 2045 K ,

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta H}{T \Delta V}$$

对上式积分:

$$\begin{aligned} \int_{1.013 \times 10^5}^P dP &= \int_{1726}^{2045} \frac{\Delta H}{T \Delta V} dT \\ P - 1.013 \times 10^5 &= \frac{\Delta H}{\Delta V} \ln \frac{2045}{1726} = \frac{18075}{0.26} \times 9.87 \times 10^5 \times \ln \frac{2045}{1726} \end{aligned}$$

$$= 116366 \times 10^5 (\text{Pa})$$

即 $P = 116366 \times 10^5 - 1.013 \times 10^5 = 116365 \times 10^5 \text{ Pa}$ 时才能在 1726 K 发生均匀形核。

3-13 由 3-6 题知液体中出现临界核胚的几率可用下式表示:

$$\frac{n}{N} = C_n = A \exp(-\Delta G^*/RT)$$

式中 $\Delta G^* = \frac{16\pi\sigma^3}{3\Delta G_B^2} = \frac{16\pi}{3} \frac{\sigma^3 T_m^2}{\Delta H^2(T_m - T)^2}$, 代入上式后得:

$$C_n = A \exp\left(-\frac{16\pi\sigma^3 T_m^2}{3\Delta H^2 RT(T_m - T)^2}\right) = A \exp\left(\frac{-b_1}{T(T_m - T)^2}\right)$$

$$\text{式中 } b_1 = \frac{16\pi\sigma^3 T_m^2}{3\Delta H^2 R}$$

令 $\frac{dC_n}{dT} = 0$, 即:

$$A \exp\left[\frac{-b_1}{T(T_m - T)^2}\right] \left[\frac{-b_1(3T - T_m)}{T^2(T_m - T)^3} \right] = 0$$

$$\text{得 } T = \frac{1}{3} T_m$$

(b) 均匀形核率 $\dot{N} = A \exp(-\Delta G^*/RT) \exp(-Q/RT)$

$$\because \Delta G^* = \frac{16\pi\sigma^3 T_m^2}{3\Delta H^2(T_m - T)^2} = \frac{b_2}{(T_m - T)^2} \quad b_2 = \frac{16\pi\sigma^3 T_m^2}{3\Delta H^2}$$

$$\therefore \dot{N} = A \exp\left(-\frac{b_2}{(T_m - T)^2 RT}\right) \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right)$$

令 $\frac{\partial \dot{N}}{\partial T} = 0$, 即:

$$A \exp\left(-\frac{b_2}{(T_m - T)^2 RT}\right) \left[\frac{b_2(T_m^2 - 4TT_m + 3T^2)}{R(T_m - T)^4 T^2} \right] \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) \\ + A \exp\left(-\frac{b_2}{(T_m - T)^2 RT}\right) \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) \left(-\frac{Q}{RT^2}\right) = 0$$

$$\text{或 } A \exp(-\Delta G^*/RT) \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) \left[\frac{b_2(T_m^2 - 4TT_m + 3T^2)}{R(T_m - T)^4 T^2} + \frac{Q}{RT^2} \right] = 0 \\ \frac{-b_2(T_m^2 - 4TT_m + 3T^2)}{(T_m - T)^4} = Q$$

$$\because Q > 0, b_2 > 0,$$

$$\therefore (T_m^2 - 4TT_m + 3T^2) < 0.$$

即

$$T > \frac{T_m}{3}$$

3-14

$$\dot{N} = A \exp(-\Delta G^*/kT) \exp(-Q/kT) \\ = 10^{35} \times 10^{-2} \times \exp\left(-\frac{16}{3} \frac{\pi\sigma^3}{\Delta G_B^2}\right) \\ = 10^{33} \exp\left(-\frac{16}{3} \frac{\pi\sigma^3 T_m^2 V_s^2}{kT\Delta H^2 \Delta T^2}\right)$$

(a) $\Delta T = 20^\circ\text{C}$

$$\dot{N} = 10^{33} \exp\left[-\frac{16 \times 3.14 \times 200^3 \times 1000^2 \times 6^2}{3 \times 1.38 \times 10^{-16} \times 980 \times (12600 \times 10^7)^2 \times 20^2}\right] \\ = 10^{33} \exp(-5615.8) \approx 0$$

$$\Delta T = 200^\circ\text{C}$$

$$\begin{aligned}\dot{N} &= 10^{33} \exp\left(-\frac{16 \times 3.14 \times 200^3 \times 1000^2 \times 6^2}{3 \times 1.38 \times 10^{-16} \times 800 \times (12600 \times 10^7)^2 \times 200^2}\right) \\ &= 10^{33} \exp(-68.79) = 1.33 \times 10^3 (\text{cm}^{-3}\text{s}^{-1})\end{aligned}$$

$$(b) \theta = 60^\circ$$

$$\Delta G^*_{\text{非}} = \Delta G^* \left(\frac{2 - 3 \cos 60^\circ + \cos^3 60^\circ}{4} \right) = 0.156 \Delta G^*$$

$$\Delta T = 20^\circ\text{C}, \dot{N} = 10^{33} \exp(-0.156 \times 5615.8) = 0$$

$$\Delta T = 200^\circ\text{C} \quad \dot{N} = 10^{33} \exp(-0.156 \times 68.79) = 2.2 \times 10^{28} (\text{cm}^{-3}\text{s}^{-1})$$

设过冷度为 ΔT , $T = T_m - \Delta T$, 根据给定条件, 有:

$$1 = 10^{33} \exp\left(-\frac{16 \times 3.14 \times 200^3 \times 1000^2 \times 6^2}{3 \times 1.38 \times 10^{-16} \times (12600 \times 10^7)^2 (1000 - \Delta T) \Delta T^2} \times 0.156\right)$$

或

$$10^{-33} = \exp\left(-\frac{3.43 \times 10^8}{(1000 - \Delta T) \Delta T^2}\right)$$

等式二边取对数, 得:

$$75.98 = \frac{3.43 \times 10^8}{(1000 - \Delta T) \Delta T^2}$$

或

$$(1000 - \Delta T) \Delta T^2 = 4.51 \times 10^6$$

得

$$\Delta T \approx 70^\circ\text{C}$$

(c) 由 3-7 题得:

$$r^* = \frac{2\sigma}{\Delta G_D} = \frac{2\sigma T_m V_s}{\Delta H \Delta T}$$

或

$$\frac{\Delta T}{T_m} = \frac{2\sigma V_s}{\Delta H r^*}$$

$$r^* = 10 \text{ \AA} \text{ 时,}$$

$$\frac{\Delta T}{T_m} = \frac{2 \times 200 \times 6}{12600 \times 10^7 \times 10 \times 10^{-8}} = 0.19$$

$$3-15 \text{ 已知 } \dot{N} = 10^{33} \exp\left[-\frac{16\pi \sigma^3 T_m^2 V_s^2}{3kT \Delta H^2 \Delta T^2}\right] = 2 \times 10^5$$

对上式两边取对数, 并令 $T = T_m - \Delta T$, 得:

$$\Delta T^2 (T_m - \Delta T) = \frac{1.9 \times 10^{15} \sigma^3 T_m^2 V_s^2}{\Delta H^2}$$

$$\text{对铝} \quad \Delta T^2 (T_m - \Delta T) = \frac{1.9 \times 10^{15} \times 121^3 \times 933^2 \times 9.99^2}{10750^2 \times 10^{14}} = 2.51 \times 10^7$$

得

$$\Delta T_{\text{Al}} \approx 185^\circ\text{C}$$

$$\text{对银} \quad \Delta T^2 (T_m - \Delta T) = \frac{1.9 \times 10^{15} \times 126^3 \times 1235^2 \times 10.28^2}{11290^2 \times 10^{14}} = 4.76 \times 10^7$$

得

$$\Delta T_{\text{Ag}} \approx 216^\circ\text{C}$$

$$\text{对铜} \quad \Delta T^2 (T_m - \Delta T) = \frac{1.9 \times 10^{15} \times 177^3 \times 1356^2 \times 7.09^2}{13260^2 \times 10^{14}} = 5.49 \times 10^7$$

得

$$\Delta T_{\text{Cu}} \approx 220^\circ\text{C}$$

$$\text{对镍} \quad \Delta T^2 (T_m - \Delta T) = \frac{1.9 \times 10^{15} \times 255^3 \times 1728^2 \times 6.6^2}{18070^2 \times 10^{14}} = 1.24 \times 10^8$$

得

$$\Delta T_{\text{Ni}} = 295^\circ\text{C}$$

$$\frac{\Delta T_{Al}}{T_m} = \frac{185}{933} = 0.198 \quad \frac{\Delta T_{Ag}}{T_m} = \frac{216}{1235} = 0.175$$

$$\frac{\Delta T_{Cu}}{T_m} = \frac{220}{1356} = 0.162 \quad \frac{\Delta T_{Ni}}{T_m} = \frac{295}{1728} = 0.171$$

作图如图 3-(2) 所示。本题证明了在简单晶体结构金属中存在的

$$\frac{\Delta T_{最大}}{T_m} \approx 0.18 \pm 0.02$$

的直线关系。

3-16 (a) 首先根据已知条件作出各交点：

I 点, 固体 A_1 、液体和气体三相平衡, $T = 8.2^\circ\text{C}$, $P = 1333\text{Pa}$

II 点, 固体 A_1 、 A_2 和液体三相平衡, $T = 40^\circ\text{C}$, $P = 1.013 \times 10^6\text{Pa}$

III 点, 液体和气体二相平衡, $T = 90^\circ\text{C}$, $P = 1.013 \times 10^5\text{Pa}$

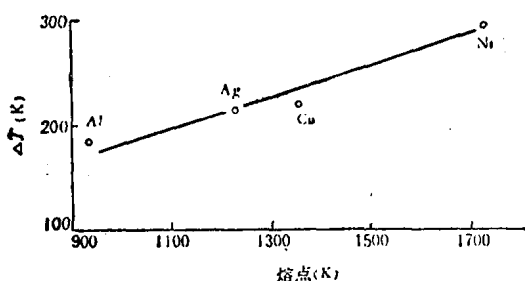


图 3-(2)

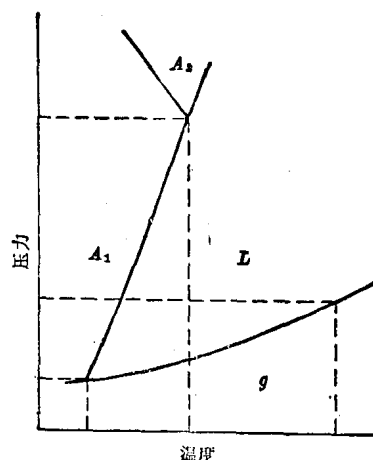


图 3-(3)

(b) 根据相变时的体积变化, 由 $\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta H}{T\Delta V}$ 确定各线斜率及正负:

I-II 线, $A_1 \rightarrow A_2$, $\therefore \Delta H > 0$, $\Delta V < 0$, $\therefore \frac{dP}{dT} < 0$, 斜率为负;

II-III 线, $A_2 \rightarrow l$, $\therefore \Delta H > 0$, $\Delta V > 0$, $\therefore \frac{dP}{dT} > 0$, 斜率为正;

III-IV 线, $l \rightarrow g$, $\therefore \Delta H > 0$, $\Delta V > 0$, $\therefore \frac{dP}{dT} > 0$, 斜率为正;

各线的延长线也同以上分析。作图如图 3-(3) 所示。

3-17 (a) 碳以石墨状态稳定存在。

(b) 从热力学观点分析, 在室温及 101.325 kPa 压力下的稳定相是石墨, 而金刚石是不稳定的, 因而在常温常压下用金刚石制造精密仪器的轴承从热力学角度来看是不适宜的。但实际上由于在常温常压下金刚石向石墨的转化速率极为缓慢, 精密仪器的轴承还是可以用金刚石制造而不会影响其使用寿命。

(c) 由克拉佩龙方程 $\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta H}{T\Delta V}$ 可知, 因 $\frac{dP}{dT} > 0$ (图 3-1 中 AO 线), 若 $\Delta H > 0$, 则必有 $\Delta V > 0$ 。由已知条件可得:

$$\begin{aligned}\Delta H &= (\Delta H^0_{\text{石墨}} - \Delta H^0_{\text{金刚石}}) + \int_{298}^{2000} [\bar{C}_{P\text{石墨}} - \bar{C}_{P\text{金刚石}}] dT \\ &= -1897 + \int_{298}^{2000} [8.644 - 6.063] dT \\ &= -1897 + (2.581)(2000 - 298) = 2496 (\text{J/mol}) > 0\end{aligned}$$

即 $V_{\text{石墨}} - V_{\text{金刚石}} > 0$, 也即金刚石的密度大于石墨。

(d) 由图查得约为 $60 \times 10^8 \text{ Pa}$ 。

第四章 二元合金及其凝固

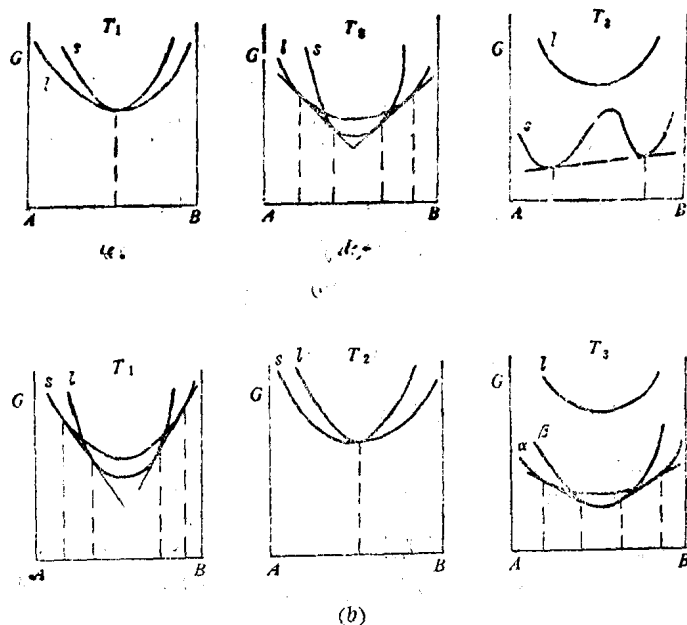
一、选择题

1. C 2. A 3. C 4. B 5. A 6. B 7. C 8. C 9. B 10. A 11. B
12. A 13. C 14. A

二、解答题

4-1 作图如图 4-(1) 所示。

4-2 T_1 时液相 L 的自由能最低, 此时全部为液相; T_2 时 α 、 β 和 L 三相平衡, 根据各相的位置可确定为包晶转变; T_3 时发生 α 与 β 、 β 与 L 的两个二相平衡; T_4 时发生 α 与 β 、 β 与 L 、 L 与 γ 的三个二相平衡; T_5 时发生 α 与 β 的二相平衡以及 β 、 L 和 γ 的三相平衡, 根据各相位置可定为共晶转变; T_6 时 L 相自由能最高, 表示液相已全部凝固, 出现 α 与 β 、 β 与 γ 的两个二相平衡。由此作成相图如图 4-(2) 所示。



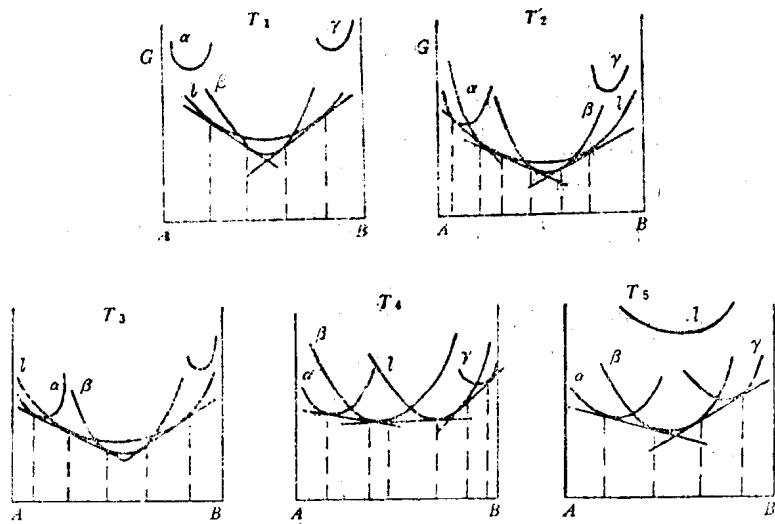


图 4-1

4-3 由二级相变平衡的条件:

$$\mu_1^\alpha = \mu_1^\beta \quad d\mu_1^\alpha = d\mu_1^\beta \quad (1)$$

$$\mu_2^\alpha = \mu_2^\beta \quad d\mu_2^\alpha = d\mu_2^\beta \quad (2)$$

得:

$$\frac{d\mu_1^\alpha}{d\mu_2^\alpha} = \frac{d\mu_1^\beta}{d\mu_2^\beta} \quad (3)$$

由 Gibbs-Duhem 方程:

$$x^i d\mu_1^i + (1-x^i) d\mu_2^i = 0 \quad (i = \alpha, \beta)$$

可得

$$\frac{x^i}{1-x^i} = - \frac{d\mu_1^i}{d\mu_2^i} \quad (4)$$

将式(4)代入式(3), 即得:

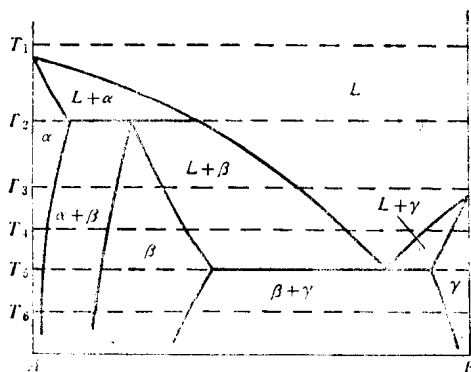


图 4-2

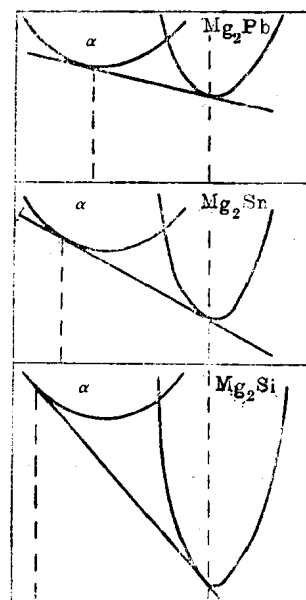


图 4-3

$$x^{\alpha} = x^{\beta}$$

4-4 在同一温度下所形成的化合物越稳定, 则其自由能就越低, 与化合物相邻的端际固溶体的溶解度愈小。二相平衡时, 可利用自由能-成分曲线的公切线法分别求出三个化合物在镁基固溶体中的溶解度大小, 由此即可知硅、锡和铅在镁中的固溶度。

由题意, 这三个化合物的稳定性依次为: $\text{Mg}_2\text{Si} > \text{Mg}_2\text{Sn} > \text{Mg}_2\text{Pb}$, 则如图 4-(3) 所示, 化合物在固态镁中的溶解度依次为: $\text{Mg}_2\text{Pb} > \text{Mg}_2\text{Sn} > \text{Mg}_2\text{Si}$, 也即在镁中铅的固溶度最大, 硅最小。

4-5 (a) 设液相和固相二相平衡时, 可得:

$$\mu_A^L = \mu_A^S \quad (1)$$

$$\mu_B^L = \mu_B^S \quad (2)$$

当为理想溶液时,

$$\mu_A^L = G_A^L + RT \ln x_A^L \quad (3)$$

$$\mu_A^S = G_A^S + RT \ln x_A^S \quad (4)$$

式中 G_A^L 和 G_A^S 分别表示纯 A 在液态及固体时的摩尔自由能; x_A^L 和 x_A^S 分别表示组元 A 在液态及固溶体中的浓度。将式(3)、(4)代入式(1), 得:

$$G_A^S - G_A^L = RT \ln [x_A^L / x_A^S] \quad (5)$$

式中左首应等于组元 A 在一定温度凝固时的自由能变化值。当过冷度不大时可近似表为:

$$G_A^S - G_A^L = \Delta G_A^{L \rightarrow S} = \Delta H_A \left(1 - \frac{T}{T_A}\right) \quad (6)$$

将式(6)代入式(5), 得:

$$\ln (x_A^L / x_A^S) = -\frac{\Delta H_A}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_A}\right) \quad (7)$$

令

$$\frac{\Delta H_A}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_A}\right) = \lambda_A$$

则:

$$\frac{x_A^L}{x_A^S} = e^{\frac{\Delta H_A}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_A}\right)} = e^{\lambda_A} \quad (8)$$

同理可得:

$$\frac{x_B^L}{x_B^S} = e^{\lambda_B} \quad (9)$$

$$\text{式中, } \lambda_B = -\frac{\Delta H_B}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_B}\right)$$

又

$$x_A^L + x_B^L = 1 \quad (10)$$

$$x_A^S + x_B^S = 1 \quad (11)$$

将式(8)、(9)代入式(10), 得:

$$x_A^S e^{\lambda_A} + x_B^S e^{\lambda_B} = 1 \quad (12)$$

再将式(12)代入式(11), 可得固相线方程:

$$x_A^S = \frac{1 - e^{\lambda_B}}{e^{\lambda_A} - e^{\lambda_B}} \quad (13)$$

同理可得液相线方程:

$$x_A^L = \frac{1 - e^{-\lambda_B}}{e^{-\lambda_A} - e^{-\lambda_B}} \quad (14)$$

(b) 参考程序如下:

```

10 INPUT TA, TB, HmA, HmB
20 LPRINT "TA="; TA, "TB="; TB, "HmA="; HmA, "HmB="; HmB
30 D = TA - TB
40 FOR I = 1 TO 10
50 T(I) = TA - I * D / 10
60 K1(I) = EXP[HmA * (1 - T(I) / TA) / (1.987 * T(I))]
70 K2(I) = EXP[HmB * (1 - T(I) / TB) / (1.987 * T(I))]
80 XAs(I) = [1 - K2(I)] / [K1(I) - K2(I)]
90 XAL(I) = XAs(I) / K1(I)
100 LPRINT TAB(1); "*", TAB(50 * XAs(I) + 1), ".", TAB(50 * XAL(I) + 1); ".",
    TAB(51); "*"
110 NEXT I
120 FOR I = 1 TO 51
130 LPRINT TAB(I); "*",
140 NEXT(I)
150 LPRINT "t(I)", "XAs(I)", "XAL(I)", "K1(I)", "K2(I)"
160 FOR I = 1 TO 10
170 LPRINT T(I), XAs(I), XAL(I), K1(I), K2(I)
180 NEXT I
190 END

```

4-6 (a) 由题 4-5 的式(7)可知, 当 $X_A^s = 1$ 时, 可得:

$$\ln X_A^L = \frac{\Delta H_A}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_A} \right)$$

同理有:

$$\ln X_B^L = \frac{\Delta H_B}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_B} \right)$$

将已知数据代入后得:

$$\ln X_A^L = \frac{-300.69}{T} + 0.375$$

$$\ln X_B^L = \frac{-481.12}{T} + 0.509$$

取不同的 T 值, 即求出不同的 x_i 值:

温度 T(K)	300	400	500	600	700	800	900
x_A	0.535	0.6871	0.798	0.882	0.948		
x_B	0.335	0.5	0.635	0.746	0.837	0.912	0.975

作图如图 4-(4)所示, 求得共晶温度 $T_e = 331$ K, 共晶成分 $x_A = 0.588$ 。

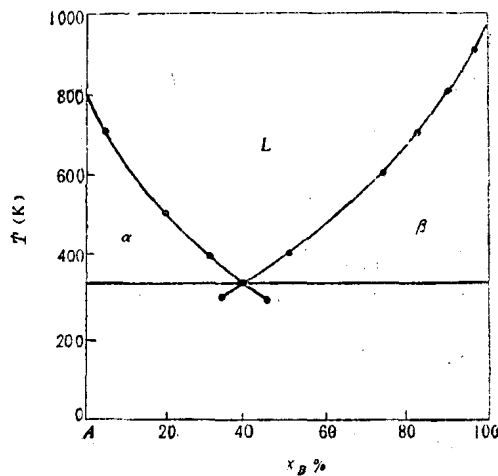


图 4-(4)

(b) 参考程序如下:

```

10 INPUT TA, TB, HmA, HmB
20 TE = 700
30 LPRINT "TA =", TA, "TB =", TB, "HmA =", HmA, "HmB =", HmB
40 FOR I = 1 TO 10
50 K = EXP[(-HmA*(1/TE - 1/TA)/1.987]
60 TE = -[1.987*log(1 - K)/HmB] + 1/TB
70 TE = 1/TE
80 NEXT I
90 LPRINT "TE =", TE
100 DIM T(21), XAL(21), XBL(21)
110 D = TA - TB
120 FOR I = 1 TO 10
130 T(I) = TA - (I - 1)*D/10
140 XAL(I) = EXP[-HmA*(1 - T(I)/TA)/(1.987*T(I))]
150 LPRINT TAB(XAL(I)*50), "*", TAB(51), "*"
160 NEXT I
170 FOR I = 11 TO 20
180 T(I) = TB - (TB - TE)*(I - 10)/10
190 XAL(I) = EXP[-HmA*(1 - T(I)/TA)/(1.987*T(I))]
200 XBL(I) = EXP[-HmB*(1 - T(I)/TB)/(1.987*T(I))]
210 LPRINT TAB(1), "*", TAB[(1 - XBL(I))*50 + 1], "*", TAB[50*XAL(I) + 1], "*",
    TAB(51), "*"
220 NEXT I
230 FOR I = 1 TO 51

```

```

240 LPRINT TAB(I), "*",
250 NEXT I
260 LPRINT
270 FOR I=1 TO 10
280 LPRINT TAB(1), "*", TAB(51), "*"
290 NEXT I
300 FOR I=1 TO 10
310 XBL(I) = 0
320 NEXT I
330 FOR I=1 TO 20
340 LPRINT T(I), XAL(I), 1 - XBL(I)
350 NEXT I
360 END

```

4-7 设均匀固溶体的自由能为 $G(x)$ 均匀; 当产生枝晶偏析时, 假定贫含溶质区的平均浓度为 x_1 , 数量为 α , 富含溶质区的平均浓度为 x_2 , 数量为 $(1-\alpha)$, 则总的自由能为:

$$G_{\text{非均匀}} = \alpha G(x_1) + (1-\alpha) G(x_2)$$

将 $G(x_1)$ 和 $G(x_2)$ 分别在 x 点(均匀成分点)作泰勒级数展开:

$$G(x_1) = G(x) + (x_1 - x) G'(x) + \frac{(x_1 - x)^2}{2!} G''(\xi_1) \quad x_1 < \xi_1 < x$$

$$G(x_2) = G(x) + (x_2 - x) G'(x) + \frac{(x_2 - x)^2}{2!} G''(\xi_2) \quad x < \xi_2 < x_2$$

代入原式后得:

$$G_{\text{非均匀}} = \alpha G(x) + \alpha (x_1 - x) G'(x) + (1-\alpha) G(x) + (1-\alpha) (x_2 - x) G'(x) \\ + \alpha \frac{(x_1 - x)^2}{2!} G''(\xi_1) + (1-\alpha) \frac{(x_2 - x)^2}{2!} G''(\xi_2)$$

式中 $G'(x) = 0$ (合金自由能的极值, 在平衡态应等于零), 则有:

$$G_{\text{非均匀}} = G(x) + \alpha \frac{(x_1 - x)^2}{2!} G''(\xi_1) + (1-\alpha) \frac{(x_2 - x)^2}{2!} G''(\xi_2)$$

$$\because \alpha > 0, (1-\alpha) > 0, G''(\xi_1) > 0, G''(\xi_2) > 0$$

$$\therefore G_{\text{非均匀}} > G_{\text{均匀}}$$

即晶内偏析在热力学上是不稳定的。

4-8 因为铝能溶解硅, 但硅几乎不能溶解铝, 所以硅在铝中溶解的平衡条件为:

$$\mu_{\text{Si}}^{\alpha} = \mu_{\text{Si}}^{\beta} = G_{\text{Si}}^{\beta}$$

对规则溶液,

$$\mu_{\text{Si}}^{\alpha} = G_{\text{Si}}^{\alpha} + RT \ln x_{\text{Si}}^{\alpha} + \Omega (1 - x_{\text{Si}}^{\alpha})^2$$

又因

$$G_{\text{Si}}^{\alpha} - \mu_{\text{Si}}^{\alpha} = G_{\text{Si}}^{\alpha} - G_{\text{Si}}^{\beta} = \Delta G_{\text{Si}} = \Delta H_{\text{Si}} - T \Delta S_{\text{Si}}$$

所以

$$-RT \ln x_{\text{Si}}^{\alpha} - \Omega (1 - x_{\text{Si}}^{\alpha})^2 = \Delta G_{\text{Si}} = \Delta H_{\text{Si}} - T \Delta S_{\text{Si}}$$

设溶解度 $x_{\text{Si}}^{\alpha} \ll 1$, 可得:

$$x_{\text{Si}}^{\alpha} = A \exp(-Q/RT)$$

式中, $A = \exp(\Delta S_{\text{Si}}/R) = \text{常数}$; $Q = \Delta H_{\text{Si}} + \Omega$

对上式两边取对数得:

$$\ln x_{s1} = \ln A - \frac{Q}{RT}$$

$T = 550^\circ\text{C} = 823\text{ K}$ 时,

$$\ln 1.25 = \ln A - \frac{Q}{8.314 \times 823}$$

$T = 450^\circ\text{C} = 723\text{ K}$ 时,

$$\ln 0.46 = \ln A - \frac{Q}{8.314 \times 723}$$

联立二式, 可解得:

$$A = 1851 \quad Q = 5 \times 10^4 \text{ J/mol}$$

即 $x_{s1} = 1851 \exp(-5 \times 10^4 / RT)$ (at%)

当 $T = 200^\circ\text{C} = 473\text{ K}$ 时,

$$x_{s1} = 1851 \exp(-5 \times 10^4 / 8.314 \times 473) = 0.0055 \text{ at\%}.$$

4-9 (a) 在合金成分线与液相线相交点作水平线, 此线与固相线相交点的合金成分即为首先凝固出来的固体成分: $\sim 85\% B$ 。

(b) 作 $60\% B$ 垂直线与 α 固相线相交点的水平线, 此线与液相线 L 相交点的成分即为合金成分: $\sim 15\% B$ 。

(c) 原理同上; $\sim 20\% B$ 。

(d) 利用杠杆定律:

$$L = \frac{80 - 50}{80 - 40} \times 100\% = 75\%$$

$$\alpha = 1 - 75\% = 25\%$$

4-10 设纯溶剂组元 A 的熔点为 T_A , 液相线和固相线近似为直线, 根据已知条件, 则在距离纯组元熔点 x 处的液相线温度 T_L 为:

$$T_L = T_A - mC_L = T_A - mC_0 \left[1 + \frac{1-K}{K} \exp\left(-\frac{R}{D}x\right) \right] \quad (1)$$

但在 x 处液相的实际温度 T 如图 4-(5) 所示, 应为:

$$T = T_A - m \frac{C_0}{K} + Gx \quad (2)$$

则因溶质分布而产生的成分过冷为:

$$\Delta T = T_L - T = -mC_0 \left[1 + \frac{1-K}{K} \exp\left(-\frac{R}{D}x\right) \right] + m \frac{C_0}{K} - Gx \quad (3)$$

令 $\frac{\partial \Delta T}{\partial x} = 0$, 即:

$$(-mC_0) \frac{1-K}{K} \left(-\frac{R}{D}\right) \exp\left(-\frac{R}{D}x\right) - G = 0$$

得

$$x = \frac{D}{R} \ln \left[\frac{mC_0(1-K)R}{GDK} \right] \quad (4)$$

代入(3)式得:

$$\Delta T_{\max} = \frac{mC_0(1-K)}{K} - \frac{GD}{R} \left[1 + \ln \frac{mC_0(1-K)R}{GDK} \right]$$

4-11 如图 4-(6) 所示, 设 x^0 为合金成分, x^L 为凝固中的液体成分, x^S 为固体成分。

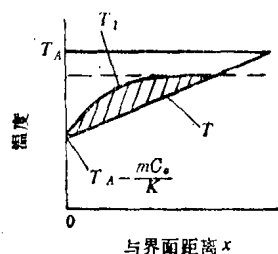


图 4-(5)

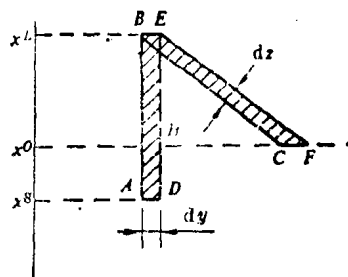


图 4-(6)

当液体凝固长度为 dy , 液固界面前沿的溶质峰从 ABC 移到 DEF 。因为稳态凝固, 溶质浓度保持不变, 即形成固体(面积 $ABED$) 时排出的溶质等于液固界面前沿往剩余液体中扩散出去溶质的量(面积 $BEFC$)。

因为

$$ABED = (x^L - x^S) dy$$

$$BEFC = \overline{EF} dz$$

由相似三角形原理, 有:

$$\frac{\overline{EH}}{\overline{EF}} = \frac{dz}{CF} = \frac{dz}{dy}$$

故

$$\overline{EH} dy = \overline{EF} dz = (x^L - x^0) dy$$

$$\therefore ABED = BEFC$$

$$\therefore (x^L - x^S) dy = (x^L - x^0) dy$$

即

$$x^S = x^0$$

4-12 (a) 由题 4-5 式(7)、(10)和(11), 可写成:

$$\ln \frac{1 - x_B^L}{1 - x_B^S} = \frac{\Delta H_A}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_A} \right) = \frac{\Delta H_A}{R} \frac{T_A - T}{T_A T}$$

设 $0 < x \ll 1$, 可近似为 $\ln(1 - x) \approx -x$; 令 $T_A T \approx T_A^2$, 则上式可写成

$$\frac{x_B^S}{x_B^L} = 1 + \frac{\Delta H_A}{RT_A^2} \cdot \frac{\Delta T}{x_B^L}$$

由题意 $x_B^S \ll x_B^L$, 上式左边近似等于零, 于是有:

$$\frac{\Delta T}{x_B^L} = \text{斜率} = \frac{RT_A^2}{\Delta H_A}$$

即与溶质的熔点、熔化焓无关。

(b) 由(a)可得:

$$\frac{\Delta T}{x_B^L} = \text{斜率} = \left(\frac{RT_A^2}{\Delta H_A} \right) \frac{x_B^S}{x_B^L}$$

右边除 $\frac{x_B^S}{x_B^L}$ 外, 其余的量均为常数, 因而斜率正比于 $\frac{x_B^S}{x_B^L}$ 。

4-13 设 A 为高熔点组元, B 为低熔点组元, 且有:

$$x_A^S + x_B^S = x_A^L + x_B^L = 1 \quad (1)$$

由于 $K < 1$, 则:

$$x_A^S > x_A^L \quad (2)$$

将(1)、(2)式相除得:

$$\frac{x_A^S}{x_A^S + x_B^S} > \frac{x_A^L}{x_A^L + x_B^L}$$

将不等式左边分母减去 x_A^S , 右边分母减去 x_A^L , 不等式仍成立, 即:

$$\frac{x_A^S}{x_A^S + x_B^S - x_A^S} > \frac{x_A^L}{x_A^L + x_B^L - x_A^L}$$

可得:

$$\frac{x_A^S}{x_B^S} > \frac{x_A^L}{x_B^L}$$

4-14 根据已知条件, 由 杠杆定理得:

$$\alpha_{\text{先}} = \frac{23.5 - C_1}{23.5}$$

$$\beta_{\text{先}} = \frac{C_2 - 23.5}{54.6 - 23.5}$$

由题意, $\alpha_{\text{先}} = \beta_{\text{先}}$, 联立上述二式可解得:

$$C_2 = 54.6 - 1.323 C_1 \quad (1)$$

令 C_1 中 α 总量为 $\alpha^1_{\text{总}}$, 则:

$$\alpha^1_{\text{总}} = \frac{54.6 - C_1}{54.6}$$

令 C_2 中 α 总量为 $\alpha^2_{\text{总}}$, 则:

$$\alpha^2_{\text{总}} = \frac{54.6 - C_2}{54.6}$$

由题意

$$\alpha^1_{\text{总}} = 2.5 \alpha^2_{\text{总}}$$

即

$$\frac{54.6 - C_1}{54.6} = \frac{54.6 - C_2}{54.6} \times 2.5 \quad (2)$$

将(1)式代入(2)式, 可解得:

$$C_1 = 12.7 \text{ wt \% Ni}$$

$$C_2 = 37.8 \text{ wt \% Ni}$$

4-15 根据已知条件, 设共晶片间距为 λ , 则凝固时每 m^3 共晶有 $\left(\frac{2}{\lambda}\right)m^2$ 的 α/β 界面, 因此凝固 1 摩尔液体时体系自由能的变化为:

$$\Delta G_{\text{总}} = -\frac{1}{3} \Delta G + \frac{2 \sigma_{\alpha\beta} V_s}{\lambda}$$

式中 ΔG 为相变驱动力, 当过冷度不大时可写成 $\Delta G = \frac{\Delta H \Delta T}{T_E}$, T_E 为共晶温度; $\sigma_{\alpha\beta}$ 为 α/β 界面能; V_s 为摩尔体积。令 $\Delta G_{\text{总}}^* = 0$, 即可解得共晶间距:

$$\lambda = \frac{6 \sigma_{\alpha\beta} V_s T_E}{\Delta H \Delta T}$$

(a) 当 $\lambda = 0.2 \mu\text{m}$ 时

$$\Delta T = \frac{6 \sigma_{\alpha\beta} V_s T_E}{\Delta H \lambda} = \frac{6 \times 400 \times 10^{-3} \times 1 \times 1000}{800 \times 10^6 \times 0.2 \times 10^{-6}} = 15(^{\circ}\text{C})$$

(b) 当 $\lambda = 1 \mu\text{m}$ 时,

$$\Delta T = \frac{6 \times 400 \times 10^{-3} \times 1 \times 1000}{800 \times 10^6 \times 1 \times 10^{-6}} = 3(^{\circ}\text{C})$$

4-16 设棒的半径与片的厚度均为 r , 长为 l , 根据给定条件, 可计算得棒状共晶的六边形体积为:

$$V = 6 \times \frac{1}{2} \lambda^2 \frac{\sqrt{3}}{2} l = \frac{3\sqrt{3}}{2} \lambda^2 l$$

其中 β 相的体积为:

$$V_{\beta} = 3 \pi r^2 l$$

$$\beta/\alpha \text{ 相界面积} = 6 \pi r l$$

设层片状共晶与棒状共晶的体积分数相同, 由此可解出层片状共晶的宽度 x :

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \lambda^2 l = 2 \lambda x l$$

即

$$x = \frac{3}{4} \sqrt{3} \lambda$$

由此得层片状共晶的 β/α 相界面积为

$$4 x l = 3 \sqrt{3} \lambda l$$

若棒状共晶组织中 α/β 相界面积小于层片状, 即:

$$6 \pi r l < 3 \sqrt{3} \lambda l$$

或

$$r < \frac{\sqrt{3}}{2 \pi} \lambda$$

则有:

$$\beta = \frac{\beta \text{ 相体积}}{\text{共晶体积}} = \frac{3 \pi r^2 l}{\frac{3\sqrt{3}}{2} \lambda^2 l} < \frac{3 \pi \left(\frac{\sqrt{3}}{2 \pi} \lambda\right)^2 l}{\frac{3\sqrt{3}}{2} \lambda^2 l} = 27.6\%$$

上式表明当 β 相体积分数小于 27.6% 时有利于形成棒状共晶; 若设棒状共晶组织中 β/α 相界面大于层片状, 即 $r > \frac{\sqrt{3}}{2 \pi} \lambda$, 则得 $\beta > 27.6\%$, 表明当 β 相体积分数大于 27.6% 时, 有利于形成层片状共晶组织。

4-17 (a) 为共晶组织; (b) 为过共晶组织; (c) 为亚共晶组织。这是因为过共晶合金的初始晶体为硅, 由于铝溶于硅的溶解度极小, 初始凝固的晶体几乎为纯硅, 相当于纯组元凝固, 先后所得的固相没有浓度变化, 因此不显示树枝晶偏析; 硅的 $\frac{\Delta S}{R}$ 较大, 无论在正温度梯度或负温度梯度条件下都使晶体在宏观上具有小面的晶形, 即有较规则的外观如 (b) 图中的黑色块状组织所示。亚共晶合金的初始晶体为 $\alpha(\text{Al})$ 固溶体, 溶解了一定量的硅, 凝固时固体有浓度变化。当冷速快扩散不完全时, $\alpha(\text{Al})$ 固溶体呈现树枝状晶体, 在显微磨面上常呈椭圆型或不规则形状, 如图 (c) 中大块白色组织所示。

可采用加入变质剂(钠剂)或增加冷却速率来细化此合金的铸态组织。

4-18 如图 4-(7)(a) 所示:

(1) 在 b 点, $k-b$ 线的延长线进入了单相区;

(2) 在 $a-b$ 线上只有两个相 L 和 β , 因而根据相律, $a-b$ 线不可能是水平线。另外在

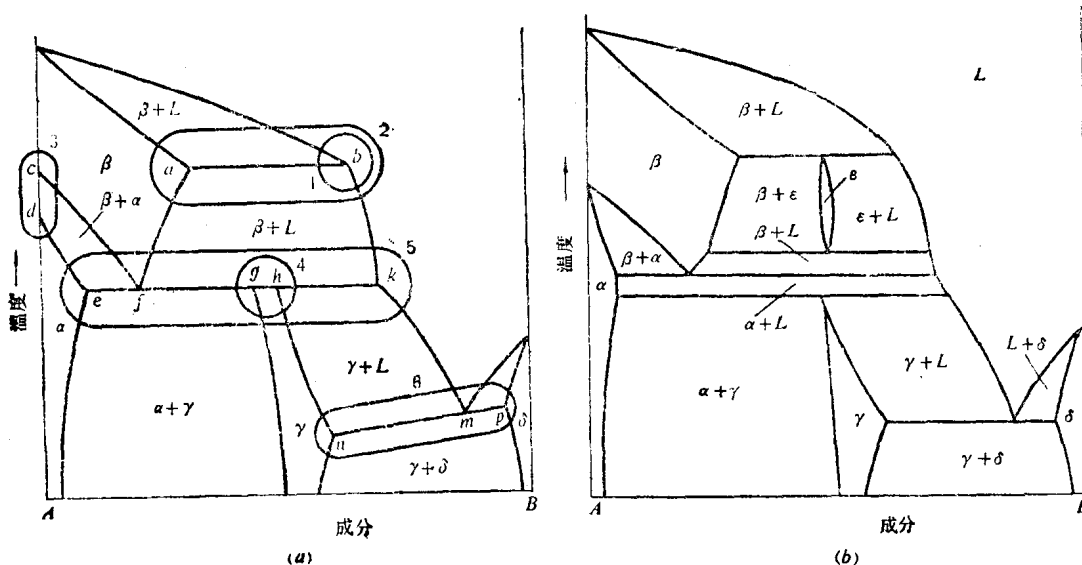


图 4-(7)

α - b 线上下是两个二相区, 不符合界面接触规则;

(3) 纯 A 的 $\alpha \rightarrow \beta$ 转变有一个温度区间 $c-d$, 这不符合相律, 纯组元在恒压下的转变只可能在一个温度进行;

(4) γ 相的 $g-h$ 线不符合相律。对于三相平衡反应, 每一相只能有一个成分。另外, $g-h$ 线也不符合界面接触规则, 单相区 γ 不能与三相区 $L + \beta + \gamma$ 线接触;

(5) 沿 $efghk$ 线上有四相平衡, 不符合相律。二元系在恒压下最多只可能有三相平衡;

(6) nmp 线不符合相律, 因为此线表示三相平衡, 按相律, 它必须是恒温的, 因而是水平线。

改正后的相图见图 4-(7)(b) 所示。

4-19 (a) 相区符号如图 4-(8) 所示。

(b) 1. 纯金属凝固, $L \rightleftharpoons A$; 2. 固溶体凝固, $L \rightleftharpoons \alpha$; 3. 固溶体多形型转变, $\alpha \rightleftharpoons \beta$; 4. 包晶转变, $L + \gamma \rightleftharpoons \alpha$; 5. 合晶转变, $L_1 + L_2 \rightleftharpoons \gamma$; 6. 共析转变, $\gamma \rightleftharpoons \alpha + \epsilon$; 7. 包析转变, $\alpha + \epsilon \rightleftharpoons \delta$; 8. 偏晶转变, $L_2 \rightleftharpoons L_3 + \gamma$; 9. 共晶转变, $L_3 \rightleftharpoons \gamma + \epsilon$; 10. 固溶体凝固, $L \rightleftharpoons \epsilon$; 11. 偏析转变, $\epsilon'' \rightleftharpoons \epsilon' + \eta$; 12. 纯金属凝固, $L \rightleftharpoons B(\epsilon)$; 13. 纯金属同素异构转变, $B(\epsilon) \rightleftharpoons B(\eta)$ 。

(c) 上题中的 3、6、7、11、13 均为固态相变, 另外还有脱溶转变(相图上固态有溶解度变化的区域), Spinodal 转变 ($\epsilon \rightarrow \epsilon' + \epsilon''$)。

4-20 已知 $r_{Cu} = 0.1278 \text{ nm}$, $r_{Bi} = 0.1535 \text{ nm}$, 则:

$$\delta = \frac{r_{Cu} - r_{Bi}}{r_{Cu}} = \frac{0.1278 - 0.1536}{0.1278} = -20\%$$

$$\delta = \frac{r_{Bi} - r_{Cu}}{r_{Bi}} = \frac{0.1536 - 0.1278}{0.1536} = 16.7\%$$

两者的原子半径差均超过 $\pm 15\%$, 因此在固态难以形成置换固溶体, 由此可估计 270°C

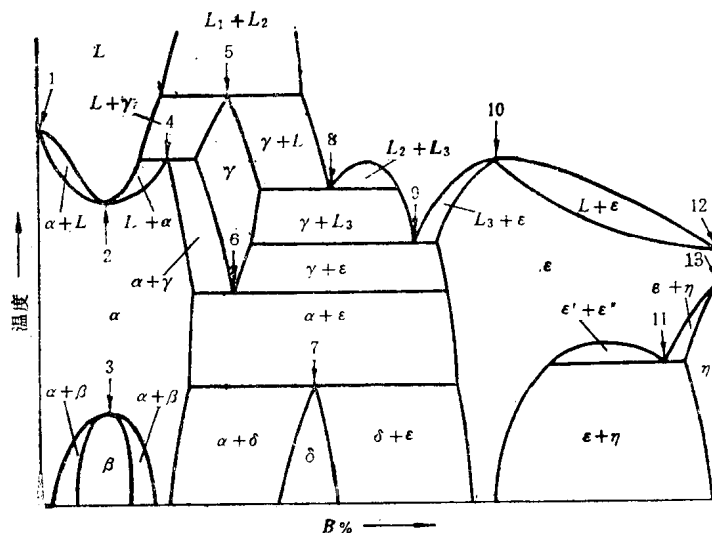


图 4-(8)

发生的三相反应为共晶转变。又因 $T_{Cn} \gg T_{Bi}$ ，所以共晶点应偏在铋组元一边，草绘相图如图 4-(9) 所示。

4-21 (a) 作相图如图 4-(10) 所示。

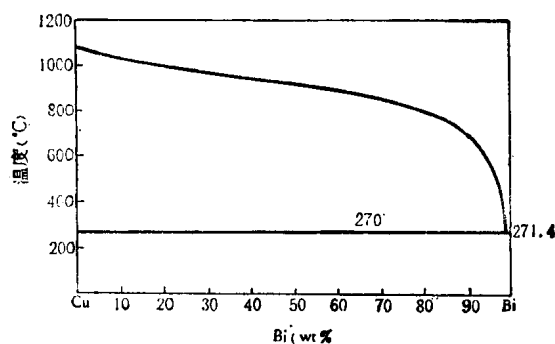


图 4-(9)

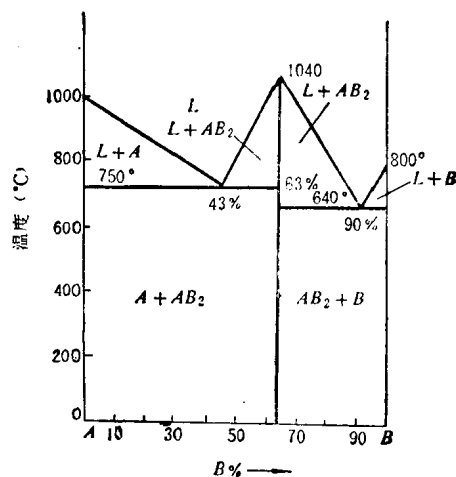


图 4-(10)

$$A \text{ 原子} = \frac{37}{28} \times 6.02 \times 10^{23},$$

$$B \text{ 原子} = \frac{63}{24} \times 6.02 \times 10^{23}$$

$$\frac{A \text{ 原子}}{B \text{ 原子}} = \frac{37 \times 24}{28 \times 63} = 0.5$$

得中间化合物的分子式为 AB_2 。

(b) 由杠杆定律，得：

$$\text{纯 } A = \frac{43 - 20}{43} \times 100 = 53.5 \text{ kg}$$

4-22 首先求出中间化合物中各组元的重量百分数, 设化合物中含A组元为 x , 则含B组元为 $1-x$, 由4-21题, 可得:

$$\frac{A \text{ 原子}}{B \text{ 原子}} = \frac{\frac{x}{30}}{\frac{1-x}{50}} = 2$$

由上式解得 $x \approx 0.55$, 即化合物中含A组元55 wt%, 含B组元45 wt%。

由此作成相图如图4-(11)所示。

4-23 设共晶线上两 endpoint 成分分别为 x, y , 共晶点成分为 z , 则根据已知条件, 有:

$$73.3\% = \frac{z-25}{z-x} \times 100\%$$

$$26.7\% = \frac{25-x}{z-x} \times 100\%$$

$$40\% = \frac{z-50}{z-x} \times 100\%$$

$$50\% = \frac{y-50}{y-x} \times 100\%$$

由上式分别解得 $x=5\% B$, $y=95\% B$, $z=80\% B$ 。作成相图如图4-(12)所示。

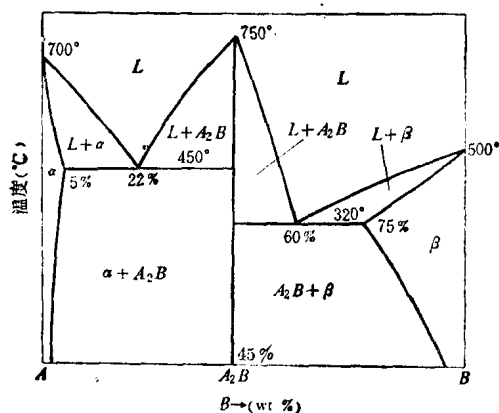


图 4-(11)

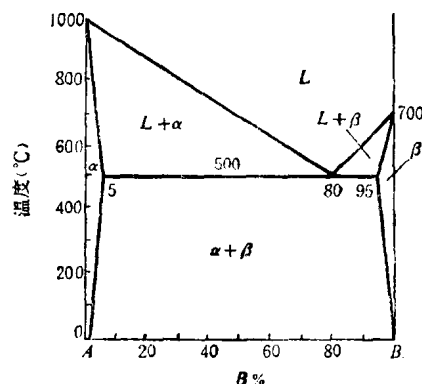


图 4-(12)

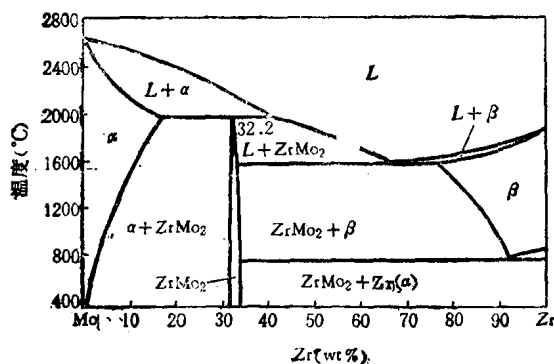


图 4-(13)

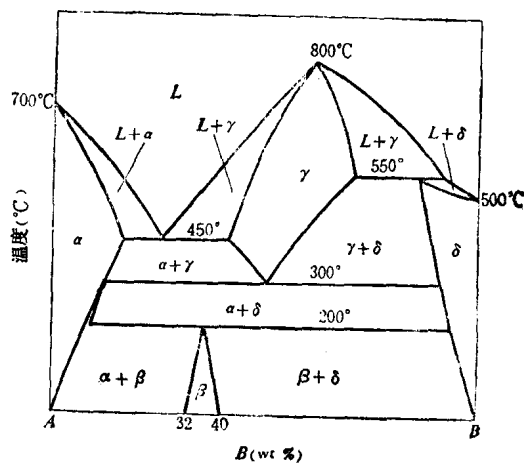


图 4-(14)

4-24 作 Mo-Zr 相图如图 4-(13)所示。

4-25 据题意作相图如图 4-(14)所示。

4-26 (a) 对 ε 相:

$$\text{铁原子} = \frac{38}{55.847} \times 6.02 \times 10^{23} = 4.09 \times 10^{23}$$

$$\text{钽原子} = \frac{62}{108.9479} \times 6.02 \times 10^{23} = 2.06 \times 10^{23}$$

$$\frac{\text{铁原子}}{\text{钽原子}} = \frac{4.09 \times 10^{23}}{2.06 \times 10^{23}} \approx 2$$

即 ε 相分子式为 Fe_2Ta , 同理得 μ 相分子式为 FeTa 。

(b) 平衡冷却时的组织为均匀的 (Ta) 相。当为非平衡冷却时, 由于其液相线与固相线的间距较大, 将产生严重的浓质偏析。当偏析成分达到 85.2% Ta 时, 将产生共晶转变; 此时一般以离异共晶的形式存在于晶界上, 因此非平衡冷却的组织为树枝晶 (Ta) 和晶界处的 μ 相。由于该合金不发生固溶体多形型转变, 所以不能通过热处理细化晶粒。

(c) 凡是凝固过程是恒温进行的, 均不会产生成分过冷, 如纯金属 (100% Fe 和 100% Ta), 共晶 (21.75% Ta、70.1% Ta, 85.2% Ta)、中间相的极值处 (62% Ta、78% Ta) 等。凡液相线和固相线间隔较大的如 8.54% Ta、55% Ta、95% Ta 等, 在凝固中均有可能产生成分过冷, 形成树枝晶组织, 产生分散缩孔, 从而使铸件疏松。

4-27 根据题意, 相图的固相线可表为:

$$y = mx + b$$

式中 y 为温度, x 为成分, m 和 b 为常数。由相图可得:

$$577 = m(99.83) + b$$

$$1414 = m(100) + b$$

$$\text{解得: } m = 4924, b = -4.909 \times 10^5$$

由相图查得, 成分为 90% Si 的液相线温度约为 1360°C, 相应的固体成分可利用上式求出:

$$1360 = 4924x - 4.909 \times 10^5$$

$$\text{或 } x = \frac{1360 + 4.909 \times 10^5}{4924} = 99.9892\% \text{ Si}$$

$$\text{则 } C_s = 100\% - 99.9892\% = 0.0108\% \text{ Al}$$

$$C_L = 100\% - 90\% = 10\% \text{ Al}$$

$$K = \frac{C_s}{C_L} = \frac{0.0108}{10} = 1.08 \times 10^{-3}$$

4-28 根据已知条件, 由相图解得:

$$K = \frac{C_s}{C_L} = \frac{5.65}{35.2} = 0.16$$

$$m = \frac{660.37 - 548}{35.2} = 3.2$$

(a) 由正常凝固方程得:

$$C_s = C_0 K \left(1 - \frac{x}{L}\right)^{K-1} = 1 \times 0.16 (1 - 0.5)^{0.16-1} = 0.286\% \text{ Cu}$$

(b) 由区域熔化方程得:

$$C_s = C_0 \left[1 - (1 - K) \exp\left(-\frac{Kx}{L}\right) \right]$$

$$= 1 \times \left[1 - (1 - 0.16) \exp\left(-\frac{0.16 \times 5}{0.5}\right) \right] = 0.83\% \text{ Cu}$$

(c) 显微组织中出现轻微胞状, 可视作发生成分过冷的临界条件, 即:

$$\frac{G}{R} = \frac{m C_0}{D} \frac{1 - K}{K}$$

得 $C_0 = \frac{GD}{Rm} \cdot \frac{K}{1 - K} = \frac{30 \times 3 \times 10^{-5} \times 0.16}{3 \times 10^{-4} \times 3.2 \times (1 - 0.16)} = 0.18\% \text{ Cu}$

4-29 (a)

$$T = T_0 - m \frac{C_0}{K} = 660.37 - 3.2 \times \frac{0.5}{0.16} = 650.37(^{\circ}\text{C})$$

(b) 保持平面界面凝固的临界条件为:

$$G \geq \frac{m C_0 R (1 - K)}{DK} = \frac{3.2 \times 0.5 \times 3 \times 10^{-4} \times (1 - 0.16)}{3 \times 10^{-5} \times 0.16} = 84(^{\circ}\text{C}/\text{cm})$$

(c) $T = 660.37 - 3.2 \times \frac{2}{0.16} = 620.37(^{\circ}\text{C})$

$$G \geq \frac{3.2 \times 2 \times 3 \times 10^{-4} \times (1 - 0.16)}{3 \times 10^{-5} \times 0.16} = 336(^{\circ}\text{C}/\text{cm})$$

4-30 (a)、(b)如图 4-(15)所示。

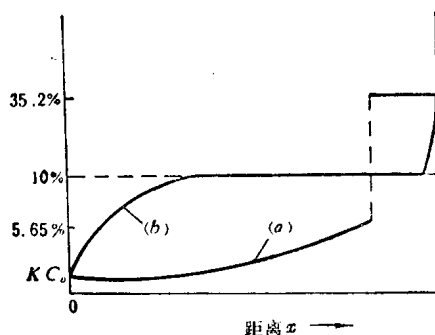


图 4-(15)

(c) 对(a)铸件, 随凝固的进行, 液相溶质浓度将不断上升; 当液体成分达到 35.2% Cu 时, 剩余液体将全部转变为共晶, 此时 α 固溶体的成分为 5.65% Cu。用正常凝固方程可求出 $C_s = 5.65\% \text{ Cu}$ 时试棒的长度百分数:

$$C_s = K_0 C_0 \left(1 - \frac{x}{L} \right)^{K_0 - 1}$$

$$5.65 = 0.16 \times 10 \left(1 - \frac{x}{L} \right)^{0.16 - 1}$$

可解得

$$\frac{x}{L} = 0.78。$$

由此得共晶占试棒的长度百分数为:

$$100\% - 78\% = 22\%$$

对(b)铸件,凝固时溶质仅有扩散,当达到稳定状态,即溶质从固体界面排入液体的速度恰好等于溶质从界面富集层扩散出去的速度时,铸件凝固的成分等于合金原始成分,直到凝固接近终了而剩余液体甚少时,溶质浓度才开始升高。所以可认为试棒中的共晶分数近似为零。

4-31 设熔区前进 dx 时,液体中增加的溶质量 $= C_0 dx$, 由 dx 体积的凝固,使液体中溶质减少了 $C_s dx$ (C_s 为凝固固体浓度),液体中溶质量的变化为:

$$l dC_L = C_0 dx - C_s dx = (C_0 - C_s) dx$$

对上式进行积分,当 $x=0$, $C_L = C_0$; $x=x$, $C_L = C_L$, 即

$$\int_0^x \frac{1}{l} dx = \int_{C_0}^{C_L} \frac{1}{C_0 - C_s} dC_L$$

又有 $C_s = KC_L$, 代入得:

$$\frac{x}{l} = \int_{C_0}^{C_L} \frac{1}{K \left(\frac{C_0}{K} - C_L \right)} dC_L$$

或

$$\frac{Kx}{l} = - \left[\ln \left(\frac{C_0}{K} - C_L \right) - \ln \left(\frac{C_0}{K} - C_0 \right) \right]$$

$$\exp \left(- \frac{Kx}{l} \right) = \frac{C_0 - C_L K}{C_0 (1 - K)}$$

$$C_L K = C_0 \left[1 - (1 - K) \exp \left(- \frac{Kx}{l} \right) \right]$$

即

$$C_s = C_0 \left[1 - (1 - K) \exp \left(- \frac{Kx}{l} \right) \right]$$

4-32 (a) 在不平衡凝固条件下,首先将形成树枝状的 α 晶体;随凝固进行,当液体中溶质富集处达到包晶成分时,将产生包晶转变: $L + \alpha \rightarrow \beta$, 从而在枝晶间形成 β 相;继续冷却至 586°C 时发生共析反应: $\beta \rightarrow \alpha + \gamma$; 冷却至 520°C 时再次发生共析反应: $\gamma \rightarrow \alpha + \delta$, 因此铸件的最后组织将是在 α 的枝晶间分布着块状 δ 相或 $(\alpha + \delta)$ 共析体。

(b) Cu-30% Zn 合金的凝固温度范围窄,不易产生宽的成分过冷区,即以“壳状”方式凝固,液体的流动性好,易补缩,容易获得致密的铸件,铸件组织主要为平行排列的柱状晶带。

Cu-10% Sn 合金具有宽的凝固温度范围,容易形成宽的成分过冷区,即以“糊状”方式凝固,液体流动性差,不易补缩,这是使铸件产生分散砂眼的主要原因,铸件的致密性差,铸件组织主要由树枝状柱状晶和中心等轴晶组成。

(c) Cu-2% Sn 合金为单相 α 组织,塑性好,易于进行压力加工; Cu-11% Sn, Cu-15% Sn 合金的铸态组织中含有硬而质脆的 β 、 δ 等中间相组织,不易塑性变形,适宜于用铸造法来制造耐磨机件。

4-33 (a) 图表示铸件组织为完全粗大的等轴树枝状晶粒。其产生原因可能是:较高的浇注温度,导热性差的砂模。高的浇注温度使游离的晶粒再熔化,同时使模壁温度升高,使重新生成的晶核数目减少;导热性差的砂模,在凝固初期不易形成密集的凝固壳,使晶粒易从型壁处游离出去,在柱状晶形成前均匀分布于整个铸件截面,得以阻止柱状晶形成,从而获得全部等轴晶。若浇注温度高,则游离晶粒大多被再熔,得到粗大的等轴晶组织。(b)

图为完全细小的等轴晶组织。可能产生原因：低的浇注温度，导热性差的砂模。由于浇注温度低，大量游离晶粒不易重熔，即可获得完全细小的等轴晶组织。(c)图为典型的三晶带铸件组织。可能产生原因：适中的浇注温度，导热性好的金属模子。由于模子导热好，凝固初期易形成密集的凝固壳，晶粒不易游离。又由于在垂直模壁方向散热最快，晶体逆着传热最快的反方向以很大速度向液体伸展，形成择优生长的柱状晶。在凝固后期，由于中心液体也达到过冷条件，也能生成晶核，且由于散热均匀，最终长大成等轴晶。

4-34 (a) $\sim 823^{\circ}\text{C}$;

(b) 在共析温度 727°C , (忽略 $\text{Fe}_3\text{C}_{\text{III}}$ 的析出);

(c) 0.77% C, 即共析成分;

$$(d) \alpha\text{-Fe 为 } \frac{6.69-1}{6.69-0.02} \times 100 = 85.3(\text{g})$$

$$\text{Fe}_3\text{C 为 } 100 - 85.3 = 14.7(\text{g})$$

$$(e) \text{ 珠光体为 } \frac{2.11-1}{2.11-0.77} \times 100 = 82.8(\text{g})$$

$$\text{Fe}_3\text{C}_{\text{II}} \text{ 为 } 100 - 82.8 = 17.2(\text{g})$$

4-35 (a) 设合金含碳量为 x , 则根据杠杆定律,

$$50\% \alpha = \frac{0.77-x}{0.77}$$

$$x = 0.77 - (0.5 \times 0.77) = 0.385(\text{wt. \% C})$$

(b) 合金为 $(\alpha + \gamma)$ 两相组织;

(c) 合金为全部奥氏体组织。

$$4-36 \quad \alpha \text{ 为 } \frac{6.69-0.4}{6.69} = 94\%$$

$$\text{Fe}_3\text{C 为 } 1 - 0.94 = 6\%$$

$$\alpha_{\text{先}} \text{ 为 } \frac{0.77-0.4}{0.77} = 48\%$$

$$P \text{ 为 } 1 - 0.48 = 52\%$$

4-37 1. 首先凝固出一次渗碳体, $L \rightarrow \text{Fe}_3\text{C}_I$; 2. 冷至 1148°C 时发生共晶反应, $L \rightarrow \gamma + \text{Fe}_3\text{C}$, 即莱氏体; 3. 继续冷却, 莱氏体中的奥氏体析出二次渗碳体, $\gamma \rightarrow \text{Fe}_3\text{C}_{\text{II}}$; 4. 至 727°C , 莱氏体中的奥氏体发生共析反应, $\gamma \rightarrow \alpha + \text{Fe}_3\text{C}$, 即珠光体; 5. 继续冷却, 珠光体中的铁素体析出三次渗碳体, $\alpha \rightarrow \text{Fe}_3\text{C}_{\text{III}}$ 。

由杠杆定律;

$$\text{Fe}_3\text{C}_I \text{ 为 } \frac{5-4.3}{6.69-4.3} = 29\%$$

$$\text{莱氏体为 } 1 - 0.29 = 71\%$$

$$\text{共晶渗碳体为 } \frac{4.30-2.11}{6.69-2.11} \times 71\% = 34\%$$

$$\text{共晶奥氏体为 } 71\% - 34\% = 37\%$$

$$\text{Fe}_3\text{C}_{\text{II}} \text{ 为 } \frac{2.11-0.77}{6.69-0.77} \times 37\% = 8.37\%$$

$$\text{珠光体为 } 37\% - 8.37\% = 28.63\%$$

$$\text{共析渗碳体为 } \frac{0.77-0.02}{6.69-0.02} \times 28.63\% = 3.2\%$$

$$\text{共析铁素体为 } 28.63\% - 3.2\% = 25.43\%$$

$$\text{Fe}_3\text{C}_{\text{III}} \text{ 为 } \frac{0.02}{6.69} \times 25.43\% = 0.076\%$$

4-38 由题意。设

$$C^{\gamma} = A \exp(-Q/RT)$$

在等式二边取对数，

$$\ln C^{\gamma} = \ln A - \frac{Q}{RT}$$

由铁-碳相图，可得：

$$\ln 0.77 = \ln A - \frac{Q}{R \times 1000}$$

$$\ln 2.11 = \ln A - \frac{Q}{R \times 1421}$$

联立上述二式，可解得：

$$Q = 28 \text{ kJ}, A = 22.3$$

即得

$$C^{\gamma} = 22.3 \exp(-2.8 \times 10^3/RT)$$

第五章 三元合金及其凝固

一、选择题

1. A 2. B 3. C 4. A 5. A 6. B 7. C 8. C 9. C 10. B 11. A
12. C

二、解答题

5-1 设新合金成分为 x ，则由杠杆定理可知， x 必定位于 0 和 z 的连线上，于是得：

$$\frac{Q_0}{Q_z} = \frac{x_z}{x_0}$$

$$\therefore \frac{Q_0}{Q_z} = \frac{30}{10} = 3/1$$

$$\therefore \frac{x_z}{x_0} = 3/1$$

即 x 点位于 0 点的距离为 1、离 z 点的距离为 3 处。由图 5-4 可查得 x 合金的成分为：20% A, 40% B, 40% C。

5-2 由已知条件，温度 t_1 时组元 B、液相 L 和合金点 K 应在一条直线上，则由杠杆定理可得：

$$\frac{W_B}{W_L} = \frac{K-40}{100-K} = 2$$

$$K-40 = 2(100-K), K = 80$$

合金含 80% B。又已知：

$$A + C = 100 - 80 = 20$$

$$A = 3C,$$

由此解得

$$A = 15, C = 5$$

即K合金成分为：15% A、80% B、5% C。

5-3 在二元合金成分 55% Pb-45% Zn 处平行三元系的 Zn-Sn 边作一直线，定出此线与图中每一连接线相交点的锡浓度，然后用杠杆定理即可计算富铅液体的分数。

富铅液体的变化从二元 Pb-Zn 合金处的 ~60% 到 55% Pb-20% Zn-25% Sn 处的接近 100%。

5-4 (a) 成分点见 5-(1) 所示。在 600°C 时合金 P 由 $\alpha + \beta$ 相组成；合金 Q 由 $\beta + \gamma$ 相组成；合金 T 由 α 相组成。

(b) 设所求合金中含铜量为 X_{Cu} ，含锡量为 X_{Sn} ，含锌量为 X_{Zn} ；P 合金中含铜、锡、锌量分别为 $x_{Cu}^P, x_{Sn}^P, x_{Zn}^P$ ；Q 合金中为 $x_{Cu}^Q, x_{Sn}^Q, x_{Zn}^Q$ ；T 合金中为 $x_{Cu}^T, x_{Sn}^T, x_{Zn}^T$ ；根据已知条件，P 合金占新合金的重量分数为 $\frac{5}{5+5+10} = 25\%$ ，Q 合金为 $\frac{5}{20} = 25\%$ ，T 合金为

$$\frac{10}{20} = 50\%,$$

由重心规则可得：

$$25\% x_{Cu}^P + 25\% x_{Cu}^Q + 50\% x_{Cu}^T = X_{Cu}$$

$$25\% x_{Sn}^P + 25\% x_{Sn}^Q + 50\% x_{Sn}^T = X_{Sn}$$

$$25\% x_{Zn}^P + 25\% x_{Zn}^Q + 50\% x_{Zn}^T = X_{Zn}$$

将已知数值代入得：

$$X_{Cu} = 25\% \times 63\% + 25\% \times 54\% + 50\% \times 66\% = 62.25\%$$

$$X_{Sn} = 25\% \times 5\% + 25\% \times 6\% + 50\% \times 1\% = 3.25\%$$

$$X_{Zn} = 25\% \times 32\% + 25\% \times 40\% + 50\% \times 33\% = 34.5\%$$

即新合金的成分为：62.25% Cu, 3.25% Sn, 34.5% Zn。

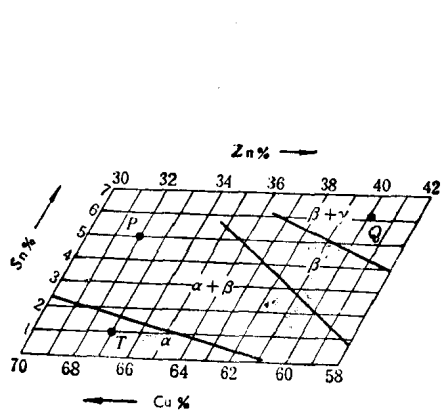


图 5-(1)

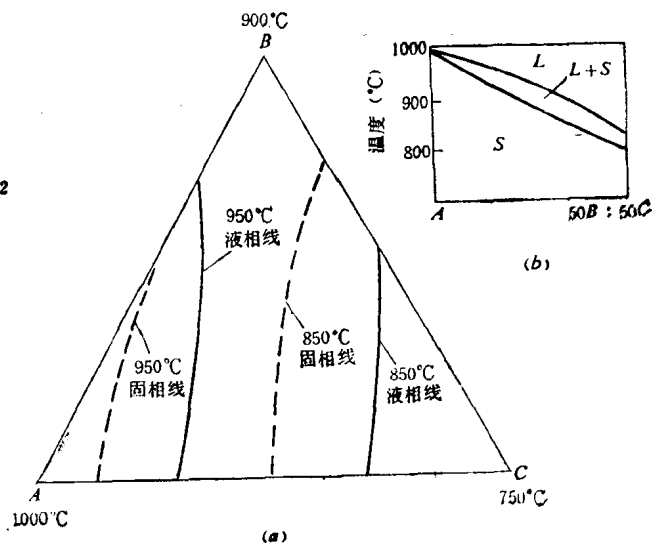


图 5-(2)

5-5 (a) 根据已知条件分别作 AB 、 AC 和 BC 二元相图,并假设液相线和固相线是光滑的,然后在三个二元相图上作 950°C 的割线,可在 AB 二元相图上得到与液相线相交点的成分约为 $70\% B$ 、 $30\% A$,在 AC 二元相图上与液相线相交点的成分约为 $35\% C$ 、 $65\% A$,而在 BC 相图则不与液相线相交。最后在三元投影图上,用光滑曲线连接两个二元成分,即为 950°C 液相线的近似投影,同理可得 850°C 的液相线投影,如图 5-(2) (a) 中实线所示。

(b) 作法同上,如图 5-(2) (a) 中虚线所示。

(c) 如图 5-(2) (b) 所示。

5-6 首先作一浓度三角形,如图 5-(3) 所示,然后标上各相成分,合金成分点为 a ,

$$(a) \quad \text{液相分数} = \frac{ab}{Lb} = \frac{57-30}{57-10} \times 100 = 56.5\%$$

$$\alpha \text{ 相分数} = \frac{ad}{\alpha d} = \frac{40-35}{85-35} \times 100 = 10\%$$

$$\beta \text{ 相分数} = 100\% - 56.5\% - 10\% = 33.5\%$$

(b) 设合金成分为 x ,并必定在 $\alpha-\beta$ 相成分点的连线上,由杠杆定理得:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{x-10}{85-x} = 1$$

$$x = 47.5 (A\%)$$

再从浓度三角形上查得 $B = 14.5\%$, $C = 38\%$ 。

5-7 (a) 计算步骤同题 5-6。液体分数为 18% , α 相分数为 45% , β 相分数为 37% 。

(b) 根据已知条件分别作出在 550°C 、 520°C 和 500°C 的连接三角形,然后从液相浓度、 α 相浓度作切线,它们分别交于 $\alpha\beta$ 线的延长线和 $L\beta$ 线,由此可判断为包晶型三相反应: $L + \beta \rightarrow \alpha$,如图 5-(4) 所示。

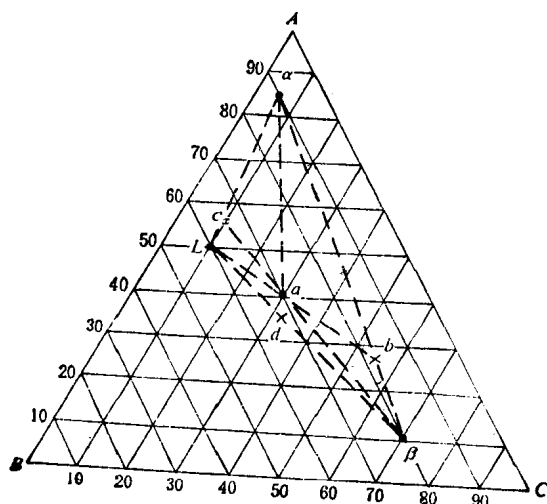


图 5-(3)

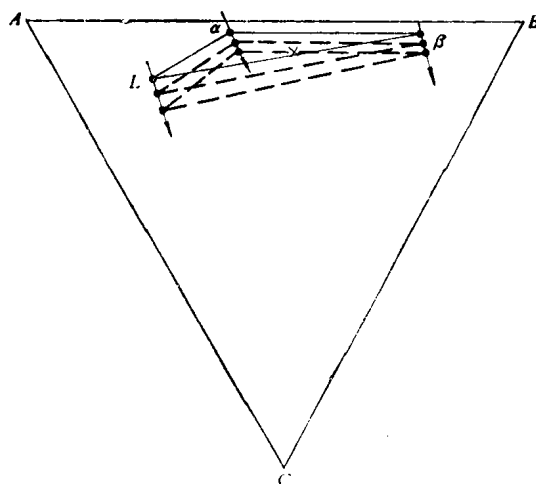


图 5-(4)

(c) 因为体系中仅存在三个相,即液相、 α 相和 β 相,可知三元系中的一个二元系是完全固溶的。根据相律,该三元系不存在恒温转变。现假设 AB 和 BC 二元系含有包晶转变, AC 二元系显示完全固溶,于是液相投影线由在 AB 和 BC 中连接包晶液体成分曲线($m-n$)

组成。固相投影线由连接参加包晶反应的 $\alpha(d-g)$ 和 $\beta(e-f)$ 成分曲线, 以及 β 和 α 在室温的固溶度曲线 $e'-f'$ 、 $d'-g'$ 组成, 如图 5-(5) 所示。

(c) 根据合金在投影图上的位置(图 5-(5)中 x), 平衡冷凝过程为: (I) $L \rightarrow \beta$; (II) $L + \beta \rightarrow \alpha$, 初晶 β 耗尽, 液相又进入二相区; (III) $L \rightarrow \alpha$, 直至凝固结束。室温组织为包晶 α 和固溶体 α (如溶质完全扩散均匀, 两者一般不能区别)。

5-8 (a) 根据所给数据可知 AB 、 AC 二元系均为共晶型相变 $L \rightarrow \alpha + \beta$ 。用光滑曲线连接 AB 和 AC 系共晶液体的成分, 即为液相线投影线; 分别连接在 AB 、 AC 中 α 和 β 的成分点, 即为固相投影线; 最后近似画出 α 和 β 在室温的溶解度线, 如图 5-(6) 所示。

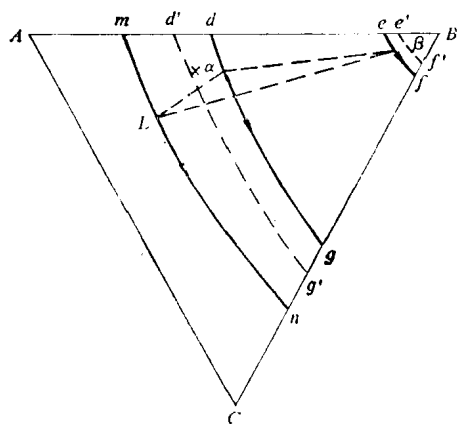


图 5-(5)

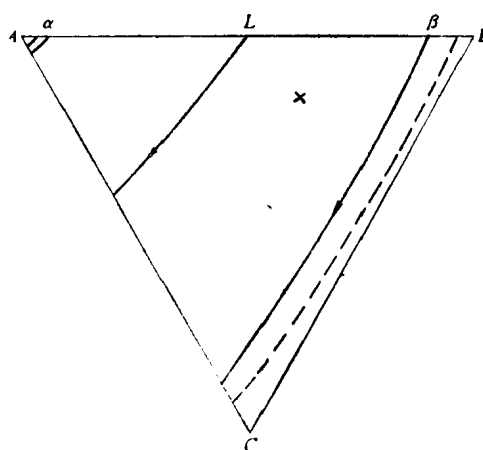


图 5-(6)

(b) 合金成分点见图 5-(6) 上 x 。凝固过程如下: (I) $L \rightarrow \beta$; (II) $L \rightarrow \alpha + \beta$; (III) $\alpha \rightarrow \beta_{II}$, $\beta \rightarrow \alpha_{II}$, 室温组织为 $\beta_{初晶} + (\alpha + \beta)_{共晶} + \alpha_{II} + \beta_{II}$ 。

5-9 (a) 已知三元系在固态互不溶解, 又无化合物产生, 因此可以推断二元系均是共晶类型, 因而在 600°C 发生的是三元共晶反应: $L \rightarrow A + B + C$ 。合金 1、2、3 分别表示了 $L \rightarrow A + B$, $L \rightarrow B + C$, $L \rightarrow A + C$ 二元共晶反应的成分和温度。为了确定三元共晶成分, 可从 A 角引一直线通过合金 4, 从 B 角引一直线通过合金 5, 二直线的相交点即是三元共晶成分。作图如图 5-(7) 所示。

(b) 合金 1: $L \rightarrow A + B$; $A + B$ 。室温组织为二元共晶 ($A + B$)。

合金 4: $L \rightarrow A$; $L \rightarrow A + B + C$; $A + B + C$ 。室温组织为 $A_{初晶} + (A + B + C)_{三元共晶}$ 。

合金 5: $L \rightarrow B$; $L \rightarrow A + B + C$; $A + B + C$ 。室温组织为 $B_{初晶} + (A + B + C)_{三元共晶}$ 。

(c) $A_{初晶} \approx 66\%$ 。

5-10 根据三元系重心定理, 当 L 分解为 α 、 β 、 γ 三相时, L 必位于 $\triangle\alpha\beta\gamma$ 的重心位, 由作图即可确定液相成分为 $40\%A + 40\%B + 20\%C$ 。

各相分数分别为: $\alpha = 53\%$; $\beta = 38\%$; $\gamma = 9\%$ 。

5-11 (a) 作图如图 5-(8) 所示。

(b) 合金 I: 过合金成分点(I)作 ac 线的平行线, 与 ab 线交于 f , 即为 α 相的成分; 与 ce 线交于 g , 即为 γ 相的成分, 如图 5-(8) 中虚线所示。

相成分: α 相, $64\%A + 19\%B + 17\%C$

γ 相, $22\%A + 8\%B + 70\%C$ 。

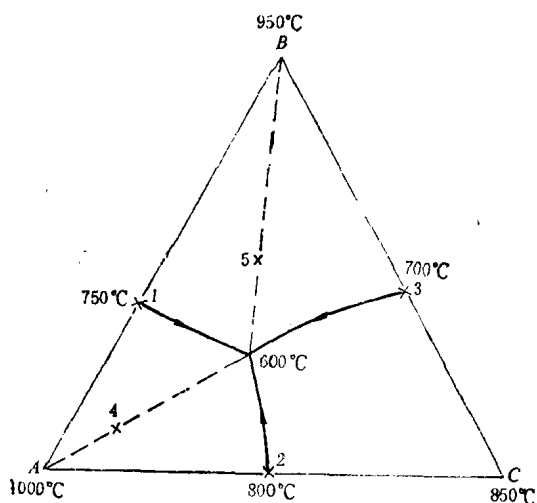


图 5-(7)

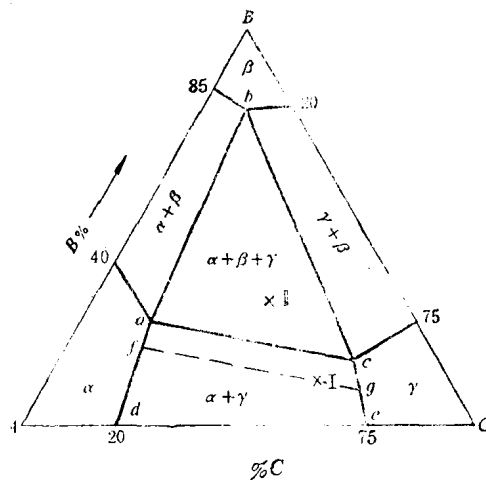


图 5-(8)

相的重量百分数: α 相 $\frac{Ig}{fg} \times 100\% = 20.3\%$

γ 相 $100\% - 20.3\% = 79.7\%$

合金 II: 该合金位于三相区域, 相的成分可直接由图 5-(8) 定出, 相的成分和重量分数也可采用重心规则算出:

α 相: 60% A + 25% B + 15% C 29.6%

β 相: 10% A + 80% B + 10% C 18.5%

γ 相: 20% A + 15% B + 65% C 51.9%

5-12 (a) E_1E_T 存在的反应是 $L \rightarrow \alpha + A_pC_q$; E_2E_T 存在的反应是 $L \rightarrow \alpha + A_mB_n$; E_3E_T 存在的反应是 $L \rightarrow A_pC_q + A_mB_n$ 。

(b) I 成分合金平衡冷凝后存在的相为 α , A_mB_n 和 A_pC_q ; 组织为:

$\alpha_{\text{初晶}} + (\alpha + A_mB_n)_{\text{二元共晶}} + (\alpha + A_mB_n + A_pC_q)_{\text{三元共晶}}$ 。

II 成分合金平衡冷凝后存在的相为: α , A_mB_n 和 A_pC_q ; 组织为:

$A_pC_q_{\text{初晶}} + (A_pC_q + \alpha)_{\text{二元共晶}} + (\alpha + A_mB_n + A_pC_q)_{\text{三元共晶}}$ 。

(c) 如图 5-(9) 所示, $(\alpha + A_mB_n + A_pC_q)$ 三元共晶体的成分相当于 E_T 点, α 初晶的成分相当于 a 点, 由等量 α 初晶和 $(\alpha + A_mB_n + A_pC_q)$ 三元共晶所组成的合金成分必位于 E_Ta 连线的中点 C_0 。

$(\alpha + A_mB_n)$ 二元共晶体的成分沿温度变化的方向呈共晶三角形下降, 最后落到三元共晶面边线 as 上, 因而两固相的平均成分必位于三元共晶面边界上。过 E_Ta 线中点 C_0 作平行于 as 边线的直线与 E_2E_T 线相交于 C_1 点, 连接 E_TC_1 延长线与 as 线相交于 H , H 点为二元共晶点的平均成分, C_1 即为所求等量的 $(\alpha + A_mB_n)$ 二元共晶和 $(\alpha + A_mB_n + A_pC_q)$ 三元共晶所组成的合金成分。

5-13 $c-d$ 垂直截面见图 5-(10)(a), $A-b$ 垂直截面见图 5-(10)(b)。

复杂三元系垂直截面图的画法步骤如下:

(a) 首先确定截线在投影图上的交点并编号, 定出各交点所处温度的高低。

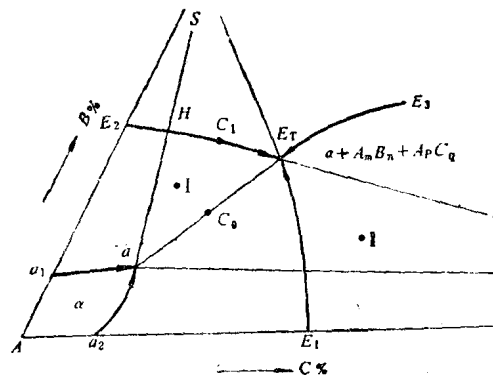


图 5-(9)

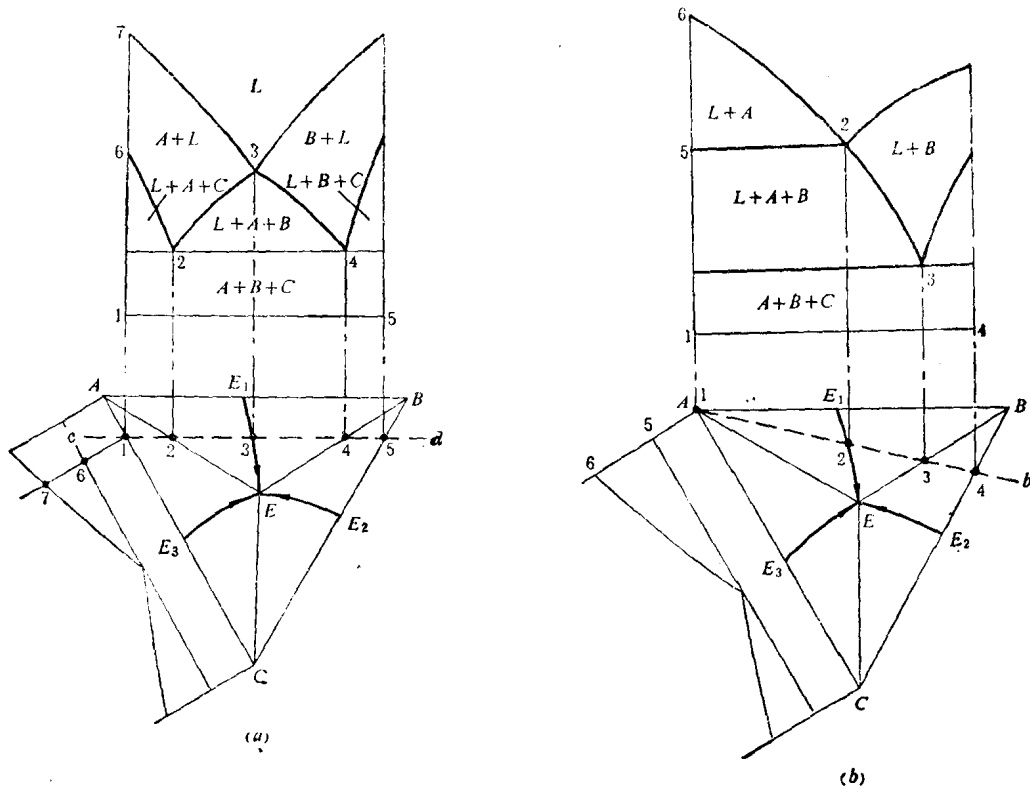


图 5-(10)

(b) 一般先画出四相平衡面的位置,在垂直截面图上应为水平线。图 5-(10) 中的三元系在固态无溶解变化,因而水平线(四相平衡面)横贯整个截面图。

(c) 然后判断截线在四相平衡面上下各截过几个三相区,三相区在垂直截面图上一般为曲边三角形(见图 5-(10)(a))或四边形(见图 5-(10)(b)),但也有例外,应注意。在 c-d 垂直截面图,共截过四个三相区,在四相平衡面上三个,即 1~2 之间的 AEC, 2~4 之间的 AEB, 4~5 间的 BEC, 在四相平衡面以下则为一个。其中 1、2、4、5 交点均在水平线上, 3 点处于 AB 二元共晶线上,温度高于三元共晶温度,因而位于水平线上面。

(d) 再确定与三相区及四相平衡面相连接的二相区及单相区位置。截线在投影图边线上的交点若不易确定,可作相应二元系相图,在同一位置作垂直截线,即能确定截线在边线

上的交点和位置,如图 5-(10)(a)、(b)所示。

(e) 最后用光滑曲线连接各交点。一般液相线为上凸形,固相线为下凹形(图 5-(10)(b)图中 5-2 水平线表示的是 AB 系二元共晶线,为例外)。再在各区域填上相符号。在截面图上相区相邻规则为:相数差为一的相邻区以线段交界,相数差大于一和等于零的相邻区只能交于一点。由此可检查所画截面是否正确。

5-14 (a) $A-X$ 截面图如图 5-(11)(a)所示。5-7-8 交于四相平衡面为水平线;6 交于 AB 系二相共晶线上;4-9 交于三元共晶($\alpha+\beta+\gamma$)的固溶度变化面上,分别与 5-8 相连接,3 交于二相共晶($\alpha+\beta$)固溶度变化曲面上,其位置应低于 6,但高于水平线。在四相平衡面上截过二个三相区;交于 3-5-6-7 为 $L+\alpha+\beta$ 三相区,交于 7-8-10 为 $L+\beta+\gamma$ 三相区;在四相平衡面下为一个三相区,即交于 4-9 的 $\alpha+\beta+\gamma$ 三相区。根据截线通过投影图的位置,作 BC 二元相图,可确定 11、12 的位置。最后用光滑曲线连接各交点,并填上各相区符号。

同理可得 $x-y$ 垂直截面图如图 5-(11)(b)所示。

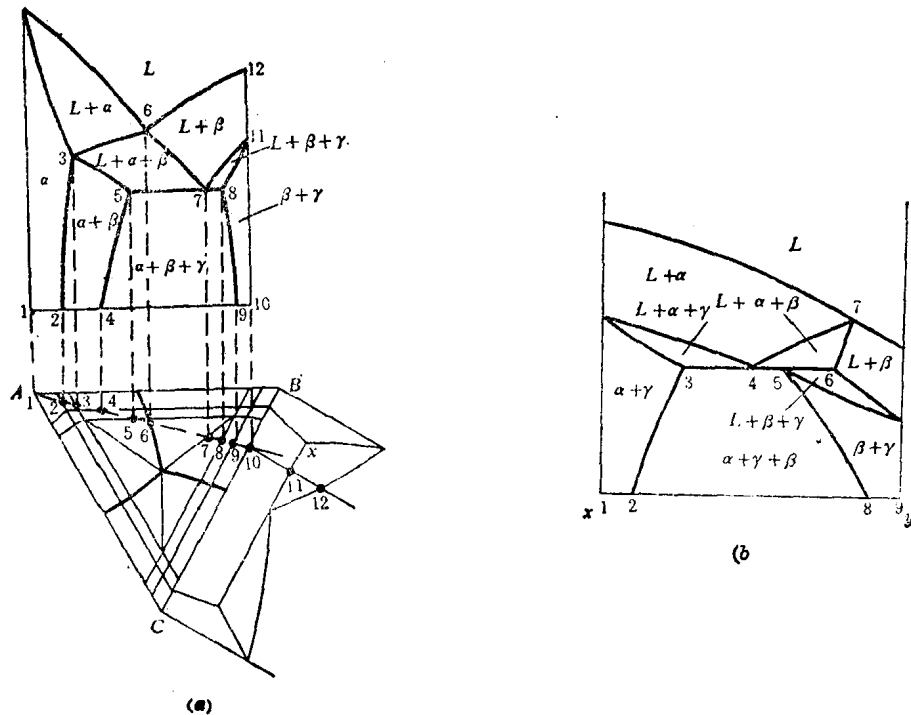


图 5-(11)

(b) 三元共晶相图:合金 I 在投影图上位于 7, 冷却过程为: (I) $L \rightarrow \beta$; (II) $L \rightarrow \alpha + \beta + \gamma$, 凝固结束。随后冷却仅有固溶度变化。合金 II 位于 4~5 之间, 冷却过程为: (I) $L \rightarrow \alpha$; (II) $L \rightarrow \alpha + \beta$, 凝固结束, 进入两相区 $\alpha + \beta$ 。继续冷却仅有固溶度变化。

三元包共晶相图:合金 I 位于 5~6 之间, 冷却过程为: (I) $L \rightarrow \alpha$; (II) $L + \alpha \rightarrow \beta$; (III) $L + \alpha \rightarrow \beta + \gamma$, 固相 α 耗尽, 剩余液体进入三相区; (IV) $L \rightarrow \beta + \gamma$, 凝固结束。继续冷却, 依次进入 $\beta + \gamma$ 二相区和 $\alpha + \gamma + \beta$ 三相区, 固体有溶解度变化。合金 II 位于 2~3 之间, 冷却过程为: (I) $L \rightarrow \alpha$; (II) $L + \alpha \rightarrow \gamma$, 凝固结束。继续冷却, 依次进入 $\alpha + \gamma$ 二相区和 $\alpha + \gamma + \beta$ 三

相区。固体有溶解度变化。

5-15 (a) 作图如图 5-(12)所示, 图中近似画出了溶解度变化曲线, 可见为三元包共晶相图。

(b) AB 系: $L + \beta \rightleftharpoons \alpha$ 。 BC 系: $L + \beta \rightleftharpoons \gamma$ 。 AC 系: $L \rightleftharpoons \alpha + \gamma$ 。 ABC 系: $L + \beta \rightleftharpoons \alpha + \gamma$ 。
纯金属凝固: $L \rightarrow A$; $L \rightarrow B$; $L \rightarrow C$ 。

(c) 冷却过程为: (I) $L \rightarrow \beta$; (II) $L + \beta \rightarrow \alpha$; (III) $L + \beta \rightarrow \alpha + \gamma$, 凝固结束。应用重心规则可得各相的量为: $\sim 33\% \alpha$, $\sim 50\% \beta$, $\sim 17\% \gamma$ 。

(d) 冷却过程为: (I) $L \rightarrow \beta$; (II) $L + \beta \rightarrow \gamma$, β 耗尽; (III) $L \rightarrow \gamma$; (IV) $L \rightarrow \alpha + \gamma$, 凝固结束。相组成为: α, γ ; 组织为: $\gamma + (\alpha + \gamma)$ 二元共晶。(忽略二次析出相)。

5-16 (a) 纯金属凝固: $L \rightarrow A, L \rightarrow B, L \rightarrow C$; 纯金属 A 同素异构转变: $\delta \rightarrow \alpha$ 。 AB 系: 共晶转变, $L \rightarrow \alpha + \delta$; 共析转变, $\delta \rightarrow \alpha + \beta$ 。 AC 系: 共晶转变, $L \rightarrow \gamma + \delta$; 共析转变, $\delta \rightarrow \gamma + \alpha$ 。 BC 系: 共晶转变, $L \rightarrow \beta + \gamma$ 。 ABC 系: 三元共晶反应, $L \rightarrow \delta + \beta + \gamma$; 三元共析反应, $\delta \rightarrow \alpha + \beta + \gamma$ 。

(b) 二元共析: $\delta \rightarrow \gamma + \alpha$, $\delta \rightarrow \alpha + \beta$; 三元共析: $\delta \rightarrow \alpha + \beta + \gamma$; 以及 α, β, γ 的脱溶转变, 纯金属 A 同素异构转变: $\delta \rightarrow \alpha$ 。

(c) $V-W$ 垂直截面图如图 5-(13)所示。2-10 交于三元共析反应的四相平衡面上, 为水平线。4 交于 ac_1H_T 和 $c_1H_Ta_1$ 二个三相区三角形的交线上, 亦位于三元共析的四相平衡面上。5-9 交于三元共晶四相平衡面上, 位于三元共析面的上方, 并且 5 与 4、9 与 10 分别相连接。7 交于 AB 系二相共晶线上, 高于三元共晶面。6 交于 aE_Tc 三角形和 aE_Tb 三角形交线上。8 交于 aE_Tb 三角形和 cE_Tb 三角形的交线上, 均位于三元共晶面上。3 交于 δ 固溶体的溶解度曲面上; 1-11 交于三元共析体 $(\alpha + \beta + \gamma)$ 的溶解度曲面, 并分别与 2 和 10 相连。

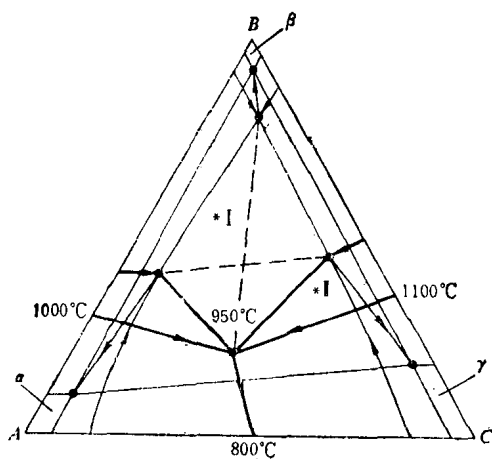


图 5-(12)

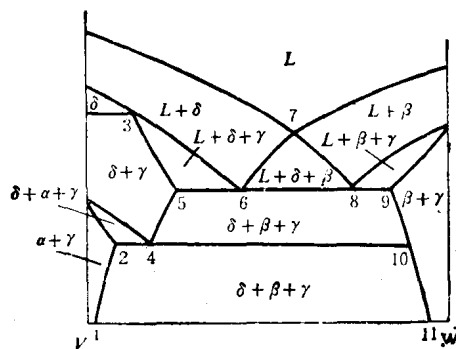


图 5-(13)

(d) 合金 I(9-10 两点之间): (I) $L \rightarrow \beta$; (II) $L \rightarrow \beta + \gamma$; 凝固结束, 依次进入 $\beta + \gamma$ 二相区和 $(\delta + \beta + \gamma)$ 三相区; (III) 然后发生三元共析反应, $\delta \rightarrow \alpha + \beta + \gamma$, 进入三相区 $(\alpha + \beta + \gamma)$ 。室温时平衡组织: $\beta_{初晶} + (\beta + \gamma)$ 二元共晶。 + $(\alpha + \beta + \gamma)$ 三元共晶。(忽略二次析出相)。

合金 II(2-3 两点之间): (I) $L \rightarrow \delta$; 凝固结束, 进入 δ 单相区; 继续冷却; (II) $\delta \rightarrow \gamma$;

(III) $\delta \rightarrow \alpha + \gamma$; (III) $\delta \rightarrow \alpha + \beta + \gamma$; 进入三相区($\alpha + \beta + \gamma$)。室温时平衡组织:

$\gamma + (\alpha + \gamma)$ 二元共晶 + $(\alpha + \beta + \gamma)$ 三元共晶。

5-17 (a) (I) 液相线温度约为 770°C ; (II) 如图 5-(14)(a) 所示, 在浓度三角形的铜组元一角过合金成分点作连接线交于二相共晶 ($\text{Cu} + \text{Cu}_3\text{P}$) 线上 b 点。由杠杆定律得液体分数为 $\frac{ax}{ab} = 87\%$; (III) 由(II)知, 当液体成分达到共晶时, 初晶铜量约为 13% 。继续凝固, 液体成分沿共晶线变化, 至含银量为 10% 时 (图中 d 点) 形成共晶分数为 $\frac{bd}{ce} \times 87\% \approx 22\%$, 剩于液相分数为 $87\% - 22\% = 65\%$, 共晶体中含铜相为 $\frac{40}{100} \times 22\% = 8.8\%$, 即铜相总和为 $13\% + 8.8\% = 21.8\%$, Cu_3P 分数为 $100\% - 65\% - 21.8\% = 13.2\%$; (IV) 初晶铜为 13% , 二元共晶 ($\text{Cu} + \text{Cu}_3\text{P}$) 为 $\frac{eb}{ec} \times 87\% = 65\%$, 三元共晶

$(\alpha + \text{Cu}_3\text{P} + \text{Ag}) = 100\% - 13\% - 65\% = 22\%$ 。

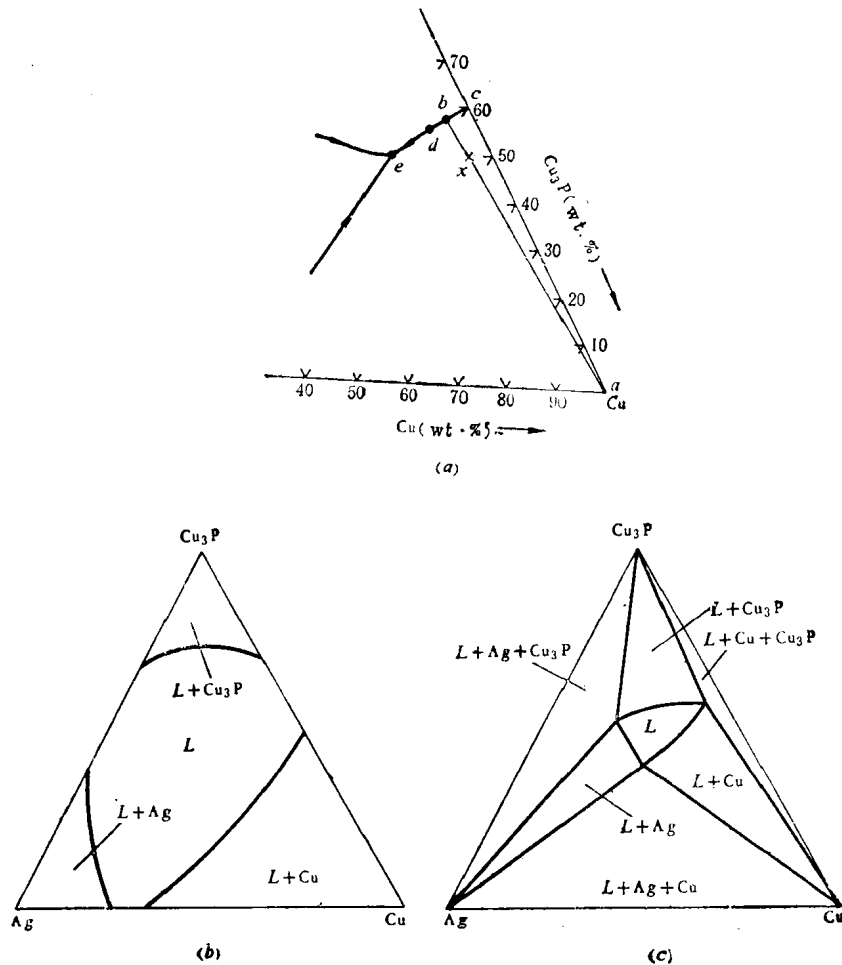


图 5-(14)

(b) 800°C 的等温截面如图 5-(14) 所示(b); 高于三元共晶温度但低于二元共晶温度的等温截面如图 5-(14)(c) 所示。

5-18 (a) 合金在投影图处于 $(\alpha + \beta + \delta)$ 三相区域, 平衡冷凝过程如下: (I) $L \rightarrow \alpha$; (II)

$L + \alpha \rightarrow \beta$; (III) $L \rightarrow \alpha + \beta + \delta$, 凝固结束。室温组织为: $\alpha_{\text{初晶}} + \beta_{\text{包晶}} + (\alpha + \beta + \delta)_{\text{三元共晶}}$ 。

(b) 合金位于投影图中 $\delta + \beta$ 两相区, 平衡凝固过程为: (I) $L \rightarrow \beta$; (II) $L \rightarrow \beta + \delta$, 凝固结束, 室温组织为: $\beta_{\text{初晶}} + (\beta + \delta)_{\text{共晶}}$ 。

5-19 (a) 合金(I): 在 $\sim 570^\circ\text{C}$ 开始凝固, $L \rightarrow \text{Al}$; $L \rightarrow \text{Al} + T$; 至 450°C 时, 发生三元共晶反应 $L \rightarrow \text{Al} + \beta + T$, 凝固结束。合金(II): 在 $\sim 580^\circ\text{C}$ 开始凝固, $L \rightarrow \text{Al}$; $L \rightarrow \text{Al} + S$; 至 467°C 发生三元包共晶反应, $L + S \rightarrow \text{Al} + T$, 凝固结束。合金(III): 在 $\sim 635^\circ\text{C}$ 开始凝固, $L \rightarrow \text{Al}$; $L \rightarrow \text{Al} + S$, 凝固结束(由 b 图查得该合金固态处于 $(\text{Al} + S)$ 区域, 无 θ 相, 由此即可推断该合金不发生 $L \rightarrow \text{Al} + \theta + S$ 的三元共晶反应)。

(b) 对二元 $\text{Al}-4.5\% \text{Cu}$ 合金, 在 500°C 时合金组织是单相 Al 固溶体, 而同一温度的三元合金 $(\text{Al}-4.5\% \text{Cu}-2.5\% \text{Mg})$ 组织是 Al 固溶体 + S 相。从固相线投影图可知, 三元合金中的铜的固浓度要比二元合金的低得多。淬火后在 200°C 重新加热, 二元合金的组织为 Al 固溶体 + θ 相, 而在三元合金则析出 S 相, 组织为 Al 固溶体 + S 相。

5-20 (a) 由图5-13(b), $\text{Ly}2$ 合金在高温时位于 α 单相区, 降温过程中进入 $S_1\alpha_1\alpha_4S_4$ 溶解度曲面, 析出 S_{II} , 直至室温, 因此该合金强化相为 S_{II} 。 $\text{Ly}11$ 合金高温时亦位于 α 单相区, 降温时首先进入 $\alpha_1\alpha'_1\alpha'_4\alpha_4$ 溶解度区, 析出 θ_{II} , 在较低温度时进入 $\alpha_1\theta_1\theta_4$ 区域, 同时析出 θ_{II} 和 S_{II} , 直至室温, 因此该合金的强化相主要为 θ_{II} , 其次为 S_{II} 。 $\text{Ly}12$ 合金在高温时位于 $(\text{Al} + \theta)$ 二相区域视成分范围的波动有可能进入 $(\text{Al} + \theta + S)$ 三相区, 冷却过程中亦首先析出 θ_{II} , 然后同时析出 S_{II} 和 θ_{II} , 参考(a)图, 可知该合金中析出 S_{II} 要多于 θ_{II} , 因此该合金的主要强化相为 S_{II} , 其次为 θ_{II} 。

(b) 合金的淬火组织主要是考虑高温固溶态组织, 因而 $\text{Ly}2$ 和 $\text{Ly}11$ 合金的淬火态组织均为铝固溶体。 $\text{Ly}12$ 合金的淬火组织视成分范围波动及铸造条件不同, 可在铝固溶体的晶粒间残存少量 θ 相和 S 相等离异共晶体。

5-21 (a) P 点为三元包共晶反应: $L + \text{FeAl}_3 \rightleftharpoons \text{Al} + \text{Cu}_2\text{FeAl}_7$; E_T 点为三元共晶反应: $L \rightarrow \text{Al} + \text{Cu}_2\text{FeAl}_7 + \text{CuAl}_2$ 。

E_1P 单变线为共晶线, 反应式为: $L \rightarrow \text{Al} + \text{FeAl}_3$ 。理由: E_1 点是二元共晶点, 同时液相的变化规迹通过两固线共轭线。

PE_T 单变线为共晶线, 反应式为: $L \rightarrow \text{Al} + \text{Cu}_2\text{FeAl}_7$ 。理由: E_T 点是三元共晶点, PE_T 线走向 E_T 点, 同时液相的变化规迹通过两固相共轭线。

P_1P 单变线为包晶线, 反应式为: $L + \text{FeAl}_3 \rightarrow \text{Cu}_2\text{FeAl}_7$ 。理由: 液相的变化规迹(P_1P 单变线)没有通过两固相的共轭线而与此共轭线的延长线相交。

E_2E_T 与 E_3E_T 单变线均为共晶线, 反应式为: $L \rightarrow \text{Al} + \text{CuAl}_2$; $L \rightarrow \text{CuAl}_2 + \text{Cu}_2\text{FeAl}_7$ 。理由: 液相的变化规迹均通过两固相共轭线, 单变线走向 E_T 。

(b) 合金凝固过程为: (I) $L \rightarrow \text{FeAl}_3$; (II) $L + \text{FeAl}_3 \rightarrow \text{Cu}_2\text{FeAl}_7$, FeAl_3 耗尽, 液体进入二相区; (III) $L \rightarrow \text{Cu}_2\text{FeAl}_7$; (IV) $L \rightarrow \text{Al} + \text{Cu}_2\text{FeAl}_7$; (V) $L \rightarrow \text{Al} + \text{Cu}_2\text{FeAl}_7 + \text{CuAl}_2$, 凝固结束。显微组织为:

$\text{Cu}_2\text{FeAl}_7_{\text{包晶}} + (\text{Al} + \text{Cu}_2\text{FeAl}_7)_{\text{共晶}} + (\text{Al} + \text{Cu}_2\text{FeAl}_7 + \text{CuAl}_2)_{\text{三元共晶}}$ 。

(c) E_T 合金由 Al 、 Cu_2FeAl_7 、 CuAl_2 三部分组成, 由重心定理, 这三部分的相对量分别为: 43% Al , 52% CuAl_2 , 5% Cu_2FeAl_7 , 即三元共晶中 CuAl_2 相最多, Cu_2FeAl_7 相最少。

(d) 当杂质铁的含量为1%时, Al-10% Cu 合金中杂质铁是以 Cu_2FeAl_7 化合物的形态存在。 Cu_2FeAl_7 通过下列反应结晶出来:

(I) $L \rightarrow \text{Al}$; $L \rightarrow \text{Al} + \text{Cu}_2\text{FeAl}_7$; $L \rightarrow \text{Al} + \text{Cu}_2\text{FeAl}_7 + \text{CuAl}_2$ 。

(II) $L \rightarrow \text{Al}$; $L \rightarrow \text{Al} + \text{CuAl}_2$; $L \rightarrow \text{Al} + \text{CuAl}_2 + \text{Cu}_2\text{FeAl}_7$ 。

5-22 (a) 合金冷凝过程为: (I) $L \rightarrow \text{AuSn}_2$; (II) $L \rightarrow \text{AuSn}_2 + \text{Pb}$; (III) $L + \text{AuSn}_2 \rightarrow \text{Pb} + \text{AuSn}_4$; (IV) $L \rightarrow \text{AuSn}_4 + \text{Pb}$; (II) $L \rightarrow \text{AuSn}_4 + \text{Pb} + \text{Sn}$, 凝固结束。

(b) 从金组元角到 40% Pb - 60% Sn 成分点作一直线, 此线与 280°C 等温线相交点的成分中含金量即为 280°C 时所能溶解的金含量: $\sim 26\% \text{Au}$ 。

(c) 40% Pb-60% Sn, 在 220°C 能溶解 10% Au, 凝固时析出初晶为 AuSn_2 。

50Pb-50% Sn, 在 240°C 能溶解 8.5% Au, 凝固时析出初晶为 Pb。

5-23 (a) $\sigma + \gamma$ 二相。

(b) γ 单相。

(c) 在 5% Ni 处作 Cr-Fe 线的平行线, 表示此线上所有合金均含 5% Ni。由图可见, 含铬量为 21%~30% 时合金位于 $\alpha + \gamma + \sigma$ 三相区, σ 相的分数从 0 增加到 50% (用重心规则计算); 含铬量为 30%~45% 时位于 $\gamma + \sigma$ 二相区, σ 相的分数从 50% 增加到 100%; 含铬量为 45%~53% 时, σ 相均为 100%; 当含铬量从 53% 增加到 $\sim 63\%$ 时, σ 相分数从 100% 降低到 0。

5-24 (a) 由液相面等温线投影图得开始凝固温度为 $\sim 620^\circ\text{C}$; 由固相面等温线投影图得凝固终了温度为 $\sim 530^\circ\text{C}$ 。相组成为: Al + Si 二相; 组织为: $\text{Al}_{\text{初晶}} + (\text{Al} + \text{Si})_{\text{共晶}}$ (忽略二次析出相)。

(b) 平衡凝固组织应为 Al 固溶体 (有少量二次析出相)。当为非平衡凝固时则有可能出现共晶体 (Al + Si)、(Al + CuAl_2) 和 (Al + Si + CuAl_2)。这是因为冷却速度快时, 液固界面处溶质来不及扩散, 富集溶质的液体达到共晶成分时 (二元或三元) 即产生共晶转变, 一般以离异共晶的形式分布在 Al 固溶体的晶界处。

(c) 不能。因为合金相图上除了溶解度变化外不发生任何固态相变, 热处理的加热、保温和冷却对铸件晶粒的细化不起任何作用, 只能控制二次析出相的大小。

5-25 1585°C: $L + \text{M}_3\text{C}_2 \rightleftharpoons \text{石墨} + \text{M}_7\text{C}_3$

1415°C: $L + \text{M}_{23}\text{C}_6 \rightleftharpoons \text{M}_7\text{C}_3 + \alpha$

1275°C: $L + \alpha \rightleftharpoons \gamma + \text{M}_7\text{C}_3$

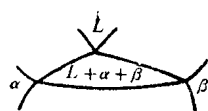
1230°C: $L + \text{石墨} + \text{M}_7\text{C}_3 \rightleftharpoons \text{M}_3\text{O}$

1160°C: $L + \text{M}_7\text{C}_3 \rightleftharpoons \gamma + \text{M}_3\text{C}$

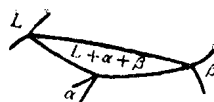
1150°C: $L + \text{M}_3\text{O} \rightleftharpoons \gamma + \text{石墨}$

5-26 (a) 在垂直截面图上判断三相区为共晶型转变还是包晶型转变, 其一般方法为: 若三相区的三顶点邻接单相区, 且 $L\alpha$ 和 $L\beta$ 两边在上方, $\alpha\beta$ 边在下方, 则为共晶型转变; 若 $L\beta$ 边在上方, $L\alpha$ 和 $\alpha\beta$ 两边在下方, 则为包晶型转变, 分别如图 5-(15)(a)、(b) 所示。如果三顶点不是邻接单相区, 则不能完全据此判定, 而需要根据邻接相区间的相互转变性质推断。

(I) $L + \delta + \gamma$ 三相区为包晶转变: $L + \delta \rightarrow \gamma$; (II) $L + \gamma + C_1$ 三相区为共晶转变: $L \rightarrow \gamma + C_1$; (III) $\alpha + \gamma + C_2$ 三相区为共析转变, 因为经过该区域后, γ 相消失, 只剩下 α 和 C_2 相, 因



(a) 二元共晶反应



(b) 二元包晶反应

图 5--(15)

此反应式为 $\gamma \rightarrow \alpha + C_2$; (IV) $\gamma + C_2 + C_1$ 三相区, 其右上方为 $\gamma + C_1$ 二相区, 左下方为 $\gamma + C_2$ 二相区, 这说明合金从高温冷却时, C_1 是消失相, C_2 是生成相, 于是可以判断该区域发生包析转变: $\gamma + C_1 \rightarrow C_2$; (V) $\alpha + \gamma + C_1$ 三相区, 上方与 $\gamma + C_1$ 二相区和 $\gamma + C_2 + C_1$ 三相区邻接, 下方与 $\alpha + C_1$ 二相区邻接, 根据上下间的转变分析, γ 是消失相, 而生成 α 相。至于 C_1 相, 因三个相区中都有此相, 尚不能判断它是析出相, 还是溶解相。但从碳钢中知道, 碳在 γ -Fe 中的溶解度要比在 α -Fe 中大得多, 当从 γ 转变为 α 时, 多余的碳是以渗碳体形式从 γ 相单独析出, 或发生共析分解 $\gamma \rightarrow \alpha + Fe_3C$ 。由此也可以推断该区域发生共析转变: $\gamma \rightarrow \alpha + C_1$ 。(VI) $\gamma + C_1 + C_3$ 三相区因图形不全, 无法分析。

(b) 四相平衡面在垂直截面图上应为水平线, 判别其反应类型的方法为: 如果在水平线上方有三个三相区, 而在水平线下方只有一个三相区, 则为三元共晶(析)反应; 如果在水平线上下方各有两个三相区, 则为三元包共晶(析)反应; 如果在水平线上方只有一个三相区, 而在其下方有三个三相区, 则为三元包晶(析)反应。

在图 5-19 图上, 795°C 水平线截取四个三相区, 左上方为 $\alpha + \gamma + C_2$ 三相区, 左下方为 $\alpha + C_1 + C_2$ 三相区, 说明合金冷却经过这两个相区时, γ 相消失而生成 C_1 相; 右上方为 $\gamma + C_1 + C_2$ 三相区, 右下方为 $\alpha + \gamma + C_1$ 三相区, 说明合金冷却经过这两个相区间时, C_2 相消失而生成 α 相。由此可判断为包共析反应, 反应式为: $\gamma + C_2 \rightleftharpoons \alpha + C_1$ 。

1175°C 和 760°C 等温线由于未截取邻接的全部三相区, 无法判断。

(c) 2Cr13 不锈钢, 平衡凝固过程为: (I) $L \rightarrow \delta$; (II) $L + \delta \rightarrow \gamma$; 凝固结束; (III) $\delta \rightarrow \gamma$; (IV) $\gamma \rightarrow C_2$; (V) $\gamma \rightarrow \alpha + C_2$ 。室温平衡组织为珠光体和碳化物。

可能出现的不平衡冷却组织为: (I) 由液体凝固出 δ 时, 产生枝晶偏析; (II) 包晶转变不完全; (III) 由高温铁素体中析出奥氏体的过程进行不充分, (IV) 奥氏体转变为不平衡组织索氏体、屈氏体或马氏体。

Cr12 模具钢, 平衡凝固过程为: (I) $L \rightarrow \gamma$; (II) $L \rightarrow \gamma + C_1$, 凝固结束; (III) $\gamma \rightarrow C_1$; (IV) $\gamma \rightarrow \alpha + C_1$ 。室温组织为珠光体和莱氏体。

可能出现的不平衡冷却组织为: 马氏体和莱氏体。

5-27 (a) 平衡凝固: 首先凝固出 δ -Fe 晶体, 液体成分沿 Fe-x 的连接线变化, 达到 Y 点时发生偏晶反应 $L_1 \rightarrow Fe + L_2$, 随着温度降低, L_1 和 L_2 的成分分别沿 AC 和 BC 曲线移动, 直至 L_1 完全消耗。继续冷却, L_2 凝固出 δ -Fe, 成分沿 Fe-x 线的延长线变化, 达到共晶线时发生 $L \rightarrow Fe + FeO$ 的共晶转变, 至液体成分达到 E, 发生三元共晶反应: $L \rightarrow Fe + FeO + FeS$, 此时凝固完全结束。

不平衡凝固: 首先凝固的初晶 δ -Fe 以树枝晶形貌出现。当发生偏晶反应时, 形成的 L_2 液体区域往往被长大的树枝晶分隔。继续凝固, L_1 成分沿 AC 曲线变化, 而随之形成的一系列 L_2 液滴比最初形成的 L_2 液滴逐渐富硫, 因而降低了氧/硫比。随着继续冷却, 每一

个 L_2 液滴因成分不同而沿不同途径凝固, 将产生 $L \rightarrow \text{Fe} + \text{FeO}$ 共晶或 $L \rightarrow \text{Fe} + \text{FeS}$ 共晶, 甚至直接出现 $L \rightarrow \text{Fe} + \text{FeO} + \text{FeS}$ 三元共晶转变。 L_1 液体成分达到 C_1 后, 继续凝固产生 $L \rightarrow \text{Fe} + \text{FeS}$ 和 $L \rightarrow \text{Fe} + \text{FeO} + \text{FeS}$ 转变。因而, 在非平衡凝固条件下, 其氧-硫杂质有一个成分范围的变化, 其结构形貌也与平衡凝固条件产生的成分均匀的杂质大不相同。

(b) 对于具有偏晶反应的合金, 所形成杂质的重量分数随合金中氧硫浓度的增加而增加。但是, 杂质成分的分布仅取决于氧/硫比。对于具有高氧/硫比的合金, 大多数杂质是富氧的; 而对低氧/硫比的合金, 大多数杂质是富硫的。

第六章 固体中的扩散

一、选择题

1. C 2. B 3. A 4. B 5. C 6. A 7. A 8. B 9. A 10. C

二、解答题

$$\begin{aligned} 6-1 \quad C(x) &= C_1 + \frac{\Delta C}{\Delta x} x = 1 \times 10^{20} + \frac{(101-1) \times 10^{20}}{0.01 \times 10^6} x \\ &= (100+x) \times 10^{18} (\text{原子}/\text{m}^3) \end{aligned}$$

式中 x 的单位为 μm 。

$$\begin{aligned} \frac{dC}{dx} &= \frac{d}{dx} (100+x) \times 10^{18} = 10^{18} (\text{原子}/\text{m}^3) \\ 6-2 \quad \frac{\partial C}{\partial x} &\approx \frac{\Delta C}{\Delta x} = \frac{5 \text{ at}\% - 4 \text{ at}\%}{1 \text{ mm} - 2 \text{ mm}} = -1 \text{ at}\%/\text{mm} \\ \rho &= 7.63 \times \frac{6.023 \times 10^{23}}{55.85} = 8.23 \times 10^{22} (\text{原子}/\text{cm}^3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{因而} \quad \frac{\Delta C}{\Delta x} &= -\frac{0.01 \times 8.23 \times 10^{22} \text{ 原子}/\text{cm}^3}{1 \text{ mm}} \\ &= -8.23 \times 10^{20} \text{ 原子}/\text{cm}^3 \cdot \text{mm} = -8.23 \times 10^{29} \text{ 原子}/\text{m}^4 \\ D_0^{\text{Fe}} &= 2.0 \times 10^{-5} \times \exp(-142000/8.31 \times 1273) = 2.98 \times 10^{-11} (\text{m}^2/\text{s}) \\ J &= -D \frac{\partial C}{\partial x} = -D \frac{\Delta C}{\Delta x} = -2.98 \times 10^{-11} \times (-8.23 \times 10^{29}) \\ &= 2.45 \times 10^{19} \text{ 原子}/\text{m}^2 \cdot \text{s} \end{aligned}$$

6-3 由西弗尔定律

$$\begin{aligned} C &= k\sqrt{P} \\ \therefore P &= 10 \times 10^5 \text{ Pa} \quad C = 10^{-2} \text{ g}/\text{cm}^2 \\ \therefore k &= \frac{C}{\sqrt{P}} = \frac{10^{-2}}{\sqrt{10 \times 10^5}} \text{ g}/\text{cm}^2 \cdot \text{Pa}^{\frac{1}{2}} \\ J &= -Dk \frac{\sqrt{P_0} - \sqrt{P_1}}{\Delta x} = -10^{-5} \times \frac{10^{-2}}{\sqrt{10 \times 10^5}} \times \frac{(0 - \sqrt{10 \times 10^5})}{0.1} \\ &= 10^{-6} (\text{g}/\text{cm}^2 \cdot \text{s}) \end{aligned}$$

$$6-4 \quad (a) \quad \frac{\Delta C}{\Delta x} = \frac{3 \times 10^{19} - 5 \times 10^{20}}{0.01} = -47 \times 10^{21} (\text{氢原子}/\text{cm}^3 \cdot \text{cm})$$

$$(b) \quad T = 910^{\circ}\text{C} = 1183 \text{ K}$$

$$D_H^* = 2.2 \times 10^{-3} \exp(-12200/8.31 \times 1183) = 6.36 \times 10^{-4} (\text{cm}^2/\text{s})$$

$$J = -D \frac{\Delta C}{\Delta x} = -6.36 \times 10^{-4} \times (-47 \times 10^{21}) = 2.99 \times 10^{19} (\text{氢原子}/\text{cm}^2 \cdot \text{s})$$

$$(c) \quad T = 913^{\circ}\text{C} = 1186 \text{ K}$$

$$D_H^* = 1.1 \times 10^{-2} \exp(-41800/8.31 \times 1186) = 1.58 \times 10^{-4} (\text{cm}^2/\text{s})$$

$$J = -D \frac{\Delta C}{\Delta x} = -1.58 \times 10^{-4} \times (-47 \times 10^{21}) = 7.43 \times 10^{18} (\text{氢原子}/\text{cm}^2 \cdot \text{s})$$

可见,由于晶体结构从致密度较小的体心立方转变到致密度较大的面心立方,虽然温度提高 3°C ,氢原子的流量反而减小,仅为原来的四分之一多一点。

6-5 设间隙原子通过薄膜的速率为 V , 则单位面积的流量 $J = \frac{V}{A}$, 由 Fick 第一定律,

$$J = -D \frac{\partial C}{\partial x} \approx -D \frac{\Delta C}{\Delta x}$$

则

$$D = -J \frac{\Delta x}{\Delta C} = -\frac{V}{A} \frac{\Delta x}{\Delta C}$$

$$A = 1000 \text{ mm}^2 = 10^{-3} \text{ m}^2, \Delta x = 0.25 \times 10^{-3}$$

$$D_{(1223\text{K})} = -\frac{0.0025 \times 0.25 \times 10^{-3}}{10^{-3}(0 - 14.4 \times 10^3)} = 4.34 \times 10^{-8} (\text{m}^2/\text{s})$$

$$D_{(1136\text{K})} = -\frac{0.0014 \times 0.25 \times 10^{-3}}{10^{-3}(0 - 19.6 \times 10^3)} = 1.78 \times 10^{-8} (\text{m}^2/\text{s})$$

设 D 符合 Arrhenius 定律, 即:

$$D = A \exp(-Q/RT)$$

得

$$\frac{D_{(1223\text{K})}}{D_{(1136\text{K})}} = \frac{4.34 \times 10^{-8}}{1.79 \times 10^{-8}} = \frac{\exp(-Q/8.314 \times 1223)}{\exp(-Q/8.314 \times 1136)}$$

$$Q = 122 \text{ kJ/mol}$$

6-6 设流经铁管壁的碳量为 q , 当扩散达到平衡态后, 单位时间扩散通过铁管壁的碳量 $\frac{q}{t}$ 为恒值, 碳原子经过铁管壁半径为 r 处的扩散通量为:

$$J = \frac{q}{At} = \frac{q}{2\pi r lt}$$

应用 Fick 第一定律, 则:

$$J = -D \frac{dC}{dr} = \frac{q}{2\pi r lt}$$

或

$$D = \frac{-q}{2\pi lt} \cdot \frac{1}{r \frac{dC}{dr}} = \frac{q}{2\pi lt} \cdot \frac{1}{\frac{dC}{d(-1/r)}}$$

将 C 由体积分数转换为重量分数,

$$C = \text{重量分数} \times \frac{1}{100 \text{ g 钢的体积}} = \frac{x}{100/7.8}$$

代入上式得:

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{q}{2\pi lt} \cdot \frac{100}{7.8} \cdot \frac{1}{\frac{dx}{d(-\ln r)}} \\
 &= \frac{3.60}{2 \times 3.14 \times 10 \times 100 \times 3600} \times \frac{100}{7.8} \times \frac{1}{\frac{dx}{d(-\ln r)}} \\
 &= \frac{20.4 \times 10^{-7}}{\frac{dx}{d(-\ln r)}}
 \end{aligned}$$

作 $x - \ln r$ 曲线, 计算得下列数据:

$r(\text{cm})$	0.553	0.540	0.527	0.516	0.491	0.479	0.466	0.449
$x(\text{Wt. \%})$	0.28	0.46	0.65	0.82	1.09	1.20	1.32	1.42
$-\frac{dx}{d \ln r}$	7.71	7.71	7.71	6.83	5.00	4.33	3.33	
$D(\times 10^{-7} \text{cm}^2/\text{s})$	2.65	2.65	2.65	2.99	4.08	4.71	6.13	

作 $x - D$ 曲线如图 6-(1) 所示。可见在低浓度范围, D 基本上不随浓度而变; 浓度越高, D 随浓度变化越明显。

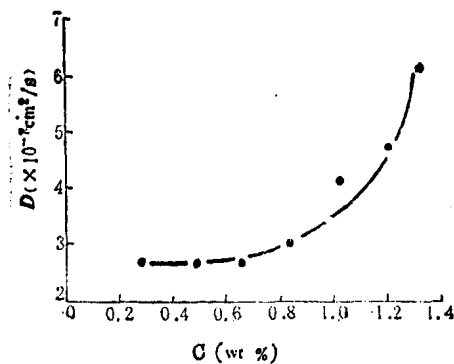


图 6-(1)

6-7 设在氧化过程中金属-氧化物界面之间的氧浓度差保持不变, 定义为 ΔC , 则由 Fick 第一定律得通过的氧的流量为:

$$J = -D \frac{\Delta C}{x}$$

式中 D 为氧在厚度为 x 的氧化物中的扩散系数。

氧化物厚度增加的速率 $\frac{dx}{dt}$ 正比于达到金属-氧化物界面氧原子的流量, 所以有:

$$\frac{dx}{dt} = kJ$$

或

$$\frac{dx}{dt} = -kD \frac{\Delta C}{x}$$

对上式积分得:

$$x^2 = AtD$$

式中 $A = -2k\Delta C$

扩散率与温度的关系符合 Arrhenius 关系,故:

$$x^2 = A' \exp(-Q/RT)t,$$

$$\frac{x^2}{A' \exp(-Q/RT)t} = \text{常数}$$

或

$$\frac{x_1^2}{A' \exp(-Q/RT_1)t_1} = \frac{x_2^2}{A' \exp(-Q/RT_2)t_2}$$

将已知数值代入得:

$$\frac{(10^{-3})^2}{\exp\left(-\frac{158 \times 10^3}{8.314 \times 873}\right) \times 5} = \frac{x_2^2}{\exp\left(-\frac{158 \times 10^3}{8.314 \times 823}\right) \times 10}$$

$$x^2 = 53.4 \times 10^{-8}$$

$$x = 7.31 \times 10^{-4} (\text{cm})$$

6-8 设这块钢较大,可认为在整个扩散过程中心部的碳浓度保持不变,并设 750°C 时铁素体中的碳浓度近似为零,则根据 Fick 第二定律,得:

$$C = C_0 \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right) \right]$$

$$0.1 = 0.5 \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{0.01}{2\sqrt{Dt}} \right) \right]$$

$$0.8 = \operatorname{erf} \left(\frac{0.01}{2\sqrt{Dt}} \right)$$

$$0.9 = \frac{0.01}{2\sqrt{Dt}}$$

$$t = \frac{0.0001}{4 \times 0.81 \times 3.6 \times 10^{-7}} = 88 (\text{s})$$

6-9 (a) 由 Fick 第二定律得:

$$C = C_1 + (C_0 - C_1) \left(1 - \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right)$$

$$0.45 = 0.1 + (1 - 0.1) \left(1 - \operatorname{erf} \frac{0.05}{2\sqrt{Dt}} \right)$$

整理后得:

$$0.61 = \operatorname{erf} \frac{0.05}{2\sqrt{Dt}}$$

$$0.61 = \frac{0.05}{2\sqrt{Dt}}, D = 0.2 \times \exp\left(\frac{-140000}{8.314 \times 1203}\right) = 1.6 \times 10^{-7} (\text{cm}^2/\text{s})$$

解得

$$t = 1.04 \times 10^4 (\text{s})$$

(b) 由关系式 $x^2 = k \cdot Dt$, 得:

$$x_1^2 = k \cdot D_1 t_1, x_2^2 = k D_2 t_2$$

两式相比,得:

$$\frac{x_2^2}{x_1^2} = \frac{D_2 t_2}{D_1 t_1}$$

当温度相同时, $D_1 = D_2$, 于是得:

$$t_2 = \frac{x_2^2}{x_1^2} t_1 = \frac{(0.1)^2}{(0.05)^2} \times 1.04 \times 10^4 = 4.16 \times 10^4 \text{ s}$$

$$\begin{aligned}
 (C) \quad \frac{x_{930}}{x_{870}} &= \frac{\sqrt{D_{930} t_{930}}}{\sqrt{D_{870} t_{870}}} \\
 \because t_{930} &= t_{870}, D_{930} = 1.6 \times 10^{-7} (\text{cm}^2/\text{s}) \\
 D_{870} &= 0.2 \times \exp(-140090/8.31 \times 1143) = 7.9 \times 10^{-8} (\text{cm}^2/\text{s}) \\
 \therefore \frac{x_{930}}{x_{870}} &= \frac{\sqrt{D_{930}}}{\sqrt{D_{870}}} = \sqrt{\frac{1.6 \times 10^{-7}}{7.9 \times 10^{-8}}} = 1.42 (\text{倍})
 \end{aligned}$$

6-10 由 6-9 题有:

$$C = C_1 + (C_0 - C_1) \left(1 - \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right)$$

表面脱碳后, $C_0 = 0$, $C_1 = C_1$, 上式变为

$$C = C_1 \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{Dt}}$$

即

$$0.80 = 0.85 \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{Dt}}$$

得

$$\begin{aligned}
 1.35 &= \frac{x}{2\sqrt{1.1 \times 10^{-7} \times 3600}} \\
 x &= 0.054 (\text{cm})
 \end{aligned}$$

6-11 $x \approx \sqrt{Dt}$, 当 $x_1 = x_2$, 则有:

$$\begin{aligned}
 D_1 t_1 &= D_2 t_2 \\
 \frac{t_2}{t_1} &= \frac{D_1}{D_2} = \frac{A \exp(-Q/RT_1)}{A \exp(-Q/RT_2)} = \exp \left[\frac{Q}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \right] \\
 &= \exp \left[\frac{140000}{8.31} \left(\frac{1}{1273} - \frac{1}{1173} \right) \right] = 3.2
 \end{aligned}$$

得

$$t_2 = 3.2 t_1$$

即在 900°C 渗碳要得到在 1000°C 渗碳的相同结果, 时间需增加到 3 倍以上。

6-12 (a) 由于在凝固中产生严重的成分偏析, 最后凝固部分的合金成分的熔点低于 T_1 , 当在 T_1 温度试验时, 这部分固体将会熔解, 因而发生叶片剧烈破裂。

(b) 此建议是正确的。通过扩散退火, 消除溶质偏析, 使整个零件的合金成分基本上均匀达到 C_0 时, 再在 T_1 温度使用, 将不会发生因局部熔化造成的剧烈破裂。

(c) 使用近似公式 $x = \sqrt{Dt}$,

$$t = \frac{x^2}{D} = \frac{10^2}{10^{-9}} = 10^{11} (\text{s})$$

6-13 因 $\frac{x}{\sqrt{Dt}} = \text{常数}$, 故:

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{x_1}{D_1 t_1} \right)_{900^\circ\text{C}} &= \left(\frac{x_2}{D_2 t_2} \right)_{800^\circ\text{C}} \\
 \text{即 } t_2 &= t_1 \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^2 \frac{D_1}{D_2} = (600) \left(\frac{0.05}{0.1} \right)^2 \frac{\exp(-20000 R/1173 R)}{\exp(-20000 R/1073 R)} \\
 &= 730 (\text{s})
 \end{aligned}$$

6-14(a) 由 6-9 题得

$$C = C_1 + (C_s - C_1) \left(1 - \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right)$$

由题意, $C = \frac{C_s}{2}$, $C_1 = 0$, 可得:

$$\frac{C_s}{2} = C_s \left(1 - \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right)$$

$$\frac{1}{2} = \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{Dt}}$$

查表得:

$$0.478 = \frac{x}{2\sqrt{Dt}}$$

$$\frac{x^2}{Dt} = 4 \times (0.478)^2 \approx 1$$

即

$$t \approx \frac{x^2}{D}$$

(b)

$$\lg D_0^\gamma = -6.5, D_0^\gamma = 10^{-6.5}$$

$$\lg D_{Ni}^\gamma = -11.5, D_{Ni}^\gamma = 10^{-11.5}$$

$$\frac{t_{Ni}}{t_0} = \frac{x^2}{D_{Ni}} \times \frac{D_0}{x^2} = \frac{10^{-6.5}}{10^{-11.5}} = 10^5 (\text{s})$$

这说明,当偏析元素含有间隙元素和置换元素时,均匀化时间要以置换元素所需的时间为基准。

6-15 设冷却速度为 V , 则在 ΔT 时间内为碳原子扩散所提供的时间为 $t = \frac{\Delta T}{V}$, 碳的扩散系数为 D , 带宽为 d , 则当碳在 t 时间内的扩散距离 $< d$ 时, 带状组织便不会形成。根据原子扩散的近似关系式:

$$x = \sqrt{Dt} = \sqrt{D \frac{\Delta T}{V}} < d$$

或

$$\frac{D \Delta T}{V} < d^2$$

$$V > \frac{D \Delta T}{d^2} = \frac{2.0 \times 10^{-5} \exp(-140000/RT) \times 20}{(50 \times 10^{-6})^2}$$

由铁碳相图, 查得 0.3% C 钢的 A_3 温度约为 790°C , 则得:

$$V > \frac{2.0 \times 10^{-5} \exp(-140000/8.314 \times 1063) \times 20}{(50 \times 10^{-6})^2} = 0.02 (^\circ\text{C/s})$$

6-16 由 6-10 题, 铁碳合金表面脱碳后的碳浓度分布可表示为:

$$C = C_1 \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{Dt}}$$

$$= C_1 \operatorname{erf}(kx) \quad k = \frac{1}{\sqrt{4Dt}} > 0$$

$$= C_1 \frac{2}{\pi} \int_0^x e^{-kt^2} dt$$

$$(a) \quad \therefore \frac{d}{dx} \int_u^v f(t) dt = v' f(v) - u' f(u)$$

$$\therefore \frac{d}{dx} \left[C_1 \frac{2}{\pi} \int_0^x e^{-kt^2} dt \right] = C_1 \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-kx^2} = A e^{-kx^2} > 0$$

$$\frac{d^2 C}{dx^2} = -2kAx e^{-kx^2} = -A_1 x e^{-kx^2} < 0$$

所以曲线为增函数, 且上凸, 并有 $C(0, t) = 0$, $C(\infty, t) = C_1$ 曲线如图 6-(2) 所示。

(b)

$$J = D \left| \frac{dC}{dx} \right| = DA e^{-kx^2}$$

$$x=0, J=DA$$

$$x=\infty, J=0$$

$$\frac{dJ}{dx} = -DAxe^{-kx^2} < 0$$

$$\frac{d^2J}{dx^2} = DA[-e^{-kx^2} + 2kx^2e^{-kx^2}] = D Ae^{-kx^2}(2kx^2 - 1)$$

当 $2kx^2 < 1$, $\frac{d^2J}{dx^2} < 0$, 曲线为凸;

当 $2kx^2 > 1$, $\frac{d^2J}{dx^2} > 0$, 曲线为凹。

作曲线如图 6-(3) 所示。

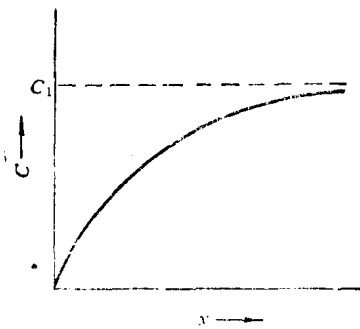


图 6-(2)

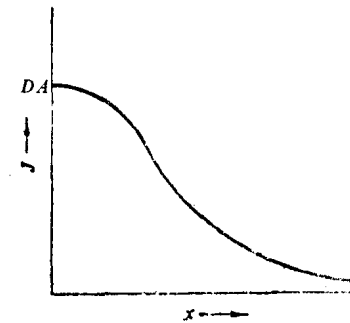


图 6-(3)

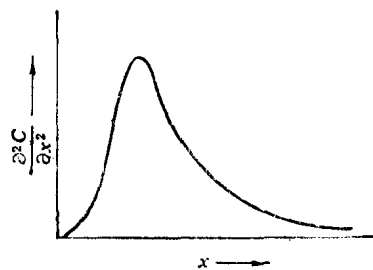


图 6-(4)

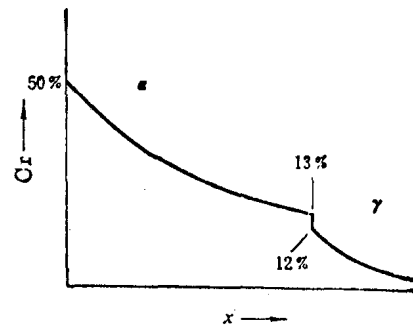


图 6-(5)

(c) 同理可得 $\frac{d^2C}{dx^2} \sim x$ 关系, 曲线见图 6-(4)。

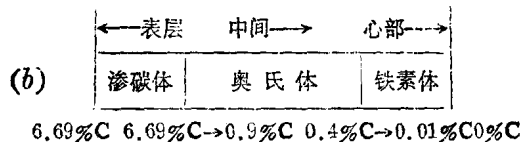
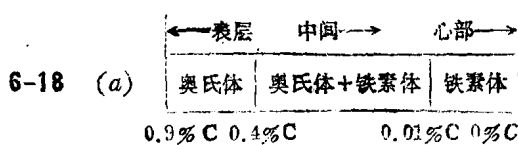
6-17 对纯金属进行渗铬处理, 此时扩散方程解为:

$$C = C_0[1 - \operatorname{erf}(kx)] \quad k = \frac{1}{\sqrt{4Dt}} > 0$$

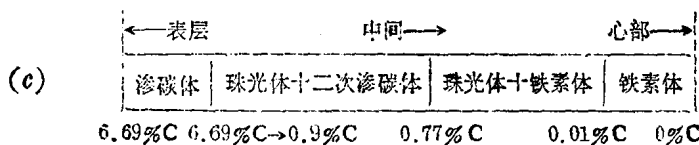
$$\frac{dC}{dx} = -C_0 e^{-kx^2} < 0$$

$$\frac{d^2C}{dx^2} = 2C_0 kxe^{-kx^2} > 0$$

可知, 方程为减函数, 曲线下凹。进入两相区后浓度有一突变, 从 13% 降为 12%, 又因 $D_\alpha > D_\gamma$, 所以铬在 α 相中的浓度梯度小于在 γ 相中的浓度梯度, 作曲线如图 6-(5) 所示。



(I) 800°C 时奥氏体的最大溶解度为 0.9% C, 由于渗碳气氛为 1.5% C, 大大超过奥氏体的溶解度, 因此在工件表层将形成渗碳体。(II) 原有的奥氏体区域在扩散中逐渐扩大, 原有的二相区将完全消失。这是因为随着扩散进行, 在奥氏体/铁素体边界侧的奥氏体碳浓度将增高, 超过 0.4% C, 不再与铁素体保持平衡态, 奥氏体中的碳将向铁素体扩散, 当铁素体的碳浓度达到 0.4% C 时即转变为奥氏体。



6-19 由 6-9 题, Fick 第二定律解的一种形式为:

$$C = C_1 + (C_0 - C_1) \left(1 - \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right)$$

将上式变化形式, 即:

$$\frac{C - C_1}{C_0 - C_1} = 1 - \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{Dt}}$$

等式两边各减去 1, 得:

$$\frac{C - C_0}{C_0 - C_1} = -\operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{Dt}}$$

或

$$\frac{C - C_0}{C_1 - C_0} = \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{Dt}}$$

式中, C 为距离界面 x 处的扩散溶质浓度; C_0 为界面浓度; C_1 为原始浓度。

金扩散进银部分: $C_1 = 100\% \text{ Au}$, $C_0 = 50\% \text{ Au}$

$$\hat{D}_{\text{Au}} = 0.26 \exp(-191100/8.314 \times 1273) = 4 \times 10^{-9} (\text{cm}^2/\text{s})$$

$$\frac{C_{\text{Au}} - 50}{100 - 50} = \operatorname{erf} \left[\frac{x}{2\sqrt{4 \times 10^{-9} \times 3600 \times 10}} \right] = \operatorname{erf}(42x)$$

代入不同的 x 值, 即得相应的浓度:

$x(\text{cm})$	+0.04	+0.02	+0.01	+0.005	0	-0.005	-0.01	-0.02	-0.04
$42x$	1.68	0.84	0.42	0.21	0	-0.21	-0.42	-0.84	-1.68
$\frac{C_{\text{Au}} - 50}{100 - 50}$	0.98	0.76	0.44	0.23	0	-0.23	-0.44	-0.76	-0.98
C_{Au}	99	88	72	61.5	50	38.5	28	12	1

银扩散进金部分: $C_1 = 100\% \text{ Ag}$, $C_0 = 50\% \text{ Ag}$

$$D_{\text{Ag}} = 0.072 \exp(-168840/8.314 \times 1273) = 9 \times 10^{-9} (\text{cm}^2/\text{s})$$

$$\frac{C_{Ag}-50}{100-50} = \operatorname{erf} \left[\frac{x}{2\sqrt{9 \times 10^{-9} \times 10 \times 3600}} \right] = \operatorname{erf}(27.7x)$$

同样可得下列数据:

$x(\text{cm})$	+0.04	+0.02	+0.01	+0.005	0	-0.005	-0.01	-0.02	-0.04
$27.7x$	1.11	0.55	0.28	0.14	0	-0.14	-0.28	-0.55	-1.11
$\frac{C-50}{100-50}$	0.88	0.56	0.31	0.16	0	-0.16	-0.31	-0.56	-0.88
C_{Ag}	94	78	65.5	58	50	42	34.5	22	6

作图如图 6-(6) 所示。

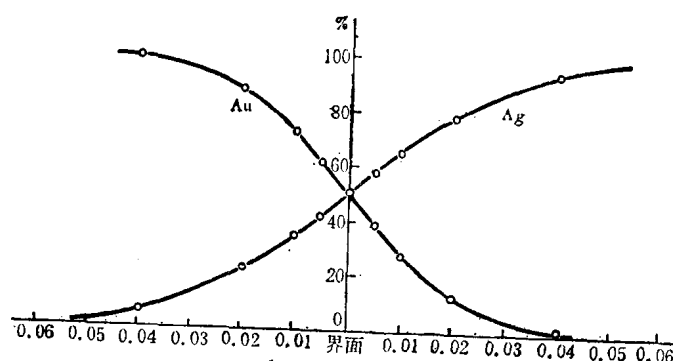


图 6-(6)

6-20 根据 Kirkendall 效应, 标记移动速度为:

$$v_m = (D_{Cr} - D_{Fe}) \frac{\partial C}{\partial x} = (D_{Cr} - D_{Fe}) \times 126 \quad (1)$$

互扩散系数为:

$$\bar{D} = C_{Cr} D_{Fe} + C_{Fe} D_{Cr} = 0.478 D_{Fe} + 0.522 D_{Cr} = 1.43 \times 10^{-9} \text{ (cm}^2/\text{s)} \quad (2)$$

根据已知条件

$$\frac{x^2}{t} = k$$

$$v_m = \frac{dx}{dt} = \frac{k}{2x} = \frac{x}{2t} = \frac{1.52 \times 10^{-3}}{2 \times 3600} \text{ (cm/s)} \quad (3)$$

联立方程式(1)、(2)、(3), 即可解得:

$$D_{Cr} = 2.23 \times 10^{-9} \text{ (cm}^2/\text{s)}$$

$$D_{Fe} = 0.56 \times 10^{-9} \text{ (cm}^2/\text{s)}$$

6-21 组元的摩尔体积/阿伏伽德罗常数为 $\frac{12.6}{6 \times 10^{23}} \text{ cm}^3/\text{每原子}$,

因而得浓度梯度为:

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{126}{12.6/6 \times 10^{23}} = 6 \times 10^{24} \text{ (原子/cm}^3 \cdot \text{cm)}$$

$$(a) \quad J_{Cr} = C_{Cr} \frac{\partial C}{\partial x} = 2.23 \times 10^{-9} \times 6 \times 10^{24} = 13.38 \times 10^{15} \text{ (原子/cm}^2 \cdot \text{s)}$$

$$J_{Fe} = D_{Fe} \frac{\partial C}{\partial x} = 0.56 \times 10^{-9} \times 6 \times 10^{24} = 3.36 \times 10^{15} \text{ (原子/cm}^2 \cdot \text{s)}$$

(b) 纯空位流量 = $13.38 \times 10^{15} - 3.36 \times 10^{15} = 10.02 \times 10^{15}$ (空位/cm²·s)

(c) 一小时内流过空位的体积为:

$$V = 3600 \times 1.6 \times 10^{-23} \times 10.02 \times 10^{15} = 5.77 \times 10^{-4} (\text{cm}^3/\text{cm}^2)$$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = 5.77 \times 10^{-4}$$

$$r^3 = 1.378 \times 10^{-4}$$

$$r = 0.05 (\text{cm})$$

6-22 因为在 Matano 面处符合 Fick 第一定律, 即:

$$J = -\bar{D} \frac{\partial C}{\partial x}$$

将上式代入 Fick 第二定律, 令 Matano 界面为 $x=0$, 则可得:

$$C = C_0 \left[1 - \frac{C_0 - C_1}{C_0} \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{\bar{D}t}} \right) \right]$$

已知 $C_0 = 20\%$, $C_1 = 0$, $C = 13.56\%$, $x = 2.5 \times 10^{-3} \text{ cm}$, $t = 3600 \text{ s}$, 得:

$$13.56 = 20 \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{0.0025}{2\sqrt{\bar{D}t}} \right) \right]$$

$$0.322 = \operatorname{erf} \left(\frac{0.0025}{2\sqrt{\bar{D}t}} \right)$$

$$0.29 = \frac{0.0025}{2\sqrt{3600\bar{D}}}$$

$$\bar{D} = \frac{0.0025^2}{4 \times 3600 \times 0.29^2} = 5.02 \times 10^{-9} (\text{cm}^2/\text{s})$$

6-23 原子跳跃速率可写成:

$$\Gamma = \nu z \frac{C_v}{N} \exp(-Q_m/RT)$$

式中 ν 为原子振动频率; z 为配位数, 对面心立方结构, $z=12$; $\frac{C_v}{N}$ 为一个原子周围出现空位的几率, $\frac{C_v}{N} = \exp(-Q_v/RT)$ 。于是得:

$$\begin{aligned} \Gamma &= 10^{13} \times 12 \times \exp(-Q_v/RT) \exp(-Q_m/RT) \\ &= 12 \times 10^{13} \times \exp[-(Q_v + Q_m)/RT] \end{aligned}$$

$T = 298 \text{ K}$ 时,

$$\begin{aligned} \Gamma &= 10^{13} \times 12 \times \exp[-(8.4 \times 10^4 + 1.2 \times 10^5)/8.314 \times 298] \\ &= 6.58 \times 10^{-23} (\text{次/s}) \end{aligned}$$

$T = 1346 \text{ K}$ 时,

$$\begin{aligned} \Gamma &= 12 \times 10^{13} \exp[-(8.4 \times 10^4 + 1.2 \times 10^5)/8.314 \times 1346] \\ &= 1.45 \times 10^6 (\text{次/s}) \end{aligned}$$

6-24

$$D_1 = 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{s} = D_0 \exp(-Q/RT_m)$$

$$D_2 = D_0 \exp\left(-Q/\frac{1}{2}RT_m\right)$$

对上述二式分别取对数后相比, 得:

$$\frac{\ln 10^{-7}}{\ln D_2} = \frac{-\frac{Q}{RT_m}}{-\frac{2Q}{RT_m}}$$

$$\frac{-16.118}{\ln D_2} = \frac{1}{2}$$

$$\ln D_2 = -32.236$$

$$D_2 = 10^{-14} (\text{cm}^2/\text{s})$$

6-25 (a) 设具有一定激活能的原子分数为 C , 则:

$$C = A \exp(-Q/RT)$$

式中 Q 为激活能。对上式取对数:

$$\ln C = \ln A - Q/RT$$

$$\ln \frac{1}{10^{10}} = \ln A - \frac{Q}{R \times 1027}$$

$$\ln \frac{1}{10^9} = \ln A - \frac{Q}{R \times 1127}$$

解得

$$Q = 2.55 \times 10^5 (\text{J/mol})$$

$$A = 2.02 \times 10^2$$

$$(b) \quad \ln \frac{1}{10^8} = \ln (2.02 \times 10^2) - \frac{2.55 \times 10^5}{8.314 \times T}$$

得

$$T = 1284 \text{K} = 1011^\circ\text{C}$$

6-26 (a)

$$D = A \exp(-Q/RT)$$

$$\ln D = \ln A - \frac{Q}{R} \times \frac{1}{T}$$

或

$$\lg D = \lg A - \frac{Q}{2.3R} \times \frac{1}{T}$$

用对数坐标纸将 D 对 $\frac{1}{T}$ 作图, 如图 6-(7) 所示, 由图得斜率:

$$\frac{Q}{2.3R} = \frac{\lg 4.75 \times 10^{-13} - \lg 2 \times 10^{-13}}{(9.91 - 9.5) \times 10^{-4}}$$

$$= \frac{-12.3233 - (-12.6990)}{0.41 \times 10^{-4}} = 0.92 \times 10^4$$

$$Q = 2.3 \times 8.314 \times 0.92 \times 10^4 = 175.9 (\text{kJ/mol})$$

由

$$\lg A = \lg D + \frac{Q}{2.3RT}$$

设 A 和 Q 与温度无关,

$$T = 1009 \text{K} (736^\circ\text{C}), D = 2 \times 10^{-13} \text{m}^2/\text{s},$$

代入得:

$$\lg A = -12.6990 + \frac{175.9 \times 10^3}{2.3 \times 8.314 \times 1009} = -3.5823$$

$$A = 2.62 \times 10^{-4} (\text{m}^2/\text{s})$$

$$(b) \quad \lg D_{500} = \lg A - \frac{Q}{2.3R} \times \frac{1}{T}$$

$$= -3.5823 - \frac{175.9 \times 10^3}{2.3 \times 8.314 \times 773} = -15.4823$$

$$D_{500} = 3.29 \times 10^{-16} (\text{m}^2/\text{s})$$

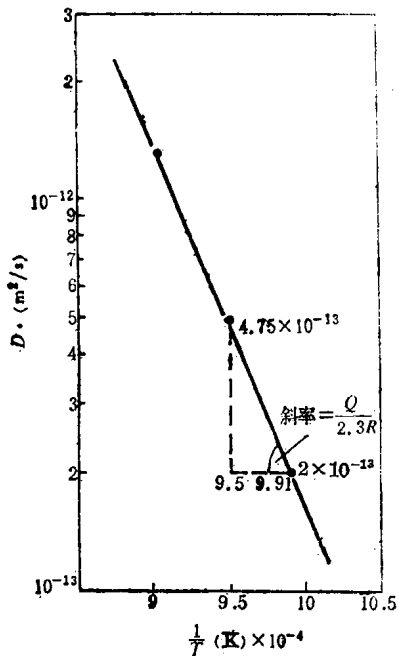


图 6-(7)

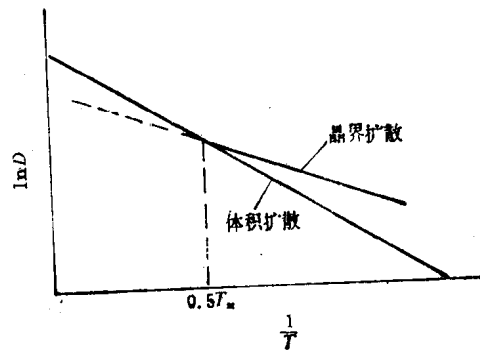


图 6-(8)

6-27 (a) 可以认为A试样的晶粒尺寸比B试样的晶粒要小得多, 或A试样经过冷变形, 晶体中含有大量的空位及位错。这是因为晶界扩散、位错管道扩散有较低的激活能, 而且与激活能较高的体积扩散相比, 其扩散系数随温度的变化也比较小, 因而在较低温度下 ($0.75 T_m > T > 0.35 T_m$), 沿晶界、位错的扩散具有重要作用(这也解释了在较低温度下固体中发生的相变为何常沿晶界、位错优先产生, 其部分原因是由于在晶界、位错处较易形核, 但溶质原子沿晶界、位错更快的扩散, 也加快了相变)。

(b) 在较高温度下, 原子具有较高的活动能力, 此时迁移的物质总量主要以体扩散为主。因此A试样和B试样中的 Δg^* 浓度分布基本一样。扩散流量不仅与温度有关, 而且与扩散面积有关, 而晶界扩散比体积扩散的有效面积小得多。

6-28 作草图如图 6-(8) 所示, 由于 $Q_{\text{晶界}} \approx \frac{1}{2} Q_{\text{体积}}$, 因此, 晶界扩散的直线斜率大约是体积扩散直线斜率的一半。

设在某一温度时, 晶界扩散等于体积扩散, 即:

$$D_b = D_v,$$

或

$$\frac{Q_b}{T_b} = \frac{Q_v}{T_v}$$

$$\therefore Q_b = \frac{1}{2} Q_v$$

$$\therefore \frac{1}{2T_b} = \frac{1}{T_v}$$

$$T_b = \frac{T_r}{2}$$

即约在该材料的熔点温度(绝对温度)的一半以下,晶界扩散超过体积扩散(精确的数值视晶粒大小而变)。这说明了一个普遍原理,即在高温时,激活能高的过程占优势;而在低温时,激活能低的占优势。

6-29 设沿位错扩散的体积分数为 $g = \rho a^2$, 则体积扩散的体积分数为 $1 - g = 1 - \rho a^2$ 。在温度 T 时,两者的扩散量相等,即:

$$\frac{1 - \rho a^2}{\rho a^2} = \frac{D_d}{D_v} = \frac{A \exp(-Q_d/RT)}{A \exp(-Q_v/RT)} = \exp[(Q_v - Q_d)/RT]$$

代入已知数值:

$$\frac{1 - 10^8(10^{-7})^2}{10^8(10^{-7})^2} = \exp[(193000 - 96600)/8.314T]$$

$$\frac{1}{10^{-6}} = \exp[11595T^{-1}]$$

两边取对数:

$$13.8 = \frac{11595}{T}$$

$$T = 840 \text{ K} = 567^\circ\text{C}$$

6-30 $\frac{W \text{ 原子数目}}{\text{cm}^3} = \frac{2/\text{每单胞}}{(0.3165 \times 10^{-7})^3/\text{每单胞}} = 6.3 \times 10^{22}$

在含 1at.% Th 的 W-Th 合金中, Th 原子数目为:

$$(0.01)(6.3 \times 10^{22}) = 6.3 \times 10^{20} (\text{原子}/\text{cm}^3)$$

在纯钨中,钍原子数目为零,于是在扩散区域的浓度梯度为:

$$\frac{\Delta C}{\Delta x} = \frac{0 - 6.3 \times 10^{20}}{0.01} = -6.3 \times 10^{22} \text{ 原子}/\text{cm}^3 \cdot \text{cm}$$

(a) 晶内扩散:

$$D = 1.10 \exp\left(\frac{-504000}{2273 \times 8.314}\right) = 2.89 \times 10^{-12} (\text{cm}^2/\text{s})$$

$$J = -D \Delta C / \Delta x = -(2.89 \times 10^{-12})(-6.3 \times 10^{22}) = 18.2 \times 10^{10} (\text{原子}/\text{cm}^2 \cdot \text{s})$$

(b) 晶界扩散:

$$D = 0.74 \exp\left(-\frac{378000}{8.314 \times 2273}\right) = 1.64 \times 10^{-9} (\text{cm}^2/\text{s})$$

$$J = -(1.64 \times 10^{-9})(-6.3 \times 10^{22}) = 10.3 \times 10^{13} (\text{原子}/\text{cm}^2 \cdot \text{s})$$

(c) 表面扩散:

$$D = 0.47 \exp\left(-\frac{279000}{8.314 \times 2273}\right) = 1.9 \times 10^{-7} (\text{cm}^2/\text{s})$$

$$J = -(1.9 \times 10^{-7})(-6.3 \times 10^{22}) = 12 \times 10^{15} (\text{原子}/\text{cm}^2 \cdot \text{s})$$

6-31 (a) 由 Fick 第二定律:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

令 $C = f\left(\frac{x}{\sqrt{t}}\right)$, 代入上式积分后得:

$$C = \frac{\alpha}{\sqrt{t}} \exp(-x^2/4Dt)$$

扩散原子总量

$$M = \int_{-\infty}^{+\infty} C dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right) dx$$

令 $\frac{x^2}{4Dt} = \xi^2$, $dx = 2\sqrt{Dt} d\xi$, 则:

$$M = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha}{\sqrt{t}} \times 2\sqrt{Dt} \exp(-\xi^2) d\xi = 2\sqrt{\pi Dt} \alpha$$

$$\alpha = \frac{M}{2\sqrt{\pi Dt}}$$

$$\therefore C = \left\{ \frac{M}{2\sqrt{\pi Dt}} \right\} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right)$$

(b) 对于二维的平面扩散,

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right),$$

中心对称时,可写成极坐标形式,

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left[\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \left(\frac{1}{r} \right) \frac{\partial C}{\partial r} \right]$$

令

$$C = h(t) \exp(-r^2/4Dt),$$

代入上式积分得:

$$C = (\beta/t) \exp(-r^2/4Dt)$$

扩散原子总量为:

$$M = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\infty} r (\beta/t) \exp(-r^2/4Dt) dr$$

解得

$$\beta = M/4D\pi$$

即有

$$C = \left(\frac{M}{4\pi D} \right) \exp(-r^2/4Dt)$$

(c) 对于三维扩散,

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right)$$

中心对称时,写成极坐标形式:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left[\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \left(\frac{2}{r} \right) \frac{\partial C}{\partial r} \right]$$

令 $C = h(t) \exp(-r^2/4Dt)$, 代入上式积分得:

$$C = (\gamma/t^{3/2}) \exp(-r^2/4Dt)$$

扩散原子总量为

$$M = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^{\infty} r^2 \sin \varphi (\gamma/t^{3/2}) \exp(-r^2/4Dt) dr$$

解得

$$\gamma = \frac{M}{(8\pi D)^{3/2}}$$

即

$$C = \left\{ \frac{M}{(8\pi Dt)^{3/2}} \right\} \exp(-r^2/4Dt)$$

6-32 根据已知条件,由 $C = C_1 \operatorname{erf} c \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right)$ 算得离表面不同距离 (x) 处的碳浓度

(C), 即可作 $x \sim C$ 曲线, 计算和描绘此曲线可由计算机一次完成, 具体计算程序如下:

```

10 READ C1, D, T, XI
20 X = XI: Q = 2*SQR(D*T)
30 A = X/Q
40 I = (1 + EXP(-A*A))*0.5
50 FOR Z = A/100 TO A - A/100 STEP A/100
60 I = I + EXP(-Z*Z)
70 NEXT Z
80 E = I*A/(SQR(3.14159)*50)
90 C = C1*(1 - E)
100 PRINT "X = "; X; TAB(8); "C = "; C; TAB(24); X; TAB(30 + C*4000); "."
110 X = X + XI
120 IF(1 - E) < 0.001 GOTO 150
130 GOTO 30
140 DATA 0.01, 1.0E-5, 1.0E+4, 0.1
150 END

```

计算机运算后输出结果如图 6-(9)所示。

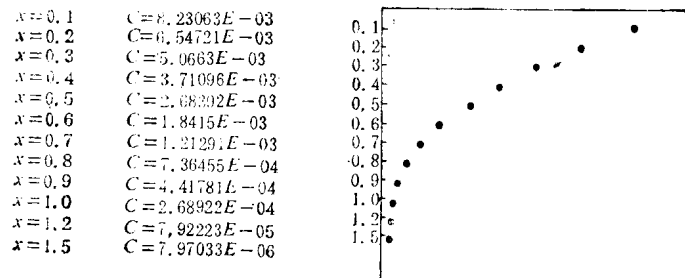


图 6-(9)

第七章 金属和合金的塑性变形

一、选择题

1. A 2. B 3. C 4. C 5. C 6. B 7. C 8. A 9. B 10. B 11. B
12. A 13. A 14. B 15. A 16. C 17. B 18. B

二、解答题

7-1 (1)
$$\varepsilon_0 = \frac{(1.1-1)L}{L} = 0.1$$

$$\begin{aligned}
(2) \quad \varepsilon_T &= \ln \frac{1.1 L}{L} = 0.095 \\
\varepsilon_e &= \frac{(0.9-1)h}{h} = -0.1 \\
\varepsilon_T &= \ln \frac{0.9 h}{h} = -0.105 \\
(3) \quad \varepsilon_e &= \frac{(2-1)L}{L} = 1 \\
\varepsilon_T &= \ln \frac{2 L}{L} = 0.693 \\
(4) \quad \varepsilon_e &= \frac{\left(\frac{1}{2}-1\right)h}{h} = -0.5 \\
\varepsilon_T &= \ln \frac{\frac{1}{2}h}{h} = -0.693
\end{aligned}$$

由上述计算结果可知, $\varepsilon_e \neq \varepsilon_T$, 变形量越大, ε_e 和 ε_T 之间的差值越大。比较(3)、(4)两项的计算结果可看出, 将长度为 L 的均匀试样伸长一倍与压缩到其长度的一半, 两者真实应变量的绝对值相等, 而工程应变量的绝对值却不相等, 所以用真实应变更能反映真实的变形特性。

$$7-2 \quad (1) \quad \because \sigma_T = k \varepsilon_T^n \quad (1)$$

$$\therefore d\sigma_T = n k \varepsilon_T^{n-1} d\varepsilon_T$$

$$\frac{d\sigma_T}{d\varepsilon_T} = n k \varepsilon_T^{n-1} \quad (2)$$

由上式可见, $\varepsilon_T < 1$ 时, 若 $0 < n < 1$, 则 n 较大者, $\frac{d\sigma_T}{d\varepsilon_T}$ 亦大, 所以 A 比 B 的应变硬化能力高。

(2) 由式(1), 当 $\varepsilon_T < 1$, $0 < n < 1$ 时, 在相同的 ε_T 下, 若 k 值大致相等, 则 n 越大, σ_T 越小, 又 $\sigma_T \propto \sqrt{\rho}$, 所以 n 越大, ρ 越低。由于 A 的 n 值比 B 高, 所以在同样的塑性应变时, B 的位错密度高。

(3) 应变硬化率 θ 的定义式为:

$$\theta = \frac{d\sigma_T}{d\varepsilon_T}$$

由式(2),

$$\theta = n k \varepsilon_T^{n-1}$$

由式(1), $k = \frac{\sigma_T}{\varepsilon_T^n}$, 代入上式得:

$$\theta = n \cdot \frac{\sigma_T}{\varepsilon_T^n} \cdot \varepsilon_T^{n-1} = n \frac{\sigma_T}{\varepsilon_T}$$

7-3 (1) 当试样拉伸至缩颈时, 载荷 P 达到最大值而不再增加, 但应变在继续, 真应力在增加, 此时,

$$dP = d(\sigma_T \cdot A) = \sigma_T dA + A d\sigma_T = 0 \quad (A \text{ 为试样截面积})$$

$$\therefore \frac{d\sigma_T}{\sigma_T} = -\frac{dA}{A}$$

由于材料塑性变形时体积不变, 即 $A \cdot l$ 为常数 (l 为试样长度), 故:

$$A dl + l dA = 0$$

$$-\frac{dA}{A} = -\frac{dl}{l}$$

又

$$d\varepsilon_T = \frac{dl}{l}$$

$$\therefore \frac{d\sigma_T}{d\varepsilon_T} = \sigma_T$$

(2) 由

$$\sigma_T = k \varepsilon_T^n$$

$$\frac{d\sigma_T}{d\varepsilon_T} = n k \varepsilon_T^{n-1}$$

$$\frac{d\sigma_T}{d\varepsilon_T} = \sigma_T$$

可得缩颈开始产生时的真应变为:

$$\varepsilon_T = n$$

(3) 将试样拉伸至缩颈时单位体积所做的功为:

$$W_0 = \int_0^n \sigma_T d\varepsilon_T = \int_0^n k \varepsilon_T^n d\varepsilon_T = \frac{k \varepsilon_T^{n+1}}{n+1} = \frac{k n^{n+1}}{n+1} \text{ (J/m}^2\text{)}$$

7-4 (1) 面心立方金属的一个密排面沿着密排方向对于相邻的密排面发生切变时, 切应力和切应变之间的关系为:

$$\tau = \mu \frac{x}{d} \quad (1)$$

式中 d 为面间距。

在切应变较小时,

$$\tau = \tau_{\max} \sin(2\pi x/b) = \tau_{\max} \frac{2\pi x}{b} \quad (2)$$

由式(1) = 式(2)得晶体理论剪切强度为:

$$\tau_{\max} = \mu \frac{x}{d} \cdot \frac{b}{2\pi x} = \frac{\mu b}{2\pi d} \quad (3)$$

(2) 对面心立方金属多晶体, 以 $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{3}{8} E$, $b = \frac{\sqrt{2}}{2} a$, $d_{(111)} = \frac{a}{\sqrt{3}}$ 代入式

(3) 可得:

$$\tau_{\max} = \frac{\frac{3}{8} E \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} a}{2\pi \times \frac{a}{\sqrt{3}}} = \frac{3\sqrt{6} E}{32\pi} = 0.073 E$$

Al、Cu、Ag 三种金属的理论剪切强度分别为:

$$\tau_{\max}^{\text{Al}} = 0.073 \times 70300 = 5131.9 \text{ (MPa)}$$

$$\tau_{\max}^{\text{Cu}} = 0.073 \times 129800 = 9475.4 \text{ (MPa)}$$

$$\tau_{\max}^{\text{Ag}} = 0.073 \times 82700 = 6037.1 \text{ (MPa)}$$

7-5 (1) 铝棒在拉拔过程中发生塑性变形, 但总的体积不变, 设拉拔后的长度为 L , 则:

$$\pi \times \left(\frac{14.0}{2}\right)^2 \times 20 \times 10^3 = \pi \times \left(\frac{12.7}{2}\right)^2 \times L \times 10^3$$

$$L = 24.3(\text{m})$$

(2) 冷加工率(CW)可表示为由塑性变形引起的横截面积减小的百分数:

$$\%CW = \left[\frac{\pi \times \left(\frac{14.0}{2}\right)^2 - \pi \times \left(\frac{12.7}{2}\right)^2}{\pi \times \left(\frac{14.0}{2}\right)^2} \right] = 18\%$$

7-6 如图 7-(1)(a)、(b)所示, AC 和 $A'C'$ 分别为拉伸前后晶体中两相邻滑移面之间的距离。因为拉伸前后滑移面间距不变, 即

$$AC = A'C'$$

延伸率

$$\delta = \frac{A'B' - AB}{AB} = \frac{\frac{A'C'}{\sin 30^\circ} - \frac{AC}{\sin 45^\circ}}{\frac{AC}{\sin 45^\circ}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 41.4\%$$

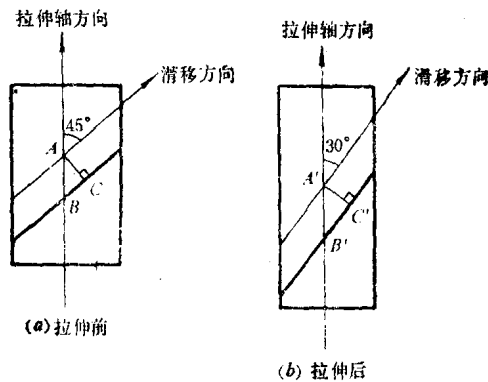


图 7-(1)

7-7 Zn 的 $c/a > 1.633$, 其滑移面应为(0001)面(基面)。由滑移面的滑移方向上的分切应力 $\tau = \sigma \cos \phi \cos \lambda$ 可知, 当 ϕ 为定值(60°)时, λ 越小, τ 越大, 所以在拉应力作用下, 晶体应沿与拉伸轴交成 38° 的那个滑移方向滑移而产生塑性变形。因此 Zn 的临界分切应力为:

$$\begin{aligned} \tau_c &= \sigma_c \cos \phi \cos \lambda = 2.28 \times \cos 60^\circ \times \cos 38^\circ \\ &= 2.28 \times \frac{1}{2} \times 0.788 = 898(\text{kPa}) \end{aligned}$$

7-8 以立方系金属为例, 可按下述步骤验证临界分切应力定律:

- 制得几块不同轴向的圆柱形单晶, 用 X 射线法测定其轴向;
- 沿轴向拉伸, 得 $\sigma_{s1}, \sigma_{s2}, \sigma_{s3}, \dots$;
- 在立方晶系的 (001) 标准投影图上测得各轴向与滑移面法线及滑移方向间的夹角 $\phi_1, \lambda_1, \phi_2, \lambda_2, \phi_3, \lambda_3, \dots$;
- 计算 $\tau_1 = \sigma_{s1} \cos \phi_1 \cos \lambda_1, \tau_2 = \sigma_{s2} \cos \phi_2 \cos \lambda_2, \dots$, 加以比较, 证明 $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \dots$ 。

至此, 临界分切应力定律得证。

7-9 (1) 由图 7-4 可知, F_1, F_2, F_3, F_4 四个拉伸轴方向分别是 $[001], [1\bar{1}0], [\bar{1}\bar{1}1]$

和 $[2\bar{1}4]$ 方向。由立方晶系(001)标准投影图上可查得,拉伸轴方向为 F_1 (即 $[001]$)时,等效滑移系为8个,它们是: $(\bar{1}11)[0\bar{1}1]$ 、 $(\bar{1}11)[101]$ 、 $(\bar{1}\bar{1}1)[011]$ 、 $(\bar{1}\bar{1}1)[\bar{1}01]$ 、 $(111)[0\bar{1}1]$ 、 $(111)[\bar{1}01]$ 、 $(\bar{1}\bar{1}1)[101]$ 、 $(\bar{1}\bar{1}1)[011]$ 。

拉伸轴方向为 F_2 (即 $[1\bar{1}0]$)时,等效滑移系为4个,它们是: $(1\bar{1}1)[\bar{1}01]$ 、 $(1\bar{1}1)[011]$ 、 $(\bar{1}11)[0\bar{1}1]$ 、 $(\bar{1}11)[101]$ 。

拉伸轴方向为 F_3 (即 $[\bar{1}\bar{1}1]$)时,等效滑移系有6个,它们是: $(111)[\bar{1}01]$ 、 $(111)[0\bar{1}1]$ 、 $(\bar{1}11)[\bar{1}\bar{1}0]$ 、 $(\bar{1}11)[0\bar{1}1]$ 、 $(\bar{1}\bar{1}1)[\bar{1}\bar{1}0]$ 、 $(\bar{1}\bar{1}1)[\bar{1}01]$ 。

拉伸轴方向为 F_4 (即 $[2\bar{1}4]$)时,只有一个滑移系,即 $(111)[0\bar{1}1]$ 。

(2) 由临界切应力公式 $\tau_s = \sigma_s \cos \phi \cos \lambda$ 得:

$$\sigma_s = \tau_s / \cos \phi \cos \lambda$$

F_1 方向拉伸时:

$$\sigma_{s_1} = \frac{372.1}{\frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}} = 911.5(\text{kPa})$$

F_2 方向拉伸时:

$$\sigma_{s_2} = \frac{372.1}{\frac{2}{\sqrt{6}} \times \frac{1}{2}} = 911.5(\text{kPa})$$

F_3 方向拉伸时:

$$\sigma_{s_3} = \frac{372.1}{\frac{1}{3} \times \frac{2}{\sqrt{6}}} = 1367.2(\text{kPa})$$

F_4 方向拉伸时:

$$\sigma_{s_4} = \frac{372.1}{\frac{5}{\sqrt{21 \times 3}} \times \frac{5}{\sqrt{21 \times 2}}} = 765.6(\text{kPa})$$

(3) 各外力轴方向拉伸时的拉伸曲线如图7-(2)所示。图中 $\sigma_{s_3} > \sigma_{s_1} = \sigma_{s_2} > \sigma_{s_4}$, 即 F_3 方向拉伸时 σ_s 最大。此外,拉伸轴方向为 F_1 、 F_2 、 F_3 时都有4个以上滑移系同时开动,拉伸曲线上无第一阶段(单滑移阶段);而拉伸轴方向为 F_4 时,开始时只有一个滑移系开动,拉伸曲线有明显的三个阶段。

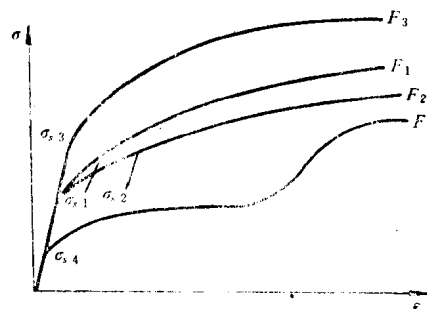


图 7-(2)

7-10 由已知的拉伸轴方向根据立方晶系(001)标准投影图可以确定主滑移系为 $(\bar{1}11)[101]$ 。设应力轴方向为 $[uvw]$, 从已知条件有:

$$\cos 36.7^\circ = \frac{w}{\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}}$$

$$\cos 19.1^\circ = \frac{v + w}{\sqrt{2} \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}}$$

$$\cos 22.2^\circ = \frac{u + v + w}{\sqrt{3} \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}}$$

令 $u^2 + v^2 + w^2 = 1$, 可解出: $u = 0.26$, $v = 0.54$, $w = 0.80$

$$\therefore \cos \phi = \frac{-0.26 + 0.54 + 0.80}{\sqrt{3}} = 0.62$$

$$\cos \lambda = \frac{0.26 + 0.80}{\sqrt{2}} = 0.75$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{20.40}{9 \times 10^{-6}} = 2.27 \text{ (MPa)}$$

$$\therefore \tau = \sigma \cos \phi \cos \lambda = 2.27 \times 0.62 \times 0.75 = 1.01 \text{ (MPa)}$$

7-11 (1) 用计算机计算应力轴为 $[UVW]$, 拉伸应力为 σ 时 f.c.c 单晶体的主滑移系、共轭滑移系及最大切应力的步骤为:

a) 计算所有 12 种滑移系的 Schmid 因子的绝对值, 加以比较, 具有最大 Schmid 因子的滑移系便为主滑移系, 同时具有最大 Schmid 因子的几个滑移系便为共轭滑移系;

b) 主滑移系(或共轭滑移系)的 Schmid 因子与 σ 相乘便是最大切应力。

具体计算程序如下:

```

010 DIM H(12), K(12), L(12), X(12), Y(12), Z(12), S1(12)
020 PRINT "PLEASE INPUT: U, V, W AND SIGMA"
025 FILES RE
026 SCRATCH #1
030 INPUT U, V, W, S2
035 PRINT #1, "INPUT DATAS: (U, V, W); SIGMA ="
036 PRINT #1, "("; U; V; W; "; "; "S2
037 PRINT #1, "
038 PRINT #1, " RESULTS BELOW: "
040 MAT READ H, K, L, X, Y, Z
050 U3 = U*U + V*V + W*W
060 FOR I = 1 TO 12
070 Q1 = ABS(U*H(I) + V*K(I) + W*L(I))
080 Q2 = ABS(U*X(I) + V*Y(I) + W*Z(I))
090 Q3 = SQR(H(I)**2 + K(I)**2 + L(I)**2)
100 Q4 = SQR(X(I)**2 + Y(I)**2 + Z(I)**2)
110 S1(I) = Q1*Q2/(U3*Q3*Q4)
120 NEXT I
130 S4 = S1(1)
140 N8 = 1
150 FOR I = 2 TO 12

```

```

160 IF S1(I) < S4 THEN 190
170 S4 = S1(I)
180 N8 = I
190 NEXT I
195 PRINT #1, " MAX. SCHMID = "; S4
200 N9 = 0
210 FOR I = 1 TO 12
220 IF I = N8 THEN 290
230 IF S1(I) < > S4 THEN 290
240 IF N9 < > 0 THEN 280
250 PRINT #1, "CONJUGATE SLIP SYSTEM;"
260 PRINT #1, "("; H(N8); K(N8); L(N8); ")" ["; X(N8); Y(N8); Z(N8); "]"
270 N9 = 1
280 PRINT #1, "("; H(I); K(I); L(I); ")" ["; X(I); Y(I); Z(I); "]"
290 NEXT I
300 IF N9 < > 0 THEN 410
390 PRINT #1, "MAIN SLIP SYSTEM;"
400 PRINT #1, "("; H(N8); K(N8); L(N8); ")" ["; X(N8); Y(N8); Z(N8); "]"
410 PRINT #1, " MAX. STRESS = "; S2*S4
440 DATA 1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, 1, 1, 1
450 DATA 1, 1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, -1, -1
460 DATA 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1
470 DATA 0, -1, -1, 1, 1, 0, 0, 1, -1, 1, 0, -1
480 DATA -1, 1, 0, 1, 0, -1, 1, 0, 1, 1, 1, 0
490 DATA 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1
500 END

```

符号说明

U, V, W 应力轴; SIGMA = S₂ 拉伸应力 σ
 H, K, L 滑移面指数; X, Y, Z 滑移方向指数
 RE 输出文件名
 Q₁, Q₂, Q₃, Q₄, U₃ 计算 Schmid 因子的中间变量
 S₁(12) Schmid 因子的绝对值
 S₄ 绝对值最大的 Schmid 因子
 N8 中间变量(对应于 S₄ 的序号)
 N9 中间变量

(2) 对应于 $[\bar{1}23]$ 、 $[101]$ 、 $[111]$ 三种应力轴,当拉伸应力 σ 为 4 MPa 时,按上述程序运行三次,便可求得三种情况下的主滑移系、共轭滑移系和最大切应力。

输出结果如下:

a) 应力轴为 $[\bar{1}23]$

INPUT DATAS: (U, V, W); SIGMA =

(-1 2 3); 4

RESULTS BELOW,

MAX. SCHMID = .4665695

MAIN SLIP SYSTEM,

(1 1 1)[-1 0 1]

MAX.STRESS = 1.866278

b) 应力轴为[101]

INPUT DATAS: (U, V, W); SIGMA =

(1 0 1); 4

RESULTS BELOW,

MAX.SCHMID = .4082483

CONJUGATE SLIP SYSTEM,

(1 -1 1)[0 1 1]

(1 1 1)[0 -1 1]

(1 1 1)[-1 1 0]

(1 -1 1)[1 1 0]

MAX.STRESS = 1.632993

c) 应力轴为[111]

INPUT DATAS: (U, V, W); SIGMA =

(1 1 1); 4

RESULTS BELOW,

MAX.SCHMID = .2721655

CONJUGATE SLIP SYSTEM,

(1 -1 1)[0 1 1]

(-1 1 1)[1 1 0]

(-1 1 1)[1 0 1]

(-1 -1 1)[0 1 1]

(-1 -1 1)[1 0 1]

(1 -1 1)[1 1 0]

MAX.STRESS = 1.088662

7-12 (1) 晶体开始滑移所需的最小拉应力为 σ_s , σ_s 与临界分切应力 τ_c 之间的关系为

$$\tau_c = \sigma_s \cos \phi \cos \lambda$$

当 $\cos \phi \cos \lambda = \frac{1}{2}$ 时, σ_s 达最小, 即:

$$\sigma_{\min} = \tau_c / \cos \phi \cos \lambda = 2 \tau_c = 2 \times 1 = 2 (\text{MPa})$$

此时拉伸轴位置如图 7-(3) 中 P 点所示。

(2) 由屈服应力与取向因子关系式 $\sigma_s = \tau_c / \cos \phi \cos \lambda$ 可作图如图 7-(4) 所示。

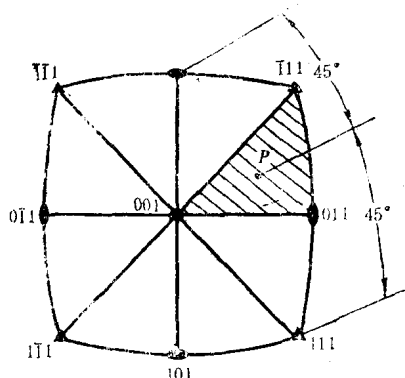


图 7-(3)

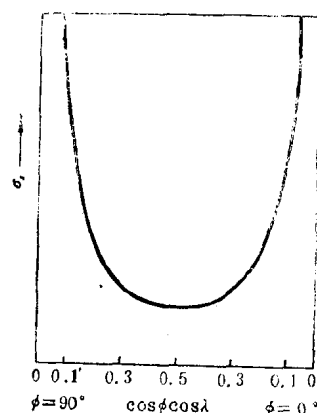


图 7-(4)

从图可知,当 ϕ 角偏离 45° 越大,则 σ_s 越大。在图7-(3)的阴影三角形中,当拉伸轴位于 $[\bar{1}11]$ 取向时, ϕ 角 ($[\bar{1}11]$ 与 $[111]$ 的交角)偏离 45° 最大,此时晶体开始滑移所需的拉应力最大。

7-13 由铜晶体经弯折后的显微组织示意图中可以看到:大多数滑移面迹线与表面所成的交角为 45° 左右,这是因为根据分切应力表达式 $\tau = \sigma_s \cos \phi \cos \lambda$ 可知,当 $\phi = \lambda = 45^\circ$ 时,滑移面的滑移方向上的分切应力 $\tau = \tau_{\max}$,这样的取向最易滑移。在图示的弯折受力条件下,当滑移面与表面的交角为 45° 时,较易满足或近似满足 $\tau = \tau_{\max}$ 的条件,所以滑移往往在这种取向的滑移面上发生。

由示意图中也可以看到滑移面迹线与表面交成其它角度的情况,这有几方面的原因:

a) 因为滑移面不一定与纸面垂直,所以可有滑移面迹线与表面不为 45° ,但滑移面本身与拉(压)力方向成 45° 的情况,此时仍易满足 $\tau = \tau_{\max}$ 的条件而优先在这些滑移面上滑移;

b) 在最有利的取向上位错运动受阻,可能转而在一些次有利的取向上发生滑移;

c) 为了与相邻晶粒产生协调变形,必须在几个滑移系,其中包括取向并非有利的滑移系上进行滑移。

7-14 根据氧化镁结构滑移系的特点,只有沿与所有 $\langle 110 \rangle$ 都垂直的方向拉伸(或压缩)才不会引起滑移。

由立方晶系(001)标准投影图可知,不可能存在与所有 $\langle 110 \rangle$ 极点都相距 90° 的极点,因而对氧化镁,不存在任何不会引起滑移的拉伸(或压缩)方向。

7-15 由立方晶系(001)标准投影图可以查得, b.c.c. 晶体其它三个同类型的交滑移系是: $(\bar{1}01)[111](\bar{1}10)$ 、 $(011)[\bar{1}\bar{1}1](110)$ 、 $(1\bar{1}0)[\bar{1}\bar{1}1](101)$ 。

7-16 b.c.c. 金属孪晶面为 $\{112\}$, 孪生方向为 $\langle 111 \rangle$, 孪生时切动距离为 $\frac{1}{6} \langle 111 \rangle$, 故孪生时孪晶面沿孪生方向的切变为:

$$S = \frac{\frac{1}{6} \langle 111 \rangle}{d_{(112)}} = \frac{\frac{a}{6} \sqrt{3}}{\frac{a}{\sqrt{6}}} = \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}}{6} = 0.707$$

f.c.c. 金属孪晶面为 $\{111\}$, 孪生方向为 $\langle 112 \rangle$, 孪生时切动距离为 $\frac{1}{3} \langle 112 \rangle$, 故孪生时

孪晶面沿孪生方向的切变为:

$$S = \frac{\frac{1}{3} \langle 112 \rangle}{d_{(111)}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} a}{\frac{a}{\sqrt{3}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$$

7-17 滑移带一般不穿越晶界,无多滑移时,以平行直线和波纹线出现,它可以通过抛光而去除。

机械孪晶也在晶粒内,因为它在滑移难以进行时发生,而当孪生使晶体转动后,又可使晶体滑移,所以一般孪晶区域不大,孪晶与基体位向不同,不能通过抛光去除。

退火孪晶以大条块形态分布于晶内,孪晶界面平直,一般在金相磨面上分布比较均匀,且不能通过抛光去除。

抛光残留磨痕一般都穿晶,条痕笔直,可通过进一步抛光去除。

滑移带(a)、机械孪晶(b)、退火孪晶(c)、抛光残留磨痕(d)示意于图 7-(5)中。

7-18 (1) (a)

$$\tau_{[110]} = \frac{670}{130 \times 10^{-6}} \times \cos 45^\circ \times \cos 59^\circ 40' = 1.8 (\text{MPa}) < \tau_r$$

$$\tau_{[112]} = \frac{670}{130 \times 10^{-6}} \times \cos 45^\circ \times \cos 50^\circ = 2.3 (\text{MPa}) < \tau_r$$

$$\sigma_{[111]} = \frac{670}{130 \times 10^{-6}} \times \cos^2 45^\circ = 2.6 (\text{MPa}) < \sigma_s$$

在此情况下晶体不发生变化。

$$(b) \quad \tau_{[110]} = \frac{760}{670} \times 1.8 = 2.04 (\text{MPa}) > \tau_s (2.0 \text{ MPa})$$

$$\tau_{[112]} = \frac{760}{670} \times 2.3 = 2.6 (\text{MPa}) > \tau_r (2.5 \text{ MPa})$$

$$\sigma_{[111]} = \frac{760}{670} \times 2.6 = 2.9 (\text{MPa}) < \sigma_s (3.1 \text{ MPa})$$

在此情况下,虽然滑移、孪生、都有条件发生,但根据上述结果可以判断:在加载过程中先到达孪生所需的最低拉力值,从而先发生孪生。

(2) 当 $\phi = 0^\circ$ 时, $\lambda = 90^\circ$,

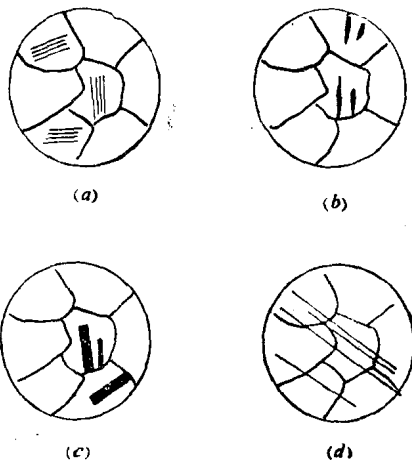


图 7-(5)

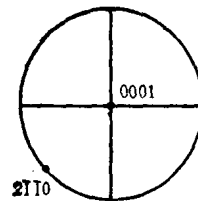


图 7-(6)

(a)

$$\tau_{[1\bar{1}0]} = \tau_{[11\bar{2}]} = 0$$

$$\sigma_{[111]} = \frac{360}{130 \times 10^{-6}} = 2.76(\text{MPa}) < \sigma_s$$

此时晶体不发生变化。

(b)

$$\tau_{[1\bar{1}0]} = \tau_{[11\bar{2}]} = 0$$

$$\sigma_{[111]} = \frac{450}{130 \times 10^{-6}} = 3.46(\text{MPa}) > \sigma_s$$

此时,晶体在(111)面之间发生解理断裂。

7-19 (1) (0001)[$2\bar{1}\bar{1}0$]板织构在(0001)极图中可表示如图7-(6)所示。

(2) 在外力作用下, Mg 将以什么方式产生塑性变形取决于外力与晶体之间的位向关系对哪种变形方式更为有利。

具有(0001)[$2\bar{1}\bar{1}0$]织构的板,其板面与(0001)平行,若在垂直于板面方向加力,则此力在滑移面的滑移方向上分切应力为零;在这种受力条件下,晶体不会以滑移方式变形。

由于 Mg 晶体的孪生面为 $\{10\bar{1}\bar{2}\}$,孪生方向为 $\langle 10\bar{1}\bar{1} \rangle$,在[0001]力轴方向加足够大的力,会使孪生面沿 $\langle 10\bar{1}\bar{1} \rangle$ 方向产生一足够大的切应力;又因为 Mg 的 $c/a > \sqrt{3}$,由孪生的极性可知,当力轴垂直于基面时受压形成孪晶,所以若在垂直于板面方向加足够大的压力, Mg 板将以孪生方式产生塑性变形。

7-20 晶体在发生滑移变形时呈现出延性。第一块单晶体的基面与拉伸轴互相垂直($\phi = 0^\circ$),即滑移面上的分切应力为零,所以不发生滑移,拉伸时呈脆性;而在弯曲时,滑移面上的切应力不为零,所以可以滑移变形,呈现延性。第二块单晶体的基面与拉伸轴平行($\phi = 90^\circ$),在拉伸和弯曲受力条件下,由于滑移面的面积 $A/\cos \phi$ 很大,分切应力极其微小,不足以引起滑移变形,所以呈现出脆性。

7-21 当此金属中不含溶质原子时,由于 $c/a < 1.633$,滑移一般沿 $\{10\bar{1}\bar{1}\}$ 或 $\{10\bar{1}0\}$ 发生,所以当沿轧制方向取样拉伸时,试样可以滑移方式产生塑性变形,屈服强度较低。当金属中固溶入碳原子后, c/a 增大,当 $c/a > 1.633$ 时,只能沿基面滑移;而沿轧制方向取样拉伸时,由于基面法线与拉伸方向垂直,滑移不能进行,试样只能以孪生方式进行;而孪生所需的临界分切应力一般总比滑移所需的临界分切应力要大,所以屈服强度较高。

7-22 三种试样静拉伸时的应力-应变曲线示意于图7-(7)中。

(1) 完整的铜晶须不含位错,在拉伸试验时,晶须在塑性屈服或断裂以前,可以在特别高的应力水平下保持其弹性。在这种情况下,塑性变形的开始(屈服)相应于位错的产生,并迅速增殖,此后塑性变形可藉位错的滑移在远低于屈服所需的应力水平下继续进行。

(2) 铜单晶在拉力方向为 P 时,开始仅发生单滑移;随着变形时晶面的转动,过渡到多滑移,最后发生交滑移。所以,拉伸曲线有明显的三阶段。

(3) 多晶铜试样拉伸后的变形较单晶困难,故屈服应力高于单晶的屈服应力,且由于拉伸开始就进入多滑移阶段,故拉伸曲线不出现明显的三阶段。

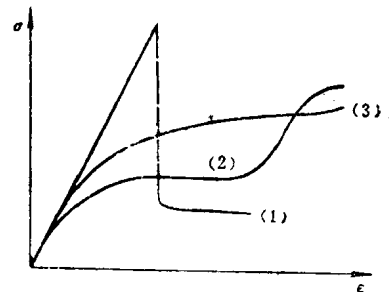


图 7-(7)

7-23 (1) 若初始位错密度为 ρ_0 , 则 Cu 单晶体的临界分切应力为:

$$\tau_0 = \tau_0 + \alpha \mu b \sqrt{\rho_0} = 700 + 0.5 \times 42 \times 10^6 \times 0.256 \times 10^{-7} \times \sqrt{10^5} = 870 (\text{kPa})$$

(2) 由图 7-9, $[111]\text{Cu}$ 单晶产生 1% 塑性应变所对应的 $\sigma = 40 \text{ MPa}$ 。又由立方晶系 (001) 标准投影图查得拉伸轴为 $[111]$ 时, 可开动的滑移系为 $(1\bar{1}1)[011]$ 及另外五个与其等效的滑移系, 可算得开动其中任一滑移系时取向因子都为 $\cos \phi \cos \lambda = \frac{2}{3\sqrt{6}}$, 故:

$$\tau = \sigma \cos \phi \cos \lambda = 40 \times \frac{2}{3\sqrt{6}} = 10.89 (\text{MPa})$$

由

$$\tau = \tau_0 + \alpha \mu b \sqrt{\rho}$$

$$\text{可算得 } \rho = \left(\frac{\tau - \tau_0}{\alpha \mu b} \right)^2 = \left(\frac{10.89 \times 10^3 - 700}{0.5 \times 42 \times 10^6 \times 0.256 \times 10^{-7}} \right)^2 = 3.6 \times 10^8 (\text{cm}^{-2})$$

对 $[112]\text{Cu}$ 单晶, 要达到同样的位错密度, 即使 τ 相同, 此时

$$\sigma = \frac{\tau}{\cos \phi \cos \lambda}$$

当拉伸轴为 $[112]$ 方向时, 开动的滑移系为 $(111)[011]$, 可算得:

$$\cos \phi \cos \lambda = \frac{2}{\sqrt{18}} \times \frac{3}{\sqrt{12}} = \frac{1}{\sqrt{6}} = 0.4$$

$$\therefore \sigma = \frac{10.89}{0.4} = 27.2 (\text{MPa})$$

查得对应的

$$\varepsilon = 2.5\%$$

7-24 流变应力 $\tau = \tau_0 + \alpha \mu b \rho^{1/2}$, 设 $\tau_0 \ll \tau$, 则:

$$\tau = \alpha_1 \mu b \rho^{1/2} \quad (1)$$

由于单位长度位错线能量 $U = \alpha_2 \mu b^2$, 对 Au, $\alpha_2 \approx 1$, 则:

$$U = 1 \times 4 \times 10^{10} \times (0.25 \times 10^{-9})^2 = 2.5 \times 10^{-9} (\text{J/m})$$

由位错提供的储存能为:

$$E_D = 780 \times 0.75 = 585 (\text{J/mol})$$

$$1 \text{ mol Au 的体积 } V = \frac{\text{原子量}}{\text{密度}} = \frac{196.96}{19.32} = 1.02 \times 10^{-5} (\text{m}^3)$$

\therefore 晶体中的位错密度

$$\rho = ED/U/V = \frac{585}{2.5 \times 10^{-9} \times 1.02 \times 10^{-5}} = 2.29 \times 10^{16} (\text{m}^{-2})$$

代入式(1), 另有 $\alpha_1 \approx 0.3$, 可算得此时的流变应力为:

$$\tau = 0.3 \times 4 \times 10^{10} \times 0.25 \times 10^{-9} \times (2.29 \times 10^{16})^{1/2} = 450 (\text{MPa})$$

7-25 运动位错被钉扎以后, l 长度的位错线段可作为位错源, 作用拉应力所产生的分切应力即为开动此位错源所需的分切应力。

使位错源动作的临界切应力表达式为:

$$\tau_0 = \frac{\mu b}{l}$$

将已知条件代入可得:

$$14 \times 10^6 = \frac{4.1 \times 10^{10} \times 0.256 \times 10^{-9}}{\rho^{-1/2}}$$

解得

$$\rho = 1.78 \times 10^{12} (\text{m}^{-2})$$

7-26 由图 7-10 查得:

$\sigma_b > 414 \text{ MPa}$ 时, 冷加工量 $CW \geq 15\%$

$RB \geq 75$ 时, $CW \geq 26\%$

$d \geq 10\%$ 时, $CW \leq 33\%$

由此, 欲同时满足上述条件, 可选择 30% 作为拉伸时的冷加工量。

$$\text{由 } CW = \frac{\Delta A}{A} = \frac{\frac{1}{4} \pi d^2 - \frac{1}{4} \pi (2.54)^2}{\frac{1}{4} \pi d^2} = 30\%$$

可解得最终形变前的直径 $d = 3 \text{ mm}$, 所以欲满足题中各项要求, 可采用下列两种工艺:

a) 采用热加工使黄铜丝直径由 6.35 mm 加工至 3 mm , 再冷加工至 2.54 mm 。

b) 将已经过 40% 冷加工的黄铜丝退火, 再冷加工至直径为 4.5 mm 左右; 再退火, 然后冷加工成 3 mm 直径; 再退火, 最后拉成 2.54 mm 直径。

7-27 体心立方金属拉伸曲线上一般会出现明显的屈服现象, 其微观过程可用位错增殖、运动的理论来解释。

在外力作用下, 晶体宏观应变速率 $\dot{\epsilon}$ 可表示为:

$$\dot{\epsilon} = b \rho \bar{v} \quad (1)$$

式中 ρ 为可动位错密度, \bar{v} 为位错平均运动速率。

位错平均运动速率与所受有效应力 σ^* 之间又有如下表达式:

$$\bar{v} = \left(\frac{\sigma^*}{\tau_0} \right)^m \quad (2)$$

式中 τ_0 为位错作单位速率运动所需的应力; 指数 m 表示位错对应力的敏感性。

在拉伸时, 当材料一开始屈服, 可动位错密度 ρ 便大量增加; 由于 $\dot{\epsilon}$ 不变, 由式 (1) 可知, ρ 的增加将导致 \bar{v} 的下降; 又由 (2) 式知, \bar{v} 下降时, σ^* 随之下降, 从而出现屈服现象。由式 (2) 得:

$$\begin{aligned} d\bar{v} &= m \left(\frac{\sigma^*}{\tau_0} \right)^{m-1} d \left(\frac{\sigma^*}{\tau_0} \right) \\ \therefore \frac{d \left(\frac{\sigma^*}{\tau_0} \right)}{d\bar{v}} &= \frac{1}{m \left(\frac{\sigma^*}{\tau_0} \right)^{m-1}} \end{aligned}$$

m 越小, $\frac{d\sigma^*}{d\bar{v}}$ 越大, 屈服现象越明显; m 越大, $\frac{d\sigma^*}{d\bar{v}}$ 越小, 屈服现象越不明显。一般体心立方金属 m 值较小, 在 $1 \sim 10$ 之间居多, 因而屈服现象较为明显; 而面心立方金属 m 值很大, 一般大于 100 , 因而屈服现象不明显。

另外, 体心立方金属中溶质原子与位错交互作用强, 可动位错密度低, 因而需在较高应力下形成可滑移位错或使位错脱钉后才能在较低应力下继续变形, 而面心立方金属无上述情况。这也是体心立方金属拉伸曲线上有屈服现象而面心立方金属这一现象不明显的原因之一。

7-28 (1) 屈服点的恢复可看作是一热激活过程, 过程进行的速率为:

$$\frac{k}{\tau} = A \exp \left[-\frac{Q}{RT} \right] \quad (k \text{ 为常数})$$

将已知条件代入得

$$\frac{k}{15} = A \exp \left[-\frac{7.5 \times 10^4}{8.314 \times 273} \right] \quad (1)$$

$$\frac{k}{t} = A \exp \left[-\frac{7.5 \times 10^4}{8.314 \times 238} \right] \quad (2)$$

式(1) + 式(2)得:

$$\frac{t}{15} = \exp[7.14] = 1261.4$$

$$t = 13(\text{天})$$

(2) 同理可得

$$\frac{t'}{15} = 7044$$

$$t' = 73(\text{天})$$

即在 0°C 时与在 15°C 时相比, 屈服点的恢复将延缓 60 天。

7-29 由材料的屈服强度与晶粒直径间关系式 $\sigma_s = \sigma_0 + kd^{-1/2}$ 可以导得一直线方程:

$$\sigma_s = \sigma_{s_1} + \frac{d^{-1/2} - d_1^{-1/2}}{d_2^{-1/2} - d_1^{-1/2}} (\sigma_{s_2} - \sigma_{s_1})$$

以 $d_1 = 1 \text{ mm}$, $d_2 = 0.0625 \text{ mm}$, $d = 0.0196 \text{ mm}$, $\sigma_{s_1} = 112.7 \text{ MPa}$, $\sigma_{s_2} = 196 \text{ MPa}$

代入上述方程, 可解得:

$$\sigma_s = 112.7 + \frac{0.0196^{-1/2} - 1}{0.0625^{-1/2} - 1} (196 - 112.7) = 233.4(\text{MPa})$$

7-30 钢丝冷拉后的真应变

$$\varepsilon = 2 \ln \left(\frac{D_0}{D_e} \right)$$

$$\therefore \frac{d_0}{d_e} = \frac{D_0}{D_e}$$

$$\therefore \frac{d_0}{d_e} = \exp \left(\frac{\varepsilon}{2} \right)$$

代入 Hall-Petch 关系式, 得到:

$$\sigma = \sigma_i + k'(d_e)^{-1/2} = \sigma_i + k' \left[\frac{\exp \left(\frac{\varepsilon}{2} \right)}{d_0} \right]^{1/2} = \sigma_i + \frac{k'}{\sqrt{d_0}} \exp \left(\frac{\varepsilon}{4} \right)$$

7-31 因为 α, β 二相的屈服应变相等, 故 $(\alpha + \beta)$ 共晶体的屈服强度可表示为:

$$\sigma_{\alpha+\beta} = f_\alpha \cdot \sigma_\alpha + f_\beta \cdot \sigma_\beta$$

式中 f_α, f_β 分别为共晶中 α, β 二相的体积分数。

$$f_\alpha = \frac{0.67}{0.67 + 0.27} = 0.71$$

$$f_\beta = \frac{0.27}{0.67 + 0.27} = 0.29$$

$$\sigma_\alpha = \sigma_{\alpha_0} + k_\alpha \lambda^{-1/2} = 156 + 0.2 \times [(0.67 + 0.27) \times 10^{-6}]^{-1/2} = 362.3(\text{MPa})$$

(λ 为 α 层片每片厚度与 β 层片每片厚度之和)

$$\sigma_\beta = \sigma_{\beta_0} + k_\beta \lambda^{-1/2} = 180 + 0.1 \times [(0.67 + 0.27) \times 10^{-6}]^{-1/2} = 283.0(\text{MPa})$$

$$\therefore \sigma_{(\alpha+\beta)} = 0.71 \times 362.3 + 0.29 \times 283.0 = 339.3(\text{MPa})$$

第八章 回复和再结晶

一、选择题

1. C 2. B 3. D 4. B 5. A 6. A 7. C 8. D 9. C 10. B

二、解答题

8-1 (1) 每个亚晶界平均位错数 = $\frac{1}{4} \times 1.128 \times 10^6 = 2.82 \times 10^5$ (根)

$$\text{位错间距 } D = \frac{\text{边长}}{\text{1条边的位错数}} = \frac{\sqrt{2} \times 10^8}{2.82 \times 10^5} = 50.1 (\text{nm})$$

$$b = \frac{a}{2} \langle 111 \rangle = \frac{\sqrt{3}}{2} a = 0.865 \times 0.3 = 0.2595 (\text{nm})$$

$$\theta = \frac{b}{D} = \frac{0.2595}{50.1} = 5 \times 10^{-3} (\text{弧度}) = 0.29^\circ$$

(2) 因为形成亚晶前后位错总长度未变, 所以形成亚晶前后单位长度位错线能量之比即为晶体形成亚晶前后畸变能之比。

对刃型位错, 单位长度位错线能量

$$W = \frac{\mu b^2}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{R}{r_0}$$

多边化前,

$$R = 10^{-4} \text{ cm}, \quad r_0 = b = 10^{-8} \text{ cm}, \quad W_{0\pi} = \frac{\mu b^2}{4\pi(1-\nu)} \ln 10^4,$$

多边化后,

$$R = D = \frac{b}{\theta} = \frac{10^{-8}}{10^{-3}} = 10^{-5} (\text{cm}) \quad W_{1\pi} = \frac{\mu b^2}{4\pi(1-\nu)} \ln 10^3$$

$$\frac{W_{1\pi}}{W_{0\pi}} = \frac{\ln 10^3}{\ln 10^4} = \frac{3}{4}$$

即形成亚晶后畸变能是形成亚晶前的 $\frac{3}{4}$ 倍。

(3) 由(2)的结果可以推测, 多边化后, 位错能量下降, 晶体中总的畸变能降低, 这将使再结晶的驱动力减少, 从而延缓再结晶的进行。

8-2 1g 原子体积的铝的应变能释放速率 $\frac{dU}{dt}$ 等于亚晶长大时 1g 原子体积中总的亚晶界面能的变化速率, 即:

$$\frac{dU}{dt} = d\left(\frac{\text{Al 的原子量}}{\text{Al 的密度}} \times \frac{2}{D} \times \gamma\right)/dt = d\left(\frac{k_1}{D}\right)/dt$$

式中, γ 为亚晶界面能,

$$k_1 = \frac{\text{Al 的原子量}}{\text{Al 的密度}} \times 2\gamma$$

$$\therefore D = k_2 t$$

$$\therefore \frac{dU}{dt} = d\left(\frac{k}{t}\right)/dt = -\frac{k}{t^2} (\text{能量单位/克原子} \cdot \text{时间}) \quad (k = k_1/k_2)$$

即应变能释放速率与 t^2 呈反比。(负号表示亚晶长大时总的亚晶界面能降低。)

8-3 由图 8-2 上查得:

$$T = 273 \text{ K}, t = 95 \text{ min}, \ln \left[\frac{\rho(95) - \rho(\infty)}{\rho(0) - \rho(\infty)} \right] = -0.08$$

$$T = 295 \text{ K}, t = 100 \text{ min}, \ln \left[\frac{\rho(100) - \rho(\infty)}{\rho(0) - \rho(\infty)} \right] = -0.14$$

代入动力学方程:

$$A \times 95 \times e^{-Q/273k} = -0.08$$

$$A \times 100 \times e^{-Q/295k} = -0.14$$

$$\frac{95}{100} \cdot \exp \left[\frac{Q}{295k} - \frac{Q}{273k} \right] = \frac{-0.08}{-0.14}$$

以 $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ 代入, 得:

$$Q = \frac{1.38 \times 10^{-23}}{\left(\frac{1}{295} - \frac{1}{273} \right)} \ln \left(\frac{-0.08}{-0.14} \times \frac{100}{95} \right) = 2.57 \times 10^{-20} (\text{J/原子})$$

8-4 再结晶进行的速率为:

$$v_{\text{再}} = Ae^{-Q/RT} \quad (Q \text{ 为再结晶激活能})$$

设 t 为完成再结晶所需的时间, 则:

$$V_{\text{再}} \cdot t = 1$$

$$Ae^{-Q/RT_1} \cdot t_1 = Ae^{-Q/RT_2} \cdot t_2 = Ae^{-Q/RT_3} \cdot t_3$$

$$-Q/R \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = \ln \frac{t_2}{t_1}$$

$$-Q/R \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_3} \right) = \ln \frac{t_3}{t_1}$$

$$\frac{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_3}} = \frac{\ln \frac{t_2}{t_1}}{\ln \frac{t_3}{t_1}}$$

以 $T_1 = 673 \text{ K}$, $t_1 = 1 \text{ h}$, $T_2 = 663 \text{ K}$, $t_2 = 2 \text{ h}$, $T_3 = 693 \text{ K}$ 代入上式, 解得:

$$t_3 = 0.26 \text{ h}$$

即 420°C 恒温下完成再结晶约需 0.26 h 。

8-5 由上题知:

$$\ln \frac{t_1}{t_2} = \frac{Q}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

$$Q = R \ln \frac{t_1}{t_2} / \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

以已知值代入, 得:

$$Q = \frac{8.31 \ln \frac{40}{1}}{\frac{1}{553 + 273} - \frac{1}{627 + 273}} = 3.08 \times 10^5 (\text{J/mol})$$

8-6 (1) 由 8-4 题知, 在 T_1, T_2, T_3 三个温度经 t_1, t_2, t_3 三个时间等温完成的再结晶分数相同时, 有:

$$\frac{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_3}} = \frac{\ln \frac{t_2}{t_1}}{\ln \frac{t_3}{t_1}}$$

根据已知动力学曲线, $T_1=1000\text{ K}$, $T_2=800\text{ K}$, $t_1=0.1\text{ s}$, $t_2=10^4\text{ s}$, $t_3=10^5\text{ s}$, 代入上式解得:

$$T_3=769\text{ K}$$

(2) 可以以纯铁为基, 采用合金化(固溶)的办法, 或加入一定量的第二相粒子, 呈极细小颗粒弥散分布, 对再结晶起阻碍作用, 以延长构件的工作寿命。

(3) 由 $x_{\text{再}} = A \exp \left[-\frac{Q}{RT} \right] \cdot t$, 设 $x_{\text{再}}=0.5$, 则:

$$\exp \left(\frac{Q}{RT} \right) = 2 A \cdot t$$

$$\frac{Q}{RT} = \ln(2A) + \ln t = 2.3 \lg(2A) + 2.3 \lg t$$

即 $\lg t$ 与 $\frac{1}{T}$ 呈直线关系, 直线的斜率为 $\frac{Q}{R}$ 。

在图 8-(1) 所示的 $\lg t \sim \frac{1}{T}$ 坐标系中, 过 $T_1=1000\text{ K}$, $t_1=0.1\text{ s}$ 和 $T_2=800\text{ K}$, $t_2=10^4\text{ s}$ 两点作一直线 1, 再过 $T=1000\text{ K}$, $t=10\text{ s}$ 作直线 1 的平行线直线 2, 在直线 2 上找得 $t_3=3600\text{ s}$ 所对应的温度即为 $T_{\text{再}}=890\text{ K}$ 。

8-7 (1) 将 G 、 \dot{N} 的表达式代入 $t_{0.95}$ 表达式中, 得:

$$t_{0.95} = (2.85)^{1/4} \cdot (N_0 G_0^3)^{-1/4} \cdot \exp \left(\frac{Q_n + 3 Q_g}{4 k T} \right)$$

当 $T = T_R$ 时, $t_{0.95} = 1\text{ h}$

$$\therefore \exp \left(\frac{Q_n + 3 Q_g}{4 k T_R} \right) = \left(\frac{2.85}{N_0 G_0^3} \right)^{-1/4}$$

$$\frac{Q_n + 3 Q_g}{4 k T_R} = -\frac{1}{4} \ln \frac{2.85}{N_0 G_0^3}$$

$$T_R = -\frac{Q_n + 3 Q_g}{k \ln(2.85 / N_0 G_0^3)}$$

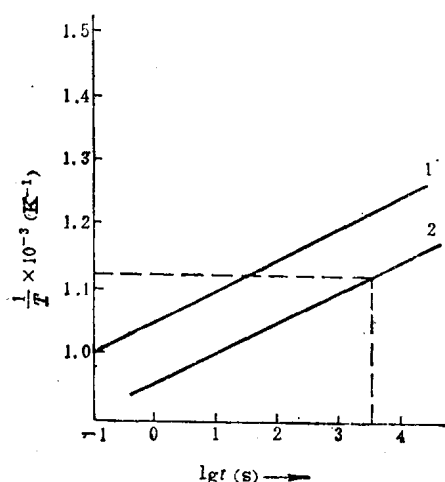


图 8-(1)

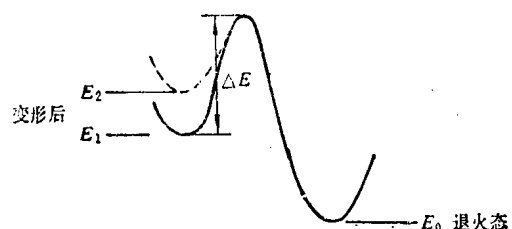


图 8-(2)

(2) 再结晶过程(包括形核和长大)的驱动力是晶体经变形后的畸变能。晶体有从畸变后的高能态向退火状态的低能态转变的自发趋势,但是这一能态的变化要求原子越过一个能垒(如图8-(2)中的 ΔE),越过这一能垒所需的额外能量由热振动来提供,所以再结晶过程是一个热激活过程。能垒 ΔE 的高度取决于变形后的晶格畸变能,当畸变能高时(如图中 E_2), ΔE 减小,则形核激活能 Q_n 和长大激活能 Q_g 均降低,再结晶速度便加快。因此一切影响变形后畸变能的因素均会影响 Q_n 、 Q_g 以至 $T_{再}$,畸变能增加, Q_n 、 Q_g 下降, $T_{再}$ 降低。

由上述分析,在一定形变度范围内(饱和值以下),预先变形程度越高,原始晶粒尺寸越细,则形变后畸变能越大, Q_n 、 Q_g 越低。

金属纯度对 Q_n 、 Q_g 的影响可从两方面考虑,一方面杂质会增加畸变能,使 Q_n 、 Q_g 降低;另一方面,杂质也会降低界面迁移率,使 Q_n 、 Q_g 增高;两个相反的作用同时存在,看何者占主导地位。 N_0 、 G_0 只与金属的本性有关,预变形度、原始晶粒尺寸和金属纯度对其无多大影响。

(3) 由(2)的分析可知,增大预变形度,细化原始晶粒,将使 $T_{再}$ 下降。

杂质对 T_R 的影响具有双重性,若杂质的存在使畸变能增大这一因素占主导地位,则纯度较低的金属, $T_{再}$ 较低;反之,若杂质的存在使界面迁移减慢这一因素占主导地位,则纯度越高的金属, $T_{再}$ 越低。不同的杂质原子对 $T_{再}$ 的影响不同,一般来说,少量杂质原子的存在会阻碍金属的再结晶,从而使 $T_{再}$ 提高,其提高 T_R 的程度因杂质种类不同而异。

8-8 可用金相法求再结晶形核率 \dot{N} 和长大线速度 G 。具体做法是:

a) 测定 \dot{N}

把一批经大变形量变形后的试样加热到一定温度(T)后保温,每隔一定时间 t ,把一个试样取出淬火,做成金相样品在显微镜下观察,数得再结晶核心的个数 N ,得到一组数据后以 $N \sim t$ 作图, $N-t$ 曲线上各点的斜率便为此材料在温度 T 下保温不同时间时的再结晶形核率 \dot{N} 。

b) 测定 G

将(a)中淬火后的一组试样进行金相观察,量每个试样(对应不同保温时间)中最大晶核的线度 D ,作 $D \sim t$ 曲线,曲线上各点的斜率便为温度 T 下保温不同时间时的长大线速度 G 。

8-9 再结晶温度($T_{再}$)的高低在很大程度上受冷变形金属中储存能高低的影响,冷变形金属中储存能越高, $T_{再}$ 越低。

冷变形金属制成薄膜时一部分位错在薄膜表面消失,在加热过程中,薄膜中的部分位错亦会运动到表面而消失,因而薄膜内的平均位错密度比大块试样中的低,薄膜中以位错应变能为主体的储存能也较大块试样中的为低。这就是冷变形金属制成薄膜在透射电镜中原位加热测得的 $T_{再}$ 比同一金属的大块试样测出的 $T_{再}$ 高的原因。

8-10 将大变形量轧制后的工业纯铝在室温放置12天后其低温强度明显下降的可能原因是由于工业纯铝已发生了再结晶过程。试验者查得的 $T_{再}$ 为150°C,按再结晶温度的定义,是指在一小时内完成再结晶的温度,而金属在大量冷变形后,即使在低于 $T_{再}$ 的退火温度,只要保温足够的时间,同样可以发生再结晶,所以工业纯铝变形后在室温放置12天完全有可能已完成再结晶过程。

有两种方法可以证明上述设想:

a) 观察薄片试样的金相组织, 可确认是否已完成再结晶。

b) 由于退火温度(T_1 、 T_2)与完成同样体积分数的再结晶所需的时间(t_1 、 t_2)之间有如下关系:

$$\frac{t_1}{t_2} = e^{-Q_R/R \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)}$$

故只要查得工业纯铝的再结晶激活能 Q_R , 将 $t_1 = 1 \text{ h}$, $t_2 = 12 \times 24 \text{ h}$, $T_1 = 423 \text{ K}$ 代入上式, 便可求得 T_2 ; 若 T_2 低于室温, 这就证明室温时确实发生了再结晶过程。

8-11 再结晶驱动力

$$F_1 = \mu b^2 (\rho - \rho_0) = 10^{11} \times 9 \times 10^{-20} \times 10^{16} = 9 \times 10^7 (\text{N/m}^2)$$

(ρ 和 ρ_0 分别为再结晶前后金属中的位错密度, 设 $\rho \gg \rho_0$)

再结晶阻力

$$F_2 = \frac{3}{2} \frac{f}{r} \sigma = \frac{3}{2} \times \frac{0.01}{1 \times 10^{-6}} \times 0.5 = 7.5 \times 10^3 (\text{N/m}^2)$$

$F_1 \gg F_2$, 故这种第二相微粒的存在不能完全阻止再结晶。

8-12 沿棒长度的硬度分布曲线示意于图 8-(3)。

在整根棒的长度上, 由于温度不同, 经历了回复、再结晶和晶粒长大三个过程。

第 I 区域, $T < T_R$, 仅发生回复, 硬度略有下降。

第 II 区域, 发生再结晶, 硬度大大下降, 且随温度升高, 同样 1 小时内完成再结晶的体积百分数增大, 硬度随之下降。

第 III 区域, 晶粒长大, 晶界对位错运动阻碍较小, 故硬度进一步降低。

对有同素异构转变的纯金属(如纯铁), 在上述情况下, 由于到达一定温度会发生重结晶而使晶粒细化, 故在第 III 区域后出现硬度回升的第 IV 区域。

8-13 铜片经完全再结晶后晶粒大小沿片长方向变化如图 8-(4) 所示。

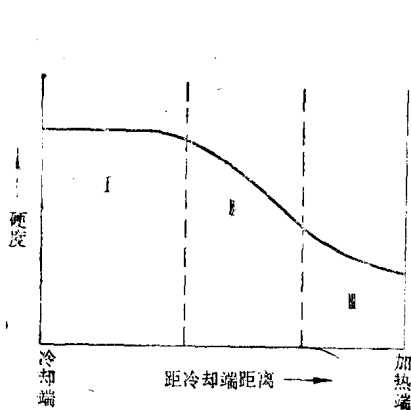


图 8-(3)

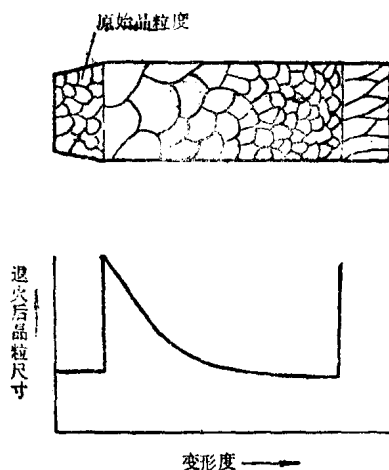


图 8-(4)

由于铜片宽度不同, 轧制后变形度不同, 退火后的晶粒大小便不同。最窄的一端基本无变形, 退火后仍保持原始晶粒尺寸; 在较窄处, 处于临界变形范围, 再结晶退火后晶粒粗大;

随宽度增大,变形度增大,退火后晶粒变细,最后达到稳定值,在最宽处,变形量很大,在局部地区形成变形结构,退火后形成异常大晶粒。

(2) 变形越大,冷变形储存能越高,越易再结晶。因此在较低温度退火,在较宽处先发生再结晶。

8-14 铝的临界变形度为2%左右,退火后的薄铝板,经2%变形量的冷轧后再进行退火,会导致退火后的晶粒异常粗大,使材料性能恶化。

8-15 再结晶终了的晶粒尺寸是指再结晶完成但未发生长大时的晶粒尺寸。若以再结晶晶粒中心点之间的平均距离 d 表征再结晶的晶粒大小,则 d 与再结晶形核率 \dot{N} 及长大线速度 G 之间存在下述近似关系:

$$d = \text{常数} \left[\frac{G}{\dot{N}} \right]^{1/4} \quad (1)$$

且

$$\dot{N} = N_0 e^{-Q_n/RT} \quad (2)$$

$$G = G_0 e^{-Q_g/RT} \quad (3)$$

退火温度变化时, \dot{N} 和 G 分别按方程(2)、(3)变化。由于 Q_n 与 Q_g 几乎相等,故退火温度对 G/\dot{N} 的影响微弱,晶粒大小是退火温度的弱函数。这就解释了图8-5的曲线中再结晶终了的晶粒尺寸与退火温度无关的现象。

在再结晶完成以后,若继续保温,会发生晶粒长大的过程。对这一过程而言,退火温度越高,保温时间相同时退火后晶粒越大。这是因为晶粒长大过程是通过大角度晶界的移动来进行的,温度越高,晶界移动的激活能就越低,晶界平均迁移率就越高,晶粒长大速度就越快,在相同保温时间下,退火后晶粒就越粗,这与前面的分析并不矛盾。

8-16 设保温2小时放出的热量完全是由于晶粒长大、晶界总面积减少而释放的能量,即:

$$Q_{\text{放热}} = 2 \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) \cdot \gamma$$

$$\frac{1}{d_2} = \frac{1}{d_1} - \frac{Q}{2\gamma}$$

式中, d_1 , d_2 分别为保温前后的晶粒直径, γ 为界面能。

以 $d_1 = 2.16 \times 10^{-3} \text{ cm}$, $Q = 0.035 \text{ J}$, $\gamma = 0.5 \text{ J/m}^2$ 代入,解得:

$$d_2 = 8.9 \times 10^{-3} (\text{cm})$$

8-17 可以向钨中加入第二相 ThO_2 颗粒以限制晶粒长大。当弥散分布的 ThO_2 颗粒的体积分数为 f ,半径为 r 时,晶粒的极限尺寸 $R = \frac{4r}{3f(1+\cos\alpha)}$ (α 为接触角);到达这一尺寸(可选择合适的 f 和 r 使 R 尽可能小)后,晶粒不再长大,细晶粒将使灯丝脆性大大下降而不易破断,从而有效地延长其寿命。

8-18 欲提高 M 合金的室温屈服强度,可采用下述工艺:

- (1) 对材料进行大变形量冷变形;
- (2) 查出 M 合金的 $T_{\text{再}}$,在 $T_{\text{再}}$ 保温1小时后水淬(固溶处理);
- (3) 低温($< T_1$)时效。

8-19 Ag 的再结晶晶核以大角度晶界向变形基体移动的驱动力 F 为冷加工储存能,即:

$$F = \mu b^2 (\rho_1 - \rho_0)$$

$$\because \rho_1 \gg \rho_0$$

$$\therefore F \approx \mu b^2 \rho_1$$

弓出后的晶界会受到移向其曲率中心的驱动力 f 作用,当弓出的曲率半径为 R 时, $f = \frac{2\gamma}{R}$, f 与 F 反向,晶界弓出的最小曲率半径 R_{\min} 应为 F 和 f 平衡时的半径。

由

$$F = f$$

$$\mu b^2 \rho_1 = \frac{2\gamma}{R}$$

得

$$R_{\min} = \frac{2\gamma}{\mu b^2 \rho_1} = \frac{2 \times 0.4}{30 \times 10^9 \times (3 \times 10^{-10})^2 \times 10^{16}} = 2.9 \times 10^{-8} (\text{m})$$

8-20 金属材料在热加工过程中经历了动态变形和动态回复及再结晶的过程,柱晶区和粗大的等轴晶区消失了,代之以较细小的等轴晶。许多分散缩孔、小裂纹由于机械焊合作用而消失,显微偏析由于压缩和扩散大多得到一定程度的减弱,使得材料的致密度和力学性能特别是塑性、韧性提高。

低碳钢板中硫的存在造成严重的偏析,热加工时偏析不能消除,只能发生宏观流变,引起严重的各向异性。故降低硫含量就可降低各向异性的程度,使钢板沿纵向、横向和厚度方向拉伸时的断面收缩率的差别显著降低。

第九章 固体中的相变

一、选择题

1. A 2. C 3. B 4. B 5. B 6. B 7. C 8. A 9. C 10. B 11. A
12. C 13. A 14. B

二、解答题

9-1

$$\Delta H_T = \Delta H_0 + \int_0^T \Delta C_P dT$$

已知

$$H_{600}^\gamma - H_{300}^\alpha = 10900 (\text{J/mol})$$

又

$$H_{600}^\gamma = H_{300}^\gamma + \int_{300}^{600} C_P^\gamma dT$$

合并以上二式得:

$$\begin{aligned} \Delta H_{300}^{\alpha \rightarrow \gamma} &= H_{300}^\gamma - H_{300}^\alpha = 10900 - \int_{300}^{600} C_P^\gamma dT \\ &= 10900 - \int_{300}^{600} (25.3 + 0.015 T - 186000 T^{-2}) dT \\ &= 10900 - 25.3(600 - 300) - \frac{1}{2}(0.015)(600^2 - 300^2) \\ &\quad - 186000 \left(\frac{1}{600} - \frac{1}{300} \right) = 1595 (\text{J/mol}) \end{aligned}$$

由题意

$$H_{300}^\alpha - H_0^\alpha = 5040 (\text{J/mol})$$

$$H_{300}^{\gamma} - H_0^{\gamma} = 5170 (\text{J/mol})$$

合并以上二式得:

$$\Delta H_0^{\alpha \rightarrow \gamma} = H_0^{\gamma} - H_0^{\alpha} = \Delta H_{300}^{\alpha \rightarrow \gamma} - 5170 + 5040 = 1465 (\text{J/mol})$$

即有:

$$\begin{aligned} \Delta H_{1000}^{\alpha \rightarrow \gamma} &= \Delta H_{300}^{\alpha \rightarrow \gamma} + \int_{300}^{1000} (C_P^{\gamma} - C_P^{\alpha}) dT \\ &= 1595 + \int_{300}^{1000} (25.3 + 0.015 T - 186000 T^{-2} - 24 - 0.014 T + 16000 T^{-2}) dT \\ &= 1595 + 1.3(1000 - 300) + \frac{1}{2}(0.001)(1000^2 - 300^2) \\ &\quad + 26000 \left(\frac{1}{1000} - \frac{1}{300} \right) = 2899 (\text{J/mol}) \end{aligned}$$

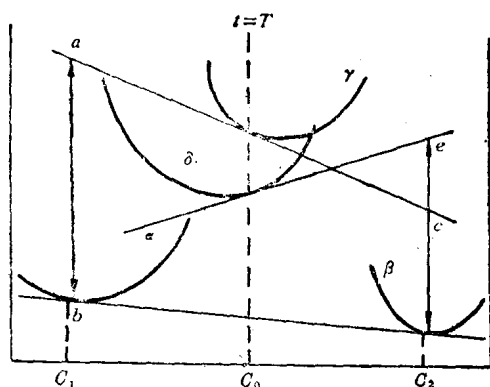


图 9-(1)

是一定温度下自由能最低的相。如图所示,最后稳定相应是 α 和 β , 作公切线得平衡浓度为 C_1 和 C_2 。

9-3 (a) 设成分为 x_0 的合金的摩尔自由能为 G_0 , 产生核胚时, 形成浓度为 x_2 的 n_2 摩尔偏聚物, 自由能为 G_2 ; 浓度为 x_1 的 n_1 摩尔基体, 自由能为 G_1 , 则体系的自由能变化为:

$$\Delta G = G(\text{最后}) - G(\text{开始}) = (n_1 G_1 + n_2 G_2) - (n_1 + n_2) G_0$$

由杠杆定律可得:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{x_2 - x_0}{x_0 - x_1}$$

代入上式得:

$$\begin{aligned} \Delta G &= n_2 \frac{x_2 - x_0}{x_0 - x_1} G_1 + n_2 G_2 - \left(n_2 \frac{x_2 - x_0}{x_0 - x_1} + n_2 \right) G_0 \\ &= n_2 \left[G_2 - G_0 - (x_2 - x_0) \frac{G_0 - G_1}{x_0 - x_1} \right] \end{aligned}$$

形核时, 由于偏聚物量很少, 故可取 $x_1 \approx x_0$, 即可得 α 相中析出 β 相时每摩尔形核驱动力为:

$$\Delta G_D = \frac{\Delta G}{n_2} = G_2 - G_0 - (x_2 - x_0) \left(\frac{dG}{dx} \right)_{x_0}$$

(b) 脱溶过程体系的自由能变化为:

$$\Delta G = AG^B + BG^{\alpha'} - G^{\alpha}$$

$$= A[x_2\mu_j^B + (1-x_2)\mu_i^B] + B[x_1\mu_j^{\alpha'} + (1-x_1)\mu_i^{\alpha'}] - [x_0\mu_j^{\alpha} + (1-x_0)\mu_i^{\alpha}]$$

二相平衡时,

$$\mu_i^{\alpha'} = \mu_i^B \quad \mu_j^{\alpha'} = \mu_j^B$$

由杠杆定律,

$$x_0 = Ax_2 + Bx_1$$

$$1 - x_0 = A(1 - x_2) + B(1 - x_1)$$

可得

$$\Delta G = x_0(\mu_j^{\alpha'} - \mu_j^{\alpha}) + (1 - x_0)(\mu_i^{\alpha'} - \mu_i^{\alpha})$$

当为理想溶液时,

$$\mu_i = G^{\circ} + RT \ln x_i,$$

$$x_j^{\alpha'} = x_1, \quad x_i^{\alpha'} = (1 - x_j^{\alpha'}) = (1 - x_1)$$

$$x_j^{\alpha} = x_0, \quad x_i^{\alpha} = (1 - x_j^{\alpha}) = (1 - x_0)$$

代入上式, 可得:

$$\Delta G = x_0[G^{\circ} + RT \ln x_1 - G^{\circ} - RT \ln x_0] + (1 - x_0)(G^{\circ} + RT \ln(1 - x_1) - G^{\circ} - RT \ln(1 - x_0))$$

$$= RT \left[x_0 \ln \frac{x_1}{x_0} + (1 - x_0) \ln \frac{1 - x_1}{1 - x_0} \right]$$

9-4 (a) 已知 $T = 600 \text{ K}$, $x_0 = 0.1$, $x_e = 0.02$, $\Omega = 0$, $R = 8.31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$

$$\begin{aligned} \Delta G &= RT \left[x_0 \ln \frac{x_0}{x_e} + (1 - x_0) \ln \frac{(1 - x_0)}{(1 - x_e)} \right] - 2 \Omega (x_0 - x_e)^2 \\ &= 8.31 \times 600 \left[0.1 \ln \frac{0.1}{0.02} + (1 - 0.1) \ln \frac{(1 - 0.1)}{(1 - 0.02)} \right] \\ &= 420.8 (\text{J/mol}) \end{aligned}$$

$$(b) \quad \text{粒子数} = \frac{1}{(50 \times 10^{-9})^3} = 8 \times 10^{21} (\text{个}/\text{m}^3)$$

$$\text{每粒子表面积} = 6 \times (50 \times 10^{-9}) (50 \times 10^{-9}) = 1.5 \times 10^{-14} (\text{m}^2)$$

$$\text{总表面积} = 8 \times 10^{21} \times 1.5 \times 10^{-14} = 1.2 \times 10^8 (\text{m}^2/\text{m}^3)$$

$$(c) \quad 1.2 \times 10^8 \times 200 \times 10^{-3} = 240 \times 10^{-5} (\text{J}/\text{m}^3)$$

$$\text{每摩尔合金界面能} = 1.2 \times 10^8 \times 200 \times 10^{-3} \times 10^{-5} = 240 (\text{J/mol})$$

$$(d) \quad 420.8 - 240 = 180.8 (\text{J/mol})$$

即相变时克服界面能后, 尚剩 180.8 J/mol 相变驱动力。

9-5 (a) 设成分为 x_0 的过饱和合金中析出成分为 x_B^{β} 的核胚, 则体系自由能的减小为:

$$\Delta G_1 = \mu_A^{\alpha} (1 - x_B^{\beta}) + \mu_B^{\alpha} x_B^{\beta}$$

由于产生新相, 体系自由能的升高为:

$$\Delta G_2 = \mu_A^{\beta} (1 - x_B^{\beta}) + \mu_B^{\beta} x_B^{\beta}$$

则体系总的自由能变化为:

$$\Delta G_n = \Delta G_1 - \Delta G_2 = (\mu_A^{\alpha} - \mu_A^{\beta}) (1 - x_B^{\beta}) + (\mu_B^{\alpha} - \mu_B^{\beta}) x_B^{\beta}$$

根据题意, $x_B^{\beta} = 1$, 则 $(1 - x_B^{\beta}) = 0$, 平衡时有 $\mu_B^{\beta} = \mu_B^{\alpha}$ 。

代入上式得:

$$\Delta G_n = \mu_B^{\alpha} - \mu_B^{\beta}$$

对理想溶液,

$$\mu_i = G_i^{\circ} + RT \ln x_i$$

即有

$$\Delta G_n = G_B^0 + RT \ln x_0 - G_B^0 - RT \ln x_e = RT \ln \frac{x_0}{x_e}$$

(b) $x_0 = 0.1, x_e = 0.02, R = 8.31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}, T = 600 \text{ K}$

$$\Delta G_n = RT \ln \frac{x_0}{x_e} = 8.31 \times 600 \times \ln \frac{0.1}{0.02} = 8024.65 (\text{J/mol})$$

(c) $r^* = \frac{2 \sigma V_m}{\Delta G_n} = \frac{2 \times 0.2 \times 10^{-5}}{8024.65} \approx 0.5 (\text{nm})$

9-6 $G = x_A G_A + x_B G_B + \Omega x_A x_B + RT (x_A \ln x_A + x_B \ln x_B)$

$$\because G_A = G_B = 0, x_B = 1 - x_A$$

$$\therefore G = RT [x_A \ln x_A + (1 - x_A) \ln (1 - x_A)] + \Omega x_A (1 - x_A)$$

$$\frac{\partial G}{\partial x_A} = RT [\ln x_A - \ln x_B] + \Omega (x_B - x_A)$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x_A^2} = RT \left[\frac{1}{x_A} - \frac{1}{x_B} \right] - 2 \Omega$$

当 $\frac{\partial G}{\partial x_A} = \frac{\partial^2 G}{\partial x_A^2} = 0$, 即自由能最低点与曲率拐点重合, 可解得:

$$x_A = x_B = 0.5$$

$$T_{\text{析}} = \frac{2 \Omega x_A x_B}{R} = \frac{\Omega}{2R}$$

9-7

$$\Delta G = -bn(\Delta G_B - \varepsilon) + an^{2/3}\sigma$$

设球形晶核体积为 V , 含有 n 个原子, 每个原子的体积为 v , 则有:

$$nv = V$$

即

$$b = v$$

又

$$an^{2/3} = 4 \pi r^2$$

$$a = \frac{4 \pi r^2}{n^{2/3}}$$

$$\because nv = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\therefore n = \frac{4 \pi r^3}{3 v}$$

代入上式得:

$$a = \frac{4 \pi r^2}{\left(\frac{4 \pi r^3}{3 v}\right)^{2/3}} = (36 \pi v^2)^{1/3}$$

令 $\frac{\partial \Delta G}{\partial n} = 0$, 则:

$$-v(\Delta G_B - \varepsilon) + \frac{2}{3} (36 \pi v^2)^{1/3} \sigma n^{-1/3} = 0$$

$$n^* = \left(\frac{32 \pi}{3 v} \right) \left(\frac{\sigma}{\Delta G_B - \varepsilon} \right)^3$$

代入原式, 即可得:

$$\Delta G^* = \frac{16 \pi \sigma^3}{3 (\Delta G_B - \varepsilon)^2}$$

9-8 (a) 由 9-7 题得新相核心为球状的形核功为:

$$\Delta G^*_{\text{共格}} = \frac{16 \pi \sigma^3}{3(\Delta G_B - \varepsilon)^2}$$

若界面为非共格,则可忽略应变能,形核功为:

$$\Delta G^*_{\text{非共格}} = \frac{16 \pi \sigma^3}{3 \Delta G_B^2}$$

$$\frac{\Delta G^*_{\text{共格}}}{\Delta G^*_{\text{非共格}}} = \frac{\Delta G_B^2 \sigma_{\text{共格}}}{(\Delta G_B - \varepsilon)^2 \sigma_{\text{非共格}}} = \frac{\left(200 \times \frac{50}{1000}\right)^2 (40 \times 10^{-7})^3}{\left(200 \times \frac{50}{1000} - 4\right)^2 (400 \times 10^{-7})^3} = 2.77 \times 10^{-3}$$

(b)

$$\frac{\Delta G^*_{\text{共格}} = \Delta G^*_{\text{非共格}}}{\frac{(40 \times 10^{-7})^3}{\left(200 \times \frac{\Delta T}{1000} - 4\right)^2}} = \frac{(400 \times 10^{-7})^3}{\left(200 \times \frac{\Delta T}{1000}\right)^2}$$

解得

$$\Delta T \approx 21(^{\circ}\text{C})$$

由本题可知,当相变过冷度较大时,新相与母相一般形成共格界面;当相变过冷度较小时,则易形成非共格界面。

9-9 (a) 当新相形成单球冠形核心时,其总表面能为:

$$\sigma_{\text{总}} = A_{\alpha\beta}\sigma_{\alpha\beta} + A_{\beta\gamma}\sigma_{\beta\gamma} - \pi r^2\sigma_{\alpha\gamma}$$

$$\text{由于 } A_{\alpha\beta} = 2\pi r_{\alpha\beta}^3(1 - \cos\theta), \cos\theta = \left(\frac{\sigma_{\alpha\gamma} - \sigma_{\beta\gamma}}{\sigma_{\alpha\beta}}\right) = 0, \theta = 90^{\circ}$$

得:

$$A_{\alpha\beta} = 2\pi r_{\alpha\beta}^2$$

又

$$A_{\beta\gamma} = \pi r^2$$

$$\therefore \sigma_{\text{总}} = 2\pi r_{\alpha\beta}^2\sigma_{\alpha\beta}$$

球冠体积为:

$$V = \pi r_{\alpha\beta}^3 \left(\frac{2 - 3\cos\theta + \cos^3\theta}{3} \right) = \frac{2}{3} \pi r_{\alpha\beta}^3$$

则体系总的自由能变化为:

$$\Delta G_{\text{非}} = -\frac{2}{3} \pi r_{\alpha\beta}^3 \Delta G_{\beta} + 2\pi r_{\alpha\beta}^2 \sigma_{\alpha\beta}$$

$$\text{令 } \frac{\partial \Delta G}{\partial r} = 0, \text{ 得 } r_{\alpha\beta}^* = \frac{2\sigma_{\alpha\beta}}{\Delta G_{\beta}}$$

代入上式得:

$$\Delta G^*_{\text{非}} = \frac{8}{3} \frac{\pi \sigma_{\alpha\beta}^3}{\Delta G_{\beta}^2}$$

$$\frac{\Delta G^*_{\text{非}}}{\Delta G^*_{\text{均}}} = \frac{\frac{8}{3} \frac{\pi \sigma_{\alpha\beta}^3}{\Delta G_{\beta}^2}}{\frac{16}{3} \frac{\pi \sigma_{\alpha\beta}^3}{\Delta G_{\beta}^2}} = \frac{1}{2}$$

(b) 当新相形成双球冠核心时,根据已知条件 $\sigma_{\alpha\gamma} = \sigma_{\beta\gamma} = \sigma_{\alpha\beta}$, 可知交角 $\theta = 60^{\circ}$, 此时 β 晶核在 α/γ 交界面上形成对称的双球冠形状, 则其总的表面能为:

$$\sigma_{\text{总}} = \sigma_{\beta\gamma} 2\pi r^2(1 - \cos\theta) + \sigma_{\alpha\beta} 2\pi r^2(1 - \cos\theta) - \sigma_{\alpha\gamma} \pi r^2 \sin^2\theta$$

$$= 2\pi r^2 \sigma - \frac{3}{4} \pi r^2 \sigma$$

球冠体积为:

$$V = \frac{2}{3} \pi r^3 [2 - 3 \cos \theta + \cos^3 \theta] = \frac{5}{12} \pi r^3$$

体系总的自由能变化为:

$$\Delta G_{\text{非}} = -\frac{5}{12} \pi r^3 \Delta G_B - \frac{5}{4} \pi r^2 \sigma + 2 \pi r^2 \sigma$$

令 $\frac{\partial \Delta G}{\partial r} = 0$, 得:

$$\begin{aligned} r^* &= \frac{2\sigma}{\Delta G_B} \\ \Delta G_{\text{非}}^* &= \frac{5}{3} \frac{\pi \sigma^3}{\Delta G_B^2} \\ \therefore \frac{\Delta G_{\text{非}}^*}{\Delta G_{\text{均}}^*} &= \frac{\frac{5}{3} \frac{\pi \sigma^3}{\Delta G_B^2}}{\frac{16}{3} \frac{\pi \sigma^3}{\Delta G_B^2}} = \frac{5}{16} \end{aligned}$$

9-10 (a) 由 9-9 题得, 当 $\theta = 60^\circ$ 时,

$$\frac{\Delta G_{\text{晶}}^*}{\Delta G_{\text{非}}^*} = \frac{\frac{5}{3} \frac{\pi \sigma^3}{\Delta G_B^2}}{\frac{16}{3} \frac{\pi \sigma^3}{\Delta G_B^2}} = \frac{5}{16}$$

即 $\Delta G_{\text{晶}}^* < \Delta G_{\text{非}}^*$, 因而在晶界的形核率大。

(b) 当在晶界非共格形核, 核心为圆盘状, 则体系总的自由能变化为:

$$\Delta G_{\text{非}} = -\Delta G_B \pi r^2 t + \sigma_{\text{非}} (2 \pi r^2 + \pi D t)$$

将 $r = \frac{D}{2}$, $t = 0.08 D$ 代入上式, 得:

$$\Delta G_{\text{非}} = -0.02 \pi D^3 \Delta G_B + 0.58 \sigma_{\text{非}} \pi D^2$$

令 $\frac{\partial \Delta G}{\partial D} = 0$, 得圆盘核心的临界直径 D^* 和形核功 $\Delta G_{\text{非}}^*$ 分别为:

$$\begin{aligned} D^* &= 19.3 \sigma_{\text{非}} / \Delta G_B \\ \Delta G_{\text{非}}^* &= 72.26 \pi \sigma_{\text{非}}^3 / \Delta G_B^2 \end{aligned}$$

则
$$\frac{\Delta G_{\text{均}}^*}{\Delta G_{\text{非}}^*} = \frac{\frac{16}{3} \pi \sigma_{\text{均}}^3 / \Delta G_B^2}{72.26 \pi \sigma_{\text{非}}^3 / \Delta G_B^2} = \frac{\frac{16}{3} \times (0.05)^3}{72.26 \times (0.5)^3} = 7.3 \times 10^{-5}$$

即 $\Delta G_{\text{均}}^* \ll \Delta G_{\text{非}}^*$, 因而在晶内的形核率大。

9-11 $C = C_0 \exp(-E/kT)$

当溶质发生完全偏聚时, $C = 1$, $T = T_{\text{临}}$, 则:

$$1 = C_0 \exp(-E/kT_{\text{临}})$$

$$T_{\text{临}} = \frac{-E}{k \ln(1/C_0)}$$

(a) $C_0 = 0.01\%$, $E = -0.5 \text{ eV} = -1.602 \times 10^{-19} \times 0.5 \text{ J}$, 代入得:

$$T_{\text{临}} = \frac{1.602 \times 10^{-19} \times 0.5}{1.381 \times 10^{-23} \ln\left(\frac{1}{0.0001}\right)} = 629(\text{K})$$

(b) $C_0 = 0.01\%$, $E = -0.12 \text{ eV}$, 代入得:

$$T_{\text{临}} = \frac{1.602 \times 10^{-19} \times 0.12}{1.331 \times 10^{-23} \ln\left(\frac{1}{0.0001}\right)} = 151(\text{K})$$

9-12 点阵错配度 $\delta = \frac{a_0 - a_M}{a_M}$, 式中 a_0 为析出相的晶格常数, a_M 为母相的晶格常数。

$\alpha\text{-Fe}$	V_4C_3	δ
(100) $a_M = 0.286 \text{ nm}$	(100) $a_0 = 0.416 \text{ nm}$	$\delta = \frac{0.416 - 0.286}{0.286} = 45\%$
(011) $a_M = \sqrt{2} \times 0.286 = 0.4044 \text{ nm}$	(010) $a_0 = 0.416 \text{ nm}$	$\delta = \frac{0.416 - 0.4044}{0.4044} = 2.8\%$
(0 $\bar{1}$ 1) $a_M = \sqrt{2} \times 0.286 = 0.4044 \text{ nm}$	(001) $a_0 = 0.416 \text{ nm}$	$\delta = \frac{0.416 - 0.4044}{0.4044} = 2.8\%$

由于在一个面(方向)上错配度很大,在另两个面(方向)上错配度较小,因此析出相将呈薄片状。

$\alpha\text{-Fe}$	Mo_2C	δ
(001) $a_M = 0.286 \text{ nm}$	(0001) $a_0 = 0.30 \text{ nm}$	$\delta = \frac{0.30 - 0.286}{0.286} = 4.8\%$
(011) $a_M = \sqrt{2} a = 0.4044 \text{ nm}$	(01 $\bar{1}$ 0) $a_0 = c = 0.472 \text{ nm}$	$\delta = \frac{0.472 - 0.4044}{0.4044} = 16.7\%$
[100] $a_M = 0.286 \text{ nm}$	[10 $\bar{1}$ 0] $a_0 = \frac{a}{\sqrt{2}} = 0.212 \text{ nm}$	$\delta = \frac{0.212 - 0.286}{0.286} = -25.8\%$

仅在一个方向错配度较小,故析出物为针状。

γ	γ'	δ
(100) $a_M = 0.3582 \text{ nm}$	(100) $a_0 = 0.360 \text{ nm}$	$\delta = \frac{0.360 \text{ nm} - 0.3582}{0.3582} = 0.5\%$
(010) $a_M = 0.3582 \text{ nm}$	(010) $a_0 = 0.360 \text{ nm}$	$\delta = \frac{0.360 \text{ nm} - 0.3582}{0.3582} = 0.5\%$
(001) $a_M = 0.3582 \text{ nm}$	(001) $a_0 = 0.360 \text{ nm}$	$\delta = \frac{0.360 \text{ nm} - 0.3582}{0.3582} = 0.5\%$

无优先长大方向,析出物将是等轴的。

9-13 (a) $T_1: \alpha \rightarrow \theta' \rightarrow \theta$

$T_2: \alpha \rightarrow \theta'' \rightarrow \theta' \rightarrow \theta$

(b) 判断一个新相能否形成,除了看其必须有负的体积自由能外,还必须考虑新相形成时产生的界面能和应变能。由临界形核功 $\Delta G^* = \frac{16}{3} \frac{\pi \sigma^3}{(\Delta G_B - \varepsilon)^2}$ 可知,只有当界面能 σ 和应变能 ε 尽可能减小,才能有效地减小临界形核功,有利于新相形核。在析出初期阶段,析出相很细小,此时应变能较小,而表面能很大。为减小表面能,新相往往形成与母相晶格接近,并与母相保持共格的亚稳过渡相,以使体系能量降低,即有利于相变。在析出后期,由于析出相粒子长大,应变能上升为相变的主要阻力,则新相形成与母相非共格的稳定相,以降低体系总能量。随时效温度不同,由于界面能和应变能的不同作用,将出现不同的亚稳过渡相。

9-14 (a) 图表示典型的在晶界附近的无沉淀区。这是由于靠近晶界的过饱和空位扩

散到晶界上消失所造成的。实验中发现,当固溶体合金中存在大量过饱和空位时,溶质原子的扩散速率可比正常值大 10^{13} 倍左右,但由于晶界附近过饱和空位的大量消失,使晶界附近溶质原子的扩散速率接近正常值,于是沉淀速度将比晶内慢得多。

另一方面,从习题 9-13 可知,淬火后在较低温度时效,亚稳相比稳定相更易形核长大。但由于靠近晶界的空位浓度较低,形成亚稳相的尺寸要比晶内小得多;一旦提高时效温度,小于临界尺寸的亚稳相将溶解,这时只有晶内的亚稳相可以作为稳定相的晶核而长大,但在晶界附近则出现无沉淀区。如果将低温时效时间延长,使晶界附近的亚稳相也长大超过临界尺寸,就能基本或完全消除无沉淀区。

因此可采用二次时效方法,合金首先淬到较低温度 T_1 , 时效一段时间 t_1 , 然后快速升温到沉淀稳定相的温度 T_2 , 即可望获得如(b)图所示的组织。

9-15 当扩散是通过空位机制来进行时,扩散系数 D 应为:

$$D = D_0 C_v \exp(-Q/RT) = D_0 \exp\left[-\frac{(Q_v + Q_m)}{RT}\right]$$

式中 Q_v 为空位形成能, Q_m 为空位迁移能,

$$Q_m = 125000 - 75000 = 50000 (\text{J/mol}).$$

假设合金淬至室温后,在 530°C 的平衡空位完全保留下来,则在 150°C 时合金的扩散系数为:

$$\begin{aligned} D &= 0.2 \exp\left(\frac{-75000}{8.314 \times 803}\right) \exp\left(\frac{-50000}{8.314 \times 423}\right) \\ &= 0.2 \times 1.32 \times 10^{-5} \times 6.69 \times 10^{-7} = 1.76 \times 10^{-12} (\text{cm}^2/\text{s}) \end{aligned}$$

设晶界二侧的 PFZ 宽度为 x , 则:

$$\frac{x}{2} \approx \sqrt{Dt}$$

$$x = 2\sqrt{Dt} = 2\sqrt{1.76 \times 10^{-12} \times 10 \times 60} = 6.5 \times 10^{-5} (\text{cm})$$

9-16 空位机制的扩散系数为:

$$D = D_0 \exp\left[-\frac{Q_v + Q_m}{RT}\right]$$

根据已知条件,则有:

$$\begin{aligned} \frac{D_T}{D_{228}} &= \frac{D_0 \exp(-Q_v/RT) \exp(-Q_m/228 R)}{D_0 \exp(-Q_v/228 R) \exp(-Q_m/228 R)} \\ &= \exp\left[\frac{Q_v}{R} \left(\frac{1}{228} - \frac{1}{T}\right)\right] = 10^{15} \end{aligned}$$

$$Q_v = N_0 \text{ eV} = 6.022 \times 10^{23} \times 1.602 \times 10^{-19} \times 0.9 \text{ J/mol} = 8.68 \times 10^4 \text{ J/mol}$$

代入上式得:

$$\begin{aligned} \exp\left[\frac{8.68 \times 10^4}{8.314} \left(\frac{1}{228} - \frac{1}{T}\right)\right] &= 10^{15} \\ 10400 \left(\frac{1}{228} - \frac{1}{T}\right) &= 34.538 \end{aligned}$$

得固溶处理温度

$$T = 921 \text{ K} = 648^\circ\text{C}$$

空位浓度

$$C_v = 1.1 \exp(-8.68 \times 10^4 / 8.314 \times 921) = 1.18 \times 10^{-5}$$

5-17 根据已知条件,可得淬火后合金中铜的扩散系数为:

$$D = \frac{x^2}{t} = \frac{(1.5 \times 10^{-6})^2}{3 \times 3600} = 1.39 \times 10^{-16} (\text{cm}^2/\text{s})$$

该扩散系数比正常扩散系数大

$$\frac{1.39 \times 10^{-16}}{2.3 \times 10^{-25}} = 6.04 \times 10^8 (\text{倍}).$$

由于铜在铝中是置换型溶质,可以认为它按空位机制扩散,所以增大的倍数可以认为完全是淬火过饱和空位的贡献。根据空位浓度:

$$C_v = C_0 \exp(-Q_v/RT)$$

得 $\frac{C_v(520^\circ\text{C})}{C_v(27^\circ\text{C})} = \exp\left[-\frac{Q_v}{R}\left(\frac{300-793}{793 \times 300}\right)\right] = 6.04 \times 10^8$

$$\exp[2.49 \times 10^{-4} Q_v] = 6.04 \times 10^8$$

$$2.49 \times 10^{-4} Q_v = 20.22$$

$$Q_v = 81200 (\text{J/mol})$$

即淬火空位浓度

$$C_v = 2.3 \exp(-81200/8.314 \times 793) = 1.03 \times 10^{-5}$$

9-18 (a) 假设每一个粒子体积为 5 nm^3 , 则:

$$\text{粒子数} = \frac{1}{(5 \times 10^{-7})^3} \approx 8 \times 10^{18} (\text{个}/\text{cm}^3)$$

(b) 因为 θ 相为面心立方结构,每单位晶胞有 4 个原子,晶格常数

$$a = 4r/\sqrt{2} = 4 \times 0.143/\sqrt{2} = 0.404 (\text{nm})$$

铜原子分数为 2%, 则:

$$\text{每立方厘米铜原子数} = 0.02 \times 4/0.404 \times 10^{-8} = 1.2 \times 10^{21} (\text{个}/\text{cm}^3)$$

$$\text{每粒子中铜原子数} = 1.2 \times 10^{21}/8 \times 10^{18} \approx 150 (\text{个}/\text{粒子})$$

9-19 设时效时合金达到一定硬度所需时间 t 与析出相形成速率成反比例,在一定时效温度下,合金硬度达到最大值所需时间为 t_{\max} , 则与扩散激活能有如下关系:

$$\frac{1}{t_{\max}} = A \exp(-Q/RT)$$

对上式二边取对数,得:

$$\ln \frac{1}{t_{\max}} = \ln A - \frac{Q}{RT}$$

或

$$\frac{1}{T} = -\frac{2.3R}{Q} \lg A + \frac{2.3R}{Q} \lg t_{\max}$$

上式为一直线方程, $\frac{1}{T}$ 与 $\lg t_{\max}$ 间存在线性关系。在图 9-7 上可获下列数据:

时效温度 $T(\text{K})$	473	523	553	573	603	633
$\frac{1}{T}$	0.0021	0.0019	0.0018	0.00174	0.00166	0.00158
t_{\max}, t_{\min}	1080	180	150	50	20	10

作图如图 9-(2)所示,该直线斜率 m 应等于 $-\frac{2.3R}{Q}$, 即:

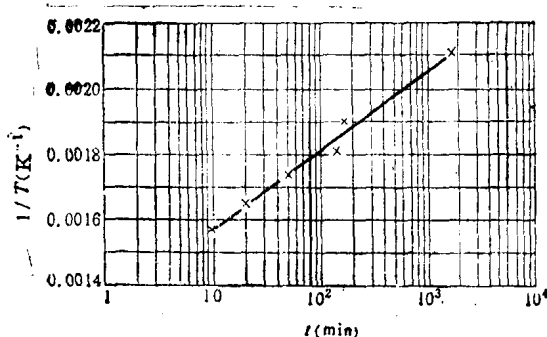


图 9-(2)

$$m = \frac{0.0021 - 0.00158}{\lg 1080 - \lg 10} = 2.55 \times 10^{-4}$$

$$Q = \frac{2.3 \times 8.314}{2.55 \times 10^{-4}} = 74760 (\text{J/mol})$$

9-20 假设把图 9-8 所示的碳化物形状看作半径为 R 和 r 的两个相连接的球状, 对球状碳化物, 其自由能的变化为:

$$\Delta G = -A_1 r^3 + A_2 r^2$$

式中 A_1 和 A_2 为形状因子。单位体积的自由能变化为:

$$\Delta G_v = \frac{\Delta G}{\frac{4}{3} \pi r^3} = -\frac{A_1 r^3}{\frac{4}{3} \pi r^3} + \frac{A_2 r^2}{\frac{4}{3} \pi r^3} = -A'_1 + \frac{A'_2}{r}$$

式中 A'_1 和 A'_2 均为常数。由上式可见, r 越小, 正项越大, 自由能趋向于变成正值, 粒子越不稳定; 反之 r 越大, 正项越小, 自由能越负, 粒子越稳定。因此碳化物半径大的地方将生长扩展, 半径小的地方将收缩, 最后形成半径较大的球状。

9-21 (a)
$$x = 1 - \exp\left(-\frac{\pi}{3} \dot{N} G^3 t^4\right)$$

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \left(\frac{4}{3} \pi \dot{N} G^3 t^3\right) \exp\left(-\frac{\pi}{3} \dot{N} G^3 t^4\right) \\ \frac{d^2x}{dt^2} &= -\left(\frac{4}{3} \pi \dot{N} G^3 t^3\right)^2 \exp\left(-\frac{\pi}{3} \dot{N} G^3 t^4\right) \\ &\quad + \left(\frac{12}{3} \pi \dot{N} G^3 t^2\right) \exp\left(-\frac{\pi}{3} \dot{N} G^3 t^4\right) \end{aligned}$$

令 $\frac{d^2x}{dt^2} = 0$, 即:

$$\begin{aligned} -\left(\frac{4}{3} \pi \dot{N} G^3 t^3\right)^2 + \left(\frac{12}{3} \pi \dot{N} G^3 t^2\right) &= 0 \\ t_{\max} = \left(\frac{9}{\pi \dot{N} G^3}\right)^{\frac{1}{4}} &= \left[\frac{9}{3.14 \times 1000 \times (3 \times 10^{-5})^3}\right]^{\frac{1}{4}} = 570 (\text{s}) \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} \left(\frac{dx}{dt}\right)_{\max} &= \left(\frac{4}{3} \pi \dot{N} G^3 t^3\right) \exp\left(-\frac{\pi}{3} \dot{N} G^3 t^4\right) \\ &= \left[\frac{4}{3} \times 3.14 \times 1000 \times (3 \times 10^{-5})^3 \times 570^3\right] \\ &\quad \exp\left[-\frac{3.14}{3} \times 1000 \times (3 \times 10^{-5})^3 \times 570^4\right] \\ &= 1.06 \times 10^{-3} (\text{cm/s}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (c) \quad x &= 1 - \exp\left(-\frac{\pi}{3} \dot{N} G^3 t^4\right) \\
 50\% &= 1 - \exp\left(-\frac{\pi}{3} \dot{N} G^3 t^4\right) \\
 3.912 &= \frac{\pi}{3} \times 1000 \times (3 \times 10^{-5})^3 t^4 \\
 t^4 &= 13.8 \times 10^{10} \\
 t &= 610(\text{s})
 \end{aligned}$$

9-22

或

$$\begin{aligned}
 x &= 1 - \exp(-bt^n) \\
 1 - x &= \exp(-bt^n)
 \end{aligned}$$

对上式取二次对数, 得:

$$\ln[-\ln(1-x)] = \ln b + n \ln t$$

令 $\ln[-\ln(1-x)] = y$, $\ln b = a$, $\ln t = x$, 上式变为:

$$y = a + nx$$

由最小二乘法原理, 可得:

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^6 nx_i^2 + \sum_{i=1}^6 ax_i &= \sum_{i=1}^6 y_i x_i \\
 \sum_{i=1}^6 nx_i + 6a &= \sum_{i=1}^6 y_i
 \end{aligned}$$

将已知数值代入, 可解得:

$$\sum_{i=1}^6 x_i = 51.72 \quad \sum_{i=1}^6 x_i^2 = 451.26 \quad \sum_{i=1}^6 y_i = -10.761 \quad \sum_{i=1}^6 x_i y_i = -90.04$$

即有:

$$\begin{aligned}
 451.26 n + 51.72 a &= -90.04 \\
 51.72 n + 6a &= -10.761
 \end{aligned}$$

联立以上二式, 可解得:

$$n = \frac{1}{2}$$

$$a = \ln b = -6.11$$

$$b = 2.2 \times 10^{-3}$$

9-23 (a)

$$\frac{dr}{dt} = \frac{D\sigma V_m C}{2RT\bar{r}^2}$$

$$r = 0.05 \mu\text{m}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{10^{-11} \times 10^{12} \times 0.5 \times 10^{-12} \times 20 \times 10^{12} \times 0.1}{2 \times 8.314 \times 1000 \times (0.05)^2} = 0.24 (\mu\text{m/s})$$

$$r = 0.15 \mu\text{m}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{10^{-11} \times 10^{12} \times 0.5 \times 10^{-12} \times 20 \times 10^{12} \times 0.1}{2 \times 8.314 \times 1000 \times (0.15)^2} = 0.026 (\mu\text{m/s})$$

(b)

$$\int_{\bar{r}_0}^{\bar{r}_t} \bar{r}^2 d\bar{r} = \int_0^t \frac{D\sigma V_m C}{2RT} dt$$

得

$$\bar{r}_t^3 - \bar{r}_0^3 = \frac{3}{2} \frac{D\sigma V_m C}{RT} t$$

或

$$t = \frac{(\bar{r}_t^3 - \bar{r}_0^3) \times 2RT}{3D\sigma V_m C} = \frac{(0.3^3 - 0.2^3) \times 2 \times 8.314 \times 1000}{3 \times 10^{-11} \times 12^{12} \times 0.5 \times 10^{-12} \times 20 \times 10^{12} \times 0.1} = 1053(\text{s})$$

9-24 根据原子扩散的原理,扩散系数 D 可写成:

$$D = B_i RT \left[1 + \left(\frac{d \ln \gamma_i}{d \ln C_i} \right) \right]$$

式中: C_i 是 i 组元在固溶体中的摩尔分数; γ_i 是 i 组元的活度系数; B_i 为 i 组元的迁移率。

对二元合金,有:

$$dG = \mu_A dC_A + \mu_B dC_B$$

$C_A = 1 - C_B$, 则有:

$$\frac{d^2 G}{dC_B^2} = \frac{d\mu_B}{dC_B} - \frac{d\mu_A}{dC_B}$$

由于

$$\mu_i = \mu_i^0 + RT \ln C_i \gamma_i,$$

则

$$\frac{d\mu_B}{dC_B} = RT \left(\frac{1}{C_B} + \frac{d \ln \gamma_B}{d C_B} \right)$$

$$\frac{d\mu_A}{dC_B} = RT \left(-\frac{1}{C_A} + \frac{d \ln \gamma_A}{d C_B} \right)$$

代入上式得:

$$\frac{d^2 G}{dC_B^2} = RT \left[\frac{1}{C_B} + \frac{d \ln \gamma_B}{d C_B} + \frac{1}{C_A} - \frac{d \ln \gamma_A}{d C_B} \right]$$

$$= RT \left[\frac{1}{C_A C_B} + \frac{d \ln \gamma_B - d \ln \gamma_A}{d C_B} \right]$$

$$\therefore \frac{d \ln \gamma_A}{d \ln C_A} = \frac{d \ln \gamma_B}{d \ln C_B}$$

或

$$d \ln \gamma_A = \frac{d \ln \gamma_B}{d \ln C_B} d \ln C_A$$

$$\therefore \frac{d^2 G}{dC_B^2} = RT \left[\frac{1}{C_A C_B} + \frac{d \ln \gamma_B - \frac{d \ln \gamma_B}{d \ln C_B} d \ln C_A}{d C_B} \right]$$

$$= RT \left[\frac{1}{C_A C_B} + \frac{d \ln \gamma_B}{d \ln C_B} \left(\frac{d \ln C_B - d \ln C_A}{d C_B} \right) \right]$$

$$= RT \left[\frac{1}{C_A C_B} + \frac{1}{C_A C_B} \frac{d \ln \gamma_B}{d \ln C_B} \right]$$

或

$$\frac{d^2 G}{dC_B^2} - \frac{C_A C_B}{RT} = 1 + \frac{d \ln \gamma_B}{d \ln C_B}$$

代入原式中得:

$$D = B_i C_A C_B \left(\frac{d^2 G}{dC_B^2} \right)$$

对脱溶分解, $\frac{d^2 G}{dC^2} > 0$, 即有 $D > 0$;

对 Spinodal 分解, $\frac{d^2 G}{dC^2} < 0$, 即有 $D < 0$ 。

两者形成析出相最主要的区别在于形核驱动力和新相的成分变化。在脱溶转变时, 形成新相要有较大的浓度起伏, 新相与母相的成分有突变, 因而产生界面能, 也就需要较大的形核驱动力以克服界面能。亦即需较大的过冷度。而对 Spinodal 分解, 没有形核过程, 没有成分的突变, 任意小的浓度起伏都能形成新相而长大。

9-25 (a) 产生 Spinodal 分解的必要条件是 $\frac{\partial^2 G}{\partial C^2} < 0$, 因为 $\frac{\partial^2 G}{\partial C^2} > 0$, 反应



不能发生。

(b) 发生先共析体 α 析出时, $\gamma \rightarrow \alpha + \gamma'$, 碳原子扩散的方式应是正常(下坡)扩散。如图 9-(3)所示, 当形成先共析铁素体核坯时, 在 α/β 界面处即产生碳原子的富集, 形成浓度梯度, 于是碳原子朝着远离 α 的碳浓度较低的 β 相区域扩散。随着这种扩散的进行, α 相不断长大。

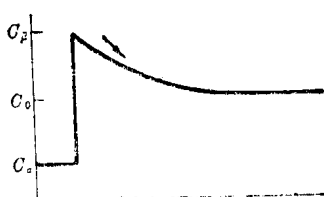


图 9-(3)

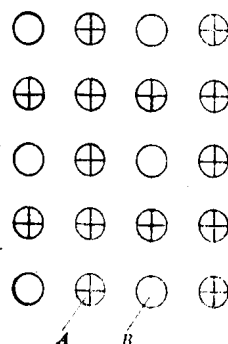


图 9-(4)

9-26 应为 A_3B 结构。对于有序结构, 原子在点阵中按一定的规则排列。每个面心立方晶胞有 4 个原子, 当 A 原子占据晶胞的面心处, B 原子占据晶胞的角位置, 则每晶胞有 A 原子 3 个, B 原子 1 个, 原子比为 A_3B 。反之则为 AB_3 。当 B 原子除了占据角位置外, 还占据两个面心时, 则形成 AB 型有序结构。因此不可能形成 AB_2 有序结构。

A_3B 有序结构原子在 (111) 面上的排列图型如图 9-(4) 所示。

9-27 (a) 长程有序度

$$S = \frac{P_A - x_A}{1 - x_A}$$

因为每 100 个原子中, 有 52 个铜原子, 48 个锌原子。有 50 个体心位置, 由 48 个锌原子占据,

$$P_{Zn} = \frac{48}{50} = 0.96,$$

则:

$$S = \frac{0.96 - 0.48}{1 - 0.48} = 0.923$$

$$(b) \quad S = \frac{0.85 - 0.55}{1 - 0.55} = 0.67$$

$$\therefore P_{Zn} = S(1 - x_{Zn}) + x_{Zn}$$

$$\therefore P_{Zn} = 0.67(1 - 0.45) + 0.45 = 0.82$$

$$9-28 \quad P_{Cu} = S(1 - x_{Cu}) + x_{Cu} = 0.90(1 - 0.75) + 0.75 = 0.975$$

$$P_{Au} = S(1 - x_{Au}) + x_{Au} = 0.90(1 - 0.25) + 0.25 = 0.925$$

9-29 面心立方晶胞中单位矢量与体心立方晶胞中单位矢量可用下列线性关系表达:

$$\begin{pmatrix} h' \\ k' \\ l' \end{pmatrix}_b = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h \\ k \\ l \end{pmatrix}_f$$

由 Bain 机制, 两晶胞中的晶面有下列对应关系:

$$(100)_f \parallel \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} 0\right)_b, (010)_f \parallel \left(\frac{\bar{1}}{2} \frac{1}{2} 0\right)_b, (001)_f \parallel (001)_b$$

于是得:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}_b = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_f = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\bar{1}}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}_b = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_f = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ a_{32} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_b = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_f = \begin{pmatrix} a_{13} \\ a_{23} \\ a_{33} \end{pmatrix}$$

由以上可分别求得 a_{ij} , 所以:

$$\begin{pmatrix} h' \\ k' \\ l' \end{pmatrix}_b = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h \\ k \\ l \end{pmatrix}_f = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} h-k \\ h+k \\ 2l \end{pmatrix}$$

同理, 由 Bain 机制的晶向关系:

$$[100]_f \parallel [110]_b, [010]_f \parallel [\bar{1}10]_b, [001]_f \parallel [001]_b$$

可得晶向关系:

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix}_b = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_f = \begin{bmatrix} u-v \\ u+v \\ w \end{bmatrix}_b$$

9-30 (a) 奥氏体的晶胞体积为:

$$V_\gamma = a \frac{a}{\sqrt{2}} \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} (0.3548)^3 = 22.33 \times 10^{-3} (\text{nm}^3)$$

马氏体晶胞体积为:

$$V_M = \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 (1+12\%)^2 \times a(1-18\%)$$

$$= \frac{1}{2} (0.3548)^3 \times (1.12)^2 \times (0.82) = 22.97 \times 10^{-3} (\text{nm}^3)$$

$$\frac{V_M - V_\gamma}{V_\gamma} = \frac{22.97 - 22.33}{22.33} = 2.87\%$$

$$(b) \quad \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{3} \frac{\Delta V}{V} = \frac{2.87\%}{3} = 0.96\%$$

$$(c) \quad \sigma = E\varepsilon = 30 \times 10^7 \times 0.96\% = 2.88 \times 10^6 (\text{N/cm}^2)$$

第十章 综合题

10-1 (1) 设所求的孪晶边界条纹的晶向为 $[uvw]$, 根据题意, $[uvw]$ 应与样品表面的法线及孪晶面的法线都垂直, 故:

$$[uvw] = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 1 & 1 \\ \bar{1} & \bar{1} & 1 \end{vmatrix} = 2i + 1j + 1k = [211]$$

(2) $(\bar{1}\bar{1}1)$ 孪晶面极点及在面心立方(001)标准投影图中标出的孪晶中的(010)、(001)、(100)极点的位置如图 10-(1) 所示。孪晶中这三个极点的位置可通过下述操作获得: 将吴氏网绕极图中心 O 点转, 直到 $(\bar{1}\bar{1}1)$ 极点位于吴氏网的赤道上, 此时 $(\bar{1}\bar{1}1)$ 面的迹线与吴氏网赤道交于 P 点; 然后将 001 极点沿 OP 方向转到 Q 点, 使 $OQ = 2OP$ (指角度), Q 即为孪晶中的 001 极点在基体的 001 极图上的位置。与此同时, 010、100 也沿自己的纬线圆转过相同的角度到达它们的最终位置。

(3) 如图 10-(2) 所示, 在节点处应保持界面张力平衡。设 $\gamma_{Ta} = \gamma_{aa}$, 则:

$$\gamma_T = 2\gamma_{aa} \cdot \cos \frac{\beta}{2}$$

$$\cos \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma_T}{2\gamma_{aa}}$$

$$\because \gamma_T \ll 2\gamma_{aa} \quad (\gamma_T \text{ 为共格孪晶界的界面能})$$

$$\therefore \cos \frac{\beta}{2} \approx 0$$

$$\frac{\beta}{2} \approx 90^\circ$$

$$\beta \approx 180^\circ$$

所以, 孪晶界与大角度晶界保持近乎垂直的关系。

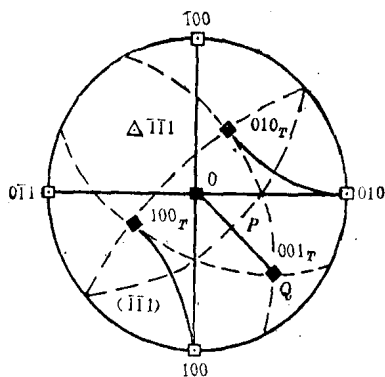


图 10-(1)

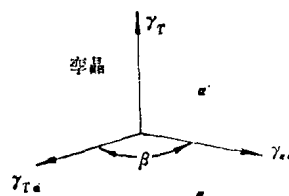


图 10-(2)

10-2 银币作为一种流通的货币,既要有银币的显著特征(有较高的含银量、有银的光泽),又要有一定的耐磨性。纯银满足第一个条件,但耐磨性较差。铜加入到银中可强化银,并增加其耐磨性,但加入的量有一上限,即不能形成两相组织,因为只有保持单相组织,铜才不会降低银的光泽且具有固溶强化的效果。由 Ag-Cu 相图可见,92.5 Wt% Ag, 7.5 Wt% Cu 这一比例接近于这一上限值,在 760~810°C 范围内保温后淬火(固溶处理),可使这一成分的合金在室温(使用温度)仍保持单相组织,从而同时满足上述的两个条件。

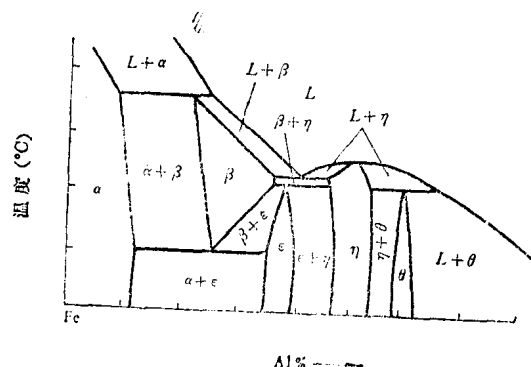


图 10-(3)

10-3 (1) 各相区符号如图 10-(3) 所示。1232°C: 包晶转变, $L + \alpha \rightleftharpoons \beta$; 1165°C, 共晶转变, $L \rightleftharpoons \beta + \epsilon$; 1160°C, 包晶转变, $L + \epsilon \rightleftharpoons \theta$; 1158°C, 包析转变, $\beta + \epsilon \rightleftharpoons \eta$; 1103°C, 共析转变, $\beta \rightleftharpoons \alpha + \eta$; A 点: 磁性转变, $\alpha_{顺磁} \rightleftharpoons \alpha_{铁磁}$; 560°C, 有序无序转变, $\alpha_{无序} \rightleftharpoons \alpha'_{有序}$ 。

(2) 固溶体多形性转变: $\gamma \rightarrow \alpha$; 磁性转变: $\alpha_{顺磁} \rightarrow \alpha_{铁磁}$ 。

(3) 可加热至 γ 单相区域再进行冷却, 通过固溶体多形性转变使晶粒细化。

(4) 可采用加热至 560°C 以上, 然后快速冷却, 以抑制 $\alpha \rightarrow \alpha'$ 转变发生, 即可基本消除脆性。

10-4 (1) 由 Fe-Ni 合金相图可见, Fe-40 Ni 合金的液相线和固相线温度间隔很窄, 因此铸件以“壳状”方式凝固, 形成完全是柱状晶的铸锭结构(树枝状柱状晶)。显微组织为单相 γ 固溶体, 室温下局部可能以马氏体组织形式存在。

(2) 树枝晶的轴间距主要受冷却速率的控制, 随冷却速率的增大而减小, 可写成枝晶间距 $x = k_1 \cdot \frac{1}{v}$, 式中 v 为铸件冷却速率, k_1 为常数。扩散退火时, 原子扩散距离 x 与时间 t 有 $x = k_2 \sqrt{Dt}$ 的关系, 式中 D 为扩散系数, k_2 为常数。设均匀化处理时原子扩散距离等于 $\frac{1}{2}$ 枝晶间距, 则将上述两式合并, 即有:

$$\frac{1}{2} k_2 \sqrt{Dt} = k_1 \cdot \frac{1}{v}$$

或

$$t = \left(\frac{k_1}{k_2} \right)^2 \frac{1}{v^2 D} \quad \text{式中 } k_2 = \sqrt{\frac{1}{2}} k_2$$

$$= k' \frac{1}{v^2} \times \frac{1}{(0.344 + 0.012\% \text{ Ni})} \exp(67500/RT)$$

$$= k' \frac{1.2}{v^2} \exp(67500/RT)$$

(3) 缓冷: $\gamma \rightarrow \alpha$, 为固溶体多形性转变, 是扩散型相变。快冷: $\gamma \rightarrow \alpha'$, 为马氏体转变, 是无扩散型相变。

10-5 (1) 由图 10-5 可见, 此合金的组织为 $(\text{Cu}) + (\text{Cu}_2\text{O} + \text{Cu})_{\text{共晶}}$, 共晶量很少, 共晶中的 Cu_2O 以点状分布于晶界, 共晶中的 Cu 相与初生相连成一片不能分辨, 形成典型的离异共晶组织。结合 Cu-O 相图分析, 这是由于氧含量极微, 合金成分离共晶点很远, 凝固后共晶量本身很少, 且共晶中的 Cu_2O 量亦很低, 从而离异出来分布于晶界, 形成上述组织。

(2) 由图 10-5 亦可发现,晶界上分布的 Cu_2O 呈椭球形态。据此可推测界面张力平衡条件式 $\gamma_{\text{Cu}/\text{Cu}_2\text{O}} = 2 \gamma_{\text{Cu}/\text{Cu}_2\text{O}} \cdot \cos \frac{\theta}{2}$ 中, $\theta = 120^\circ$, 由此可得 $\gamma_{\text{Cu}/\text{Cu}_2\text{O}} / \gamma_{\text{Cu}/\text{Cu}_2\text{O}} = 1$ 。

(3) 可按下述步骤测定含氧铜中的氧含量:

a) 测出点状相(Cu_2O)的面积百分数亦即体积百分数 $V_{\text{Cu}_2\text{O}} \%$;

b) 换算成重量百分数 $W_{\text{Cu}_2\text{O}} \%$;

$$W_{\text{Cu}_2\text{O}} \% = \frac{V_{\text{Cu}_2\text{O}} \% \cdot \rho_{\text{Cu}_2\text{O}}}{V_{\text{Cu}_2\text{O}} \% \cdot \rho_{\text{Cu}_2\text{O}} + V_{\text{Cu}} \% \cdot \rho_{\text{Cu}}} \quad (\rho \text{ 为密度})$$

c) 含氧铜中的氧含量 $O \% = W_{\text{Cu}_2\text{O}} \% \times 11.18$

10-6 产生成分过冷,即出现树枝晶的临界条件为:

$$\frac{G}{R} \leq \frac{mC_0}{D} \cdot \frac{1-k_0}{k_0}$$

由上式可见,当合金成分一定,成分过冷的大小取决于 $\frac{G}{R}$ 。在通常情况下,凝固速率 R 的变化及影响较小,决定固溶体生长形态的最主要因素是液相内的温度梯度 G 。因此,在焊接时除选用适当的焊接速度外,应注意减小焊接电流,缩短电弧停留时间,即减小热量输入,从而增大焊缝凝固时的温度梯度 G ,使之避免出现粗大树枝晶,并减小热影响区的晶粒粗化,以提高焊接接头的塑性。

10-7 根据已知条件,可画出合金沉淀出 β 相时浓度分布如图 10-(4) 所示。设在时间 dt 内, β 相长大 dl^β ,由扩散产生的 B 原子流量为:

$$dm_\beta = dl^\beta (x^\beta - x^{\alpha/\beta}) \quad (1)$$

根据 Fick 第一定律,上式可写成:

$$\frac{dm_\beta}{dt} = D^\alpha \frac{dx}{dy} = \frac{dl^\beta}{dt} (x^\beta - x^{\alpha/\beta}) \quad (2)$$

式中浓度梯度 $\frac{dx}{dy}$ 约等于图 10-(4) 中虚线的斜率,即

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\Delta x}{s} \quad (3)$$

利用图中的两个阴影面积必须表示相同数量 B 原子这一事实,可得下列关系式:

$$\frac{1}{2} s \Delta x = l^\beta (x^\beta - x^{\alpha/\beta}) \quad (4)$$

因此浓度梯度为:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{3 l^\beta} \frac{(\Delta x)^2}{(x^\beta - x^{\alpha/\beta})} \quad (5)$$

将式(5)代入式(2),可得:

$$\frac{dl^\beta}{dt} = \frac{D^\alpha (\Delta x)^2}{2 l^\beta (x^\beta - x^{\alpha/\beta}) (x^\beta - x^{\alpha/\beta})} \quad (6)$$

对式(6)积分,即得:

$$(l^\beta)^2 = \frac{D^\alpha (\Delta x)^2}{(x^\beta - x^{\alpha/\beta}) (x^\beta - x^{\alpha/\beta})} t \quad (7)$$

上式表明 β 相的生长符合抛物线长大规律。

10-8 (1) 试样(α)在渗碳过程中不存在两相区,由表面向心部共包含 $M_3\text{O}$ 、 γ 、 α 三个

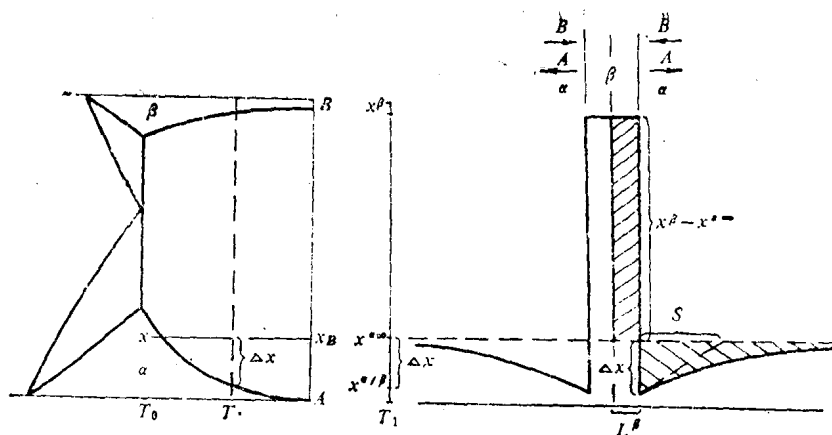


图 10-(4)

单相区; 试样(b)在渗碳过程中可存在两相区, 由表面向心部共包含 $(\gamma + M_3C)$ 、 γ 、 $(\alpha + \gamma)$ 、 α 四个相区。

(2) 如图 10-(5) 所示, 试样(a)在渗碳过程中, 表面含碳量逐渐增加, 当成分到达 S 点后, 开始形成 γ 区, 此时 γ 的成分为 E 点。继续渗碳, γ 的成分沿 EF 线变化; 到达 F 点后, 表面含碳量若继续增加, 则形成 M_3C 区。所以, 试样(a)在渗碳过程中, 表面奥氏体的成分沿 EF 线变化。

试样(b)在渗碳过程中, 当表面成分到达 J 点后, 开始形成 $(\alpha + \gamma)$ 两相区; 当合金成分由 J 向 B 变化时, 两相区中 γ 的成分由 A 至 B; 继续渗碳, γ 的成分沿 BC 线变化, 到达 C 点后, 进入 $(\gamma + M_3C)$ 两相区; 而后合金成分沿 CK 变化时, γ 的成分沿 CD 变化; 所以在试样(b)渗碳至表面含碳达 1.2% 的过程中, 表面奥氏体的成分沿 ABCD 线变化。

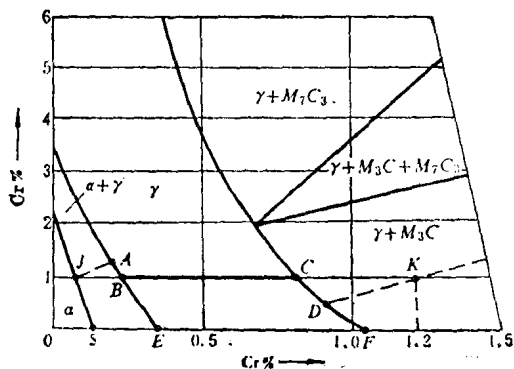


图 10-(5)

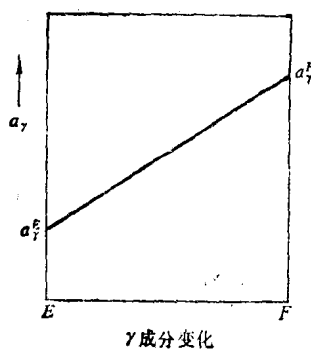


图 10-(6)

(3) 试样(a)、(b)中 γ 的点阵常数 (a_γ) 随成分的变化分别示意于图 10-(6) 和图 10-(7)。

图 10-(7) 中, 1-2 和 3-4 间的线段的斜率比 2-3 间线段的斜率小, 这是由于 Cr 的原子半径比 Fe 的原子半径大, 当 γ 的成分沿 AB 变化和沿 CD 变化时, 由含 Cr 量减少引起的 γ 点阵常数的减小抵消了一部分由含碳量增加引起的 γ 点阵常数的增大的缘故。

10-9 根据位错塞积理论, 在外切应力 τ 作用下, 若在塞积群中的位错数目 n 很大, 则

塞积群领先位错前端会有很大应力集中, 其数值是 τ 的 n 倍。在领先位错附近存在一应力场, 此应力场作用在距领先位错为 r 的 M 点(图 10-(8))的应力为:

$$\tau_M = \beta\tau\left(\frac{L}{r}\right)^{1/2}$$

式中: L 是领先位错到位错源的距离(与 n 成正比, 即与领先位错前端的应力成正比); τ 是外应力; β 是和方向有关的因子。

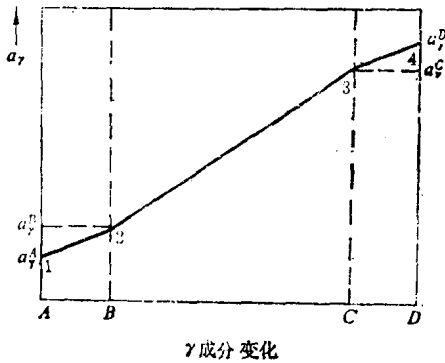


图 10-(7)

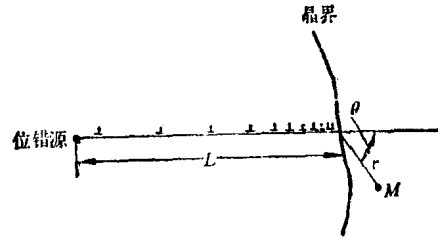


图 10-(8)

如果位错塞积在晶界上, 可把 L 换成晶粒直径 d , 则在界面前 M 点处受切应力约为 $\tau\left(\frac{d}{r}\right)^{1/2}$ 。考虑到位错线受“内摩擦”力的作用, 领先位错的应力集中会减小, 设晶格“内摩擦”力为 τ_i , 则在 M 处的切应力为:

$$\tau_M = (\tau - \tau_i)\left(\frac{d}{r}\right)^{1/2}$$

设在 M 点有一位错源, 开动这个位错源的临界分切应力为 τ_c , 则当位错塞积在边界上而在 M 点产生的切应力和 τ_c 相等时, M 点的位错源就可开动, 即:

$$\tau_c = (\tau - \tau_i)\left(\frac{d}{r}\right)^{1/2}$$

$$\tau = \tau_i + \tau_c\left(\frac{r}{d}\right)^{1/2}$$

如果把上式换成正应力, 则:

$$\sigma = \sigma_0 + k\left(\frac{1}{d}\right)^{1/2}$$

此即 Hall-Petch 关系式。

上式的导出是基于大位错群的塞积, 如果晶粒尺寸很小, 只能有小的塞积群, 则上式就不适用。因此上式不能外推到晶粒很小(如 4 nm)的范围。

10-10 四种情况的拉伸曲线分别如图 10-(9)的(a)、(b)、(c)、(d)所示。

(1) 卸载后立即重新加载, 溶质原子来不及在位错附近偏聚, 故不存在对位错的钉扎作用, 拉伸曲线无下屈服点, 且因加工硬化的作用, 屈服强度较第一次拉伸时有所提高。

(2) 经室温时效, 溶质原子倾向于在位错附近聚集以降低能量, 形成气团钉扎位错, 使其运动受阻, 需在较高应力下才能屈服。位错挣脱钉扎后, 应力随即下降, 故有上、下屈服

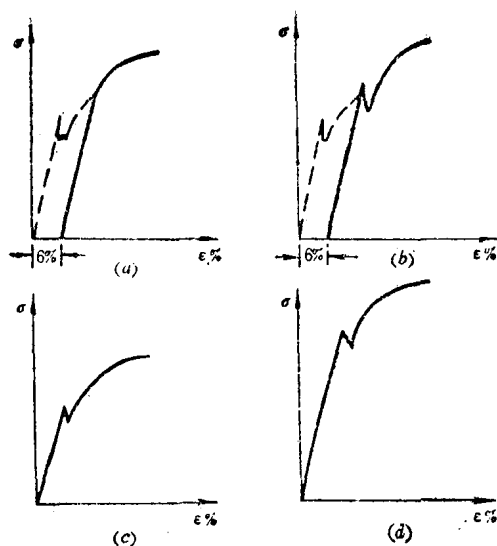


图 10-(9)

点。同样,因加工硬化的作用,屈服应力高于第一次拉伸。

(3) 对低碳钢, $\varepsilon = 6\%$ 接近临界变形度,因此在 720°C (高于 T_m) 退火后晶粒粗大,强度较低。

(4) 880°C 保温时发生重结晶,冷却后晶粒细小,因此强度提高。

10-11 由于 I、II 晶体的取向不同,因而具有不同的表面能;通过晶界向表面能高的一侧移动,可降低系统的总表面能。这亦是再结晶晶粒长大的驱动力之一,因此此晶体在加热时晶界会发生移动。

设面积为 A 的晶界移动 dx 距离时,体系总的吉布斯自由能变化为 dG (增加时为正值,降低时为负值),则晶界沿 x 方向移动的驱动力为:

$$P_s = -\frac{1}{A} \cdot \frac{dG}{dx} = -\frac{1}{t \cdot l} \cdot \frac{2(\gamma_I - \gamma_{II}) \cdot l \cdot dx}{dx}$$

$$= -\frac{2(\gamma_I - \gamma_{II})}{t}$$

式中 γ_I, γ_{II} 分别为晶体 I、晶体 II 的比表面能。

由题 2-49 的结果已知, f.c.c. 的 (100) 和 (111) 的比表面能分别为

$$\frac{4U_b}{a^2} \text{ 和 } \frac{2\sqrt{3}U_b}{a^2},$$

代入上式,得:

$$P_s = -\frac{2(4U_b - 2\sqrt{3}U_b)}{a^2 t} = -\frac{(8 - 4\sqrt{3})U_b}{a^2 \cdot t}$$

方向由晶体 II 向晶体 I。

10-12 纯铁在从液体冷凝至室温的过程中,除了发生 $L \rightarrow \gamma$ 的结晶过程以外,还会发生 $\gamma \rightarrow \alpha$ 的固态相变,即经历重新形核和长大的过程,因此不能用通常适用于一些其它金属的控制凝固的方法来制备单晶体。可行的方法是:将纯铁先经 5% 左右 (临界变形度) 的变形,然后在 600°C 进行再结晶退火,可以得到非常粗大的晶粒,取其中一颗,截去其余,则可

得纯铁的单晶体。这个方法的依据是：再结晶后晶粒直径

$$d = \text{常数} \cdot \left(\frac{G}{\dot{N}} \right)^{1/4},$$

由形变量对 \dot{N} (再结晶形核率)的影响可知,在临界变形量下, $\frac{G}{\dot{N}}$ 可达到一极大值,因此此时可得到最大的晶粒(直径可达几个厘米)。

主要参考书

1. 刘国勋,《金属学原理》,冶金工业出版社,1979。
2. 胡赓祥、钱苗根,《金属学》,上海科学技术出版社,1980。
3. 徐祖耀、李朋兴,《材料科学导论》,上海科学技术出版社,1986。
4. K. M. 罗尔斯、T. H. 考特尼、J. 伍尔夫,《材料科学与材料工程导论》(中译本),科学出版社,1982。
5. 冯端、王业宁、丘第荣,《金属物理》(上),科学出版社,1964。
6. R. E. Reed-Hill 《物理冶金学原理》(中译本),台湾云阳出版社,1983。
7. M. C. 弗莱明斯,《凝固过程》(中译本),冶金工业出版社,1981。
8. A. G. Guy, *Introduction to Materials Science*, McGraw-Hill, Inc., 1972。
9. J. C. Anderson K. D. Leaver J. M. Alexander R. D. Rawlings, *Material Science*, Thomas Nelson and Sons, Ltd., 1974。
10. R. E. Smallman, *Modern physical Metallurgy*, Butterworths, London, 1968。
11. J. D. Verhoeven, *Fundamentals of physical Metallurgy*, John Wiley & Sons, Inc., 1975。
12. A. G. Guy, *Elements of Physical Metallurgy*, 3rd. ed., Addison-Wesley. Pub. Co., 1974。
13. D. R. Askeland, *The Science and Engineering of Materials* Brooks/Cole Engineering Division, Monterey, 1984。
14. M. A. Meyers, K. K. Chawla, *Mechanical Metallurgy Principles and Applications*, Prentice-Hall, Inc., 1984。
15. G. Lewis, *Properties of Engineering Materials*, The Macmillan Press Ltd. 1981。
16. J. P. Hirth, J. Lothe, *Theory of Dislocations*, McGraw-Hill, Inc., 1968。
17. J. Friedel, *Dislocations*, Pergamon Press, Ltd., 1964。
18. D. A. Porter, K. E. Easterling, *Phase Transformations in Metals and Alloys*, VAN. Nostrand Reinhold Company, Oxford, 1981。
19. P. Gordon, *Principles of Phase Diagrams in Materials Systems*, McGraw-Hill, Inc., New York, 1968。
20. D. R. F. West, *Ternary Equilibrium Diagrams*, and., Chapman and Hall, Combridge, 1982。
21. R. M. Caddell, *Deformation and Fracture of Solids*, Englewood cliffs, N. J. Prentice-Hall, 1980。

附 录

国际单位制常用单位

物 理 量	单 位	符 号
长 度	米	m
质 量	千克(公斤)	kg
时 间	秒	s
温 度	开[尔文]	K
物 质 的 量	摩[尔]	mol
力	牛[顿]	N
压 力、应 力	帕[斯卡]	Pa(N/m ²)
能 量、功、热 量	焦[耳]	J(N·m)
表 面 张 力	—	N/m(J/m ²)

国际单位制中倍数和约数的词头名称

单位所乘因子	词 头	符 号
10 ¹²	兆兆(tera)	T
10 ⁹	千兆(giga)	G
10 ⁶	兆(mega)	M
10 ³	千(kilo)	K
10 ²	百(hecto)	h
10	十(deka)	da
10 ⁻¹	分(dec)	d
10 ⁻²	厘(centi)	c
10 ⁻³	毫(milli)	m
10 ⁻⁶	微(micro)	μ
10 ⁻⁹	毫微(nano)	n
10 ⁻¹²	微微(pico)	p

单位换算转换因子

转 换 量	由	至	乘 以
长 度	英寸(in)	米(m)	2.54×10^{-2}
	英尺(ft)	米(m)	3.048×10^{-1}
	埃(Å)	米(m)	1×10^{-10}
质 量	磅(lb)	千克(kg)	4.536×10^{-1}
能 量	尔格(erg)	焦耳(J)	1×10^{-7}
	卡(Cal)	焦耳(J)	4.184
	电子伏(eV)	焦耳(J)	1.602×10^{-19}
	达因(dyne)	牛顿(N)	1×10^{-5}
	磅(lb)	牛顿(N)	4.448
力	千克(kg)	牛顿(N)	9.807
	磅/英寸 ² (psi)	牛顿/米 ² (N/m ²)	6.90×10^3
	达因/厘米 ² (dyne/cm ²)	牛顿/米 ² (N/m ²)	1×10^{-1}
	千克/毫米 ² (kg/mm ²)	牛顿/米 ² (N/m ²)	9.807×10^6
应 力	毫米汞柱(mmHg)	牛顿/米 ² (N/m ²)	1.333×10^2
	大气压(atm)	牛顿/米 ² (N/m ²)	1.013×10^5
	摄氏温度(°C)	开氏温度(K)	$T_K = T_C + 273.15$
温 度	华氏温度(°F)	开氏温度(K)	$T_K = \frac{5}{9}(T_F + 459.67)$
	华氏温度(°F)	摄氏温度(°C)	$T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32)$

常用常数

常 数	符 号	数 值
阿伏伽德罗常数	N_A	$6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
玻耳兹曼常数	k	$1.381 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
普朗克常数	h	$6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
气体常数	R	$8.314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$