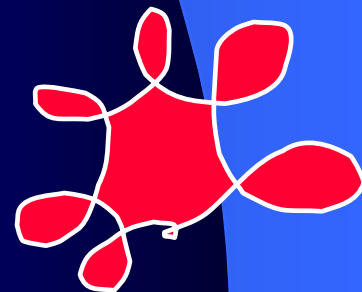
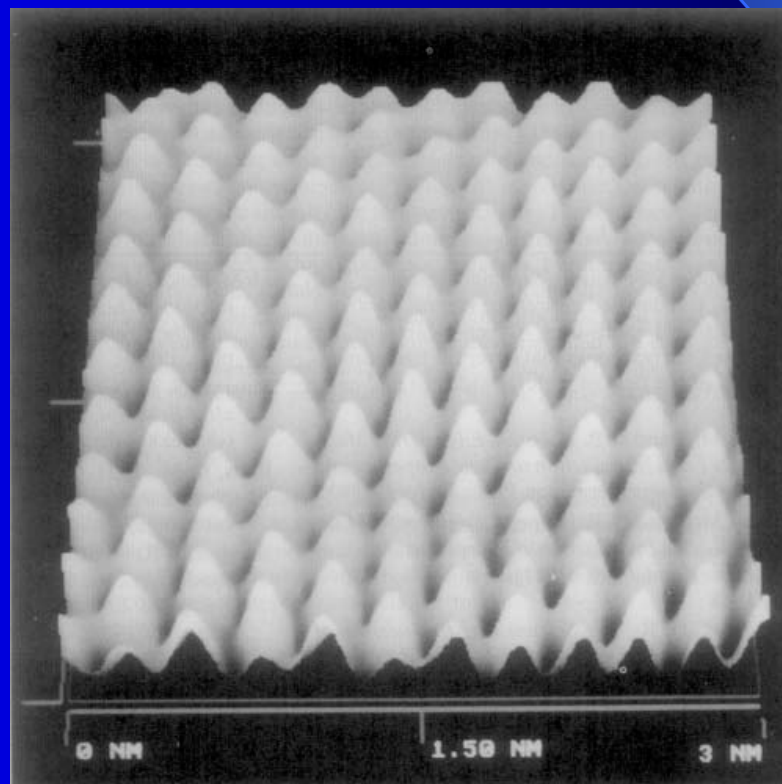


第二章 固体结构 (Solid Structure)

物质 (substance) { 气态 (gas state)
 液态 (liquid state)
 固态 (solid state) { 晶体 (crystal)
 非晶体 (amorphous solid)

金的AFM 照片



- ※ 1 晶体学基础
- (Basis Fundamentals of crystallography)

- 晶体结构的基本特征：原子（或分子、离子）在三维空间呈周期性重复排列（periodic repeated array），即存在长程有序（long-range order）
 - 性能上两大特点：固定的熔点（melting point），各向异性（anisotropy）
-

一、晶体的空间点阵 (Space lattice)

1. 空间点阵的概念

将晶体中原子或原子团抽象为纯几何点（阵点 lattice point），即可得到一个由无数几何点在三维空间排列成规则的阵列——空间点阵（space lattice）

特征：每个阵点在空间分布必须具有完全相同的周围环境 (surrounding)

2. 晶胞 (Unit cells)

代表性的基本单元（最小平行六面体）small repeat entities

选取晶胞的原则：

- I) 选取的平行六面体应与宏观晶体具有同样的对称性；
- II) 平行六面体内的棱和角相等的数目应最多；
- III) 当平行六面体的棱角存在直角时，直角的数目应最多；
- IV) 在满足上条件，晶胞应具有最小的体积。

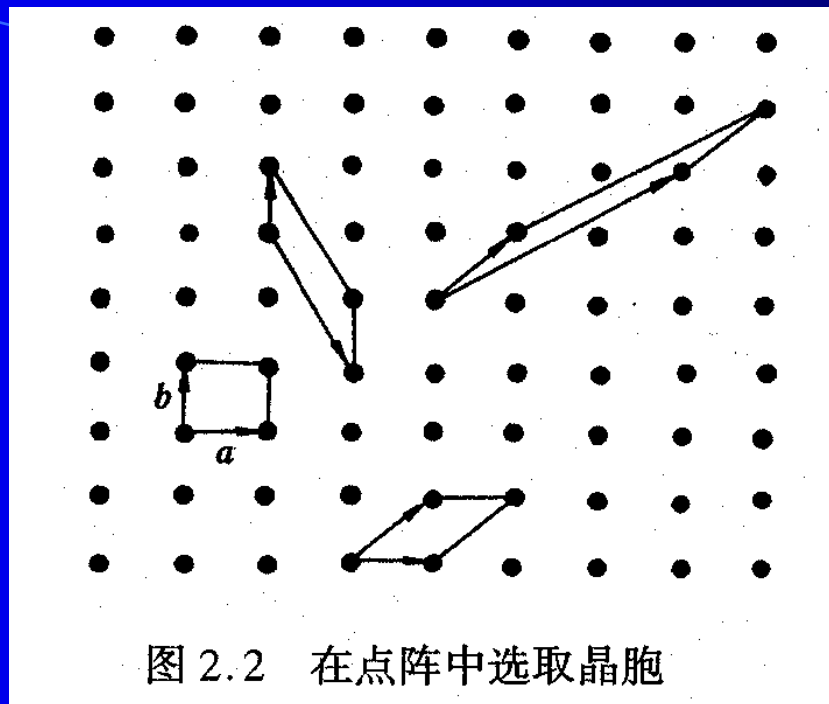
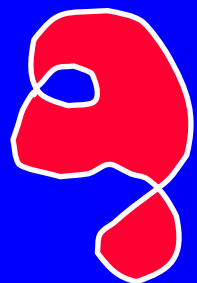


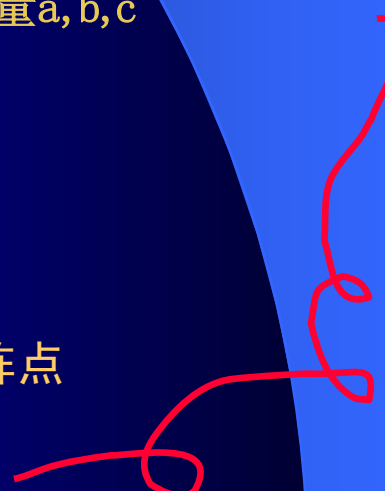
图 2.2 在点阵中选取晶胞

描述晶胞 $\begin{cases} a, b, c \text{ 棱边长 (点阵常数 lattice parameter)} \\ \alpha, \beta, \gamma \text{ 晶轴间的夹角} \end{cases}$ 或用点阵矢量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

$$\text{阵点 } \vec{r}_{uvw} = u\vec{a} + v\vec{b} + w\vec{c} \quad \text{体积 } V = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$$

简单晶胞（初级晶胞）：只有在平行六面体每个顶角上有一阵点

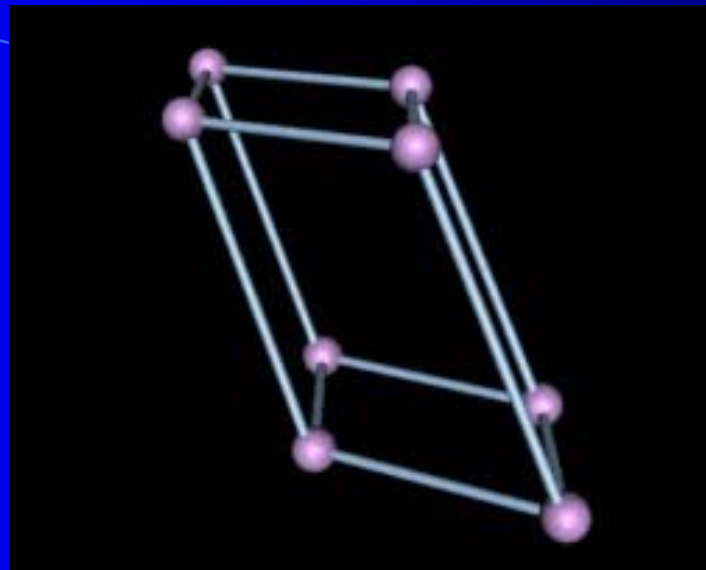
复杂晶胞：除在顶角外，在体心、面心或底心上有阵点



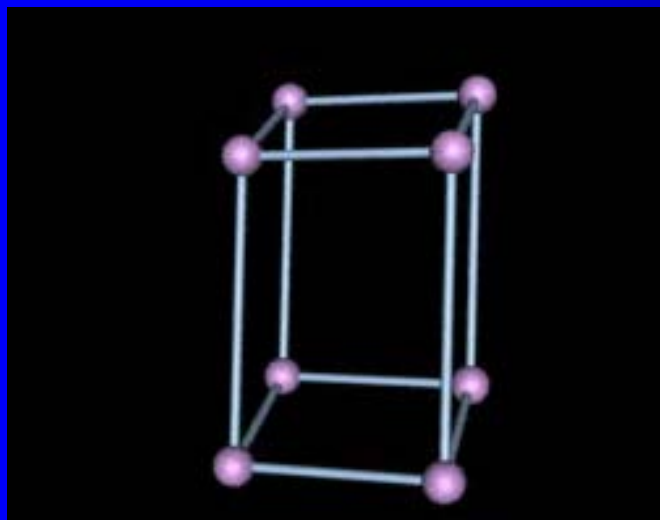
3. 晶系与布拉菲点阵 (Crystal System and Bravais Lattice)

七个晶系，14个布拉菲点阵

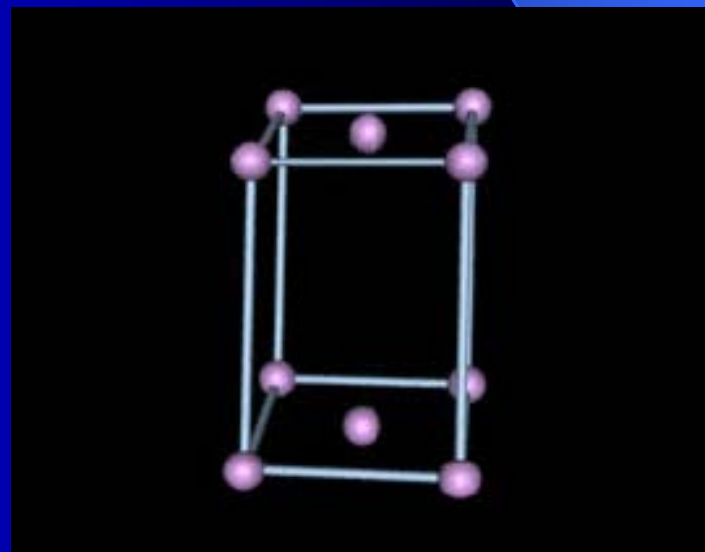
晶系	布拉菲点阵	晶系	布拉菲点阵
三斜 Triclinic $a \neq b \neq c$, $\alpha \neq \beta \neq \gamma$	简单三斜	六方 Hexagonal $a_1 = a_2 = a_3 \neq c$, $\alpha = \beta = 90^\circ$, $\gamma = 120^\circ$	简单六方
单斜 Monoclinic $a \neq b \neq c$, $\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$	简单单斜 底心单斜	菱方 Rhombohedral $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$	简单菱方
正交 $a \neq b \neq c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	简单正交 底心正交 体心正交 面心正交	四方 (正方) Tetragonal $a = b \neq c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	简单四方 体心四方
		立方 Cubic $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	简单立方 体心立方 面心立方



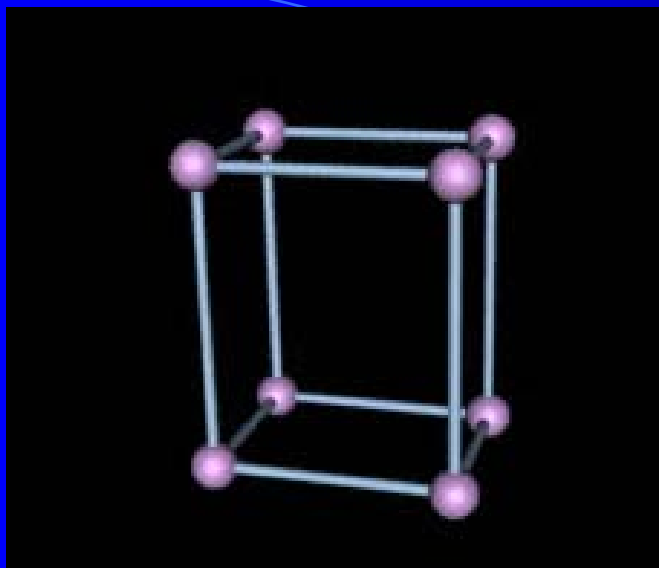
简单三斜



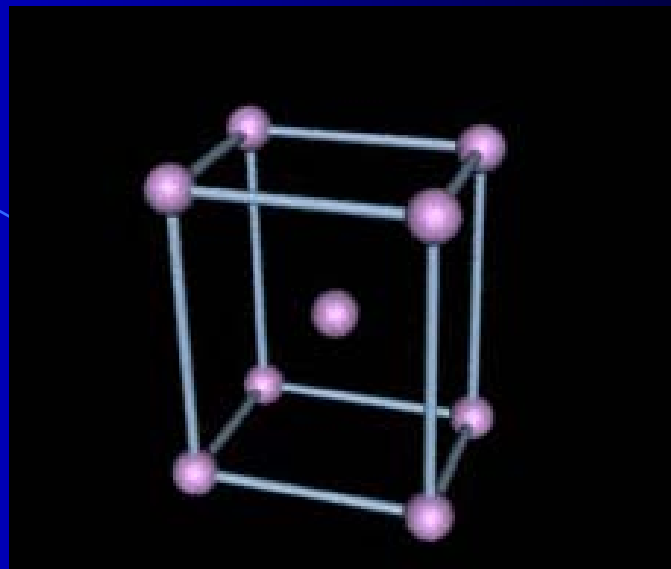
简单单斜



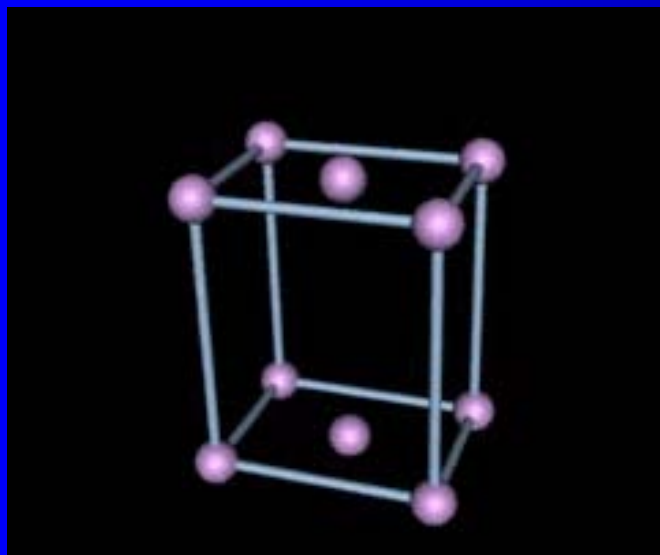
底心单斜



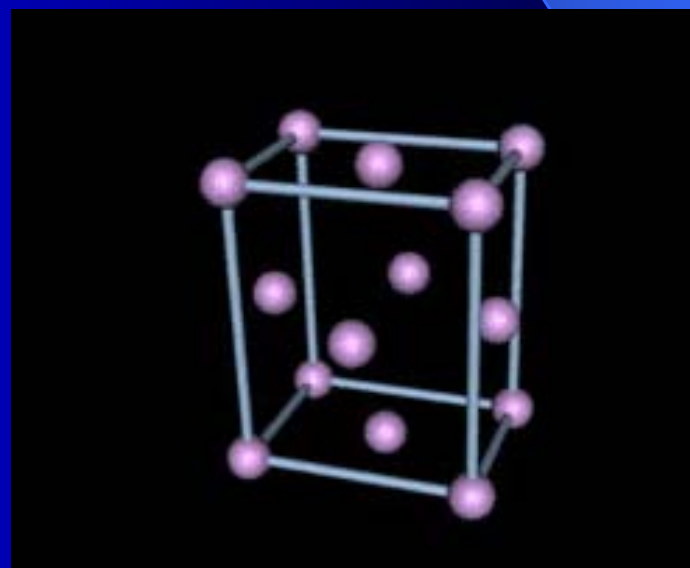
简单正交



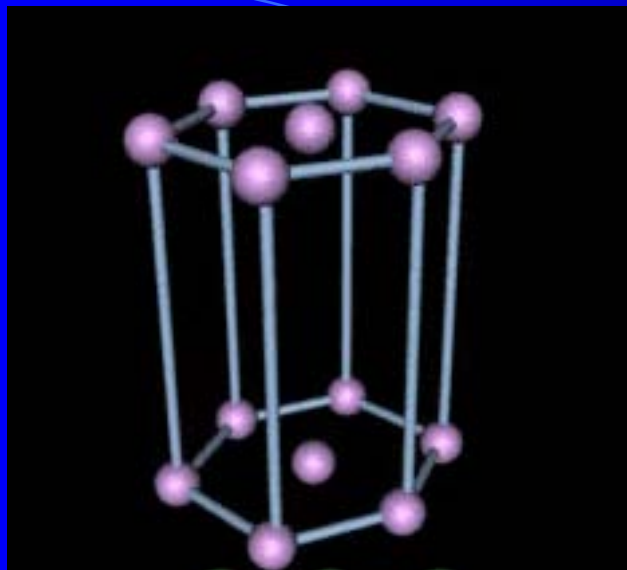
体心正交



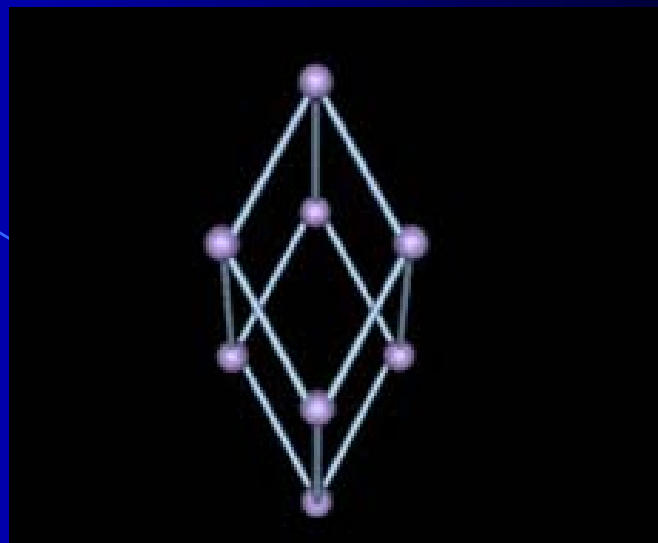
底心正交



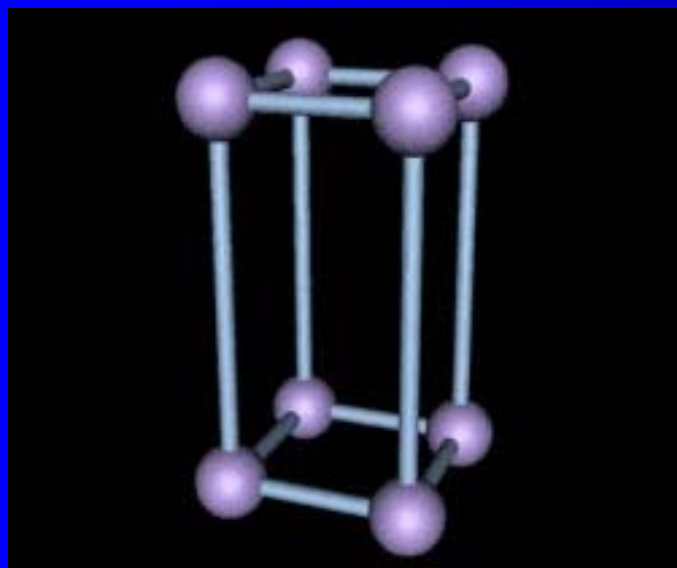
面心正交



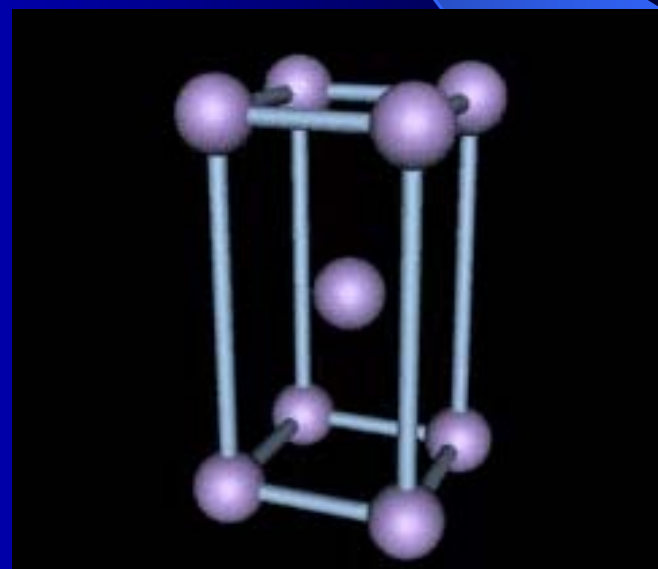
简单六方



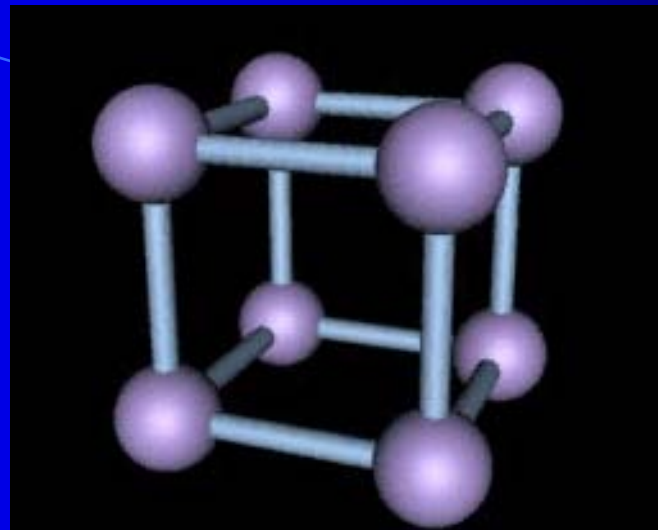
简单菱方



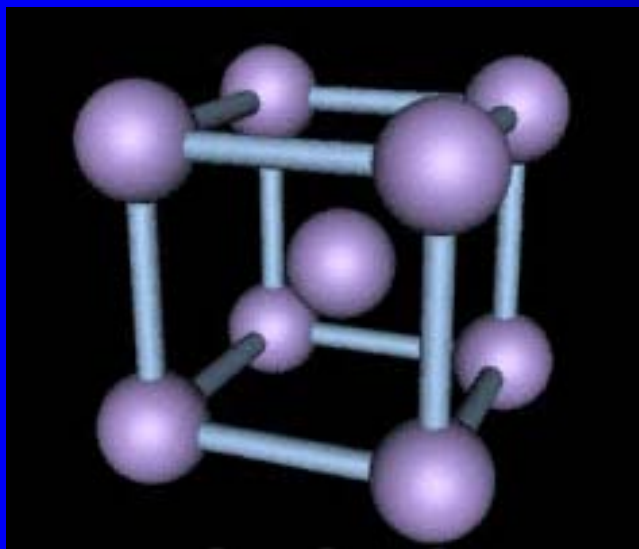
简单四方



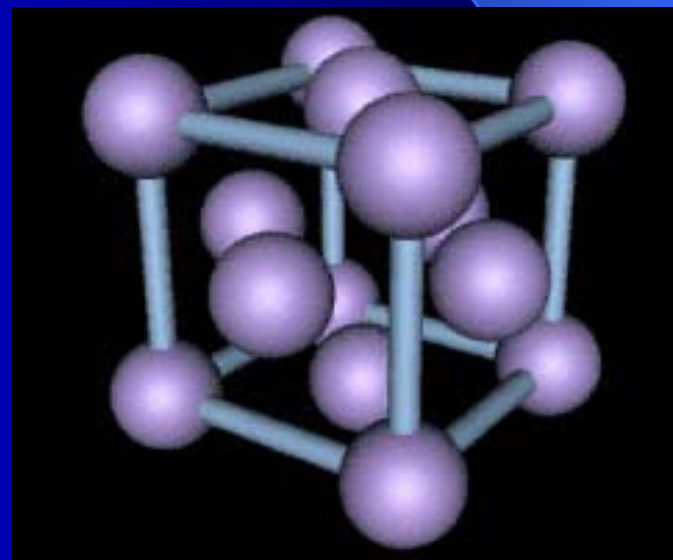
体心四方



简单立方

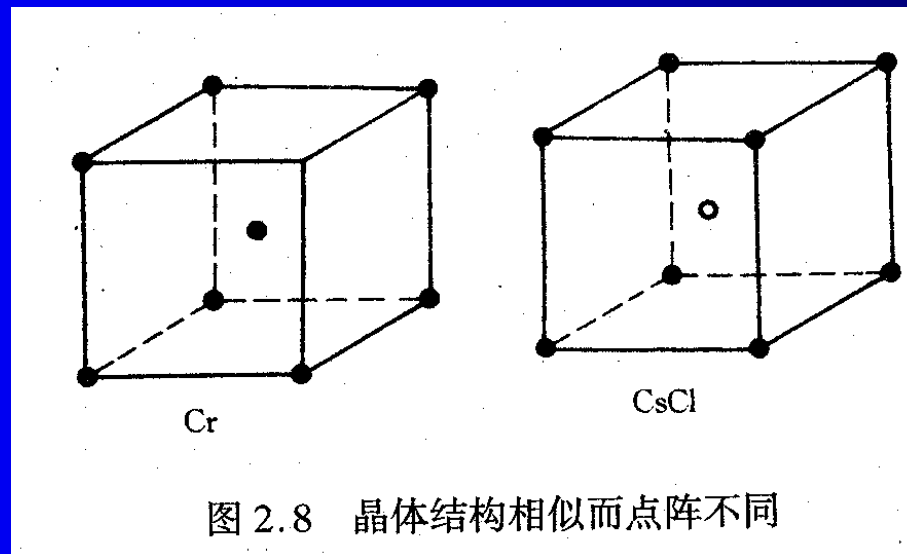
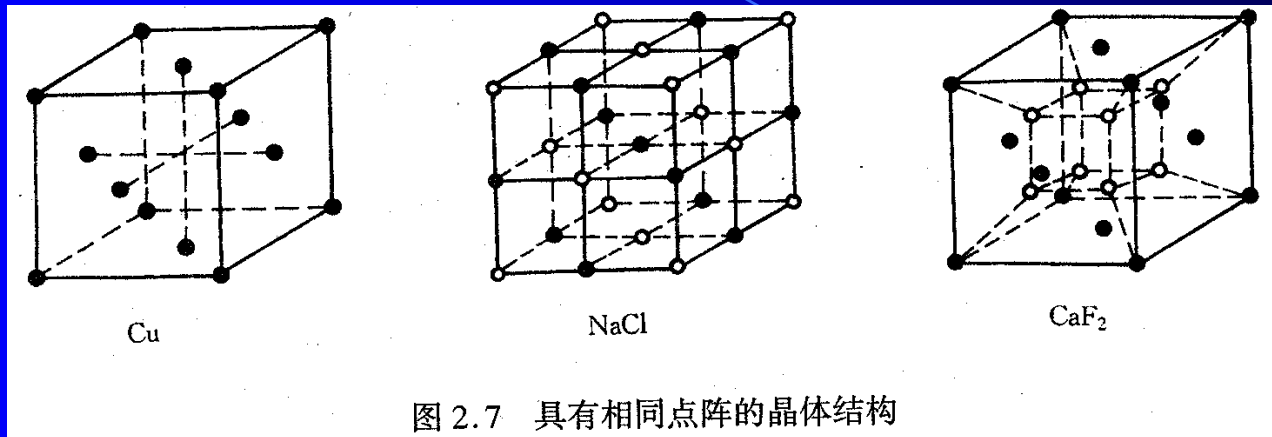


体心立方



面心立方

4. 晶体结构与空间点阵



二、晶向指数和晶面指数

(Miller Indices of Crystallographic Direction and Planes)

1. 阵点坐标 $\overline{op} = x\overline{a} + y\overline{b} + z\overline{c}$

2. 晶向指数 (Orientation index)

求法:

- 1) 确定坐标系
- 2) 过坐标原点, 作直线与待求晶向平行;
- 3) 在该直线上任取一点, 并确定该点的坐标 (x, y, z)
- 4) 将此值化成最小整数 u, v, w 并加以方括号 $[u \ v \ w]$ 即是。
(代表一组互相平行, 方向一致的晶向)

晶向族 $\langle u \ v \ w \rangle$: 具有等同性能的晶向归并而成;

(x_1, y_1, z_1) , (x_2, y_2, z_2) 二点连线的晶向指数: $[x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1]$

*指数看特征, 正负看走向



3. 晶面指数 (Indices of Crystallographic Plane)

求法:

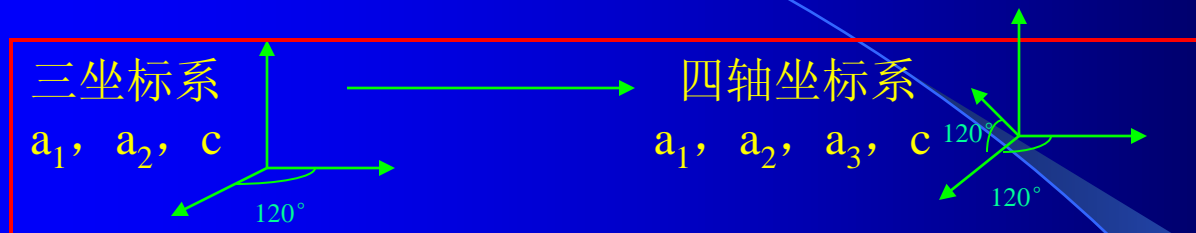
- 1) 在所求晶面外取晶胞的某一顶点为原点 o ，三棱边为三坐标轴 x, y, z
- 2) 以棱边长 a 为单位，量出待定晶面在三个坐标轴上的截距；
- 3) 取截距之倒数，并化为最小整数 h, k, l 并加以圆括号 $(h\ k\ l)$ 即是。

晶面族 $\{h\ k\ l\}$ 中的晶面数:

- a) $h\ k\ l$ 三个数不等，且都 $\neq 0$ ，则此晶面族中有 $3! \times 4 = 24$ 组，如 $\{1\ 2\ 3\}$
- b) $h\ k\ l$ 有两个数字相等 且都 $\neq 0$ ，则有， $\frac{3!}{2!} \times 4 = 12$ 如 $\{1\ 1\ 2\}$
- c) $h\ k\ l$ 三个数相等，则有， $\frac{3!}{3!} \times 4 = 4$ 组，如 $\{111\}$
- d) $h\ k\ l$ 有一个为0，应除以2，则有 $\frac{3!}{2} \times 4 = 12$ 组，如 $\{1\ 2\ 0\}$
有二个为0，应除以 2^2 ，则有 $\frac{3!}{2!2^2} \times 4 = 3$ 组，如 $\{1\ 0\ 0\}$

4. 六方晶系指数

(Indices of hexagonal crystal system or hexagonal indices)



$$(h \ k \ i \ l) \quad i = -(h+k)$$

$$[u \ v \ t \ w] \quad t = -(u+v)$$

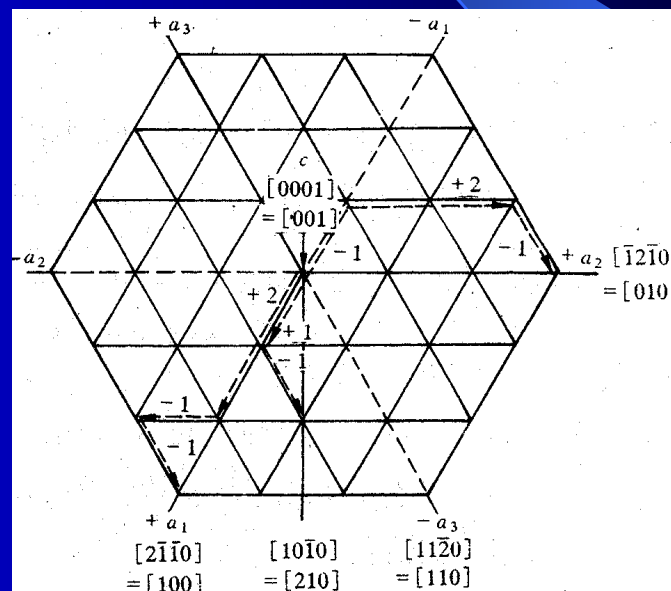
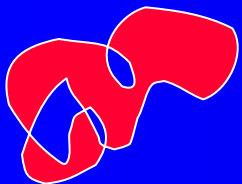


图 2.14 六方晶系晶向指数的表示方法(c 轴与图面垂直)



三指数系统 \rightarrow 四指数系统
three-index system four-index system

$$(h \ k \ l) \rightleftharpoons (h \ k \ i \ l) \quad i = -(h+k)$$

$$[U \ V \ W] \rightleftharpoons [u \ v \ t \ w]$$

$$U = u - t, \ V = v - t, \ W = w$$

$$u = \frac{1}{3}[2U - V], \ v = \frac{1}{3}[2V - U], \ t = -(u + v), \ w = W$$



5. 晶带 (Crystal zone)

所有相交于某一晶向直线或平行于此直线的晶面构成一个“晶带” (crystal zone)

此直线称为晶带轴 (crystal zone axis)，所有的这些晶面都称为共带面。晶带轴 $[u \ v \ w]$ 与该晶带的晶面 $(h \ k \ l)$ 之间存在以下关系

$$hu + kv + lw = 0 \text{ ————— 晶带定律}$$

凡满足此关系的晶面都属于以 $[u \ v \ w]$ 为晶带轴的晶带

$$\begin{vmatrix} u_1 & v_1 & w_1 \\ u_2 & v_2 & w_2 \\ u_3 & v_3 & w_3 \end{vmatrix} \neq 0, \text{ 则三个晶轴同在一个晶面上}$$

$$\begin{vmatrix} h_1 & k_1 & l_1 \\ h_2 & k_2 & l_2 \\ h_3 & k_3 & l_3 \end{vmatrix} = 0, \text{ 则三个晶面同属一个晶带}$$

6. 晶面间距 (Interplanar crystal spacing)

两相邻近平行晶面间的垂直距离—晶面间距，用 d_{hkl} 表示
从原点作 $(h\ k\ l)$ 晶面的法线，则法线被最近的 $(h\ k\ l)$ 面所交截的距离即是

$$\text{直角坐标系 } d_{hkl} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{h}{a}\right)^2 + \left(\frac{k}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{c}\right)^2}}$$

$$\text{立方晶系 } d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

$$\text{六方晶系 } d_{hkl} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{3}\left(\frac{h^2 + hk + k^2}{a^2}\right) + \left(\frac{l}{c}\right)^2}}$$

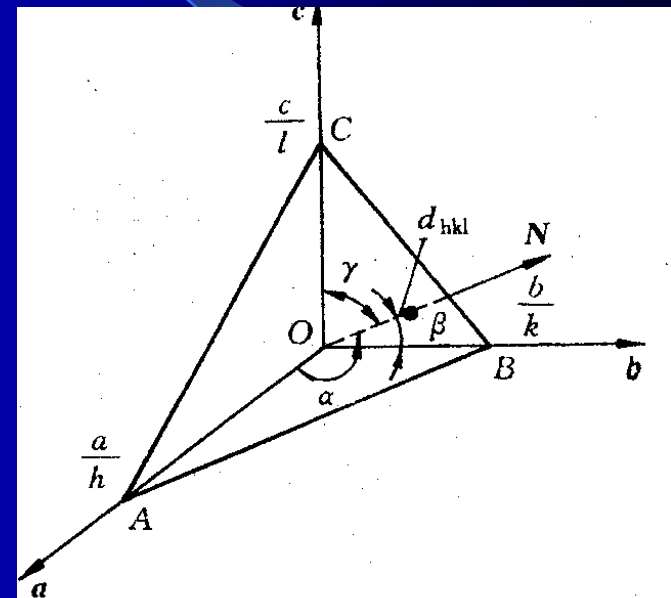
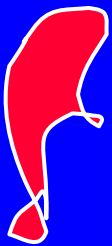


图 2.16 晶面间距公式的推导



上述公式仅适用于简单晶胞, 对于复杂晶胞则要考虑附加面的影响
立方晶系:

fcc 当 (hkl) 不为全奇、偶数时, 有附加面:

$$d_{hkl} = \frac{1}{2} \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}, \text{ 如 } \{1\ 0\ 0\}, \{1\ 1\ 0\}$$

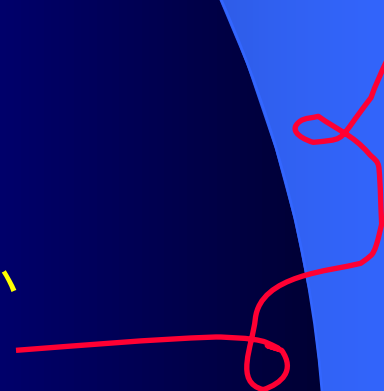
bcc 当 $h+k+l = \text{奇数}$ 时, 有附加面: 如 $\{1\ 0\ 0\}, \{1\ 1\ 1\}$

六方晶系

当 $h+2k=3n$ ($n=0,1,2,3,\dots$), $l=\text{奇数}$, 有附加面:

$$d_{hkl} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{3} \left(\frac{h^2 + hk + k^2}{a^2} \right) + \left(\frac{l}{c} \right)^2}}, \text{ 如 } \{0\ 0\ 0\ 1\} \text{ 面}$$

通常低指数的晶面间距较大, 而高指数的晶面间距则较小



三、晶体的对称性 crystalline symmetry

symmetrization of crystals

对称性——晶体的基本性质

对称元素 (symmetry elements)

宏观对称性 元素 { 回转对称轴 (n) 1, 2, 3, 4, 6
对称面 (m)
对称中心 (i)
回转—反演轴 $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}$

微观对称性 元素 { 滑动面 a, b, c, n, d
螺旋轴 $2_1; 3_1, 3_2; 4_1, 4_3, 4_2; 6_1, 6_5, 6_2, 6_4, 6_3$

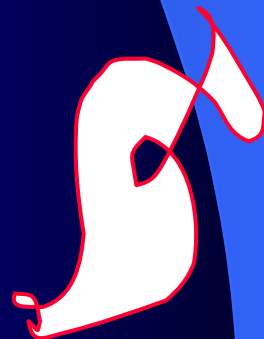
点群 (point group) — 晶体中所有点对称元素的集合

根据晶体外形对称性, 共有32种点群

空间群 (space group) — 晶体中原子组合所有可能方式

根据宏观、微观对称元素在三维空间的组合, 可能存在

230种空间群 (分属于32种点群)



四、极射投影 Stereographic projection

极射投影原理 (principle)

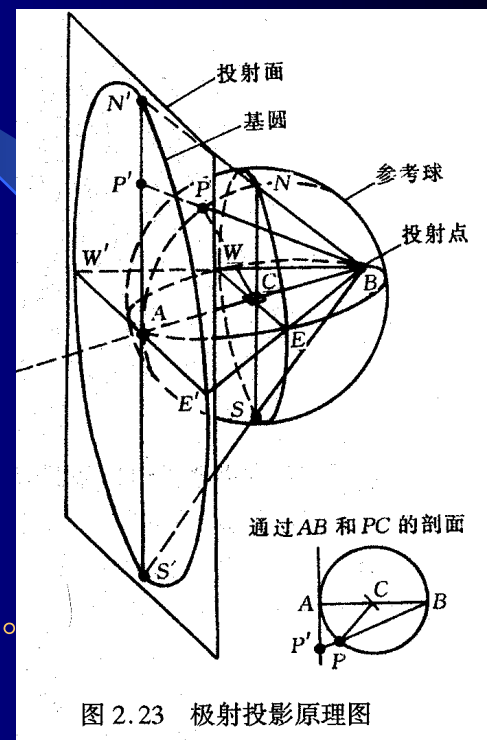
参考球, 极点、极射面、大图、基图

Wulff网 (wulff net) 经线、 纬线、 2° 等分

沿赤道线 沿基圆读数

只有两极点位于吴氏经线或赤道上才能正确度量晶面、晶向间夹角

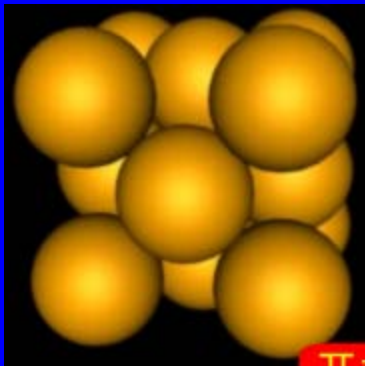
标准投影: 以某个晶面//投影面作出极射投影图。
(001)



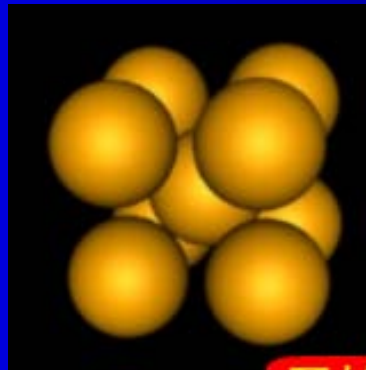
倒易点阵 (reciprocal lattice)

※2 金属的晶体结构 (Crystal Structure of Metals)

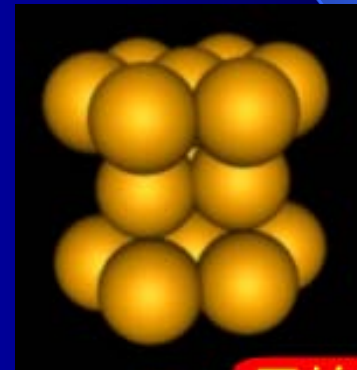
常见金属晶体结构 { 面心立方结构 (A_1) face-centred cubic lattice
体心立方结构 (A_2) body-centred cubic lattice
密排立方结构 (A_3) hexagonal close-packed lattice



面心立方点阵



体心立方点阵



密排六方点阵



表2.5三种典型金属结构的晶体学特点

表 2.5 三种典型金属结构的晶体学特点				
结构特征		晶体结构类型		
		面心立方(A1)	体心立方(A2)	密排六方(A3)
点阵常数		a	a	$a, c \ (c/a=1.633)$
原子半径 R		$\frac{\sqrt{2}}{4}a$	$\frac{\sqrt{3}}{4}a$	$\frac{a}{2} \left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{c^2}{4}} \right)$
晶胞内原子数		4	2	6
配位数		12	8	12
致密度		0.74	0.68	0.74
间隙	四面体间隙 数量 大小	8 0.225R	12 0.291R	12 0.225R
	八面体间隙 数量 大小	4 0.414R	6 0.154R $\langle 100 \rangle$ 0.633R $\langle 110 \rangle$	6 0.414R



晶胞中的原子数 (Number of atoms in unit cell)

$$N = N_i + \frac{N_f}{2} + \frac{N_c}{8}$$

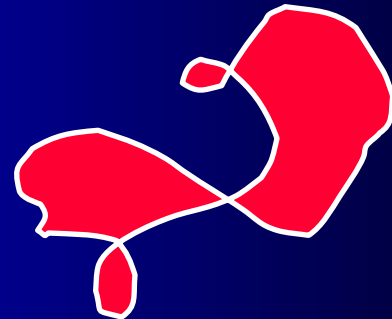
点阵常数 (lattice parameter) a, c

原子半径 (atomic radius) R

配位数 (coordination number) N

致密度 (Efficiency of space filling) $K = \frac{nv}{V} = \frac{n \frac{4}{3} \pi R^3}{V}$

轴比 (axial ratio) c/a



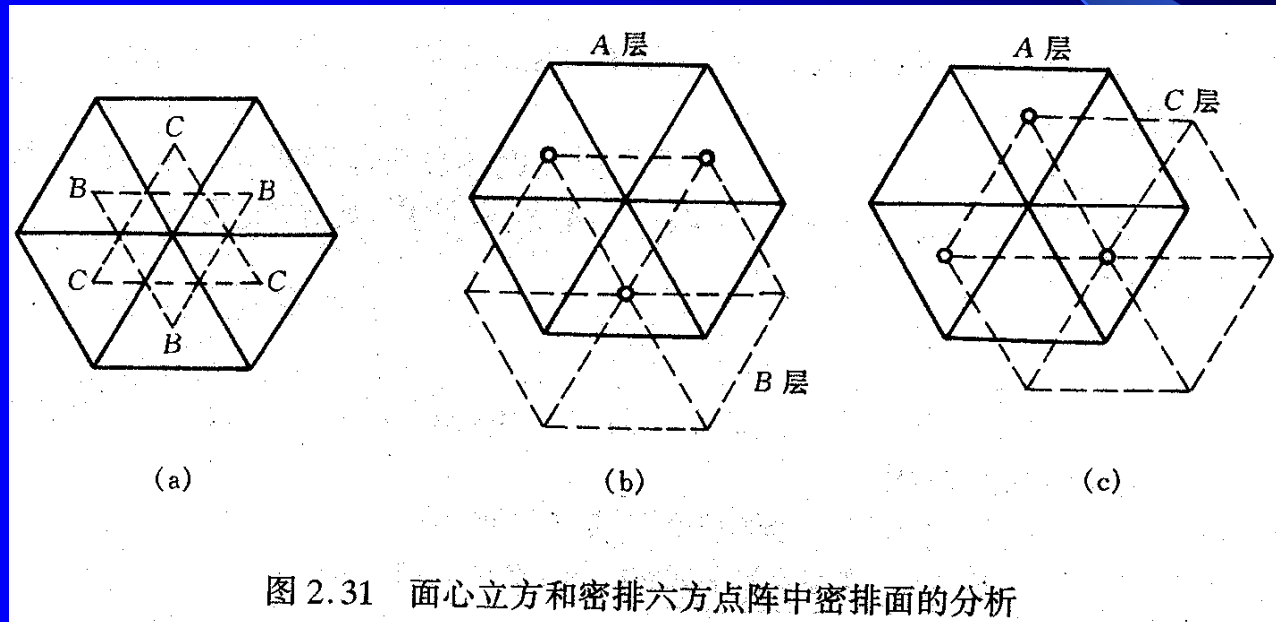
堆垛 (Stacking)

密排结构 (close-packed crystal structure)

最密排面 (close-packed plane of atoms)

fcc {1 1 1} ABCABCABC.....

hcp {0 0 0 1} ABABABAB.....

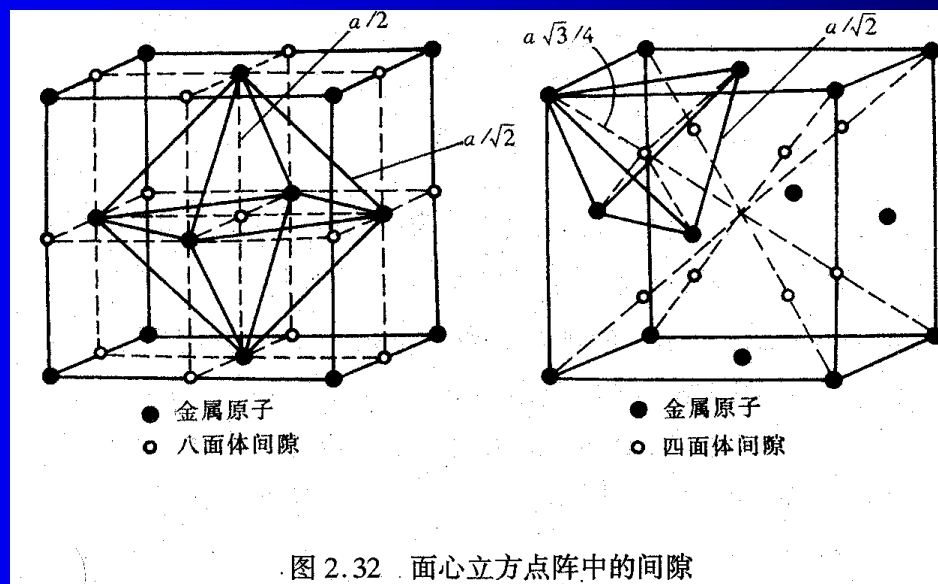


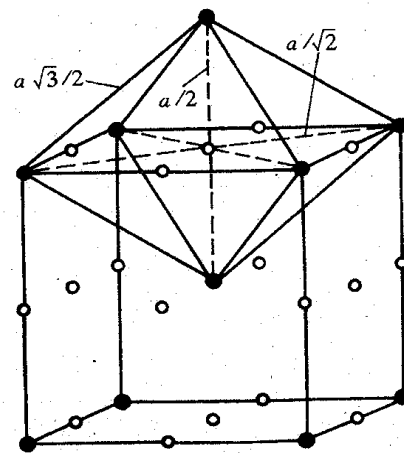
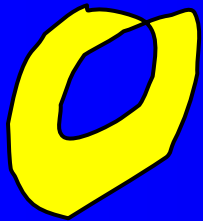
间隙 (Interstice)

四、八面体间隙 tetrahedral octahedral interstice

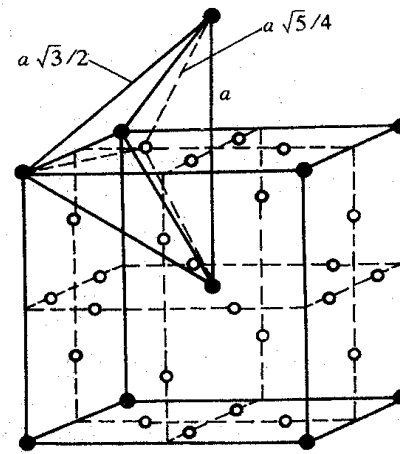
fcc, hcp 间隙为正多面体, 且八面体和四面体间隙相互独立
bcc 间隙不是正多面体, 四面体间隙包含于八面体间隙之中

多面体分散 $\xrightarrow{\text{溶质}}$ 不对称点阵畸变



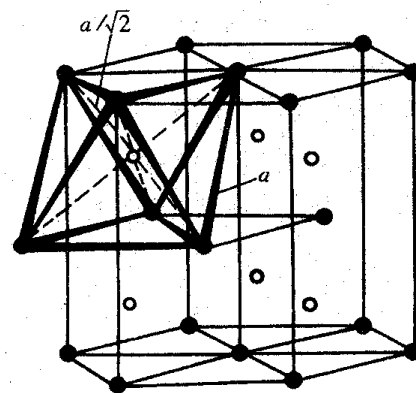


● 金属原子
○ 八面体间隙

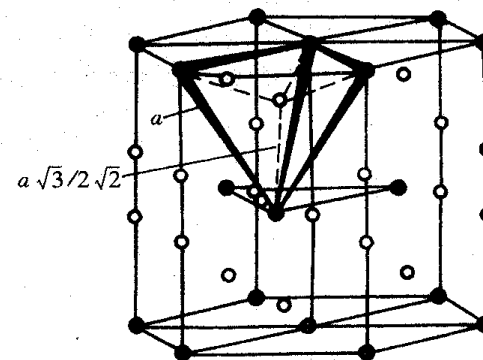


● 金属原子
○ 四面体间隙

图 2.33 体心立方点阵中的间隙



● 金属原子
○ 八面体间隙



● 金属原子
○ 四面体间隙

图 2.34 密排六方点阵中的间隙

